Die Physik

mit

Rücksicht ihrer Anwendung

auf die

Technik.

Für Schüler höherer, namentlich technischer Lehranstalten Cameralisten und Techniker.

Nach dem gegenwärtigen Standpunkte der Wissenschaft

bearbeitet

von

Dr. Julius Wenck,

Lehrer an der Gewerbschule zu Gera.

Wenn Natur dich unterweis't,
Dann geht die Seelenkraft dir auf,
Wie spricht ein Geist zum andern Geist.
Göthe's Faust.

Mit 313 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Leipzig.

Verlag von Heinrich Matthes.

1852.

Vorrede.

Es sind namentlich zwei Richtungen, nach welchen hin die Naturwissenschaften eine so hohe Bedeutung für den Menschen haben. Einerseits bilden, veredeln und erheben sie ihn, wenn er die ewigen Gesetze der Natur erkennt, und die Weisheit, welche aus ihnen hervorleuchtet, bewundert. Andererseits belehren sie ihn, wie er die Kräfte und Erzeugnisse der Natur seinen Bedürfnissen entsprechend anwenden und benutzen kann. Und wenn er hierdurch sein materielles Wohl zu fördern weiß, so wirkt dieses auf seine Bildung und Gesittung wohlthätig zurück. Wo die Gewerbsthätigkeit blüht und gedeiht, da blühen und gedeihen auch Wissenschaften und Künste, da wird der gesammte Wohlstand eines Staates gefördert.

Unserer Zeit gebührt besonders der Vorzug, diese hohe Bedeutung der Naturwissenschaften erkannt zu haben.

Ueberall entstehen Lehranstalten, wo man die Naturwissenschaften pflegt, wo man sie mit Rücksicht ihrer vielseitigen Anwendungen auf die Technik und das Leben überhaupt der Jugend vorträgt, wo man dem künftigen Gewerbtreibenden und Geschäftsmanne Gelegenheit gibt, sich neben einer zeitgemäßen allgemeinen

Bildung auch diejenigen Kenntnisse anzueignen, welche er nothwendig besitzen muß, wenn er den Anforderungen, die an ihn gemacht werden, entsprechen will.

Das vorliegende Werk nun soll dem Schüler höherer, namentlich technischer Lehranstalten, dem Techniker und Gewerbtreibenden überhaupt, so wie dem Cameralisten, ein Lehr- und Handbuch sein, wo er die Naturgesetze mit derjenigen Kürze und Bestimmtheit, die sie fordern und deren sie fähig sind, ohne alles unwesentliche Räsonnement entwickelt und dargestellt findet. Es ist dabei überall auf die technische Anwendung derselben Rücksicht genommen worden. Deshalb haben auch die Mechanik und die Wärmelehre eine ausführlichere Bearbeitung erfahren, als dieses in vielen andern Lehr- und Handbüchern der Physik der Fall ist.

Da eine kurze, bestimmte Entwickelung und Darstellung der Naturgesetze nur dann möglich ist, wenn sie mathematisch behandelt und vorgetragen werden, so hat der Verfasser diesen Gang überall da verfolgt, wo es mit den Hilfsmitteln der niedern Mathematik, ohne Anwendung der höheren Analysis, geschehen konnte.

Für Viele mag es bequem und auch ausreichend sein, die Naturgesetze gleichsam als etwas Historisches überliefert zu bekommen. Den Denkenden aber befriedigt es nicht.

Gera, den 1. Juni 1852.

Dr. Wenck.

Inhaltsverzeichniß.

Dritter Abschnitt.

Vom Gleichgewichte flüssiger Körper.

Vierter Abschnitt.

Von der Bewegung flüssiger Körper.

Fünfter Abschnitt.

Vom Gleichgewichte gasförmiger Körper.

Sechster Abschnitt.

Von der Bewegung gasförmiger Körper.

Siebenter Abschnitt.

Vom Schalle.

Seite

Achter Abschnitt.

Vom Lichte.

Neunter Abschnitt.

Von der Wärme.

Zehnter Abschnitt.

Vom Magnetismus.

Elfter Abschnitt.

Von der Electricität.

Einleitung.

Mit dem Namen **Materie** bezeichnen wir alles, was den unendlichen Raum erfüllt und eine Wirkung auf unsere Sinne äußert, wodurch eben die Existenz dieser Materie zu unserm Bewußtsein kommt.

Diese Wirkungen auf unsere Sinne sind aber außerordentlich mannigfaltig, weßhalb es eine große Menge von Erscheinungen gibt.

Wir nehmen wahr, daß unter gewissen Umständen gewisse Erscheinungen wiederkehren. Wir untersuchen daher diese Umstände, wir beobachten diese Erscheinungen und forschen nach den Gesetzen, nach welchen sie vor sich gehen. Derartige Gesetze nennen wir **Naturgesetze**.

Die Zahl der Umstände, welche eine Erscheinung begleiten, ist oft sehr groß, auch sind die Umstände selber oft sehr verschieden und stehen in keinem nothwendigen Zusammenhange mit einander. Es müssen daher die wesentlichen und wichtigen von den minderwesentlichen und minderwichtigen geschieden werden.

Wenn unsere Beobachtungen sich nur auf sinnliche Wahrnehmungen stützen, so sind sie fortwährend Täuschungen unterworfen. Es müssen die Beobachtungen vielmehr auf feste, unwandelbare Begriffe bezogen werden, auf Begriffe, welche von den sinnlichen Eindrücken unabhängig sind. Solche Begriffe sind der **Raum**, die **Zeit** und die **Zahl**. Es müssen sich also alle Beobachtungen, welche auf wissenschaftlichen Werth Anspruch machen, auf den Raum,

die Zeit und die Zahl beziehen. Nur was sich messen und berechnen läßt, gibt uns einen klaren, einen bestimmten Begriff.

Wenn daher auch die Physik eine Wissenschaft ist, welche sich zunächst auf die Erfahrung stützt, so geht sie doch an der Hand der Mathematik in das Gebiet der Speculation hinüber, indem sie aus dem Gegebenen und Bekannten das Unbekannte mit mathematischer Nothwendigkeit ableitet. Erfahrung und Theorie bilden erst ein wissenschaftliches Ganze, indem sie sich gegenseitig ergänzen und controliren.

Jeder mit Materie erfüllte, abgeschlossene Raum heißt Körper. Der Raum ist sein Volumen und die Summe seiner materiellen Theilchen (Moleküle) ist seine Masse.

Ein Körper wird bestimmt durch den Complex seiner Merkmale, das ist durch seine Eigenschaften. Alle Eigenschaften eines Körpers hängen aber wieder von den Eigenschaften anderer Körper ab und können daher nur dazu dienen, einen Körper von einem andern zu unterscheiden, ohne uns aber einen Aufschluß über das Wesen des Körpers selbst zu geben.

Die Körper sind entweder einfach, Elemente, d. h. solche, welche sich nicht weiter in Bestandtheile zerlegen lassen, oder sie sind zusammengesetzt, Verbindungen von Elementen. Solche Verbindungen werden chemische Verbindungen genannt.

Die Verbindungen haben wesentlich andere Eigenschaften als ihre Bestandtheile, indem die Eigenschaften der letzteren in denen der ersteren gleichsam aufgehen. Es haben indessen hierbei die Bestandtheile ihre Eigenschaften nicht verloren; denn sobald sie aus der Verbindung ausgeschieden werden, treten sie wieder mit ihren Eigenschaften hervor.

Wenn sich einfache sowohl als zusammengesetzte Körper mit einander chemisch verbinden, so geschieht dieses nach bestimmten Gesetzen. Es verbinden sich nämlich nicht beliebige Quantitäten des einen mit beliebigen Quantitäten des andern, sondern es verbinden sich nur ganz bestimmte Quantitäten zweier Körper mit einander. Wenn sich aber eine Quantität des einen mit mehreren Quantitäten eines anderen Körpers verbindet, so sind diese verschiedenen Quan-

titäten wieder in so fern von einander abhängig, als alle andern Multipla einer einzigen sind. Diejenigen Quantitäten der Körper, welche sich mit einander verbinden, werden die Atomgewichte oder Aequivalente genannt.

Wir können jeden geometrischen Körper theilen und diese Theilung bis ins Unendliche fortsetzen; allein diese Vorstellung ist auf den materiellen Körper nicht anwendbar. Da eine solche Theilung keine Grenze hat, so müßten die Theile zuletzt in Nichts übergehen; denn so lange noch etwas gedacht werden könnte, müßte auch die Theilung noch denkbar sein. Daß aber etwas wirklich Vorhandenes bis zum Nichts getheilt werden könne, ist nicht denkbar.

Man nimmt daher an, daß alle Körper, die einfachen sowohl als die zusammengesetzten, aus nicht mehr theilbaren Elementen bestehen, und nennt diese Elemente Atome. Die Atome verschiedener Körper haben auch verschiedene Eigenschaften und diese Verschiedenheit ist es, durch welche sie gegenseitig agiren, und Verbindungen sowohl als Trennungen möglich werden.

Die Atome der einfachen Körper sind einfach; die Atome der zusammengesetzten Körper aber sind zusammengesetzt. Jedoch ist diese Zusammensetzung so zu denken, daß eine Theilung auf mechanischem Wege nicht möglich ist. So besteht z. B. 1 Atom Wasser aus 2 Atomen Wasserstoff und 1 Atom Sauerstoff; 1 Atom Schwefelsäure aus 1 Atom Schwefel und 3 Atomen Sauerstoff; 1 Atom Kali aus 1 Atom Kalium und 1 Atom Sauerstoff; 1 Atom schwefelsaures Kali aus 1 Atom Kali und 1 Atom Schwefelsäure, u. s. f. Es drücken daher die Atomengewichte oder Aequivalente der Körper das Verhältniß der Gewichte ihrer Atome aus.

Wenn sich z. B. 16 Gewichtstheile Schwefel mit 100 Gewichtstheilen Quecksilber zu Zinnober verbinden, so sind 16 und 100 die Atomgewichte oder Aequivalente dieser Körper; da nun in jeder Gewichtsmenge gleichviel Atome enthalten sein müssen, so drückt das Verhältniß 16 : 100 das Verhältniß der Gewichte der Atome beider Körper aus.

Das Atomgewicht einer Verbindung ist gleich der Summe der Atomgewichte ihrer Bestandtheile. Das Atomgewicht des Schwefels

ist 16, das des Sauerstoffes 8; es ist daher das Atomgewicht der Schwefelsäure 16 + 3 . 8 = 40, da sich mit 1 Atom Schwefel 3 Atome Sauerstoff zu Schwefelsäure verbinden.

Zur Bestimmung der Aequivalente der Körper muß das Aequivalent irgend eines Körpers als Einheit angenommen werden. Da nun der Wasserstoff das kleinste Aequivalent hat und die Aequivalente vieler anderer einfacher Körper Multipla des Wasserstoffäquivalentes sind, so hat man dieses als Einheit angenommen.

Die atomistische Theorie ist noch durch keine Thatsache widerlegt worden, es lassen sich vielmehr alle Erscheinungen daraus auf eine Weise erklären, wie sie dem menschlichen Verstande am besten zusagt.

Die Körper werden von uns in drei verschiedenen Zuständen wahrgenommen, welche man die Aggregatzustände der Körper nennt. Man unterscheidet den festen, den flüssigen und den gasförmigen Zustand.

Fest ist ein Körper, wenn er eine selbstständige Gestalt hat und wenn sich seine kleinsten Theilchen nicht leicht verschieben oder trennen lassen.

Flüssig ist ein Körper, wenn er keine selbstständige Gestalt hat, sondern jedesmal die Form des Gefäßes annimmt, in welchem er sich befindet, und wenn sich seine kleinsten Theilchen leicht verschieben oder trennen lassen. Man nennt auch die flüssigen Körper tropfbare Flüssigkeiten, weil sie die Eigenschaft besitzen, im freien Raume Tropfen zu bilden.

Gasförmig ist ein Körper, wenn er keine selbstständige Gestalt hat, wenn sich seine kleinsten Theilchen sehr leicht verschieben oder trennen lassen und wenn er das Bestreben hat, fortwährend einen größern Raum einzunehmen. Man nennt auch die Gase elastische Flüssigkeiten, weil sie sich zusammendrücken lassen und nach Aufhebung des Druckes ihren früheren Raum wieder einnehmen.

Die verschiedenen Aggregatzustände haben ihren Grund in der zwischen den kleinsten Theilchen bestehenden Attraktion und Repulsion (Molekularwirkungen). Je größer die Attraktion ist, um so fester ist ein Körper, und je kleiner sie ist, um so flüssiger ist ein Körper. Bei gasförmigen Körpern findet nur Repulsion

zwischen den kleinsten Theilchen statt. Die Attraktion zwischen gleichartigen Atomen bezeichnet man mit dem Namen Cohäsion, die Repulsion mit dem Namen Expansion.

Der Aggregatzustand eines Körpers ist nicht immer derselbe; man muß vielmehr annehmen, daß jeder Körper fähig ist, alle Aggregatzustände zu durchlaufen.

Einen Haupteinfluß auf den Aggregatzustand eines Körpers übt die Wärme aus, indem sie der Cohäsion stets entgegen wirkt. Durch fortgesetzte Erwärmung kann ein Körper aus dem festen in den flüssigen und aus diesem in den gasförmigen Zustand übergehen; durch fortgesetzte Abkühlung findet das Umgekehrte statt.

Bei manchen Körpern, wenn sie aus dem flüssigen in den festen Zustand übergehen, ziehen sich die kleinsten Theilchen nach bestimmten Richtungen an, woraus bestimmte geometrische Gestalten, die Krystalle, hervorgehen. Man nennt solche Körper krystallinisch, während man solche, wo eine Krystallisation nicht stattfindet, amorph nennt.

Unter einem entsprechenden Drucke kann ebenfalls ein gasförmiger Körper in den flüssigen Zustand übergehen.

Wenn ein fester Körper sich in einem flüssigen auflöst, so geht er ebenfalls in den flüssigen Zustand über, indem die kleinsten Theilchen beider Körper sich gegenseitig so anziehen, daß die des festen von denen des flüssigen nicht mehr zu unterscheiden sind.

Wird eine solche Auflösung erwärmt, so wird der flüssige Körper gasförmig, während der feste Körper als solcher wieder ausgeschieden wird.

Endlich hat auch die chemische Affinität einen wesentlichen Einfluß auf den Aggregatzustand. Die Affinität äußert sich um so stärker, je beweglicher die Atome sind, daher am stärksten im flüssigen und gasförmigen Zustande. Sehr oft verändern chemische Affinität und Auflöslichkeit zusammen den Aggregatzustand. Hierher gehört die Auflösung der Metalle in concentrirten oder verdünnten Säuren. Das Metall zersetzt einen Theil der Säure oder des Wassers, indem es sich oxydirt, das Oxyd verbindet sich hierauf mit der Säure und das gebildete Salz löst sich in der Flüssigkeit auf.

Die Anziehung, welche zwischen den kleinsten Theilchen ungleichartiger Körper stattfindet, ohne daß dabei der Aggregatzustand sich ändert oder eine chemische Verbindung entsteht, nennt man Adhäsion.

Die Stelle, welche ein Körper im Raume einnimmt, heißt sein Ort, und zwar ist der absolute Ort derjenige, welchen er als Körper überhaupt einnehmen muß, der relative Ort oder die Lage derjenige, welchen er in Beziehung zu andern Körpern einnimmt.

Der Ort, welcher von einem Körper eingenommen wird, kann nicht gleichzeitig von einem andern eingenommen werden. Man nennt dieses die Impenetrabilität oder Undurchdringlichkeit der Körper.

Wenn ein Körper seinen Ort nicht verändert, so sagt man, er ruht; verändert aber ein Körper seinen Ort, so sagt man, er bewegt sich. Ruhe und Bewegung sind relativ, d. h. ein Körper erscheint nur in Ruhe oder in Bewegung in Beziehung auf andere Körper, welche als bewegt oder als ruhend gedacht werden.

Derjenige Raum, welchen ein Körper bei seiner Bewegung durchläuft, heißt der Weg, und die Anzahl von Zeiteinheiten, welche während der Bewegung verflossen sind, die Zeit. Das Verhältniß des Weges zur Zeit heißt Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist daher derjenige Weg, welchen ein Körper in der Zeiteinheit zurücklegt.

Jede Bewegung muß stetig erfolgen, d. h. es kann ein Körper nicht von einem Orte zu einem andern gelangen, ohne den dazwischenliegenden Raum in einer ununterbrochenen Linie durchlaufen zu haben.

Ist diese Linie eine gerade, so heißt die Bewegung geradlinig, ist diese Linie krumm, so heißt die Bewegung krummlinig. Bei ersterer ist die Richtung immer dieselbe, bei letzterer aber ändert sich die Richtung stetig und wird in jedem Punkte der Bahn durch die Tangente bestimmt.

Ist die Bewegung von der Art, daß die Geschwindigkeit fortwährend dieselbe bleibt, so nennt man die Bewegung gleich-

förmig; ändert sich aber die Geschwindigkeit, so heißt die Bewegung ungleichförmig. Nimmt die Geschwindigkeit zu, so heißt die Bewegung beschleunigt, nimmt die Geschwindigkeit ab, so heißt die Bewegung verzögert. Die ungleichförmige, gleichviel ob beschleunigte oder verzögerte Bewegung wird wieder als gleichförmig veränderte und ungleichförmig veränderte unterschieden. Sie heißt gleichförmig verändert, wenn die in gleichen Zeiten durchlaufenen Wege um gleich viel wachsen oder abnehmen, ungleichförmig verändert dagegen, wenn dieses nicht der Fall ist.

Die Geschwindigkeitszunahme oder Abnahme heißt Beschleunigung. Endlich heißt eine Bewegung periodisch, wenn innerhalb gewisser Zeiträume, welche Perioden genannt werden, der bewegte Körper gleiche Wege mit veränderter Geschwindigkeit zurücklegt.

Ein ruhender Körper kommt für sich nicht in Bewegung und ein bewegter kommt für sich nicht in Ruhe. Mann nennt dieses das Beharrungsvermögen der Körper oder die Trägheit der Materie (vis inertiae).

Jede Ursache, welche einen ruhenden Körper in Bewegung oder einen bewegten in Ruhe bringt, nennt man Kraft.

Da wir über das Wesen einer Kraft nichts wissen, so beurtheilen wir die Kräfte nach den Wirkungen, welche sie unter gleichen Umständen hervorbringen oder hervorzubringen streben, indem wir annehmen, daß die Kräfte ihren Wirkungen proportional sind.

Zwei Kräfte sind daher gleich, wenn sie in entgegengesetzter Richtung wirkend an einem bewegten Körper keine Aenderung der Bewegung, an einem in Ruhe befindlichen Körper aber keine Bewegung hervorbringen.

Bei jeder Kraft hat man ihren Angriffspunkt, ihre Größe und ihre Richtung zu unterscheiden. Es ist daher jede Kraft durch eine gerade Linie darstellbar. Der Anfangspunkt der geraden Linie ist der Angriffspunkt der Kraft, die Größe der geraden Linie die Größe der Kraft und die Richtung der geraden Linie die Richtung der Kraft.

Man kann den Angriffspunkt einer Kraft verlegen, ohne daß ihre Wirkung sich ändert, wenn die Richtung dieselbe bleibt und der zweite Angriffspunkt mit dem ersten fest verbunden ist.

Die Kräfte werden als momentan wirkend und als continuirlich wirkend unterschieden. Die Aeußerung einer momentan wirkenden Kraft geschieht in einer unmeßbar kleinen Zeit und die Bewegung, welche sie erzeugt, ist eine gleichförmige; die Aeußerung einer continuirlich wirkenden Kraft dagegen geschieht stetig und die Bewegung, welche sie erzeugt, ist eine beschleunigte oder verzögerte.

Angabe einiger Längenmaße.

1 Meter = $^1/_{10000000}$ des Erdquadranten.

1 Fuß	in	Baden und Hessen	= 0,3	Meter.
1 „	„	Würtemberg	= 0,28649	Meter.
1 „	„	Baiern	= 0,29186	„
1 „	„	Oestreich	= 0,316103	„
1 „	„	Preußen	= 0,3139	„
1 „	„	Sachsen	= 0,28326	„

Hiernach ist es leicht, das Flächenmaß und Körpermaß zu berechnen.

Erster Abschnitt.

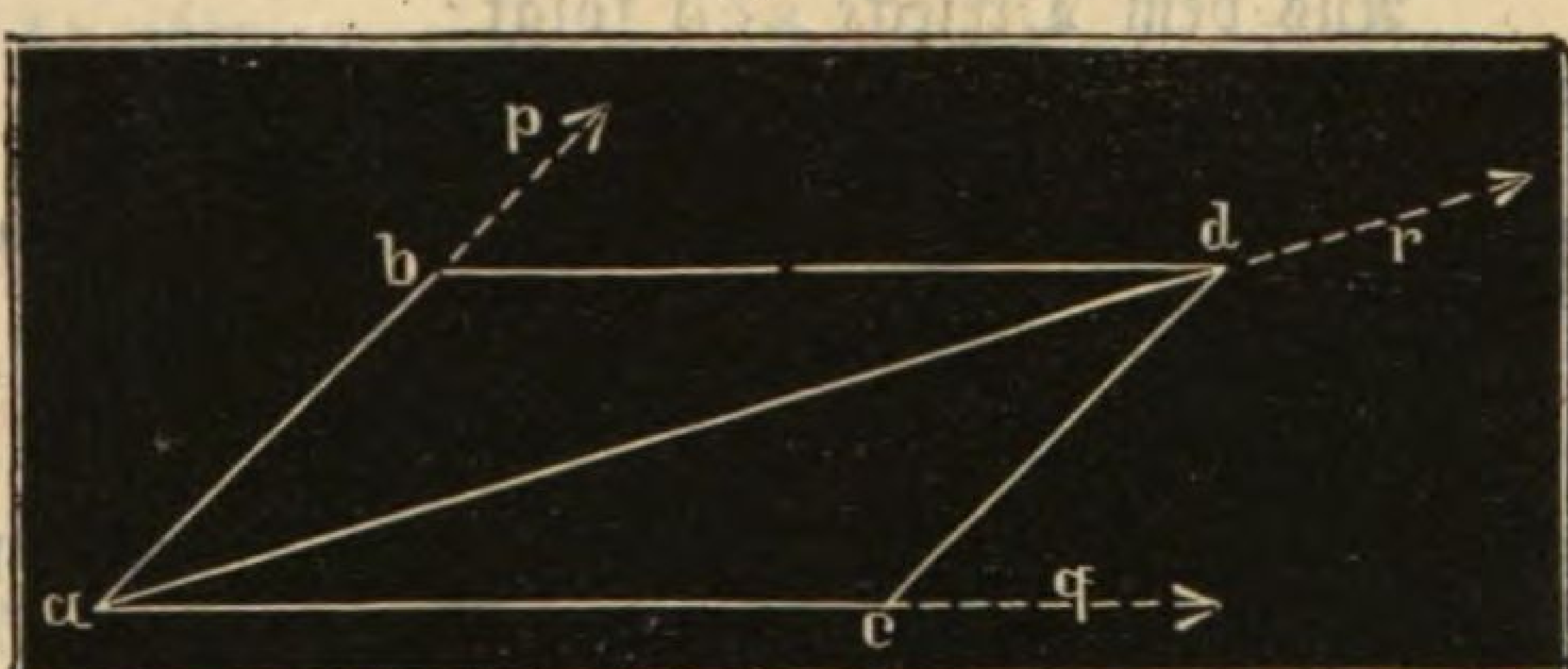
Vom Gleichgewichte fester Körper.

---

1. Vom Gleichgewichte der Kräfte im Allgemeinen.

Wenn zwei Kräfte p und q, Fig. 1, gleichzeitig auf den Punkt a wirken, wenn ab die Intensität von p und ac die Intensität von q darstellt, so stellt ad die Intensität einer Kraft r dar, welche den gleichzeitig wirksamen Kräften p und q gleich ist, d. h. welche in derselben Zeit und unter denselben Umständen dieselbe Wirkung hervorbringen würde, welche die Kräfte p und q gleichzeitig hervorbringen.

Fig. 1.



Denn theilt man jede der Intensitäten ab und ac in eine gleiche Anzahl unter sich gleicher Theile und denkt sich die Kräfte abwechselnd in sehr kleinen Zeitabschnitten wirksam, so entsteht eine gebrochene Linie, welche, wenn die Zeitabschnitte unendlich klein sind, in die gerade Linie ad übergeht.

Man nennt die Kraft r die **Resultante** oder **Mittelkraft** aus den Kräften p und q, während diese Kräfte selber die **Componenten** oder **Seitenkräfte** genannt werden.

Aus der Construction geht hervor, daß ad die Diagonale desjenigen Parallelogramms ist, dessen Seiten die Intensitäten der Kräfte p und q darstellen. Da nun aber ad die Intensität der Kraft r darstellt, so folgt hieraus, daß man die Größe und Richtung der Resultante zweier Kräfte findet, wenn man aus den geraden Linien, welche ihre Intensitäten darstellen und ihre Richtungen angeben, so wie dem Winkel, welchen sie einschließen, ein Parallelogramm construirt und die Diagonale zieht.

Dieses Parallelogramm wird das **Parallelogramm der Kräfte** genannt.

Sucht man aus zwei Kräften die Resultante, so nennt man das die Kräfte **zusammensetzen**, sucht man aber die in gewissen Richtungen wirkenden Componenten einer Kraft, so nennt man das die Kräfte **zerlegen**.

Aus dem Vorstehenden folgt auch, daß die Resultante mit den Componenten in derselben Ebene liegt.

Aus dem Dreiecke acd folgt:

$$ad^2 = ac^2 + cd^2 - 2\,ac.cd.\cos acd$$

da aber $cd = ab$ und $\cos acd = \cos(180 - bac) = -\cos bac$, so erhält man, wenn man für die geraden Linien die ihnen proportionalen Kräfte setzt und den Winkel bac, das ist der Winkel, unter welchem die Kräfte p und q auf den Punkt a wirken, mit α bezeichnet:

$$r^2 = p^2 + q^2 + 2pq\cos\alpha$$

$$r = \sqrt{p^2 + q^2 + 2pq\cos\alpha}$$

Ist $\alpha = 0$, so ist $\cos\alpha = 1$, daher

$$r = p + q$$

d. h. **wirken zwei Kräfte nach derselben Richtung hin und liegen sie beide in derselben geraden Linie, so ist die Resultante gleich der Summe dieser Kräfte.**

Ist $\alpha = 90^0$, so ist, weil $\cos 90^0 = 0$

$$r = \sqrt{p^2 + q^2}$$

Ist $\alpha = 180^0$. so ist, weil $\cos 180^0 = -1$

$$r = p - q$$

d. h. wirken die Kräfte entgegengesetzt und fallen ihre Richtungen in dieselbe gerade Linie, so ist die Resultante gleich der Differenz dieser Kräfte.

Ist daher $p = q$, so ist $r = o$ d. h. zwei gleiche und entgegengesetzt wirkende Kräfte heben sich gegenseitig auf, halten sich das Gleichgewicht oder sind im Gleichgewichte.

Wirkt auf einen Punkt eine beliebige Anzahl von Kräften, deren Richtungen sämmtlich in einer geraden Linie liegen, so ist mithin Gleichgewicht, wenn die Summen der entgegengesetzt wirkenden Kräfte gleich sind, oder was dasselbe ist, wenn die algebraische Summe dieser Kräfte gleich Null ist.

Bezeichnet man den Winkel bad mit x, so ist der Winkel cad $= \alpha - x$; da aber

$$q : r = \sin x : \sin \alpha$$

so ist

$$\sin x = \frac{q}{r} \sin \alpha$$

wodurch die Winkel bestimmt sind, welche die Resultante mit den Componenten macht. Da aber auch

$$p : q = \sin (\alpha - x) : \sin x$$

so heißt dieses: Die Componenten verhalten sich umgekehrt wie die sin der Winkel, welche sie mit der Resultante einschließen.

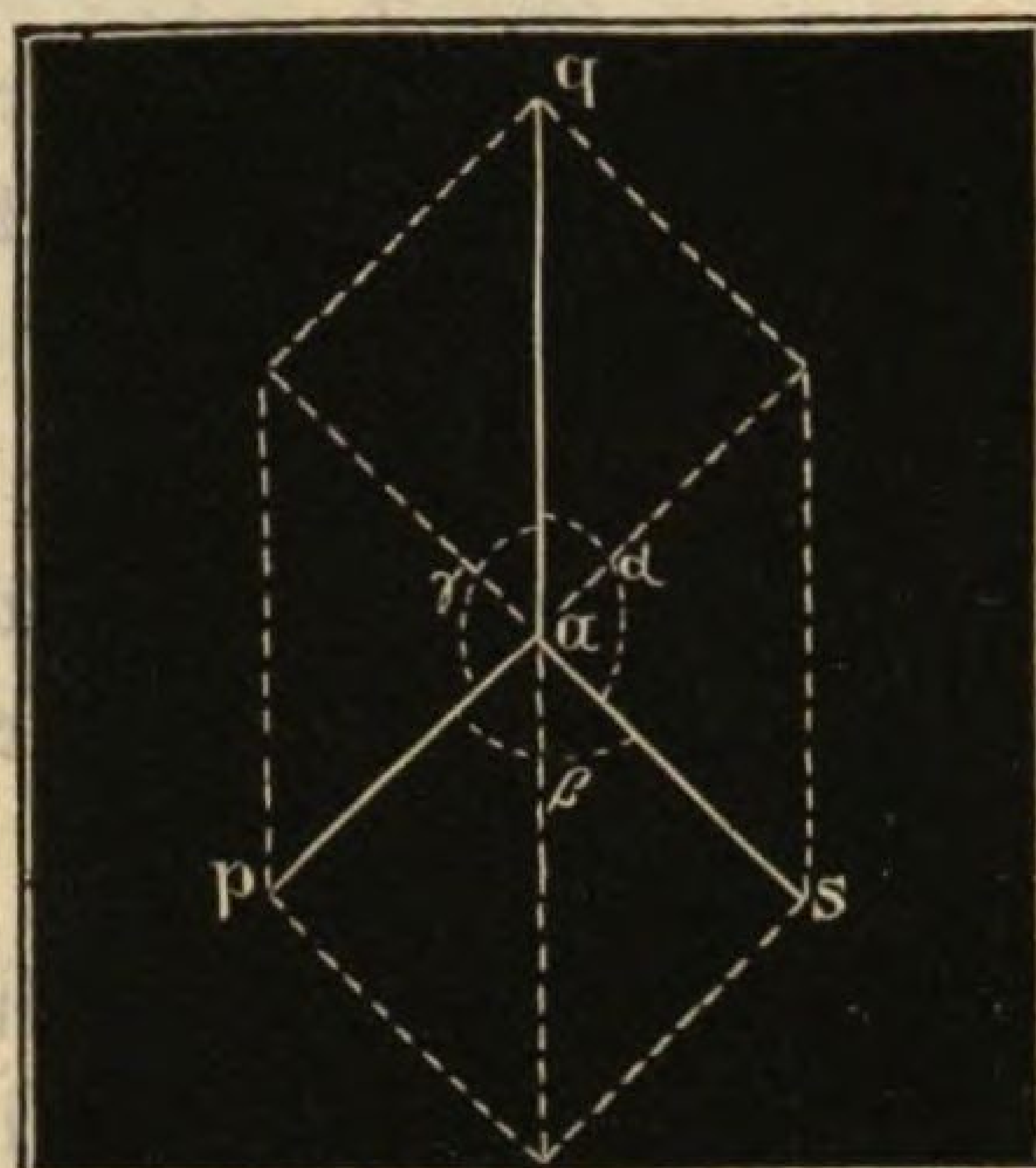
Ist $\alpha = 90^0$, so ist

$$\sin x = \frac{q}{r}$$

Ist $p = q$, so wird der Winkel, den die Kräfte einschließen, von der Resultante halbirt.

Greifen im Punkte a, Fig. 2, drei Kräfte p, q, s an, welche in derselben Ebene liegen, so muß, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, jede derselben der Resultante aus den beiden übrigen gleich und entgegengesetzt sein. Sind die Winkel, welche diese Kräfte einschließen, beziehungsweise α, β, γ, so ist

Fig. 2.



$$p : q = \sin\alpha : \sin\beta$$
$$q : s = \sin\beta : \sin\gamma$$

daher

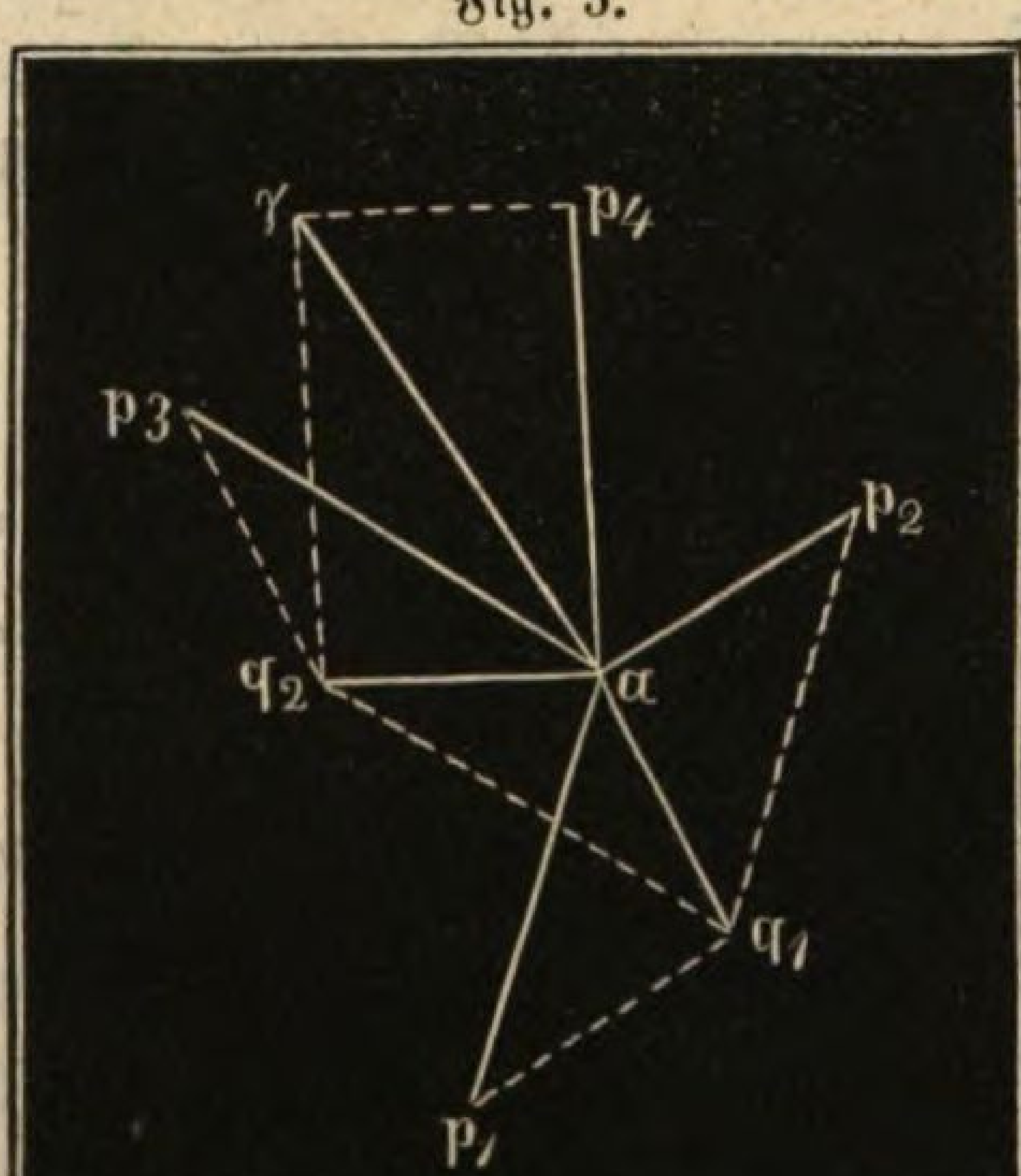
$$p : q : s = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$

d. h. wenn drei Kräfte, welche in einer Ebene liegen, in einem Punkte angreifen und sie sind im Gleichgewichte, so verhalten sie sich wie die sin der gegenüberliegenden Winkel.

Greift in einem Punkte eine beliebige Anzahl von Kräften an, welche alle in derselben Ebene liegen, so lassen sie sich mittelst des Parallelogramms auf eine einzige zurückführen.

Sind p_1 p_2 p_3 p_4, Fig. 3, solche Kräfte, welche den gemeinschaftlichen Angriffspunkt a haben, und man verbindet p_1 mit p_2, so erhält man die Resultante q_1; verbindet man q_1 mit p_3, so erhält man die Resultante q_2; wird endlich q_2 mit p_4 verbunden, so erhält man die Resultante r, welches dann die gemeinschaftliche Resultante aus den Kräften p_1 p_2 p_3 p_4 ist.

Fig. 3.

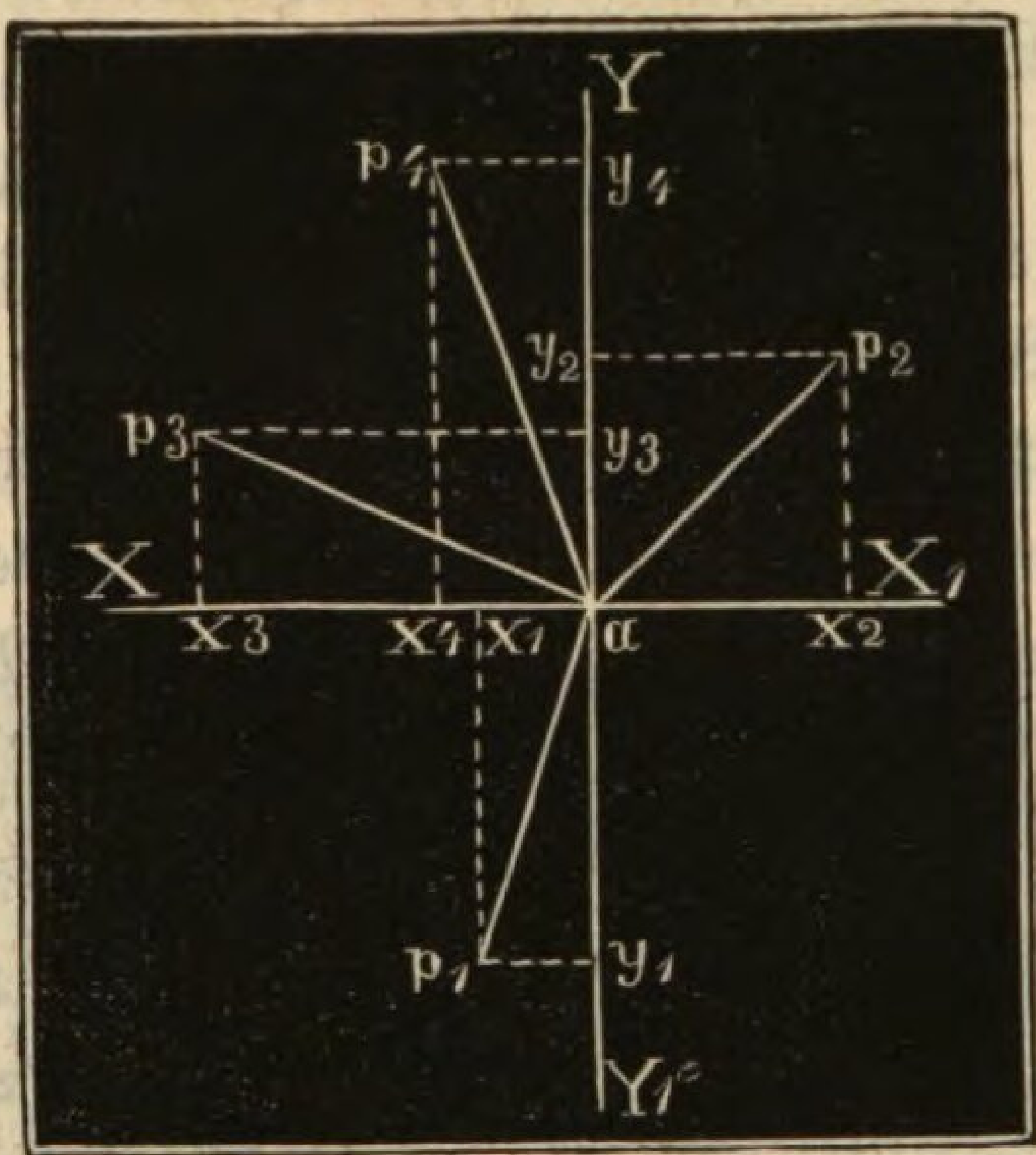


Man hätte auch in jeder andern Ordnung diese Kräfte mit einander verbinden können, immer würde man zu demselben Resultate gekommen sein.

Ein solches System von Kräften kann daher nur dann im Gleichgewichte sein, wenn die gemeinschaftliche Resultante gleich Null ist, oder wenn jede dieser Kräfte der Resultante aus allen übrigen gleich und entgegengesetzt ist.

Auf eine andere Weise und schärfer findet man die Resultante aus diesen Kräften, so wie die Bedingungen des Gleichgewichtes derselben, wenn man sie nach zwei auf einander senkrechten Richtungen XX_1 und YY_1, Fig. 4, in derselben Ebene zerlegt. Es gibt dann p_1 die Componenten ax_1 und ay_1; p_2 gibt ax_2 und ay_2; p_3 gibt ax_3 und ay_3; p_4 gibt ax_4 und ay_4. Bezeichnet man die Winkel, welche die Kräfte p_1 p_2 p_3 p_4 mit Xa einschließen, beziehungsweise mit α_1 α_2 α_3 α_4, so ist

Fig. 4.



$$ax_1 = p_1 \cos\alpha_1;\ ay_1 = p_1 \sin\alpha_1$$
$$ax_2 = p_2 \cos\alpha_2;\ ay_2 = p_2 \sin\alpha_2$$

u. s. f.

Da nun Kräfte, welche in einer geraden Linie liegen, im Gleichgewichte sind, wenn die algebraische Summe derselben gleich Null ist, so hat man als Bedingungen des Gleichgewichtes

$$p_1 \cos\alpha_1 + p_2 \cos\alpha_2 + \ldots\ldots = 0$$
$$p_1 \sin\alpha_1 + p_2 \sin\alpha_2 + \ldots\ldots = 0$$

Es stellen aber diese beiden Summen zwei Kräfte dar, welche unter einem rechten Winkel im Punkte a angreifen. Bezeichnet man daher der Kürze wegen diese Summen mit $S(p\cos\alpha)$ und $S(p\sin\alpha)$ so ist, wenn r die Resultante aus dem Systeme bezeichnet,

$$r = \sqrt{[S(p\sin\alpha)]^2 + [S(p\cos\alpha)]^2}$$

Bezeichnet man den Winkel, den die Resultante mit der Linie XX_1 macht, mit φ, so ist

$$S(p \sin \alpha) = r \sin \varphi; \; S(p \cos \alpha) = r \cos \varphi$$

daher

$$\frac{S(p \sin \alpha)}{S(p \cos \alpha)} = \frac{r \sin \varphi}{r \cos \varphi} = \tan \varphi$$

Es ist mithin die Resultante sowohl ihrer Größe als auch ihrer Richtung nach bestimmt.

Liegen die Kräfte in mehr als einer Ebene, so zerlege man sie nach drei auf einander senkrechten Richtungen XX_1, YY_1 und ZZ_1. Bezeichnet man die Winkel, welche die Kräfte mit der X Axe einschließen, mit α_1 α_2 ...., die, welche sie mit der Y Axe einschließen, mit β_1 β_2 ...., so wie die, welche sie mit der Z Axe einschließen, mit γ_1 γ_2 ...., so hat man dem Vorhergehenden entsprechend als Bedingungen des Gleichgewichtes

$$p_1 \cos \alpha_1 + p_2 \cos \alpha_2 + \ldots. = 0$$
$$p_1 \cos \beta_1 + p_2 \cos \beta_2 + \ldots. = 0$$
$$p_1 \cos \gamma_1 + p_2 \cos \gamma_2 + \ldots. = 0$$

Bezeichnet man diese Summen beziehungsweise mit $S(p \cos \alpha)$, $S(p \cos \beta)$, $S(p \cos \gamma)$; so ist, wenn man die Resultante aus den ersten beiden Summen mit ϱ bezeichnet,

$$\varrho^2 = [S(p \cos \alpha)]^2 + [S(p \cos \beta)]^2$$

so wie, wenn man die Resultante aus ϱ und $S(p \cos \gamma)$ mit r bezeichnet,

$$r^2 = \varrho^2 + [S(p \cos \gamma)]^2$$

und wenn man für ϱ^2 den entsprechenden Werth setzt,

$$r^2 = [S(p \cos \alpha)]^2 + [S(p \cos \beta)]^2 + [S(p \cos \gamma)]^2$$

oder

$$r = \sqrt{[S(p \cos \alpha)]^2 + [S(p \cos \beta)]^2 + [S(p \cos \gamma)]^2}$$

Es ist daher r die Diagonale eines geraden Parallelepipedums, dessen Kanten jene drei Summen sind. Man nennt es das Parallelepipedum der Kräfte.

Macht die Resultante mit den Axen beziehungsweise die Winkel φ, ψ und χ, so ist

$$S(p\cos\alpha) = r\cos\varphi;\ S(p\cos\beta) = r\cos\psi$$
$$S(p\cos\gamma) = r\cos\chi \text{ daher}$$
$$\cos\varphi^2 + \cos\psi^2 + \cos\chi^2 = \frac{[S(p\cos\alpha)]^2 + [S(p\cos\beta)]^2 + [S(p\cos\gamma)]^2}{r^2}$$

woraus folgt

$$\cos\varphi^2 + \cos\psi^2 + \cos\chi^2 = 1$$

Da nun aber jede einzelne Kraft ebenfalls die Diagonale eines Parallelepipedums ist, dessen Kanten ihre Componenten sind; so gelten auch folgende Bedingungsgleichungen:

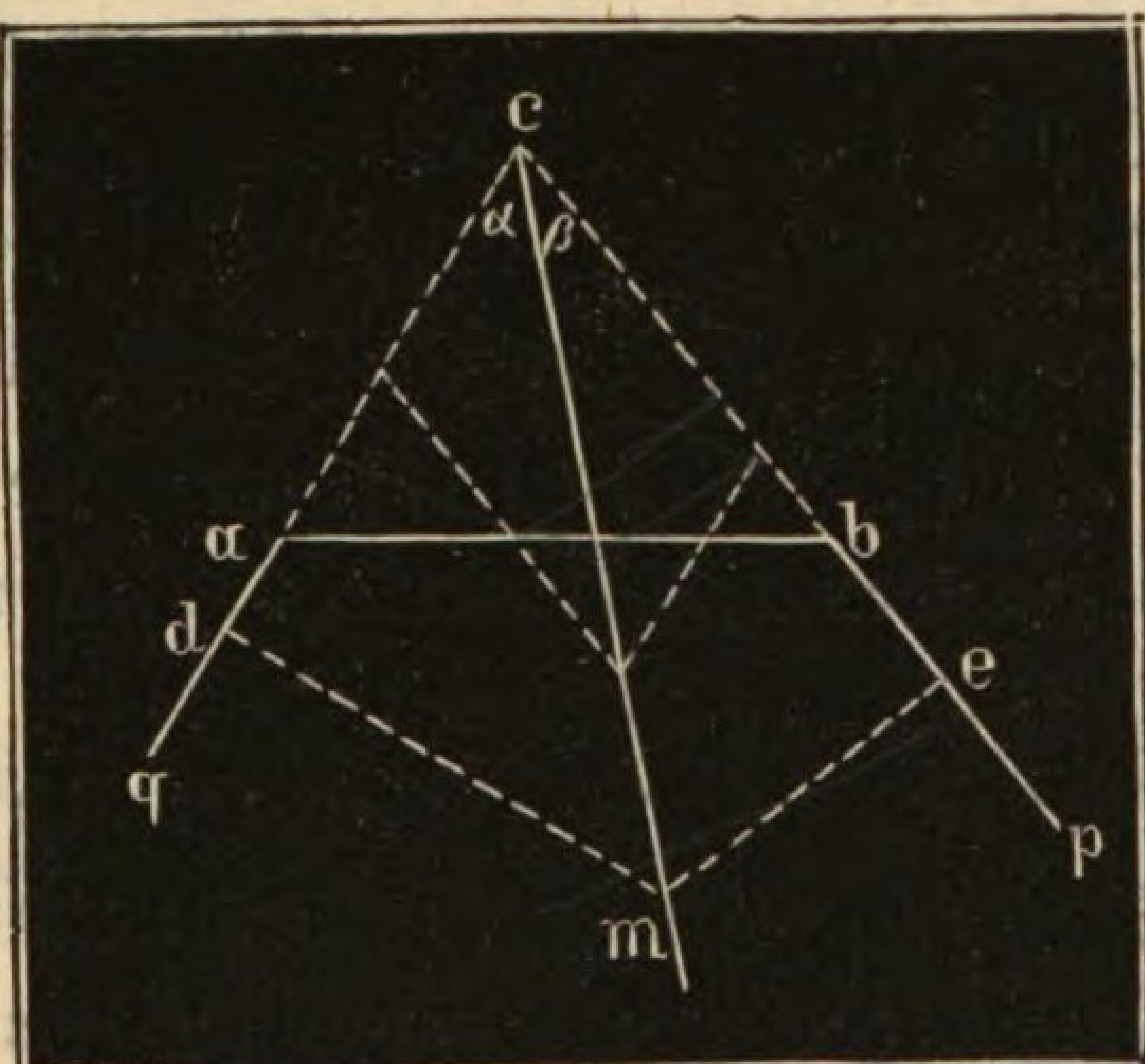
$$\cos\alpha_1{}^2 + \cos\beta_1{}^2 + \cos\gamma_1{}^2 = 1$$
$$\cos\alpha_2{}^2 + \cos\beta_2{}^2 + \cos\gamma_2{}^2 = 1$$

u. s. f.

Haben zwei Kräfte p und q, Fig. 5, verschiedene Angriffspunkte, welche aber fest miteinander verbunden sind und liegen sie in derselben Ebene, so verlängere man ihre Richtungen, bis sie sich schneiden, und construire am Durchschnittspunkte die Resultante. Schließen die Richtungen beider Kräfte den Winkel φ ein, so ist die Resultante

$$r = \sqrt{p^2 + q^2 + 2pq\cos\varphi}$$

Fig. 5.



Bezeichnet man die Winkel, welche die Resultante mit p und q macht, beziehungsweise mit β und α, so ist

$$\sin\alpha = \frac{p}{r}\sin\varphi;\ \sin\beta = \frac{q}{r}\sin\varphi$$

wodurch auch die Richtung der Resultante bestimmt ist.

Der Angriffspunkt der Resultante kann jeder beliebige Punkt in ihrer Richtungslinie sein, wenn er nur mit den Angriffspunkten der Kräfte p und q fest verbunden ist.

Zieht man von irgend einem beliebigen Punkte m der Richtungslinie der Resultante auf die Richtungen der Kräfte die Senkrechten $me = a_1$ und $md = a_2$, so ist

$$a_1 = mc \sin\beta;\ a_2 = mc \sin\alpha$$

hieraus

$$a_1 : a_2 = \sin\beta : \sin\alpha;$$

da aber auch

$$q : p = \sin\beta : \sin\alpha$$

so ist

$$q : p = a_1 : a_2$$

d. h. die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie ihre Entfernungen von irgend einem Punkte der Richtungslinie der Resultante.

Diese Entfernungen nennt man die Hebelarme der Kräfte in Beziehung auf den beliebig angenommenen Punkt m.

Da ferner

$$pa_1 = qa_2$$

so sind auch die Producte der Kräfte in ihre Hebelarme gleich. Diese Producte nennt man die statischen Momente der Kräfte p und q in Beziehung auf den Punkt m.

Ist daher in irgend einem Punkte der Richtungslinie der Resultante der Körper unterstützt oder fest gehalten, so kann weder eine fortschreitende noch eine drehende Bewegung stattfinden, wenn die statischen Momente gleich sind oder die Kräfte sich umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme.

Man kann dieß kurz so darstellen

$$pa_1 + qa_2 = 0$$

d. h. zwei Kräfte sind im Gleichgewichte, wenn die algebraische Summe ihrer statischen Momente gleich Null ist.

Sind die Kräfte parallel, so ist $\cos\varphi = 1$, daher

$$r = p + q$$

d. h. die Resultante paralleler Kräfte ist gleich der Summe derselben.

Ferner folgt: Es verhalten sich zwei parallele Kräfte umgekehrt wie ihre Abstände von dem Punkte, in wel-

chem die Richtungslinie der Resultante ihre Verbindungslinie schneidet.

Aus der Proportion

$$p : q = a_2 : a_1$$

folgt

$$(p + q) : q = (a_2 + a_1) : a_1$$

Da aber für parallele Kräfte

$$p + q = r \text{ und } a_1 + a_2 = ab = a \text{ ist,}$$

so ist

$$r : q = a : a_1$$

daher

$$p : q : r = a_2 : a_1 : a$$

d. h. bei parallelen Kräften ist jede dem Abstande der beiden übrigen proportional.

Kömmt zu den Kräften p und q noch eine dritte Kraft s, welche den Hebelarm a_3 hat, so denke man sich s in zwei andere Kräfte s_1 und s_2 zerlegt, von denen jede am Hebelarme a_3 wirkt, so daß s_1 der Kraft p und s_2 der Kraft q das Gleichgewicht hält; dann ist

$$pa_1 + s_1a_3 = 0$$
$$qa_2 + s_2a_3 = 0$$

hieraus

$$pa_1 + qa_2 + (s_1 + s_2)\, a_3 = 0;$$

da aber $s_1 + s_2 = s$ ist, so hat man

$$pa_1 + qa_2 + sa_3 = 0$$

Dasselbe würde gelten, wenn noch mehr Kräfte hinzukämen.

Bezeichnet man allgemein eine beliebige Anzahl solcher Kräfte mit $p_1\ p_2\ p_3 \ldots .$, ihre Hebelarme mit $a_1\ a_2\ a_3 \ldots .$, so hat man als Bedingung des Gleichgewichtes

$$p_1a_1 + p_2a_2 + p_3a_3 + \ldots . = 0$$

d. h. Kräfte, welche in verschiedenen Punkten angreifen, sind im Gleichgewichte, wenn die algebraische Summe ihrer statischen Momente gleich Null ist.

Soll irgend eine dieser Kräfte den übrigen das Gleichgewicht halten, so muß ihr statisches Moment der Summe der statischen Momente aller übrigen gleich und entgegengesetzt sein. Bezeichnet man diese Kraft mit p und ihren Hebelarm mit a, so muß sein

$$p\,a = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \ldots .$$

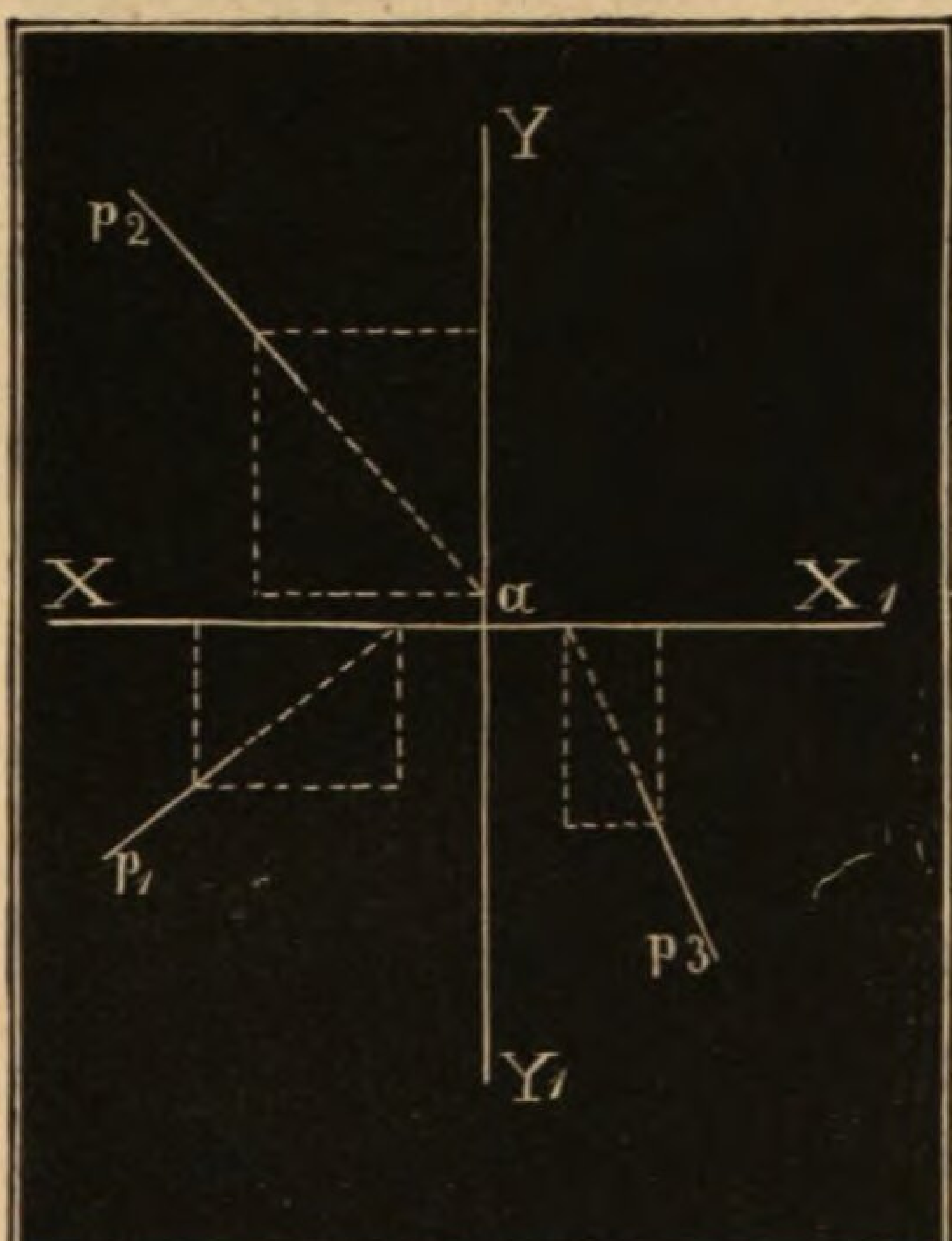
Da aber offenbar p die Resultante aus allen übrigen Kräften ist, so heißt dieses: das statische Moment der Resultante ist gleich der algebraischen Summe der statischen Momente der Componenten.

Für parallele Kräfte muß sein

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots .$$

d. h. die Resultante paralleler Kräfte ist gleich der algebraischen Summe derselben.

Fig. 6.



Wirkt in einer Ebene eine beliebige Anzahl von Kräften $p_1\ p_2\ p_3 \ldots$, Fig. 6, welche alle verschiedene Angriffspunkte haben, so nehme man zwei senkrechte Axen XX_1 und YY_1, verlege die Angriffspunkte der Kräfte nach diesen Axen und zerlege die Kräfte sodann parallel zu den Axen. Bezeichnet man die Winkel, welche die Kräfte mit der XAxe machen, mit $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3 \ldots$, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$p_1 \cos\alpha_1 + p_2 \cos\alpha_2 + \ldots = 0$$
$$p_1 \sin\alpha_1 + p_2 \sin\alpha_2 + \ldots = 0$$

Bezeichnet man die Resultante aus diesen Kräften mit r, so ist

$$r = \sqrt{[S(p \sin \alpha)]^2 + [S(p \cos \alpha)]^2}$$

Macht die Resultante mit der XAxe den Winkel φ, so wird ihre Richtung bestimmt durch

$$\tan \varphi = \frac{S(p \sin \alpha)}{S(p \cos \alpha)}$$

Sind die Hebelarme der Kräfte in Beziehung auf den Anfangspunkt der Coordinatenaxen beziehungsweise $a_1\ a_2\ a_3 \ldots$ und bezeichnet man den Hebelarm der Resultante mit a, so ist

$$ra = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \ldots .$$

$$a = \frac{p_1 a_1 + p_2 a_2 + \ldots .}{r}$$

Man findet also den Hebelarm der Resultante, wenn man die Summe der statischen Momente der Kräfte durch die Resultante dividirt.

Sind die Kräfte parallel, so ist

$$r = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots .$$

daher

$$a = \frac{p_1 a_1 + p_2 a_2 + \ldots .}{p_1 + p_2 + \ldots .}$$

Wenn zwei parallele Kräfte in verschiedenen Punkten angreifen, wenn sie rücksichtlich ihrer Größe einander gleich und rücksichtlich ihrer Richung einander entgegengesetzt sind, so werden sie ein **Kräftepaar** genannt.

Ein solches Kräftepaar kann für sich nie im Gleichgewichte sein, es wird stets eine Drehung bewirken. Bezeichnet man die Kräfte mit $+p$ und $-p$, wo die Vorzeichen die entgegengesetzte Richtung andeuten, so ist, zufolge der obigen Bedingungsgleichungen, die Resultante

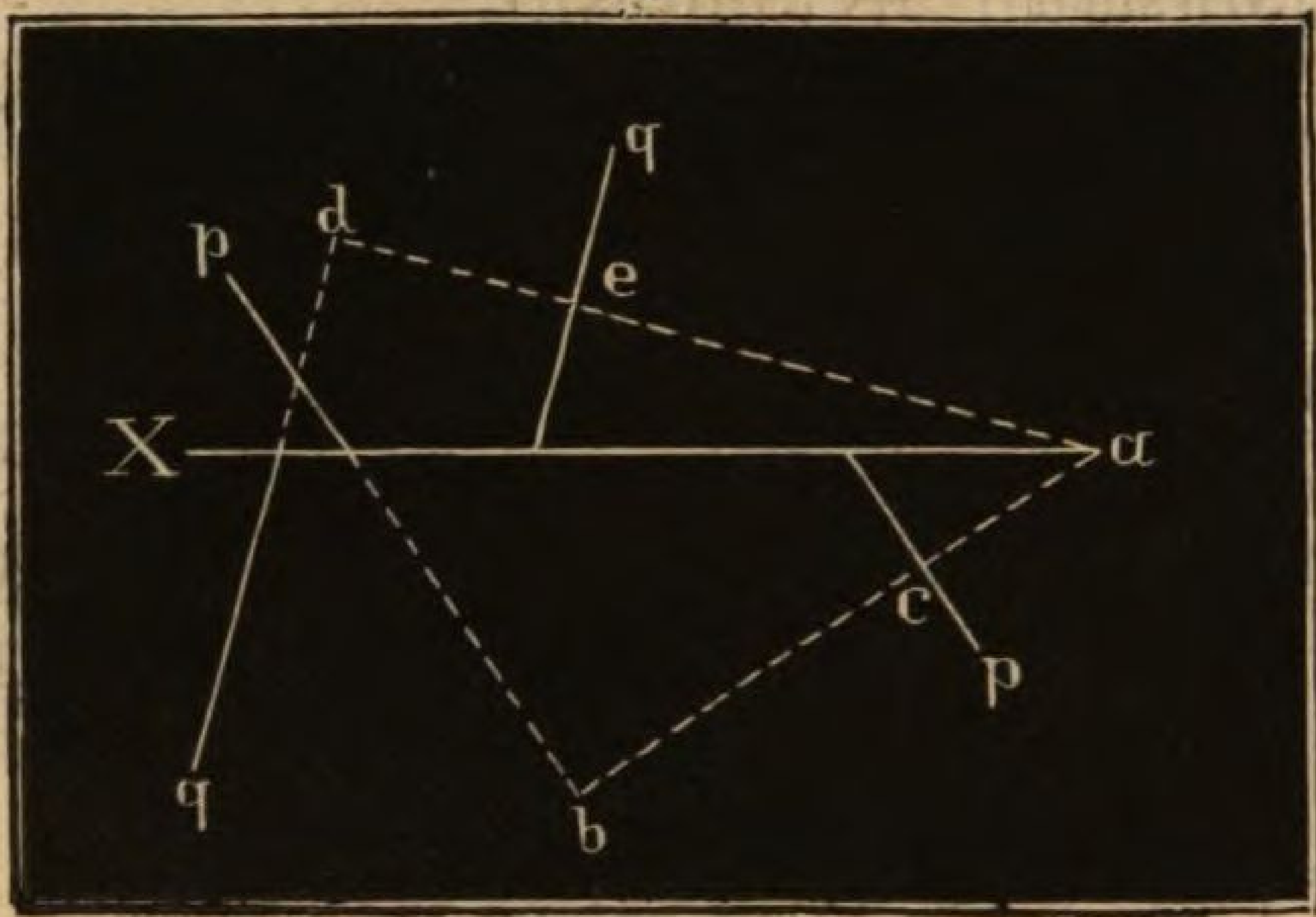
$$p - p = 0$$

und folglich der Hebelarm derselben unendlich groß.

Es hat daher ein solches Kräftepaar keine Resultante, mithin gibt es auch keine dritte Kraft, welche dem Kräftepaare das Gleichgewicht zu halten vermöchte.

Hat man aber in derselben Ebene zwei Kräftepaare p, — p und q, — q, Fig. 7, deren Angriffspunkte, sämmtlich fest mit einander verbunden sind, bezieht man ihre Momente auf den Punkt a, bezeichnet man ab mit a_1, bc mit b_1, ad mit a_2, de mit b_2, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

Fig. 7.



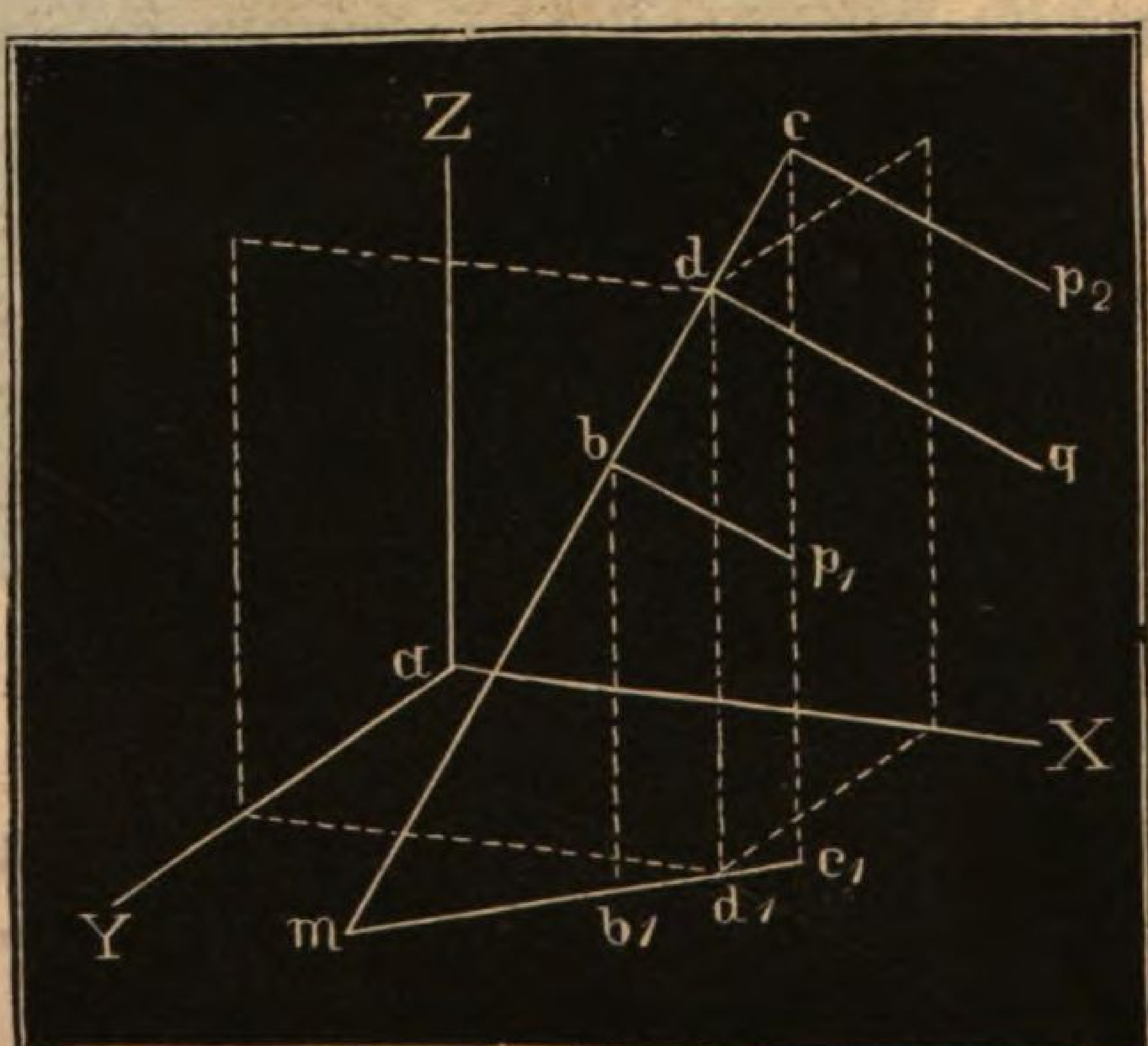
$$pa_1 - p(a_1 - b_1) - qa_1 + q(a_2 - b_2) = 0$$
$$pb_1 - qb_2 = 0$$
$$pb_1 = qb_2$$

d. h. zwei Kräftepaare sind im Gleichgewichte, wenn die Producte aus jeder Kraft in ihren Abstand von der Gegenkraft bei beiden Kräftepaaren gleich sind.

Liegen die Kräfte in mehr als einer Ebene und sind sie parallel, so verbinde man erst zwei, welche stets in derselben Ebene liegen, sodann verbinde man die gefundene Resultante mit einer dritten Kraft u. s. f. Die letzte Resultante ist die des ganzen Systems.

Sind p_1 p_2, Fig. 8, zwei parallele Kräfte, welche in den Punkten b und c angreifen, so nehme man drei rechtwinkelig sich schneidende Coordinatenebenen XY, XZ und YZ, ziehe die gerade Linie bc senkrecht auf die Richtungen der Kräfte p_1 und p_2 und verlängere sie, bis

Fig. 8.



sie eine der Coordinatenebenen, z. B. die XYEbene im Punkte m trifft. Auf diesen Punkt beziehe man die Momente der Kräfte p_1 p_2 und ihrer Resultante q. Bezeichnet man den Angriffspunkt von q mit d, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$q.md = p_1 mb + p_2 mc$$

weil aber $q = p_1 + p_2$ ist, so hat man auch

$$(p_1 + p_2)\, md = p_1 mb + p_2 mc$$

Sind nun bb_1 cc_1 und dd_1 die senkrechten Abstände der Angriffspunkte der Kräfte p_1 und p_2 und ihrer Resultante q von der XYEbene, so folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke bmb_1 cmc_1 und dmd_1

$$mb : mc : md = bb_1 : cc_1 : dd_1$$

mithin ist auch

$$(p_1 + p_2)\, dd_1 = p_1 bb_1 + p_2 cc_1$$

Bezeichnet man bb_1 mit z_1, cc_1 mit z_2 und dd_1 mit w_1, so ist

$$(p_1 + p_2) w_1 = p_1 z_1 + p_2 z_2$$

Verbindet man mit der so gefundenen Resultante eine dritte Kraft p_3, bezeichnet den senkrechten Abstand ihres Angriffspunktes von der XYEbene mit z_3 und den senkrechten Abstand des Angriffspunktes der hieraus hervorgehenden Resultante von derselben Ebene mit w_2, so ist auch

$$(p_1 + p_2 + p_3) w_2 = (p_1 + p_2) w_1 + p_3 z_3$$

$$(p_1 + p_2 + p_3) w_2 = p_1 z_1 + p_2 z_2 + p_3 z_3$$

Fährt man in der angegebenen Weise fort, so erhält man für eine beliebige Anzahl von Kräften, wenn man mit z den senkrechten Abstand des Angriffspunktes ihrer gemeinschaftlichen Resultante von der XYEbene bezeichnet,

$$(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots) z = p_1 z_1 + p_2 z_2 + p_3 z_3 + \ldots.$$

woraus

$$z = \frac{p_1 z_1 + p_2 z_2 + p_3 z_3 + \ldots.}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots.}$$

Auf diese Weise ist die eine der Coordinaten des Angriffspunktes der Resultante aus dem ganzen Systeme der parallelen Kräfte bestimmt.

Bezeichnet man die Abstände der Angriffspunkte der Kräfte von der XZEbene mit $y_1\ y_2 \ldots$, von der YZEbene mit $x_1\ x_2 \ldots$, so wie die Abstände des Angriffspunktes der Resultante von diesen Ebenen beziehungsweise mit y und x, so ist

$$y = \frac{p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + \ldots}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots}$$

$$x = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + \ldots}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots}$$

Somit ist die Lage des Angriffspunktes der Resultante vollkommen bestimmt. Die Größe der Resultante folgt aus der Gleichung

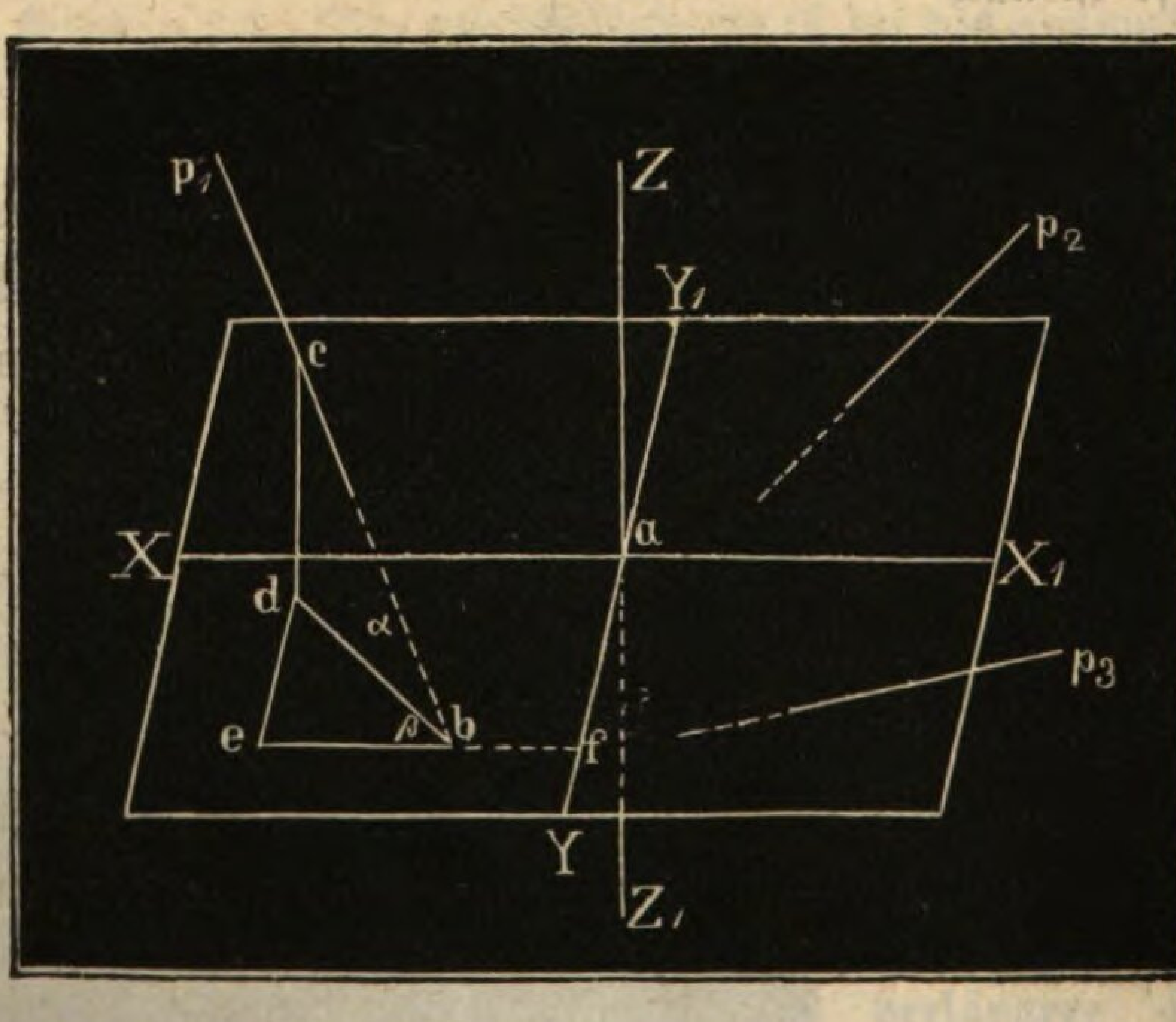
$$r = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$$

Da in dem Vorstehenden die Winkel, welche die Richtungen der Kräfte und ihrer Resultante mit den Coordinatenebenen machen, nicht berücksichtigt zu werden brauchten, indem sie einflußlos sind; so folgt hieraus, daß die Kräfte sich um ihre Angriffspunkte drehen können, ohne daß der Angriffspunkt der Resultante sich ändert, wenn nur die Kräfte bei dieser Drehung fortwährend parallel bleiben.

Wegen dieser Eigenschaft nennt man den Angriffspunkt der Resultante auch den Mittelpunkt der parallelen Kräfte.

Haben die Kräfte $p_1\ p_2\ p_3 \ldots$ beliebige Richtungen im Raume, so nehme man eine Ebene, Fig. 9, verlege die Angriffspunkte

Fig. 9.



sämmtlicher Kräfte in diese Ebene und zerlege die Kräfte so, daß eine Componente auf der Ebene senkrecht steht, die andere in die Ebene hineinfällt. Machen die Richtungen der Kräfte mit der Ebene die Winkel α_1 α_2 α_3 ...., so sind die auf der Ebene senkrecht stehenden Componenten

$$p_1 \sin\alpha_1,\ p_2 \sin\alpha_2,\ \ldots.;$$

die in die Ebene hineinfallenden Componenten

$$p_1 \cos\alpha_1,\ p_2 \cos\alpha_2,\ \ldots.$$

In der Figur ist z. B. $cd = p_1 \sin\alpha_1$ die auf der Ebene senkrechte Componente; $db = p_1 \cos\alpha_1$ die in die Ebene hineinfallende Componente der Kraft p_1.

Die in der Ebene liegenden Componenten zerlege man wieder nach zwei auf einander senkrechten Richtungen XX_1 und YY_1. Bezeichnet man die Winkel, welche diese Componenten mit der Linie XX_1 machen, mit β_1 β_2 ...., so erhält man in der Richtung XX_1 die Componenten

$$p_1 \cos\alpha_1 \cos\beta_1,\ p_2 \cos\alpha_2 \cos\beta_2\ \ldots.;$$

in der Richtung YY_1 erhält man die Componenten

$$p_1 \cos\alpha_1 \sin\beta_1,\ p_2 \cos\alpha_2 \sin\beta_2\ \ldots.$$

In der Figur ist $be = p_1 \cos\alpha_1 \cos\beta_1$ und $de = p_1 \cos\alpha_1 \sin\beta_1$.

Man hat daher rücksichtlich der fortschreitenden Bewegung folgende Bedingungen des Gleichgewichtes:

$$p_1 \sin\alpha_1 + p_2 \sin\alpha_2 + \ldots. = 0$$

für die Richtung ZZ_1;

$$p_1 \cos\alpha_1 \cos\beta_1 + p_2 \cos\alpha_2 \cos\beta_2 + \ldots. = 0$$

für die Richtung XX_1;

$$p_1 \cos\alpha_1 \sin\beta_1 + p_2 \cos\alpha_2 \sin\beta_2 + \ldots. = 0$$

für die Richtung YY_1.

Bezieht man die Momente der Kräfte auf den Punkt a und bezeichnet die Abstände ihrer Angriffspunkte von der Linie XX_1 mit x_1 x_2 ...., so wie die Abstände ihrer Angriffspunkte von der Linie YY_1 mit y_1 y_2 ...., so daß z. B. in der Figur $af = x_1$, $bf = y_1$ ist, so hat man als Bedingungen des Gleichgewichtes rücksichtlich der drehenden Bewegung:

$$x_1p_1 \sin\alpha_1 + x_2p_2 \sin\alpha_2 + \ldots . = 0$$
$$y_1p_1 \sin\alpha_1 + y_2p_2 \sin\alpha_2 + \ldots . = 0$$
$$x_1p_1 \cos\alpha_1 \cos\beta_1 + x_2p_2 \cos\alpha_2 \cos\beta_2 + \ldots . = 0$$
$$y_1p_1 \cos\alpha_1 \sin\beta_1 + y_2p_2 \cos\alpha_2 \sin\beta_2 + \ldots . = 0$$

---

2. Vom Gleichgewichte rücksichtlich der Schwere.

a. Von der Schwere im Allgemeinen.

Die Schwere ist diejenige Eigenschaft der Körper, vermöge welcher sie das Bestreben haben, nach dem Mittelpunkte der Erde hin zu fallen. Die Ursache dieser Erscheinung ist die allgemeine Massenanziehung oder Gravitation. Sie ist dem Producte der Massen zweier Körper direct und dem Quadrate ihrer Enfernung umgekehrt proportional.

Bezeichnet man mit m und m_1 die Massen und mit r die Entfernung zweier Körper, so ist

$$\frac{mm_1}{r^2}$$

der Ausdruck für die Kraft, mit welcher sie sich anziehen.

Wird ein Körper durch einen andern am Fallen verhindert, so übt er auf diesen einen Druck aus. Dieser Druck wird mit dem Namen Gewicht bezeichnet.

Ist die Intensität der von der Erde ausgehenden Anziehung für die Einheit der Masse g, so ist

$$p = mg$$

wenn p das Gewicht und m die Masse eines Körpers bezeichnet. Es ist daher das Gewicht eines Körpers seiner Masse direct proportional.

Das Gewicht dient deßhalb auch als Maß der Masse, indem man irgend ein Gewicht als Einheit annimmt. In Frankreich ist das Gramm die Gewichtseinheit. Das Gramm aber ist das Gewicht von einem Kubikcentimeter Wasser bei ungefähr $+ 4^0$ C., wo es im Zustande seiner größten Dichte sich befindet. Ein Centi-

meter ist $^1/_{100}$ Meter und ein Meter ist $^1/_{10000000}$ des Erdquadranten.

Das preußische Pfund bezieht sich auch auf das Gewicht des Wassers, indem ein preußischer Kubikfuß Wasser bei 15° R. im luftleeren Raume 66 preußische Pfunde wiegt.

Verglichen mit dem französischen Gewichte ist:

in Baden und Hessen	1 Pfund	=	0,5 K°
in Baiern und Oestreich	„	„ =	0,56 K°
in Preußen, Hannover, Würtemberg und Braunschweig	„	„ =	0,4677 K°
in Sachsen	„	„ =	0,4674 „

Das Verhältniß der Masse eines Körpers zu seinem räumlichen Inhalte oder Volumen nennt man seine Dichtigkeit oder Dichte. Bezeichnet man die Dichtigkeit mit d, die Masse mit m und das Volumen mit v, so ist

$$d = \frac{m}{v}$$

Es ist daher die Dichtigkeit der Masse direct und dem Volumen umgekehrt proportional.

Ist für einen andern Körper

$$d_1 = \frac{m_1}{v_1}$$

so ist

$$d : d_1 = \frac{m}{v} : \frac{m_1}{v_1}$$

Ist $m = m_1$, so ist

$$d : d_1 = v_1 : v$$

d. h. bei gleichen Massen verhalten sich die Dichtigkeiten umgekehrt wie die Volumina.

Ist $v = v_1$, so ist

$$d : d_1 = m : m_1$$

d. h. bei gleichem Volumen verhalten sich die Dichtigkeiten wie die Massen.

Da aber auch

$$p : p_1 = m : m_1$$

so ist

$$d : d_1 = p : p_1$$

d. h. die Dichtigkeiten verhalten sich bei gleichem Volumen wie die Gewichte. Es läßt sich daher die Dichtigkeit durch das Gewicht bestimmen.

Ist $d = d_1$, so ist

$$m : m_1 = v : v_1 = p : p_1$$

d. h. bei gleicher Dichte verhalten sich die Massen und die Gewichte wie die Volumina.

Die Dichtigkeit ist nun auch die Ursache, weßhalb verschiedenartige Körper bei gleichem Volumen verschiedene Gewichte haben. Diese verschiedenen Gewichte bei gleichem Volumen, welche das relative Verhältniß der Dichtigkeiten angeben, nennt man die specifischen Gewichte. Sie sind den Dichtigkeiten proportional. Bezeichnet man sie mit s und s_1, so ist

$$s : s_1 = d : d_1$$

und folglich unter Voraussetzung gleicher Volumina

$$s : s_1 = p : p_1$$

d. h. die specifischen Gewichte verhalten sich bei gleichem Volumen wie die absoluten Gewichte. Aus vorstehender Proportion folgt aber

$$s = \frac{p}{p_1} s_1$$

Setzt man daher $s_1 = 1$, d. h. nimmt man das specifische Gewicht irgend eines Körpers als Einheit an, so kann man die specifischen Gewichte aller andern bestimmen, wenn man ihre absoluten Gewichte durch das absolute Gewicht desjenigen Körpers bei gleichem Volumen dividirt, dessen specifisches Gewicht man als Einheit angenommen hat.

Man hat hierzu das destillirte Wasser, bei ungefähr 4° C., wo es seine größte Dichte hat, angenommen.

Die Methoden, nach welchen die specifischen Gewichte sich bestimmen lassen, können erst später entwickelt werden.

b. Vom Schwerpunkte.

Die Richtung, in welcher die Erdschwere wirkt, fällt überall mit dem Halbmesser derselben zusammen. Wir nennen diese Richtung auf der Erdoberfläche senkrecht oder vertikal. Da nun die Erde nahe eine Kugel ist, so müssen sich die Richtungen, in welchen zwei Körper an verschiedenen Orten auf der Erde angezogen werden, in ihrem Mittelpunkte schneiden. Für kleine Entfernungen kann man aber, wegen der Größe des Erdhalbmessers, diese Richtungen als parallel ansehen.

Da nun die Ausdehnung eines jeden festen Körpers dem Erdhalbmesser gegenüber verschwindend klein ist, so können die Richtungen, in welchen die Schwere auf seine Theile wirkt, ebenfalls als parallel angesehen werden. Der gemeinschaftliche Mittelpunkt dieser parallelen Kräfte wird der Schwerpunkt des Körpers genannt, weil man sich vorstellen kann, daß das ganze Gewicht des Körpers darin vereinigt ist. Es ist daher der Schwerpunkt der Angriffspunkt der Schwerkraft.

Jede durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende gerade Linie heißt Schwerlinie und jede durch den Schwerpunkt gehende Ebene heißt Schwerebene.

Wird ein Körper in seinem Schwerpunkte unterstützt, so ist er in allen Lagen im Gleichgewichte. Man nennt dieses Gleichgewicht das indifferente.

Wird ein Körper nicht in seinem Schwerpunkte unterstützt, so kann er nur dann rücksichtlich der Schwere im Gleichgewichte sein, wenn sein Unterstützungspunkt mit seinem Schwerpunkte in einer vertikalen geraden Linie liegt. Befindet sich hierbei der Unterstützungspunkt über dem Schwerpunkte, so nennt man das Gleichgewicht stabil, weil nach jeder Störung desselben der Körper wieder in seine Gleichgewichtslage zurückkehrt. Befindet sich der Unterstützungspunkt unter dem Schwerpunkte, so nennt man das Gleichgewicht labil, weil nach einer Störung desselben der Körper nicht wieder in diese Gleichgewichtslage zurückkehrt.

Hängt man einen Körper an einem Faden auf, so gibt dieser die Richtung an, in welcher die Schwere wirkt, und seine Verlängerung muß durch den Schwerpunkt des Körpers gehen, also eine Schwerlinie sein. Hängt man hierauf den Körper in einem andern Punkte auf, so erhält man eine zweite Schwerlinie. Der Durchschnittspunkt dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt des Körpers. Durch dieses praktische Verfahren kann man in manchen Fällen den Schwerpunkt eines Körpers bestimmen, jedoch bleibt eine solche Bestimmung immer mangelhaft.

Bezieht man die Theile eines schweren Körpers auf ein rechtwinkeliges Coordinatensystem, bezeichnet die Coordinaten mit x_1 $x_2 \ldots y_1$ $y_2 \ldots z_1$ $z_2 \ldots$; die Gewichte, welches hier die Kräfte sind, mit p_1 $p_2 \ldots$, so wie die Coordinaten des Schwerpunktes mit x y z, so ist

$$x = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots}{p_1 + p_2 + \ldots}$$

$$y = \frac{p_1 y_1 + p_2 y_2 + \ldots}{p_1 + p_2 + \ldots}$$

$$z = \frac{p_1 z_1 + p_2 z_2 + \ldots}{p_1 + p_2 + \ldots}$$

Da sich aber bei gleicher Dichte die Gewichte wie die Volumina verhalten, so ist, wenn man die Volumina mit v_1 $v_2 \ldots$ bezeichnet,

$$x = \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + \ldots}{v_1 + v_2 + \ldots}$$

$$y = \frac{v_1 y_1 + v_2 y_2 + \ldots}{v_1 + v_2 + \ldots}$$

$$z = \frac{v_1 z_1 + v_2 z_2 + \ldots}{v_1 + v_2 + \ldots}$$

Bei Körpern, welche eine regelmäßige geometrische Form haben, und von gleicher materieller Beschaffenheit sind, fällt der Schwerpunkt mit dem geometrischen Mittelpunkte zusammen; bei solchen, welche eine symmetrische Gestalt haben, liegt er in der Axe oder der Ebene der Symmetrie.

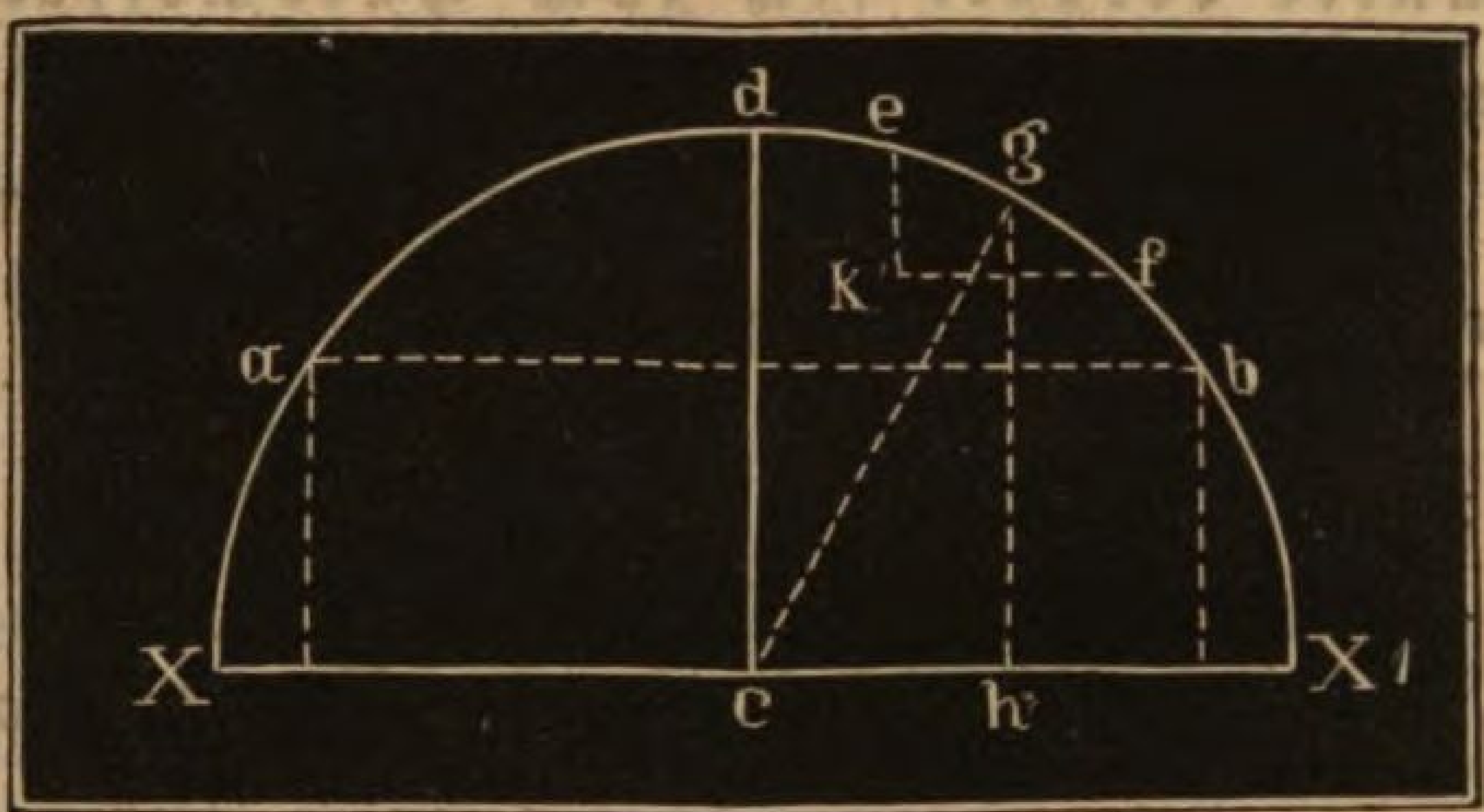
Schwerpunkt gerader Linien.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt im Halbirungspunkte derselben.

Schwerpunkt eines Kreisbogens.

Da der Halbmesser cd, Fig. 10, den Bogen ab in zwei Hälften theilt, mithin Axe der Symmetrie ist, so liegt in diesem Halbmesser der gesuchte Schwerpunkt. Es werde seine Entfernung von c mit x bezeichnet. Man zerlege den Bogen in so kleine Elemente, daß jedes ohne merklichen Fehler als eine gerade Linie angesehen werden kann; der Schwerpunkt einer solchen geraden Linie liegt dann in der Mitte derselben. Bezieht man sämmtliche Schwerpunkte auf eine Axe XX_1, welche durch den Mittelpunkt c geht und parallel zur Sehne ab ist, so ist das Moment des Bogenelementes ef; ef. gh. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke cgh und efk folgt aber:

Fig. 10.



$$ef : fk = cg : gh$$

$$ef \, . \, gh = fk \, . \, cg$$

Nun ist cg der Halbmesser des Kreises, welcher mit r bezeichnet werden mag, fk ist die Projection des Bogenelementes parallel zur Sehne. Es ist daher das Moment des Bogenelementes gleich dem Producte aus dem Halbmesser des Kreises und der Projection des Bogenelementes parallel zur Sehne. Das gilt von jedem Bogenelemente. Da nun die Summe der Projectionen sämmtlicher Bogenelemente die Sehne ab selber ist, so ist, wenn man die Sehne mit s bezeichnet, das Moment sämmtlicher Elemente oder des ganzen Bogens = sr. Bezeichnet man den Bogen mit a, so muß sein

$$ax = sr$$

$$x = \frac{sr}{a}$$

Man erhält also den Abstand des Schwerpunktes vom Mittelpunkte, wenn man die Sehne mit dem Halbmesser multiplicirt und das Product durch den Bogen dividirt. Aus der Proportion

$$x : r = s : a$$

folgt: Der Abstand des Schwerpunktes vom Mittelpunkte verhält sich zum Halbmesser, wie die Sehne zum Bogen.

Ist der dem Bogen db zugehörige Centriwinkel α, so ist $s = 2r \sin\alpha$; $a = 2\alpha r$, daher

$$x = \frac{r \sin\alpha}{\alpha}$$

Für den Halbkreis ist $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\sin\alpha = 1$, daher

$$x = \frac{2r}{\pi} = 0{,}6366 \ldots r$$

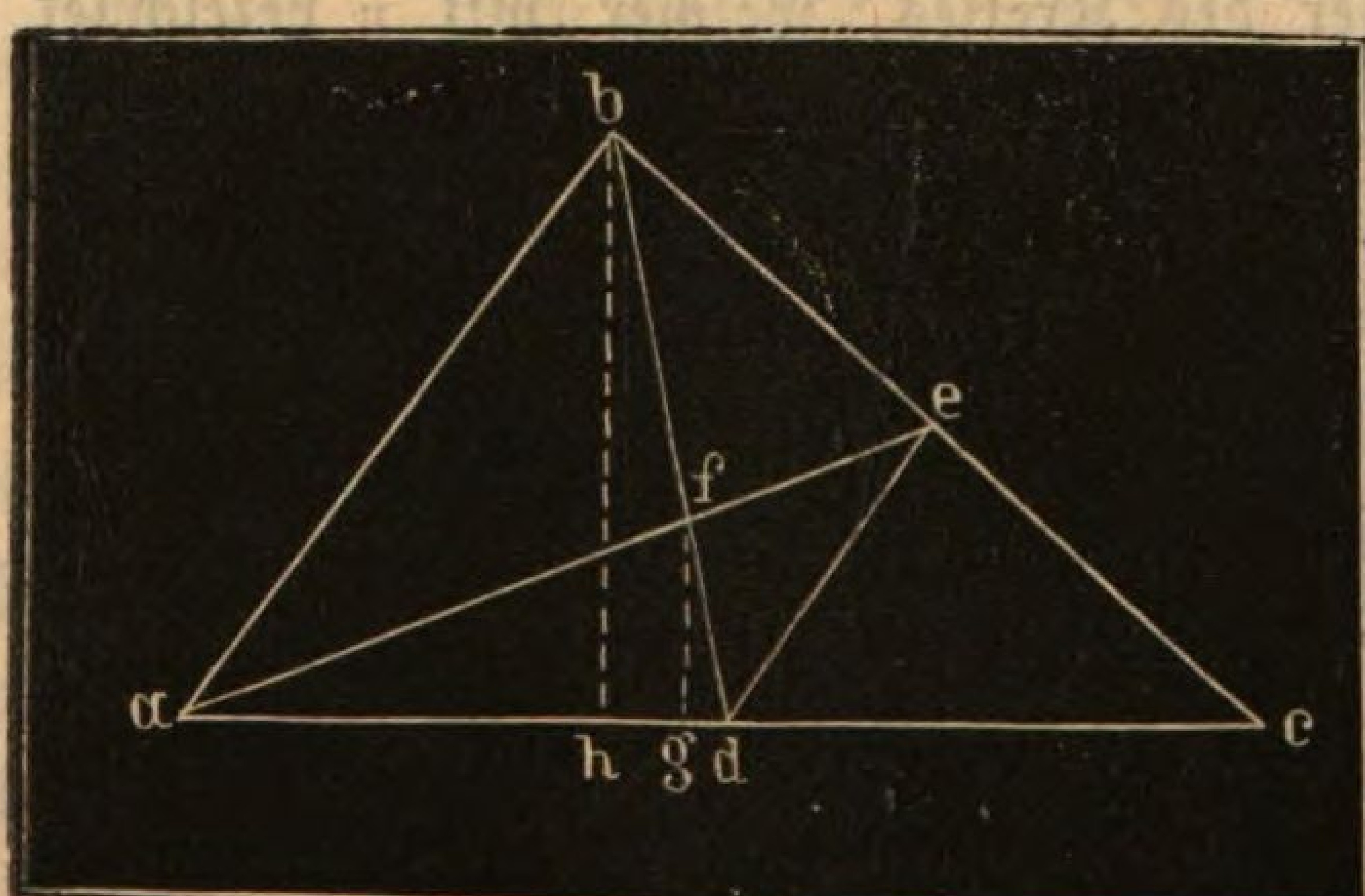
Für die ganze Kreislinie ist $\sin\alpha = 0$, daher auch

$$x = 0$$

d. h. der Schwerpunkt der Kreislinie liegt im Mittelpunkte des Kreises.

Schwerpunkt eines Dreiecks.

Fig. 11.



Den Schwerpunkt eines Dreiecks, Fig. 11, findet man, wenn man zwei Seiten halbirt und nach den gegenüberliegenden Winkelspitzen gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt derselben ist der Schwerpunkt.

Da jede dieser Linien das Dreieck in zwei gleiche Theile theilt, so ist jede eine Schwerlinie und folglich ihr Durchschnittspunkt der Schwerpunkt.

Zieht man de, so ist de || ab und also auch de = $\frac{1}{2}$ab, so wie

$$bf : df = ab : de = 2 : 1$$

daher

$$bd : fd = 3 : 1$$
$$fd = \frac{1}{3}bd$$

d. h. der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt um $\frac{1}{3}$ einer Schwerlinie von der Seite entfernt. Zieht man bh und fg senkrecht auf ac, so ist auch

$$bd : fd = bh : fg = 3 : 1$$
$$fg = \frac{1}{3}bh$$

d. h. der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt um $\frac{1}{3}$ seiner Höhe von der Grundlinie entfernt.

Schwerpunkt eines Parallelogramms.

Der Schwerpunkt eines Parallelogramms ist der Durchschnittspunkt seiner Diagonalen. Da jede Diagonale das Parallelogramm in zwei congruente Dreiecke theilt, so ist jede eine Schwerlinie und mithin ihr Durchschnittspunkt der Schwerpunkt.

Schwerpunkt eines beliebigen Vierecks.

Den Schwerpunkt eines beliebigen Vierecks findet man, wenn man es in zwei Dreiecke zerlegt, für jedes den Schwerpunkt bestimmt und beide Schwerpunkte durch eine gerade Linie verbindet, auf welcher der Schwerpunkt des Vierecks liegen muß. Unter der Voraussetzung gleicher materieller Beschaffenheit ist das Gewicht eines jeden Dreiecks seiner Fläche proportional. Bezeichnet man die Fläche des einen mit f, die des andern mit f_1 und den Abstand beider Schwerpunkte mit a, so ist, wenn man die Entfernung des gesuchten Schwerpunktes von dem Schwerpunkte des einen Dreiecks mit x bezeichnet, seine Entfernung von dem andern a — x, daher für die Bedingung des Gleichgewichtes:

$$xf = (a - x) f_1$$

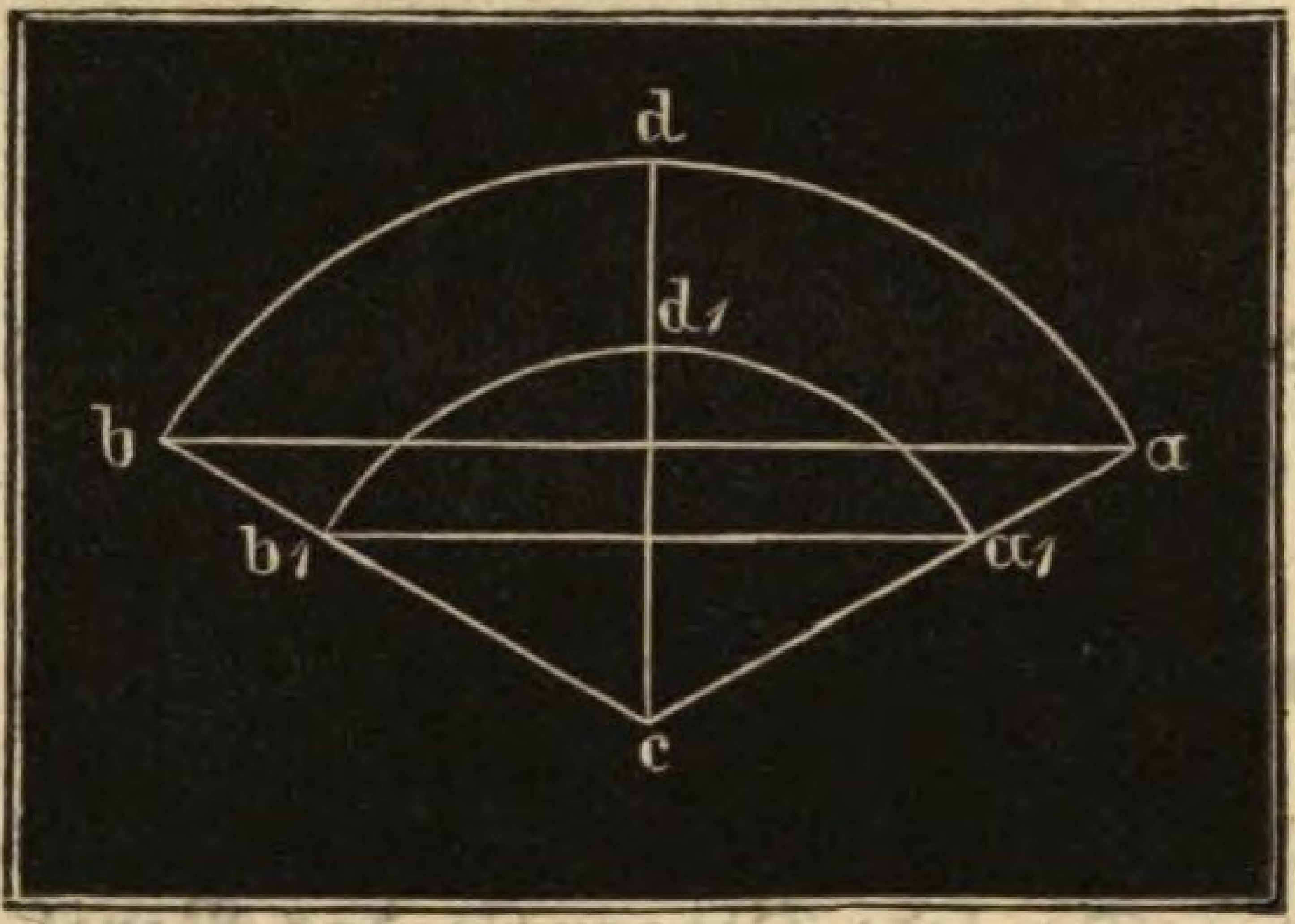
$$x = \frac{af_1}{f + f_1}$$

Auf gleiche Weise kann man den Schwerpunkt eines beliebigen Vielecks finden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und je zwei mit einander verbindet.

Schwerpunkt eines Kreisausschnittes.

Man kann sich den Kreisausschnitt acbd, Fig. 12, in eine sehr große Anzahl kleiner Dreiecke zerlegt denken, deren Spitzen sämmtlich in c, dem Mittelpunkte des Kreises liegen. Die Schwerpunkte sämmtlicher Dreiecke liegen um zwei Drittel des Halbmessers von c entfernt und ihre stetige Folge bildet den schweren Kreisbogen $a_1 d_1 b_1$. Bezeichnet man den diesem Bogen zugehörigen Halbmesser ca_1 mit ϱ, so ist der Abstand des Schwerpunktes dieses Bogens vom Mittelpunkte

Fig. 12.



$$x = \frac{s\varrho}{a}$$

da aber $\varrho = {}^2/_3 r$ ist, so hat man

$$x = \frac{2}{3} \frac{sr}{a}$$

oder wenn man den Winkel acd $= \alpha$ einführt,

$$x = \frac{2}{3} . r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Für den Halbkreis hat man dann

$$x = \frac{4}{3} \frac{r}{\pi}$$

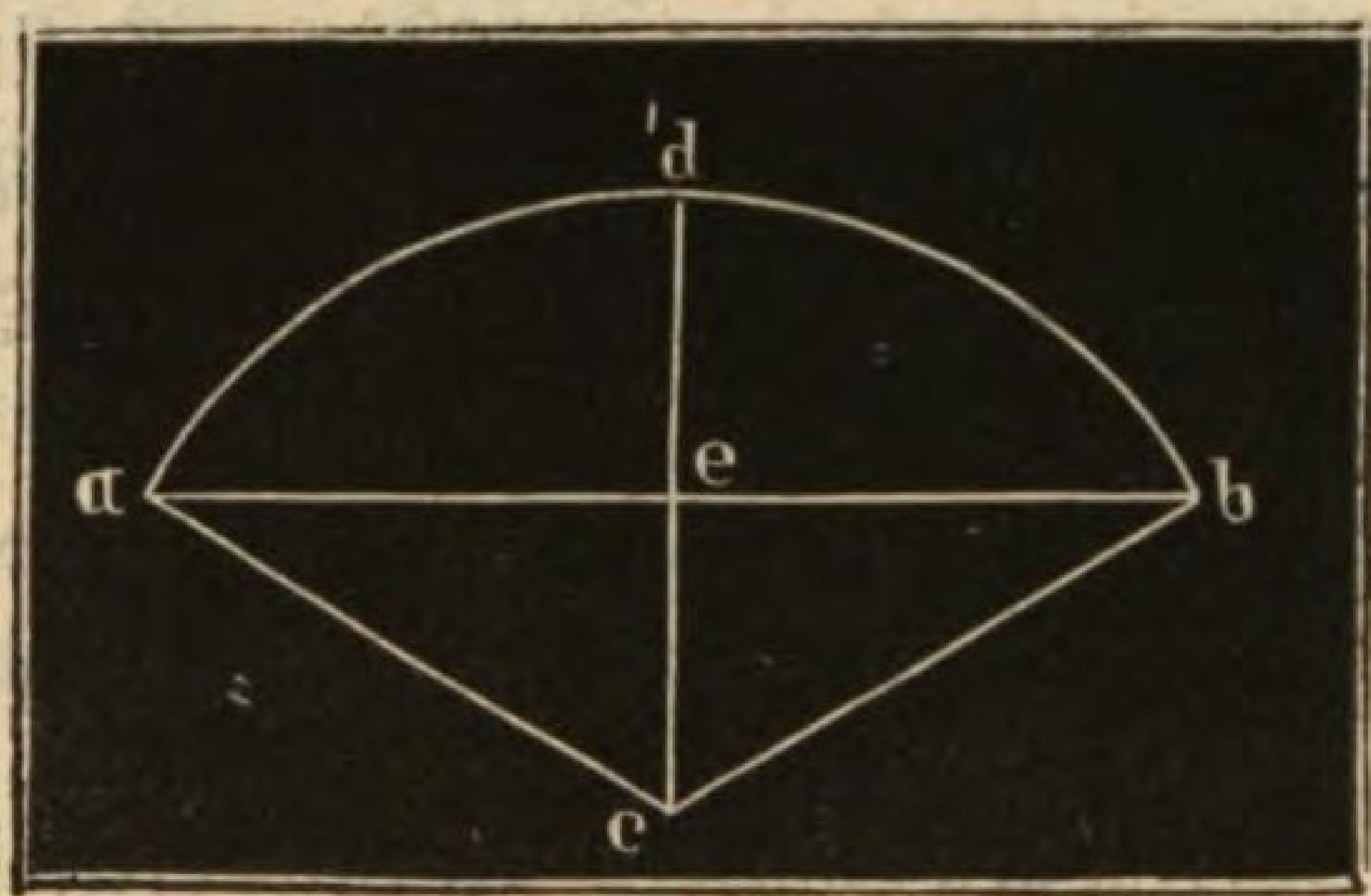
so wie für den ganzen Kreis

$$x = o$$

Schwerpunkt eines Kreisabschnittes.

Den Schwerpunkt eines Kreisabschnittes abd, Fig. 13, findet man, wenn man das Moment des Dreiecks abc vom Momente des Ausschnittes acbd subtrahirt. Das Moment des Ausschnittes ist $\frac{2}{3} \frac{sr}{a} . \frac{ar}{2} = \frac{sr^2}{3}$; das Moment des Dreiecks ist $\frac{2}{3} . ec . \frac{s . ec}{2} = \frac{s . ec^2}{3}$. Bezeichnet man nun den Flächeninhalt des Abschnittes mit f und den Abstand seines Schwerpunktes von c mit x, so ist

Fig. 13.



$$x . f = \frac{s(r^2 - ec^2)}{3}$$

Es ist aber $ec^2 = r^2 - \frac{s^2}{4}$

daher

$$xf = \frac{s^3}{12}; \; x = \frac{s^3}{12f}$$

Für den Halbkreis ist $s = 2r$ und $f = \frac{r^2\pi}{2}$ daher

$$x = \frac{4r}{3\pi}$$

Schwerpunkt eines Prisma's.

Der Schwerpunkt eines Prisma's liegt im Mittelpunkte derjenigen geraden Linie, welche die Schwerpunkte beider Grundflächen mit einander verbindet. Denn denkt man sich das Prisma in lauter congruente Scheiben zerlegt, so bildet die stetige Folge der Schwerpunkte derselben eine schwere Linie, welche ihren Schwerpunkt im Halbirungspunkte hat.

Mit diesem Schwerpunkte fällt auch der Schwerpunkt der Oberfläche eines Prisma's zusammen.

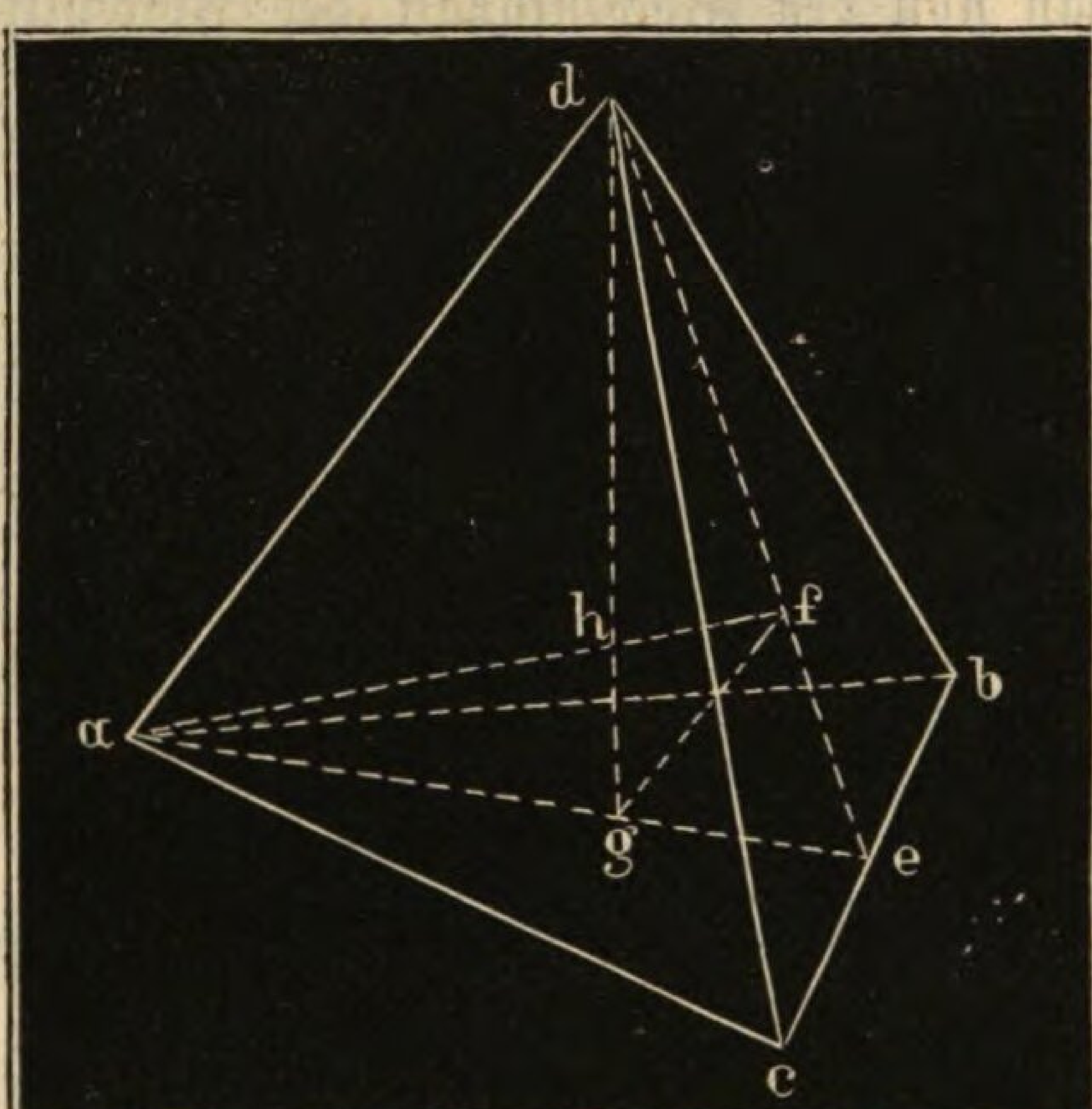
Schwerpunkt eines Cylinders.

Der Schwerpunkt eines Cylinders liegt im Mittelpunkte seiner Axe. Denn man kann sich den Cylinder als ein Prisma von unendlich vielen Seiten vorstellen. Mit diesem Schwerpunkte fällt auch der Schwerpunkt der krummen Oberfläche eines Cylinders zusammen.

Schwerpunkt einer Pyramide.

Um den Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide abcd, Fig. 14, zu finden, ziehe man die Schwerlinien de und ae, mache ef = $\frac{1}{3}$ de und eg = $\frac{1}{3}$ ae, ziehe dg und af, so ist der Durchschnittspunkt h derselben der gesuchte Schwerpunkt.

Fig. 14.



Zieht man gf, so ist, weil ef = $\frac{1}{3}$de und eg = $\frac{1}{3}$ae auch gf = $\frac{1}{3}$ad und daher

$$ad : gf = dh : hg = 3 : 1$$
$$(dh + hg) : hg = 4 : 1$$
$$dg : hg = 4 : 1$$
$$hg = \frac{1}{4}dg$$

d. h. der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide liegt um $\frac{1}{4}$ von der Grundfläche in derjenigen geraden Linie, welche den Schwerpunkt der Grundfläche mit der Spitze der Pyramide verbindet.

Ist die Pyramide eine vierseitige oder vielseitige, so suche man den Schwerpunkt der Grundfläche und verbinde diesen mit der Spitze, dann liegt der Schwerpunkt in dieser Linie um $1/4$ von der Grundfläche entfernt.

Schwerpunkt eines Kegels.

Da der Kegel als eine Pyramide von unendlich vielen Seiten angesehen werden kann, so liegt der Schwerpunkt eines solchen um $1/4$ von der Basis in derjenigen geraden Linie, welche den Mittelpunkt der Basis mit der Spitze des Kegels verbindet. Mit diesem Schwerpunkte fällt auch der Schwerpunkt des Mantels eines geraden Kegels zusammen.

Der Schwerpunkt einer Kugel liegt im Mittelpunkte derselben.

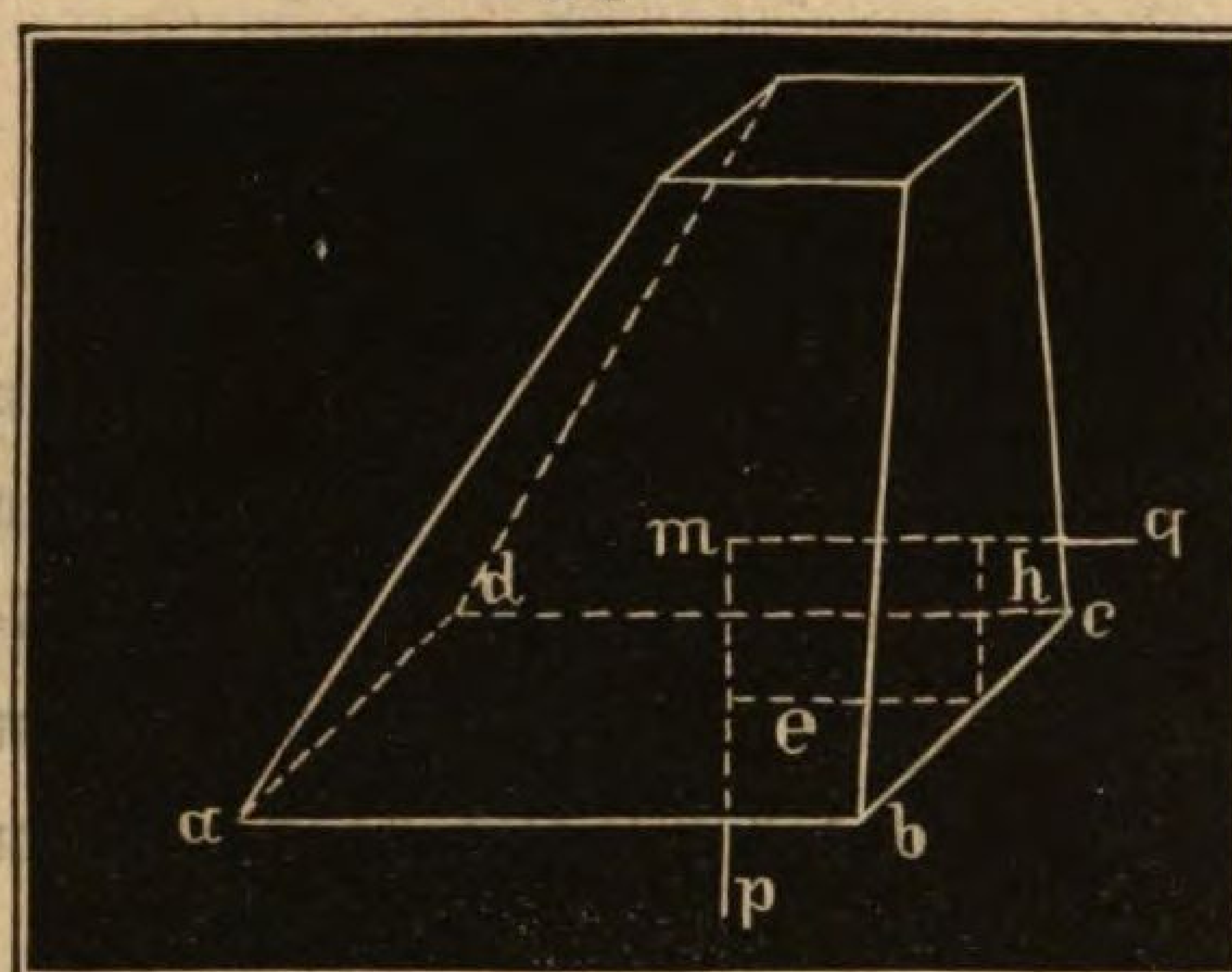
c. Von der Stabilität.

Da ein fester Körper nur dann im Gleichgewichte ist, wenn sein Schwerpunkt und sein Unterstützungspunkt in einer vertikalen geraden Linie liegen, so kann ein auf einer Fläche unterstützter Körper nur dann im Gleichgewichte sein, wenn ein von seinem Schwerpunkte auf die Unterstützungsfläche gefälltes Perpendikel in die Unterstützungsfläche hineinfällt. Fällt ein solches Perpendikel nicht in die Unterstützungsfläche, sondern in ihre Verlängerung, so fällt der Körper nach der Seite hin um, auf welcher das Perpendikel liegt.

Die Festigkeit und Sicherheit, mit welcher ein Körper auf seiner Unterstützungsfläche ruht, wird seine **Stabilität** oder Standfähigkeit genannt. Sie wird ausgedrückt durch eine Kraft, welche den Körper umzustürzen das Bestreben hat. Soll der Körper umgestürzt werden, so muß man ihn um eine Kante drehen. So lange das vom Schwerpunkte gefällte Perpendikel innerhalb der Umdrehungskante liegt, kehrt der Körper in seine Lage zurück, wenn die Kraft zu wirken aufhört; fällt aber das Perpendikel vor die Umdrehungskante, so stürzt der Körper um.

Ist abcd, Fig. 15, die Grundfläche einer abgestumpften Pyramide, m ihr Schwerpunkt und p ihr Gewicht, so wirkt dieses in der Richtung einer durch den Schwerpunkt gehenden Senkrechten. Greift nun in der Höhe h des Schwerpunktes eine Kraft q an, welche die Pyramide um die Kante bc zu drehen sucht und ist der senkrechte Abstand der Schwerlinie von dieser Kante = e, so ist für das Gleichgewicht

Fig. 15.



$$q \cdot h = p \cdot e$$

$$q = p \cdot \frac{e}{h}$$

d. h. die Stabilität eines Körpers ist um so größer, je größer sein Gewicht, je breiter seine Unterstützungsfläche ist und je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

---

3. Vom Gleichgewichte an den einfachen Maschinen.

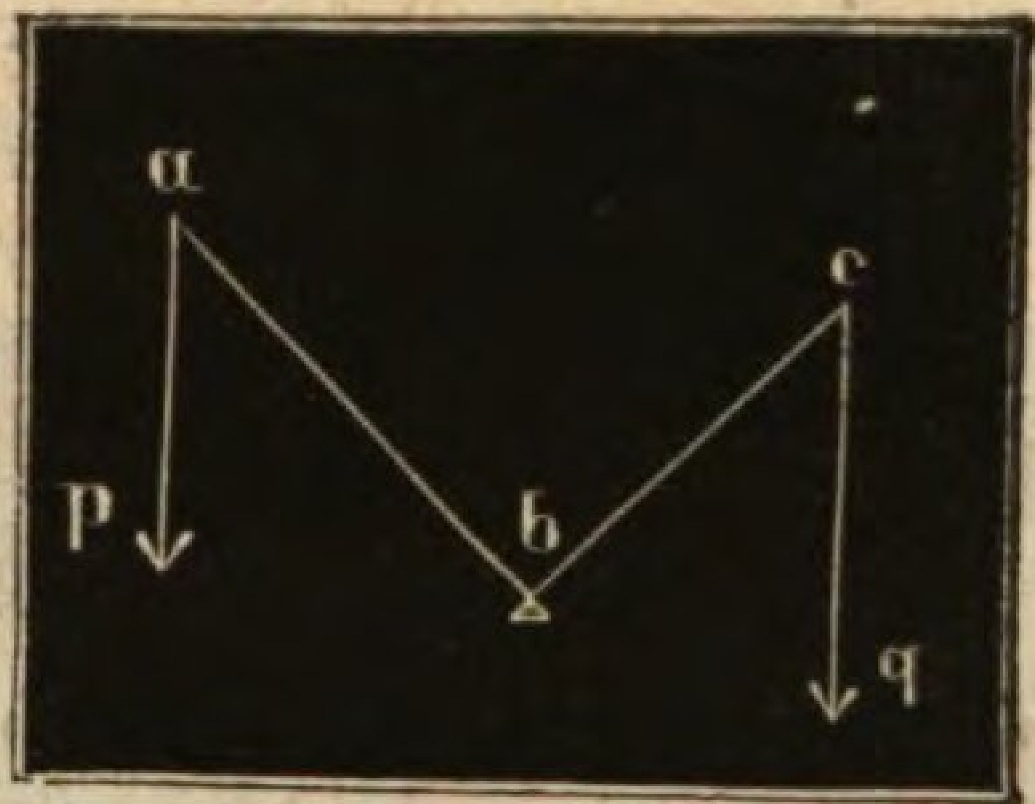
Unter Maschinen versteht man Vorrichtungen, durch die man mit gegebenen Kräften gewisse Wirkungen hervorbringen kann. Man unterscheidet einfache und zusammengesetzte Maschinen. Die einfachen Maschinen sind folgende: der Hebel, das Wellrad, die schiefe Ebene, der Keil, die Schraube, die Seilmaschine, die Rolle. Zusammengesetzte Maschinen sind solche, welche zum Theil aus einfachen Maschinen bestehen.

a. Der Hebel.

Mit dem Namen Hebel kann man jeden festen Körper bezeichnen, der sich um einen festen Punkt oder eine feste Linie drehen

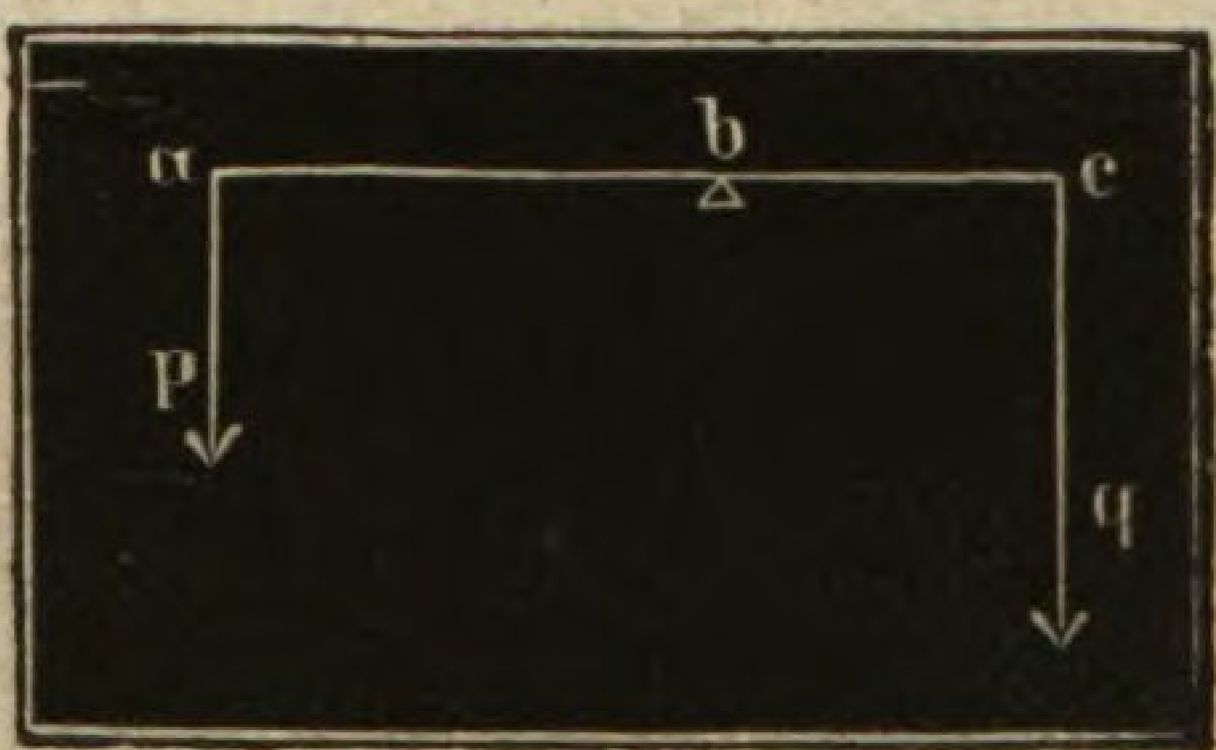
läßt, wenn Kräfte daran wirken, die ihn in entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben. Einen solchen Hebel nennt man einen materiellen oder zusammengesetzten. Verbindet man dagegen den Drehpunkt mit den Angriffspunkten der drehenden Kräfte durch Linien und sieht vom Gewichte des Körpers ab, so nennt man einen solchen Hebel einen mathematischen oder einfachen. Liegt der Drehpunkt mit den Angriffspunkten der drehenden Kräfte in einer geraden Linie, so heißt der Hebel geradlinig; bilden aber die vom Drehpunkte nach den Angriffspunkten der Kräfte gezogenen geraden Linien einen Winkel, so heißt er Winkelhebel. Fig. 16.

Fig. 16.



Liegt der Drehpunkt zwischen den Angriffspunkten der Kräfte, wirken sie also nach derselben Richtung, so heißt der Hebel zweiarmig, Fig. 17; liegt aber der Drehpunkt außerhalb der beiden Angriffspunkte der Kräfte, wirken diese also nach entgegengesetzten Richtungen, so heißt der Hebel einarmig, Fig. 18; wo man mit Hebelarm die materielle Verbindung des Drehpunktes mit den Angriffspunkten der Kräfte bezeichnet.

Fig. 17.



Ist ab, Fig. 19, ein mathematischer oder einfacher Hebel und c der Drehpunkt, sind a und b die Angriffspunkte der Kräfte p

Fig 18.

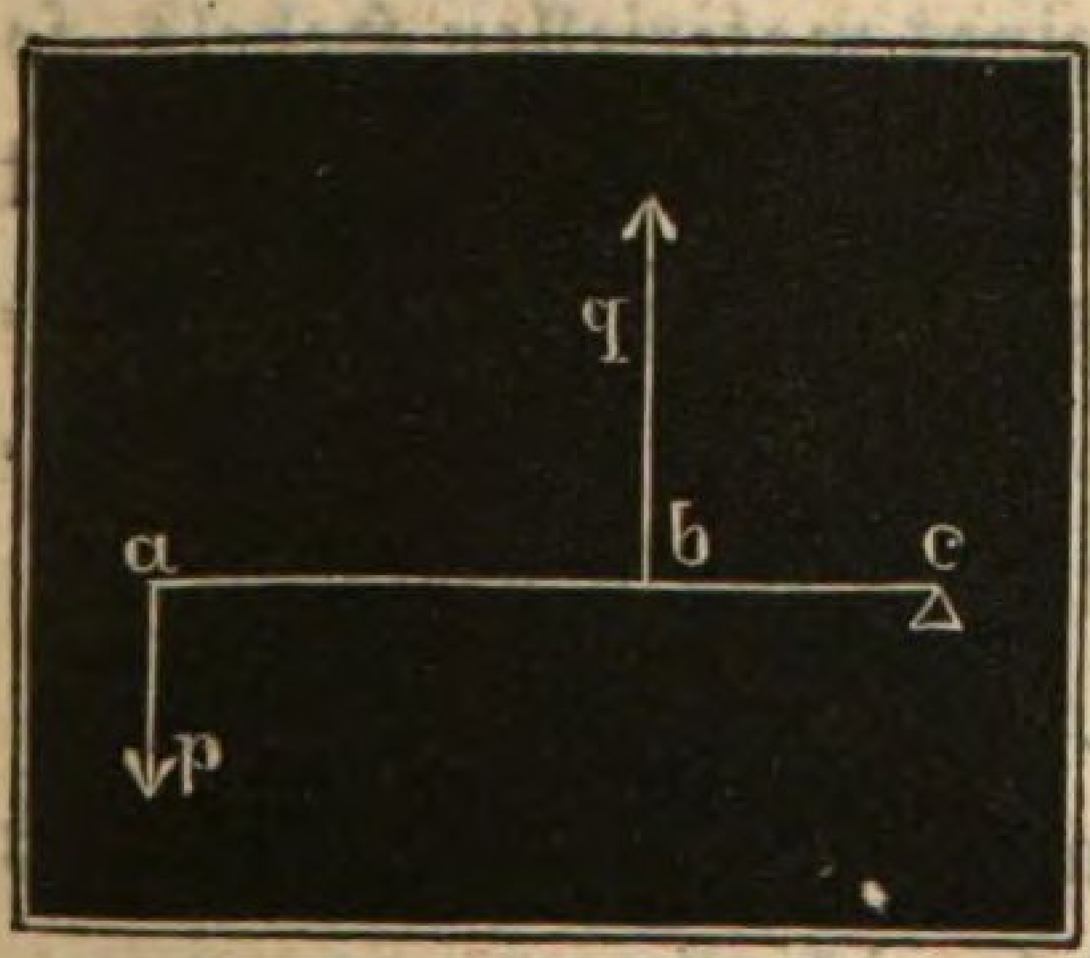
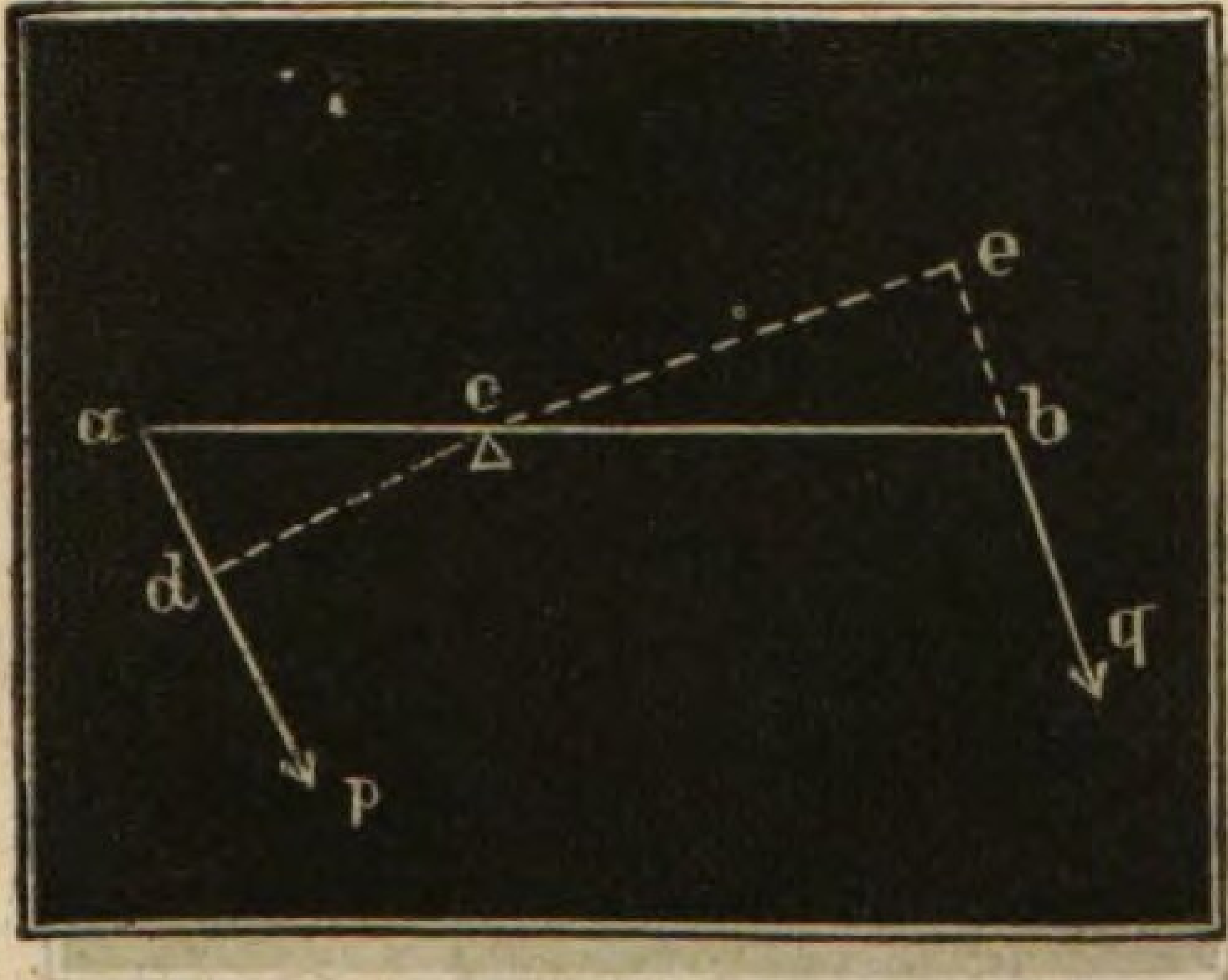


Fig. 19.



und q, so fälle man auf die Richtungen derselben von c die Perpendikel cd und ce, dann ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$p . cd = q . ce$$

Der Druck, welchen ein Hebel auf seinen Drehpunkt ausübt, ist gleich der Resultante aus den drehenden Kräften, da ja diese durch den Drehpunkt gehen muß, wenn für den Zustand des Gleichgewichts weder eine drehende noch eine fortschreitende Bewegung stattfinden soll. Bezeichnet α den Winkel, den die Kräfte mit einander machen und r die Resultante, so ist

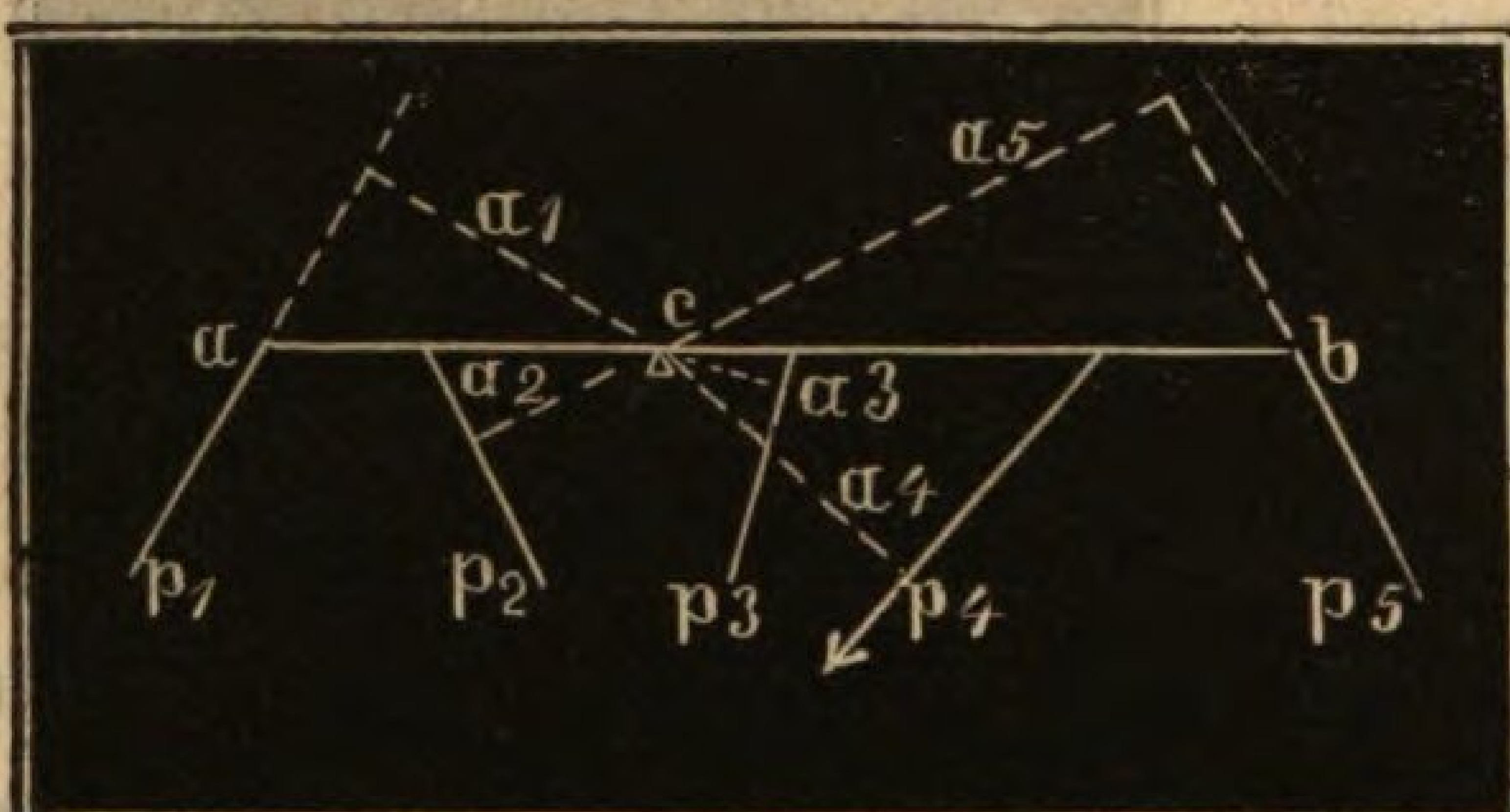
$$r = \sqrt{p^2 + q^2 \pm 2pq\cos\alpha}$$

und sind die Kräfte parallel

$$r = p \pm q$$

je nachdem die Kräfte nach gleicher oder nach entgegengesetzter Richtung wirken.

Fig. 20.

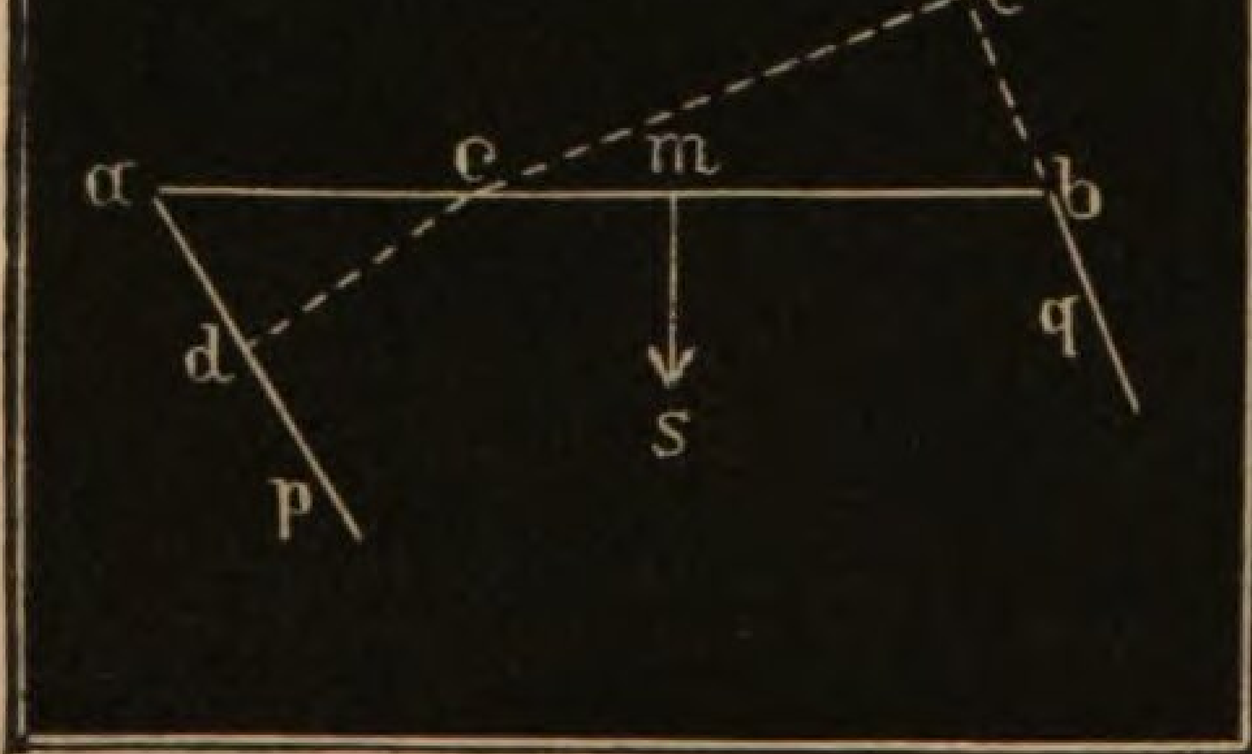


Wirken an einem Hebel, Fig. 20, mehrere Kräfte p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 und sind die zugehörigen Hebelarme beziehungsweise a_1 a_2 a_3 a_4 a_5, so findet Gleichgewicht statt, wenn

$$a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3 + a_4p_4 + a_5p_5 = 0$$

d. h. wenn die algebraische Summe der statischen Momente gleich Null ist.

Fig. 21.



Ist m, Fig. 21, der Schwerpunkt eines materiellen Hebels, so wirkt hier das gesammte Gewicht desselben in der Richtung der Vertikalen. Es ist daher die Bedingung des Gleichgewichtes

$$p . cd = q . ce + s . cm$$

wenn man mit s das Gewicht des Hebels bezeichnet.

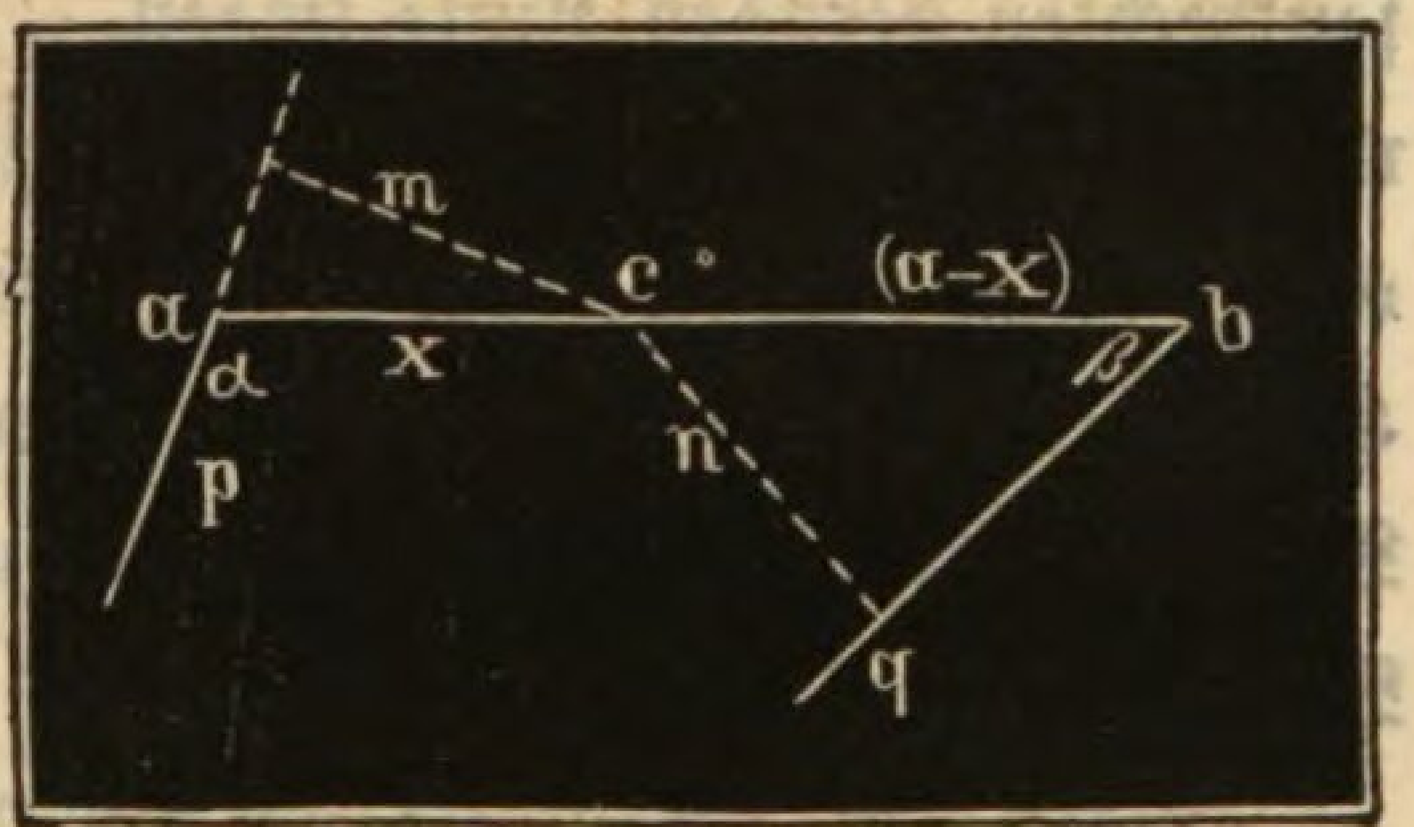
Für den Druck, welchen ein materieller Hebel auf seinen Drehpunkt ausübt, hat man daher

$$r = s + \sqrt{p^2 + q^2 \pm 2pq\cos\alpha}$$

Ist die Entfernung der Angriffspunkte beider Kräfte und sind die Winkel gegeben, welche die Richtungen der Kräfte mit der Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte machen, so kann man den Drehpunkt finden.

Bezeichnet a, Fig. 22, die Verbindungslinie ab der Angriffspunkte a und b, bezeichnen α und β die Winkel, welche sie mit den Richtungen der Kräfte bildet und sind m und n die Hebelarme; so ist für den Zustand des Gleichgewichtes

Fig. 22.



$$p \cdot m = q \cdot n$$

Bezeichnet ferner x den Abstand des einen Angriffspunktes vom Drehpunkte, so ist (a—x) der Abstand des andern und daher

$$m = x\sin\alpha\,;\; n = (a-x)\sin\beta$$

mithin auch

$$p \cdot x \cdot \sin\alpha = q \cdot (a-x)\sin\beta$$

$$x\,(p\sin\alpha + q\sin\beta) = aq\sin\beta$$

$$x = \frac{aq\sin\beta}{p\sin\alpha + q\sin\beta}$$

Ist $\alpha = \beta = 90^0$

d. h. wirken die Kräfte senkrecht, so ist

$$\sin\alpha = \sin\beta = 1$$

und daher

$$x = \frac{aq}{p+q}$$

so wie für entgegengesetzte Richtungen der Kräfte

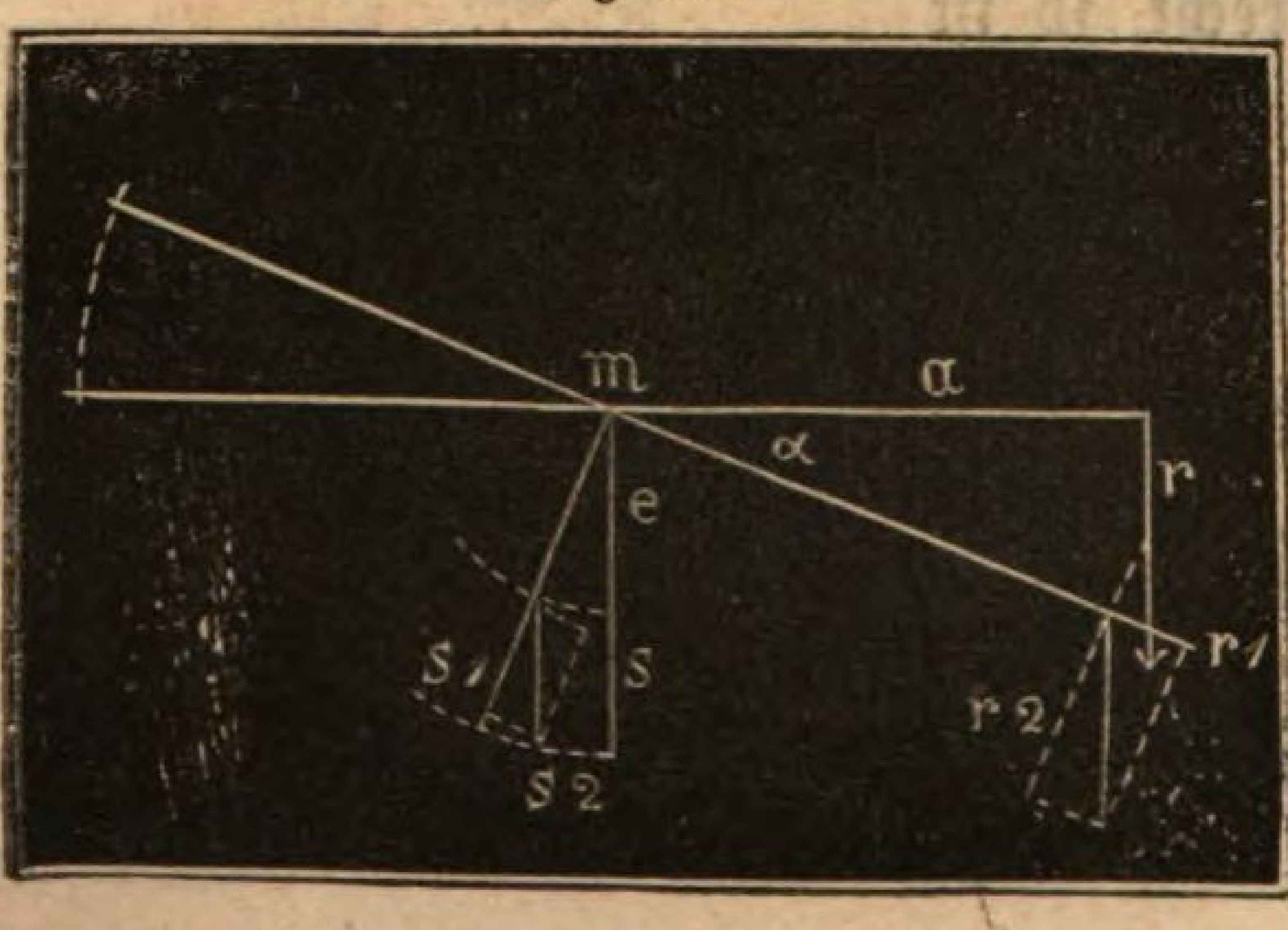
$$x = \frac{aq}{p-q}$$

Die gewöhnliche Wage, welche dazu dient, das Gewicht schwerer Körper zu bestimmen, indem man es mit bekannten Gewichten vergleicht, ist ein zweiarmiger gleicharmiger Hebel, an welchem Gleichgewicht stattfindet, wenn beide Kräfte gleich sind; und da in diesem Falle nur die Schwere wirksam ist, so sind die Kräfte senkrecht und parallel.

Von einer guten Wage fordert man, daß sie unbelastet im Gleichgewichte ist und es auch bleibt, wenn sie auf beiden Seiten mit gleichen Gewichten belastet wird. Diese Bedingung kann nur erfüllt werden, wenn der Drehpunkt und der Schwerpunkt in einer senkrechten geraden Linie liegen. Der Wagebalken liegt dann horizontal. Ferner muß sie das kleinste Uebergewicht auf der einen oder der andern Seite dadurch anzeigen, daß der Balken mit der Horizontalen einen Winkel bildet, welchen man den Ausschlag der Wage nennt. Diese Eigenschaft wird die Empfindlichkeit der Wage genannt.

Diese Bedingung kann nur dadurch erfüllt werden, daß der Schwerpunkt tiefer liegt, als der Drehpunkt. Denn fiel der Schwerpunkt mit dem Drehpunkte zusammen, so würde die Wage bei jeder Lage des Balkens in Ruhe sein, und nicht blos bei horizontaler Lage desselben; beim geringsten Uebergewichte auf der einen Seite aber würde der Wagebalken die senkrechte Lage annehmen. Läge der Drehpunkt unter dem Schwerpunkte, so würde zwar die Wage nur bei horizontaler Lage des Balkens im Gleichgewichte sein; aber das geringste Uebergewicht auf der einen Seite würde den Balken drehen, so daß der Schwerpunkt unter den Drehpunkt zu liegen käme.

Fig. 23.



Ist a, Fig. 23, die Länge des halben Wagebalkens, s das Gewicht einer im Gleichgewichte befindlichen Wage, e die Entfernung des Schwerpunktes vom Drehpunkte und wird auf der einen Seite das Uebergewicht r

aufgelegt, so daß hierdurch der Balken in eine solche Lage kommt, daß er mit der Horizontalen den Winkel α einschließt; so zerlege man r in r_1 und r_2, so wie s in s_1 und s_2, dann werden r_1 und s_1 durch den Widerstand des festen Punktes m aufgehoben und die Bedingung des Gleichgewichtes ist

$$s_2 e = r_2 a$$

Es ist aber

$$s_2 = s \cdot \sin\alpha;\ r_2 = r \cdot \cos\alpha$$

und daher

$$e \cdot s \cdot \sin\alpha = a \cdot r \cdot \cos\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{ar}{es}$$

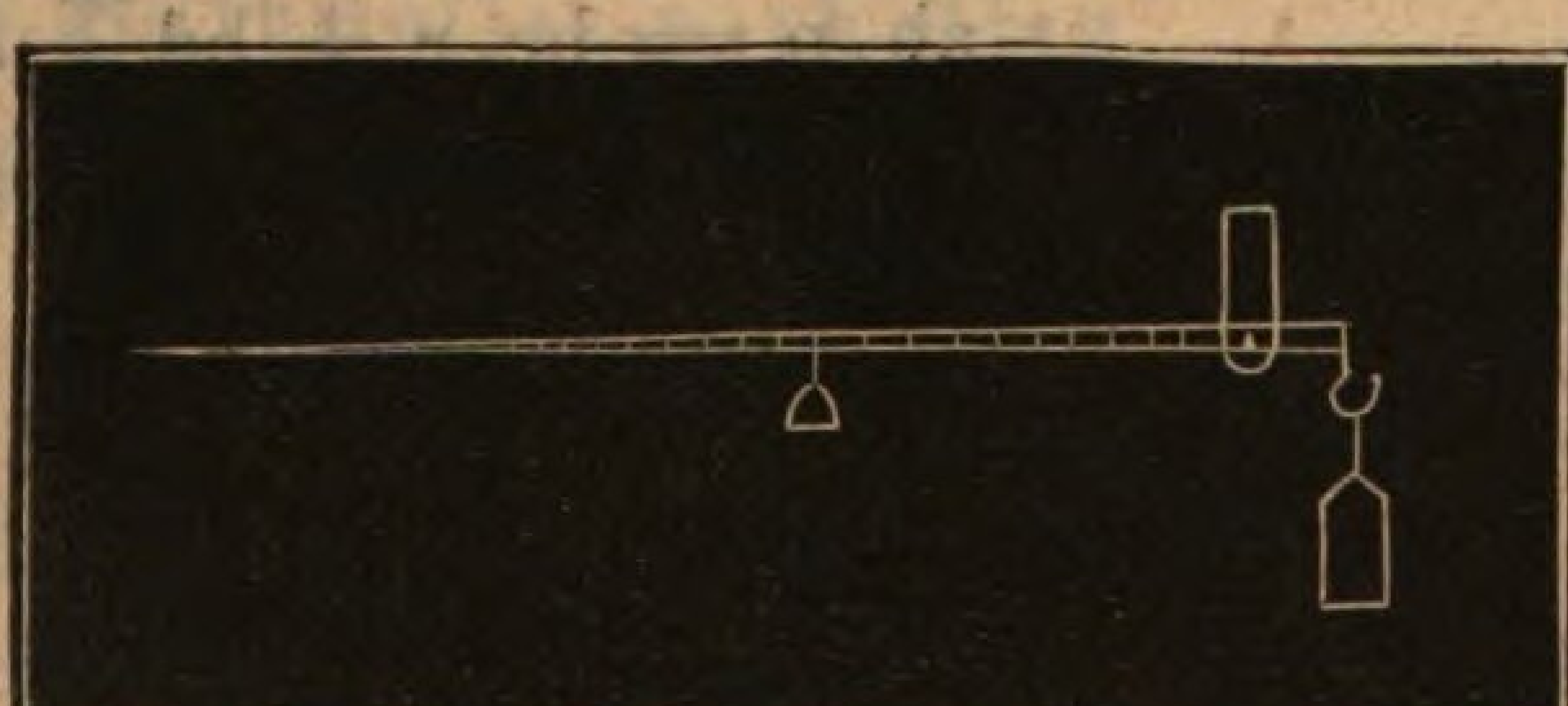
Da nun die Tangente dem Winkel proportional ist, dieser aber ein Maß für die Empfindlichkeit der Wage sein muß, so folgt hieraus, daß die Empfindlichkeit einer Wage bei gleicher Belastung um so größer ist,

1) je länger der Wagebalken ist,
2) je kleiner das Gewicht der Wage ist,
3) je näher der Schwerpunkt dem Drehpunkte liegt.

Es darf aber e nicht gleich null werden; denn für diesen Fall ist $\tan\alpha = \infty$, $\alpha = 90^0$, d. h. es würde der Wagebalken mit der Horizontalen einen rechten Winkel bilden.

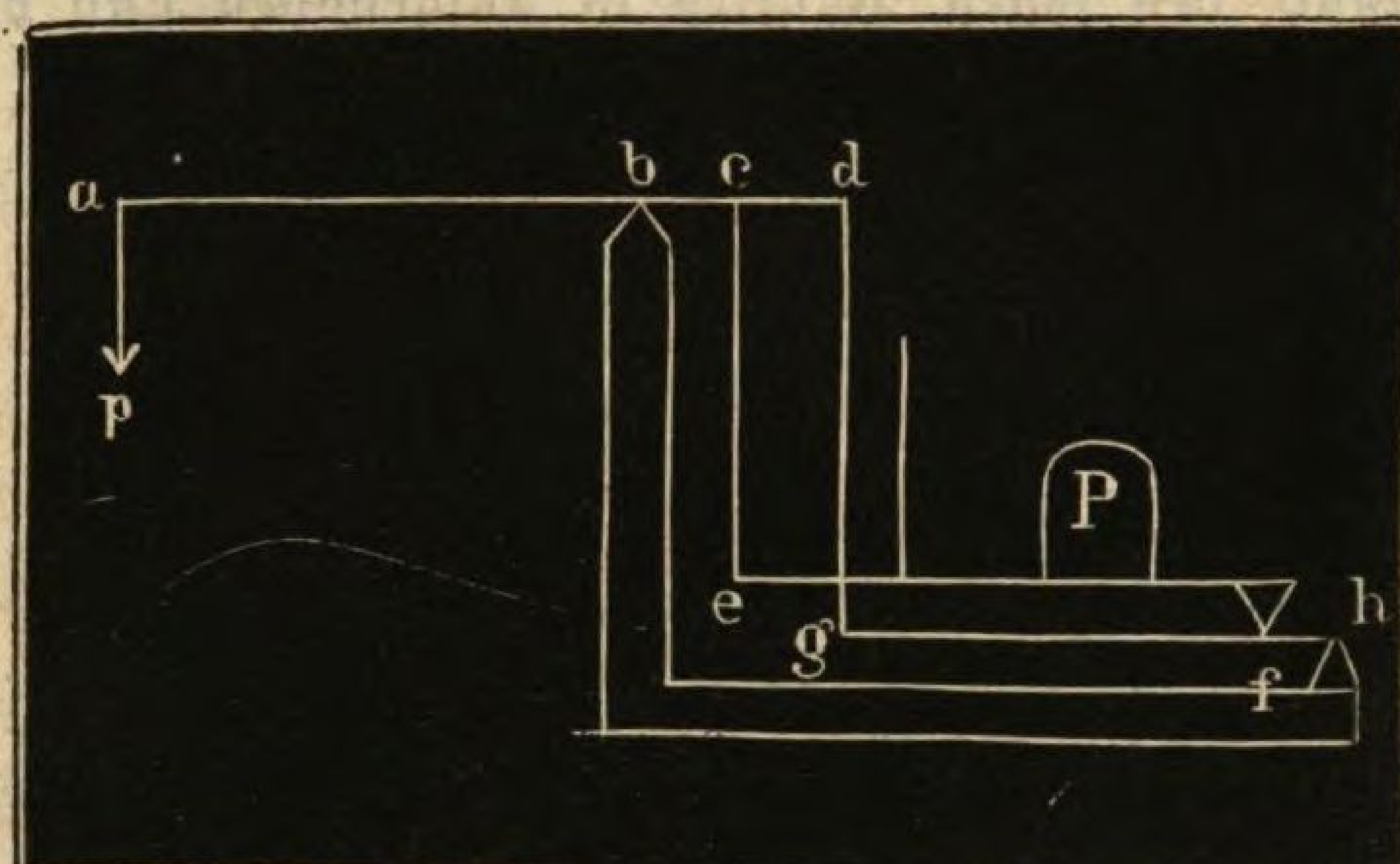
Die Schnellwage, Fig. 24, ist ein ungleicharmiger Hebel, an dem kürzeren Arme hängt die Last und an dem längeren ist ein sogenanntes Laufgewicht verschiebbar. Der längere Hebelarm ist in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile getheilt und die Nummer des Theilstriches, bei welchem das Laufgewicht der Last das Gleichgewicht hält, gibt das Gewicht der letzteren an.

Fig. 24.



Die Brückenwage, auch Decimalwage genannt, Fig. 25, ist eine Verbindung mehrerer ungleicharmiger Hebel; sie dient besonders dazu, große Lasten zu wägen.

Fig. 25.



Ist P die Last auf der Brücke, so vertheilt sich diese auf die Punkte e und f. Es komme auf e der Antheil r und auf f der Antheil s, so daß $P = r + s$ ist. Der Druck auf f pflanzt sich aber auf g fort, so daß das Gesammtgewicht P in c und d wirksam wird. Wird der Theil, welcher auf d kommt, mit q und das in a wirkende Gegengewicht mit p bezeichnet, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$ab.p = bc.r + bd.q$$

Aus der Proportion

$$gh : fh = s : q$$

folgt aber

$$q = \frac{fh}{gh}.s$$

daher obige Bedingungsgleichung

$$ab.p = bc.r + bd\frac{fh}{gh}.s$$

Ist nun

$$bc : bd = n : m$$

und

$$fh : gh = n : m$$

also

$$bd = \frac{m}{n}.bc;\ fh = \frac{n}{m}.gh$$

so ist, wenn man diese Werthe für bd und fh in die obige Gleichung einsetzt,

$$ab \cdot p = bc \cdot r + bc \cdot s$$
$$ab \cdot p = bc(r + s)$$
$$ab \cdot p = bc \cdot P$$
$$p = \frac{bc}{ab} \cdot P$$

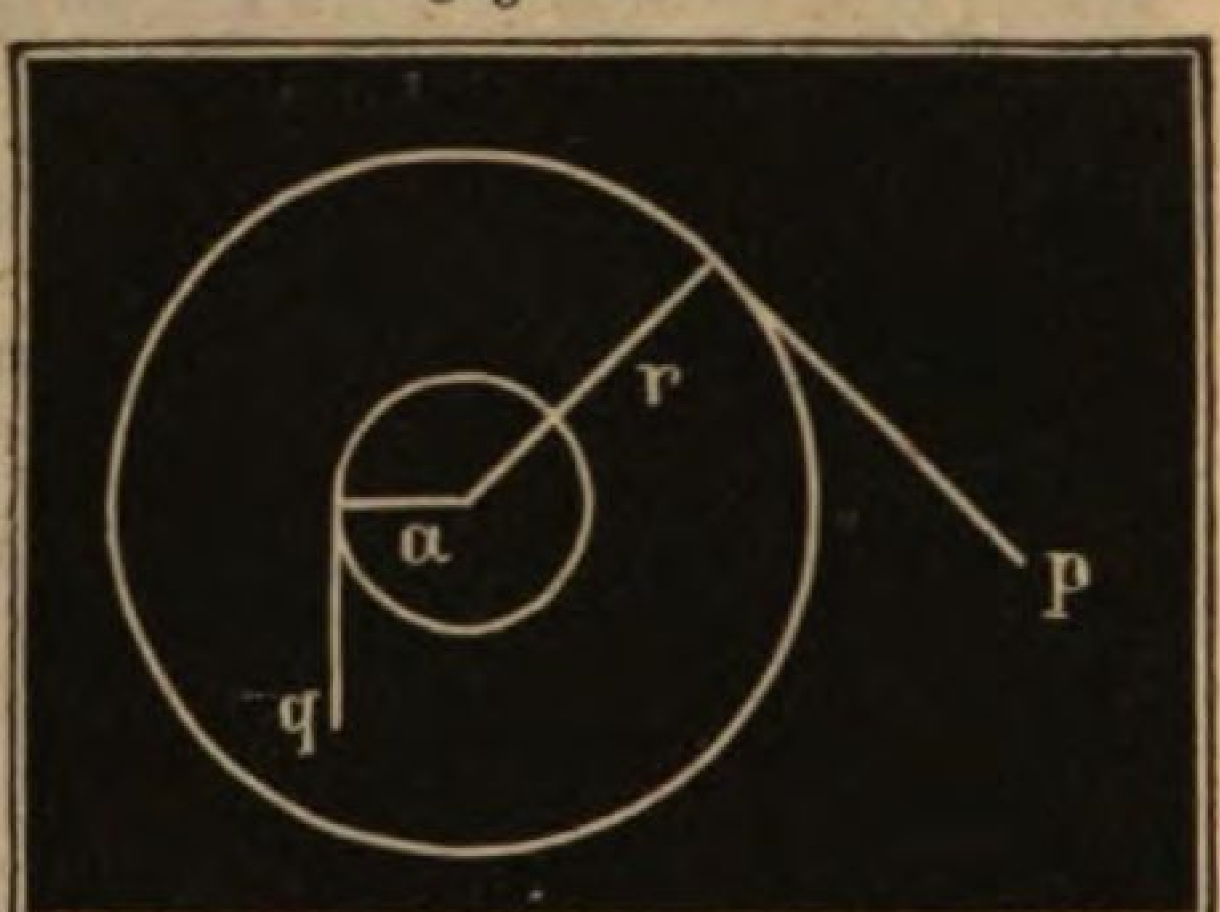
Für $ab : bc = m : 1$

$$p = \frac{P}{m}$$

b. Das Wellrad oder Rad an der Welle

Fig. 26, ist eine Verbindung eines Cylinders mit einer Scheibe, so daß die Axen beider zusammenfallen. Um diese gemeinschaftliche Axe findet die Drehung statt. Die Scheibe heißt hier Rad, der Cylinder, Welle. Ist p die am Rade q die an der Welle wirkende Kraft, bezeichnet r den Halbmesser des Rades und a den der Welle, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

Fig. 26.



$$p \cdot r = q \cdot a$$
$$p : q = a : r$$

d. h. am Wellrade ist Gleichgewicht, wenn sich die Kräfte umgekehrt wie die Halbmesser verhalten.

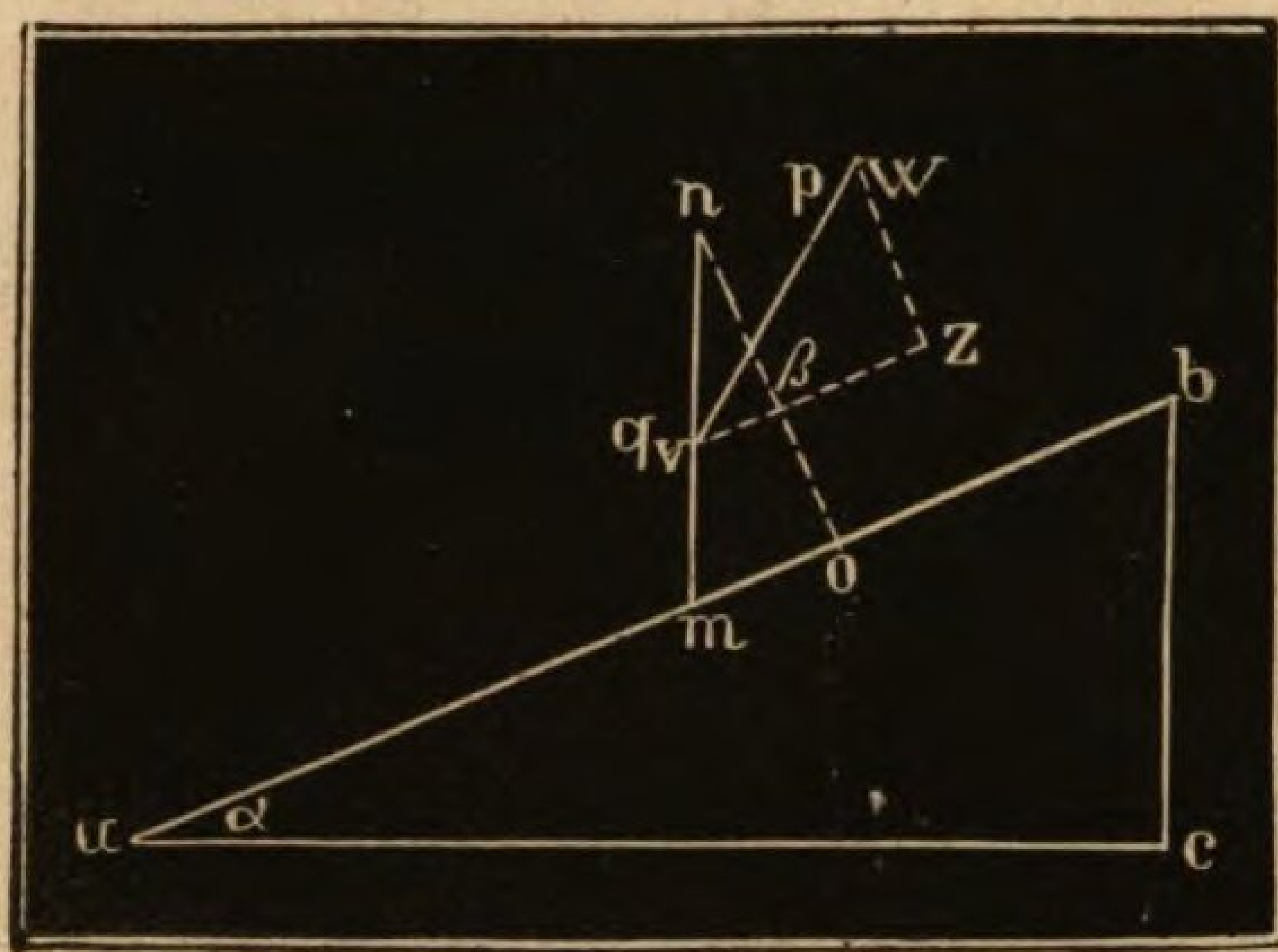
Man bezeichnet gewöhnlich p als Kraft q als Last, daher sagt die Proportion: Am Wellrade ist Gleichgewicht, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades.

c. Die schiefe Ebene.

Eine gegen den Horizont geneigte Ebene wird eine schiefe Ebene genannt. Der senkrechte Durchschnitt derselben ist ein

rechtwinkeliges Dreieck, Fig. 27. $ab = l$ ist die **Länge**, $ac = b$ die **Basis** und $bc = h$ die **Höhe** der schiefen Ebene.

Fig. 27.



Es liege auf der schiefen Ebene ein Körper vom Gewichte q, so wirkt dieses in der Richtung der Vertikalen; ferner greife im Schwerpunkte des fraglichen Körpers eine Kraft p an, welche den Körper auf der schiefen Ebene zurückzuhalten strebt. Zerlegt man q und p parallel zur schiefen Ebene und senkrecht darauf, so ist der Winkel $mno = \alpha$ und daher

$$mo = q \sin \alpha \,;\; no = q \cos \alpha$$

Ist der Winkel, welchen p mit der schiefen Ebene macht $= \beta$ so ist

$$wz = p \sin \beta \,;\, vz = p \cos \beta$$

Es ist daher der Druck auf die schiefe Ebene

$$d = q \cos \alpha - p \sin \beta$$

Die Bedingung der Ruhe und des Gleichgewichtes aber ist

$$q \sin \alpha = p \cos \beta$$

Ist p mit der schiefen Ebene parallel, so ist $\beta = o$ mithin $\cos \beta = 1$, daher

$$q \sin \alpha = p$$

da aber

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

so ist

$$p : q = h : l$$

d. h. die **Kraft, welche einen Körper auf der schiefen Ebene herabtreibt, verhält sich zu seinem Gewichte, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.**

Ist p mit der Basis der schiefen Ebene parallel, also horizontal, so ist $\beta = \alpha$ daher

$$p = q \tan \alpha$$

und weil $\tan \alpha = \frac{h}{b}$ so ist

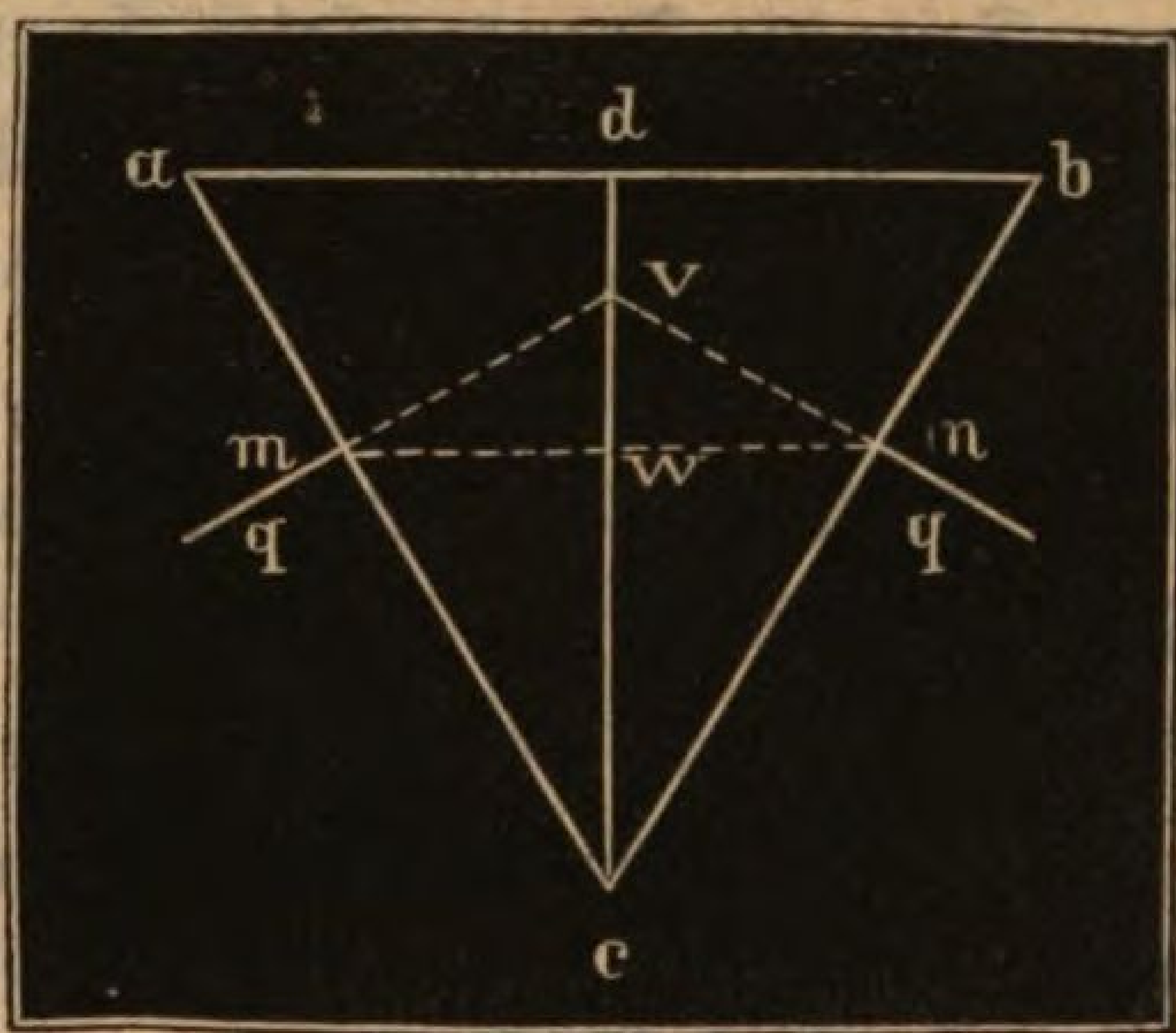
$$p : q = h : b$$

d. h. die horizontal wirkende Kraft verhält sich zum Gewichte des Körpers, wie die Höhe zur Basis der schiefen Ebene.

d. Der Keil.

Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma, dessen Grundfläche gewöhnlich ein gleichschenkeliges Dreieck ist, Fig. 28, ab ist der Rücken, ac und bc sind die Seiten und cd ist die Höhe des Keils.

Fig. 28.



Ist jeder der Wiederstände, welche gegen die Seiten des Keils wirken = q; so zerlege man sie nach der Richtung cd und senkrecht darauf, dann sind mw und nw gleich und entgegengesetzt, heben sich also auf und es bleibt als Gesammtwiderstand 2.vw, welcher in der Richtung cd wirkt.

Bezeichnet man den Winkel acb mit 2α, so ist $vw = q \sin \alpha$, daher die Bedingung des Gleichgewichtes

$$p = 2 q \sin \alpha$$

Da aber $\sin \alpha = \frac{ad}{ac}$ so ist auch $p = q \cdot \frac{2\,ad}{ac} = q \cdot \frac{ab}{ac}$

daher

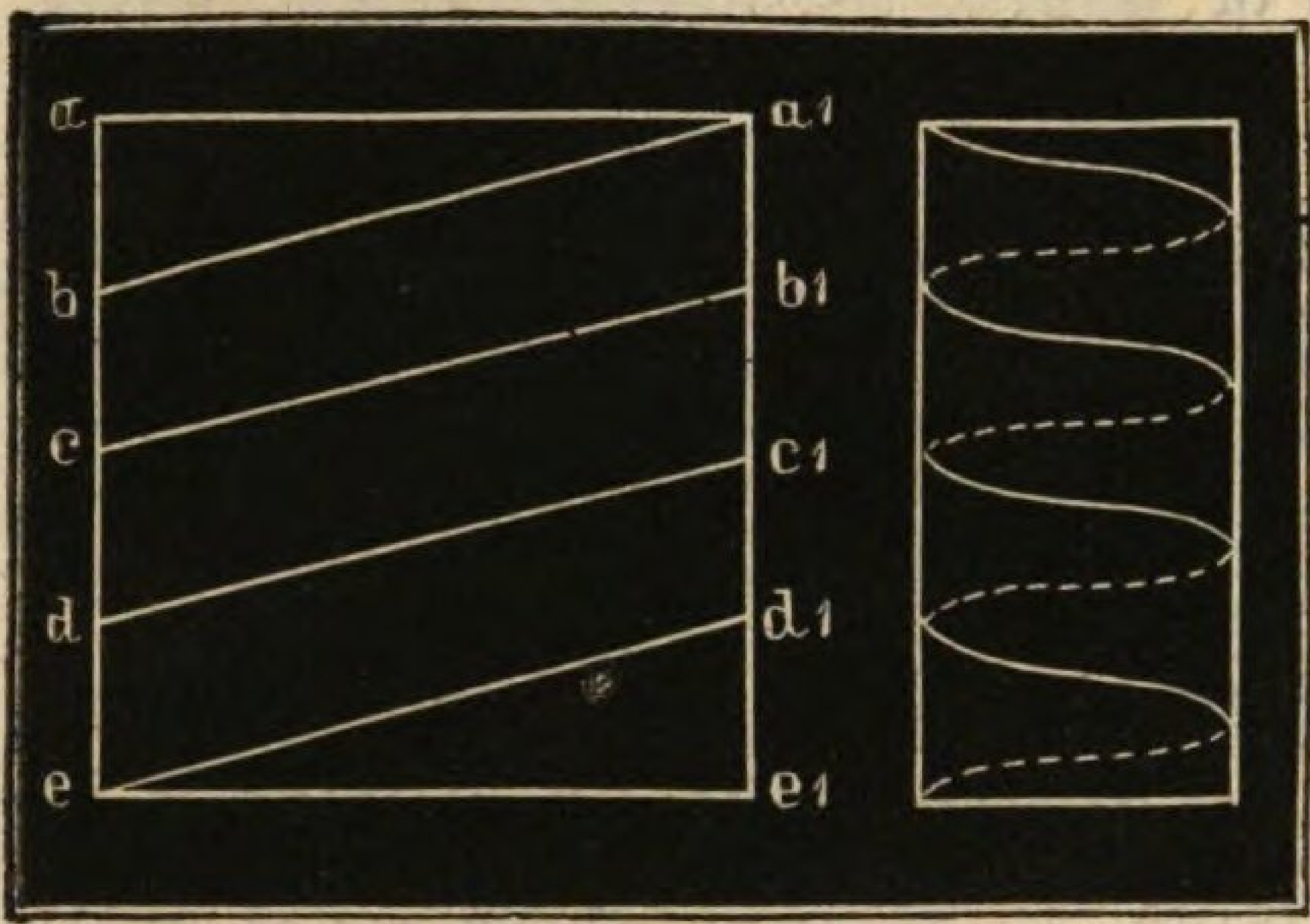
$$p : q = ab : ac$$

d. h. es verhält sich die Kraft zum Widerstande wie der Rücken des Keils zur Seite desselben.

e. Die Schraube.

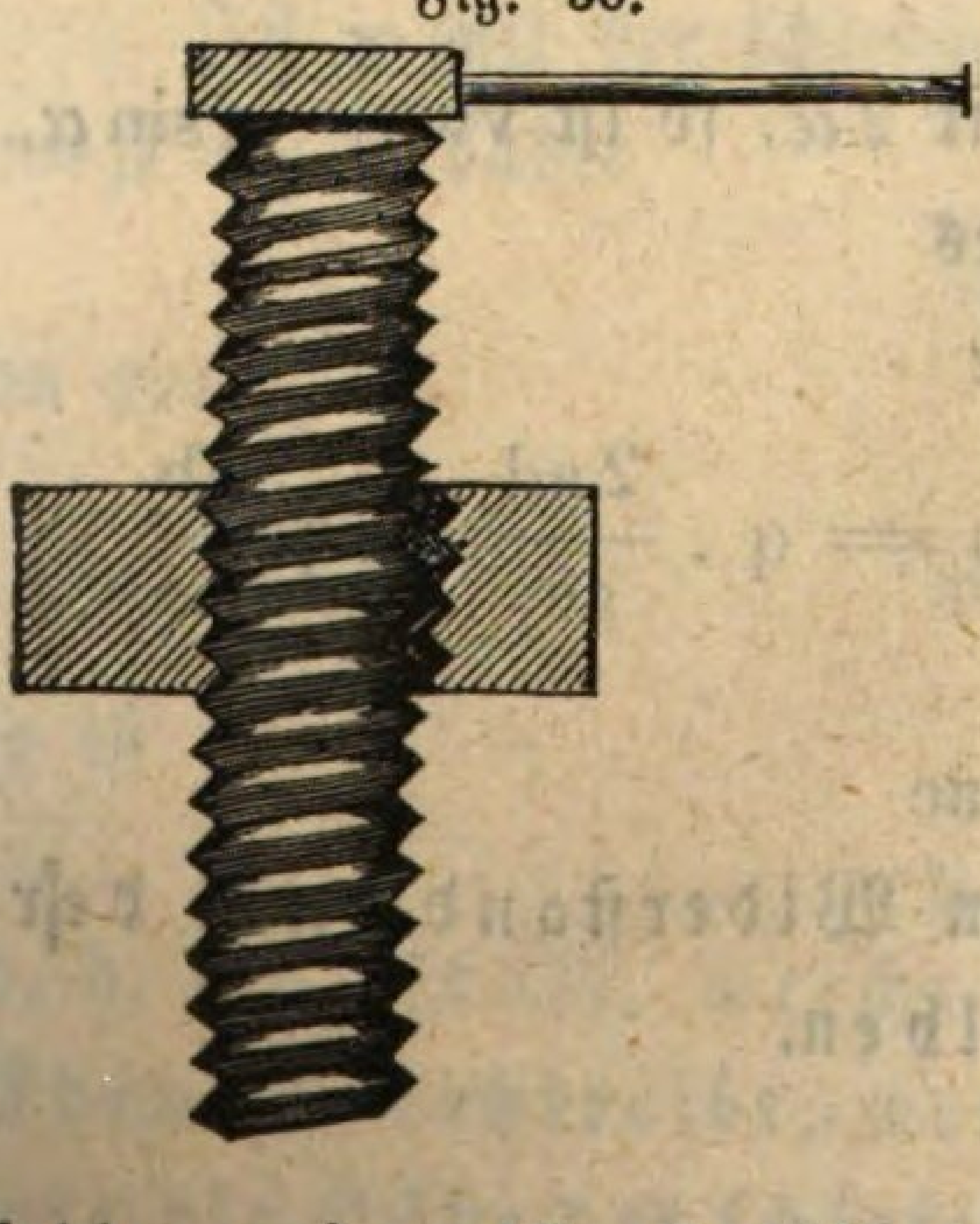
Denkt man sich die krumme Oberfläche eines Cylinders abgewunden, so bildet sie ein Rechteck, Fig. 29, dessen Grundlinie dem Umfange und dessen Höhe der Höhe des Cylinders gleich ist. Theilt man die Höhe dieses Rechtecks in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und zieht von jedem Theilpunkte der einen Seite nach dem zunächst tieferen der andern Seite die Transversalen, so erhält man ebenso viele schiefe Ebenen, als die Höhe Theile hat. Denkt man sich nun das Rechteck wieder um den Cylinder herumgelegt, so bilden die Transversalen, indem b mit b_1, c mit c_1, d mit d_1, zusammenfällt, eine stetige Linie von doppelter Krümmung, welche Schraubenlinie genannt wird.

Fig. 29.



Die Länge einer Transversalen heißt hier Schraubengang, der Winkel, welchen sie mit der Horizontalen macht, Neigungs- oder Steigungswinkel, und der senkrechte Abstand zweier Schraubengänge, die Höhe der Schraube.

Fig. 30.



Bringt man auf einem Cylinder in der Richtung der Schraubenlinie eine prismatische Hervorragung an, so nennt man dies eine Schraubenspindel, die Hervorragung das Schraubengewinde; sind in einem hohlen Cylinder auf gleiche Weise Vertiefungen angebracht, so nennt man dies eine Schraubenmutter. Ist Spindel u. Mutter so gearbeitet, daß das Gewinde der ersteren in die Vertiefung der letzteren eingreift, so bilden sie zusammen die Schraube, Fig. 30.

Sie heißt rechts- oder linksgängig, je nachdem das Gewinde von links nach rechts oder von rechts nach links aufsteigt.

Das zu Ueberwältigende, die Last, mag an der Spindel oder an der Mutter angebracht sein, so wird sie auf jedem Schraubengange, wie auf einer schiefen Ebene herabgleiten. Wirkt nun die Kraft an der Spindel, wie es bei der Schraube stets geschieht, in einer Ebene senkrecht auf die Axe, der Spindel, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$p = q \tan\alpha$$

wenn p die Kraft, q die Last und α den Steigungswinkel der Schraube bezeichnet.

Es ist aber hier

$$\tan\alpha = \frac{h}{2r\pi}$$

wenn h die Höhe des Schraubenganges und r den Halbmesser der Spindel bezeichnet, daher

$$p = q\,\frac{h}{2r\pi}$$

$$p : q = h : 2r\pi$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last wie die Höhe des Schraubenganges zum Umfange der Schraubenspindel.

Gewöhnlich wirkt aber die Kraft nicht unmittelbar an der Spindel, sondern an einem Hebelarme. Ist die Länge dieses Hebelarmes a, so ist auch

$$p : q = r : a$$

daher

$$p : q = rh : 2r\pi a$$

$$p = q\,\frac{h}{2a\pi}$$

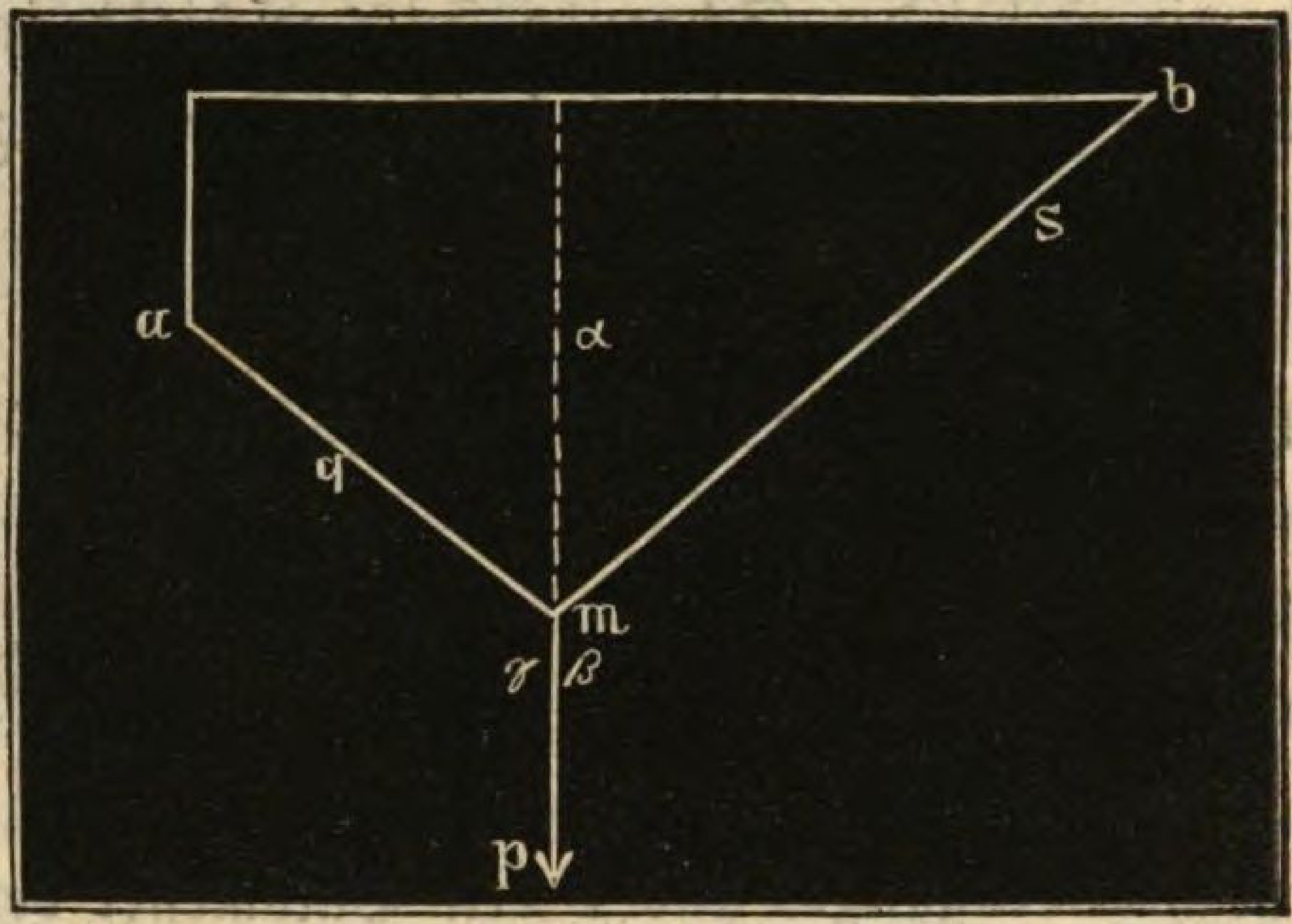
f. Die Seilmaschine.

Wenn mehrere Seile, an denen Kräfte wirken, durch Knoten mit einander verbunden sind, so nennt man dieses eine Seilmaschine. Der Knoten heißt fest, wenn er an derselben Stelle bleibt, beweglich, wenn er wie ein Ring verschiebbar ist. Ist

ein Seil an beiden Enden angespannt und wirken in mehreren Punkten Kräfte, so bildet das Seil eine gebrochene Linie, welche man ein **Seilpolygon** nennt.

Ist amb, Fig. 31, ein in den Punkten a und b befestigtes Seil, und wirkt in m eine Kraft p vertikal abwärts, so wird das Seil in den Richtungen ma und mb gespannt. Bezeichnet man die spannenden Kräfte mit q und s und die Winkel mit α, β, γ, so ist für den Zustand des Gleichgewichtes

Fig. 31.

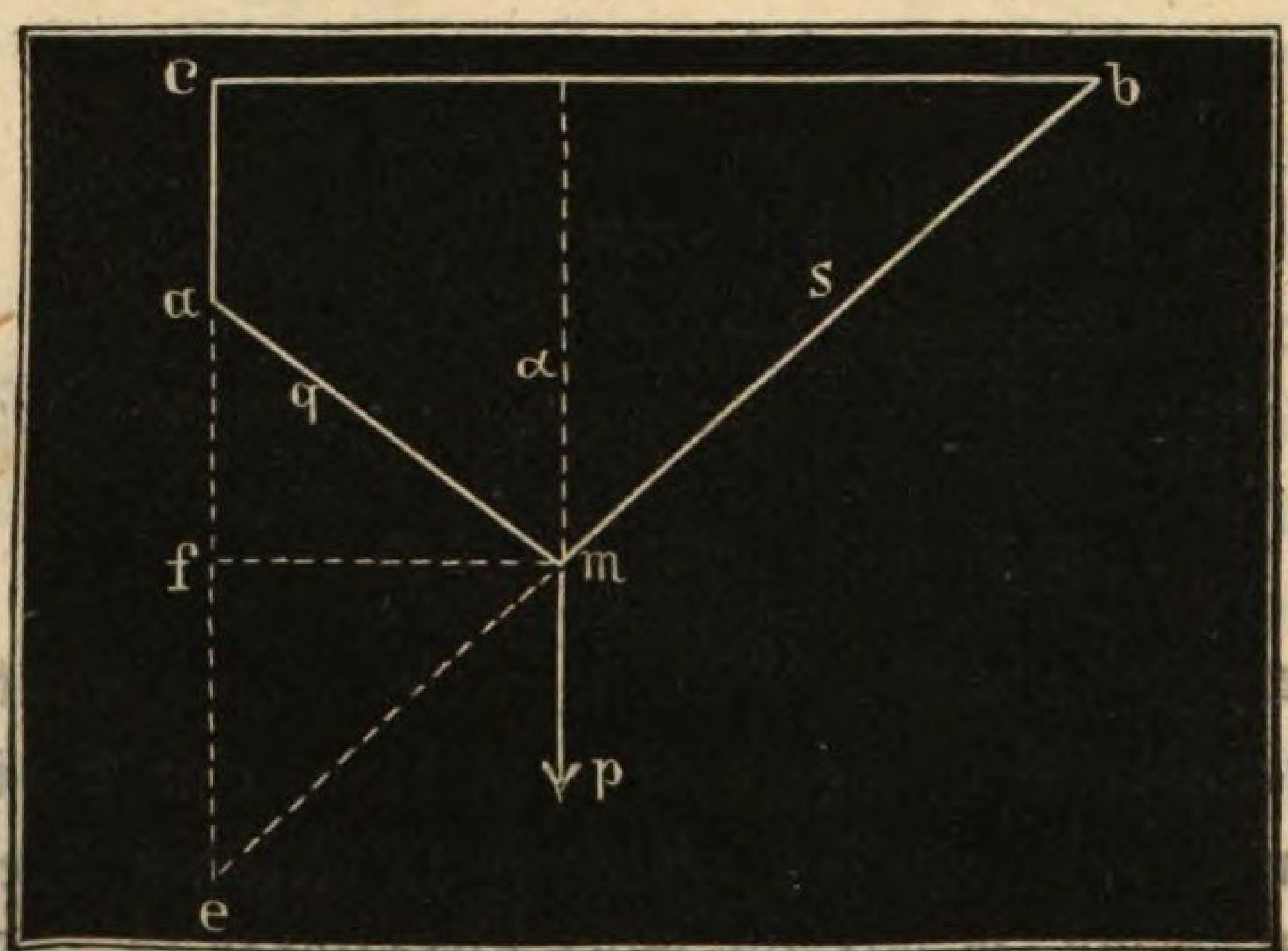


$$p : q : s = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$

Ist q = s, d. h. ist die Spannung an beiden Enden gleich, so ist auch $\beta = \gamma$ und folglich wird α durch die Richtung der Kraft p halbirt.

Ist daher die Kraft p an einem auf dem Seile beweglichen Ringe angebracht, so wird sie stets eine solche Stellung einnehmen, daß ihre Richtung den Winkel halbirt.

Fig. 32.



Ist die Länge des Seils = l gegeben, Fig. 32, und sind die Aufhängepunkte a und b bekannt, so kann man unter der Voraussetzung gleicher Spannungen den Punkt m finden. Man

lege durch a eine Vertikale und schneide sie von b aus mit l, so daß be = l, halbire ae und errichte im Halbirungspunkte f das Perpendikel fm, so ist m der gesuchte Punkt. Denn da am = em, so ist auch am + mb = eb = l.

Zieht man durch m eine Vertikale, so halbirt sie den Winkel amb = α.

Es ist aber

$$bc = be \sin bec = l \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{bc}{l} = \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$ce = be \cos bec = l \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{ce}{l} = \cos \frac{\alpha}{2}$$

Da aber

$$\sin \alpha = \sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

und

$$\frac{bc}{l} \cdot \frac{ce}{l} = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

so ist auch

$$\sin \alpha = \frac{2bc \cdot ce}{l^2}$$

Setzt man bc = n, so ist

$$ce = \sqrt{l^2 - n^2}$$

und daher

$$\sin \alpha = \frac{2n\sqrt{l^2 - n^2}}{l^2}$$

Nun ist

$$q = p \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \text{ und } s = p \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$$

da aber

$$\sin\beta = \sin\gamma = \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{n}{l}$$

so erhält man

$$q = s = p \cdot \frac{\frac{n}{l}}{\frac{2n\sqrt{l^2 - n^2}}{l^2}}$$

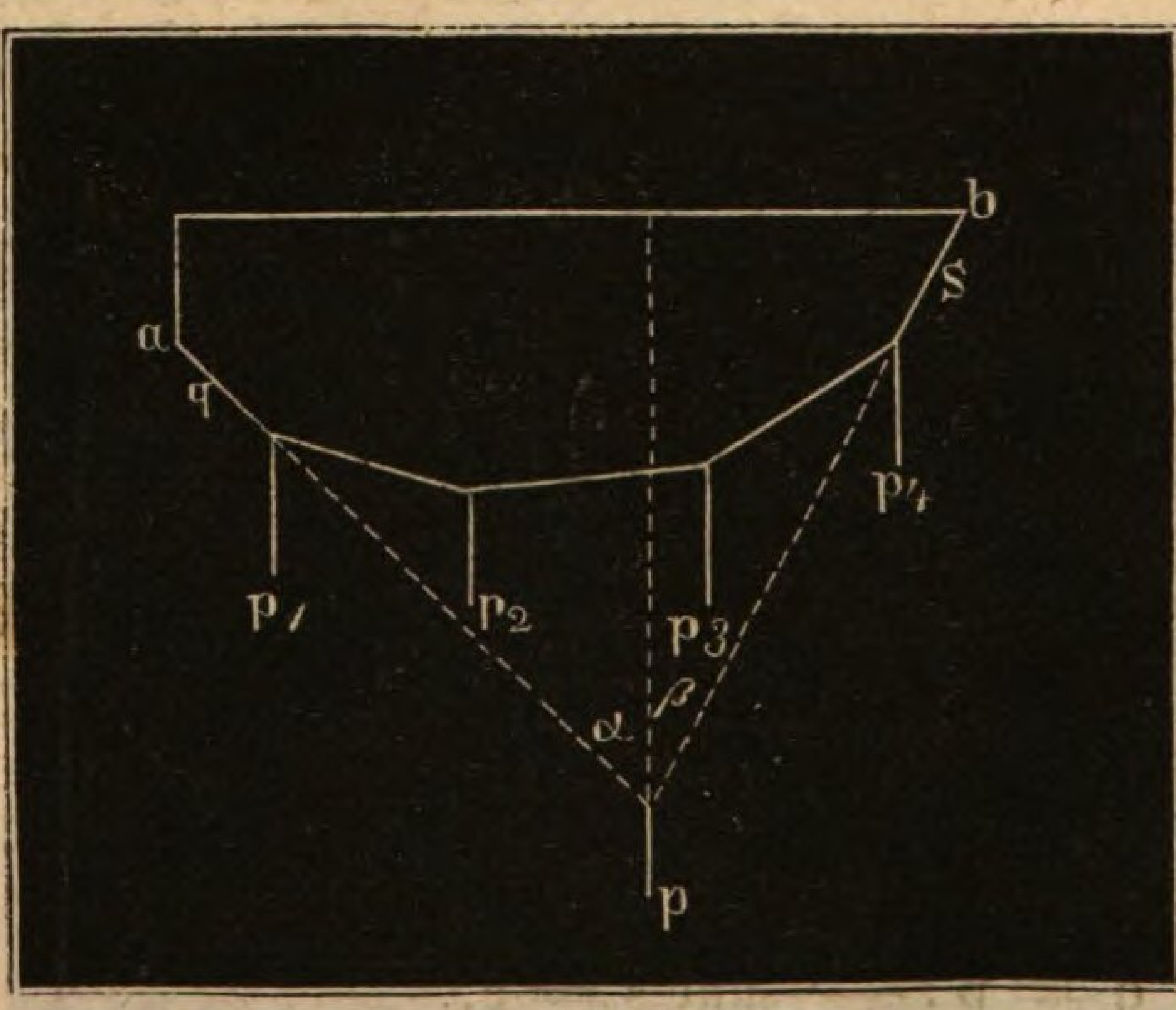
$$= p \cdot \frac{l}{2\sqrt{l^2 - n^2}}$$

wodurch die an den Aufhängepunkten wirkenden Spannungen bestimmt sind.

Da dieser Ausdruck für $l = n$ unendlich wird, so heißt dieses: Wenn ein Seil horizontal gespannt werden soll, so müssen die spannenden Kräfte so groß sein, daß die vertikal wirkende Kraft dagegen verschwindet.

Wirkt an einem Seile, Fig. 33, eine beliebige Anzahl paralleler Kräfte p_1 p_2 p_3 p_4, und ist die Resultante derselben $= p$, so müssen die Spannungen q und s dieser das Gleichgewicht halten. Verlängert man die Richtungen von q und s, bis sie sich schneiden und legt durch den Durchschnittspunkt eine Vertikale,

Fig. 33.



so ist dieses die Richtung der Resultante p. Denn ist α der

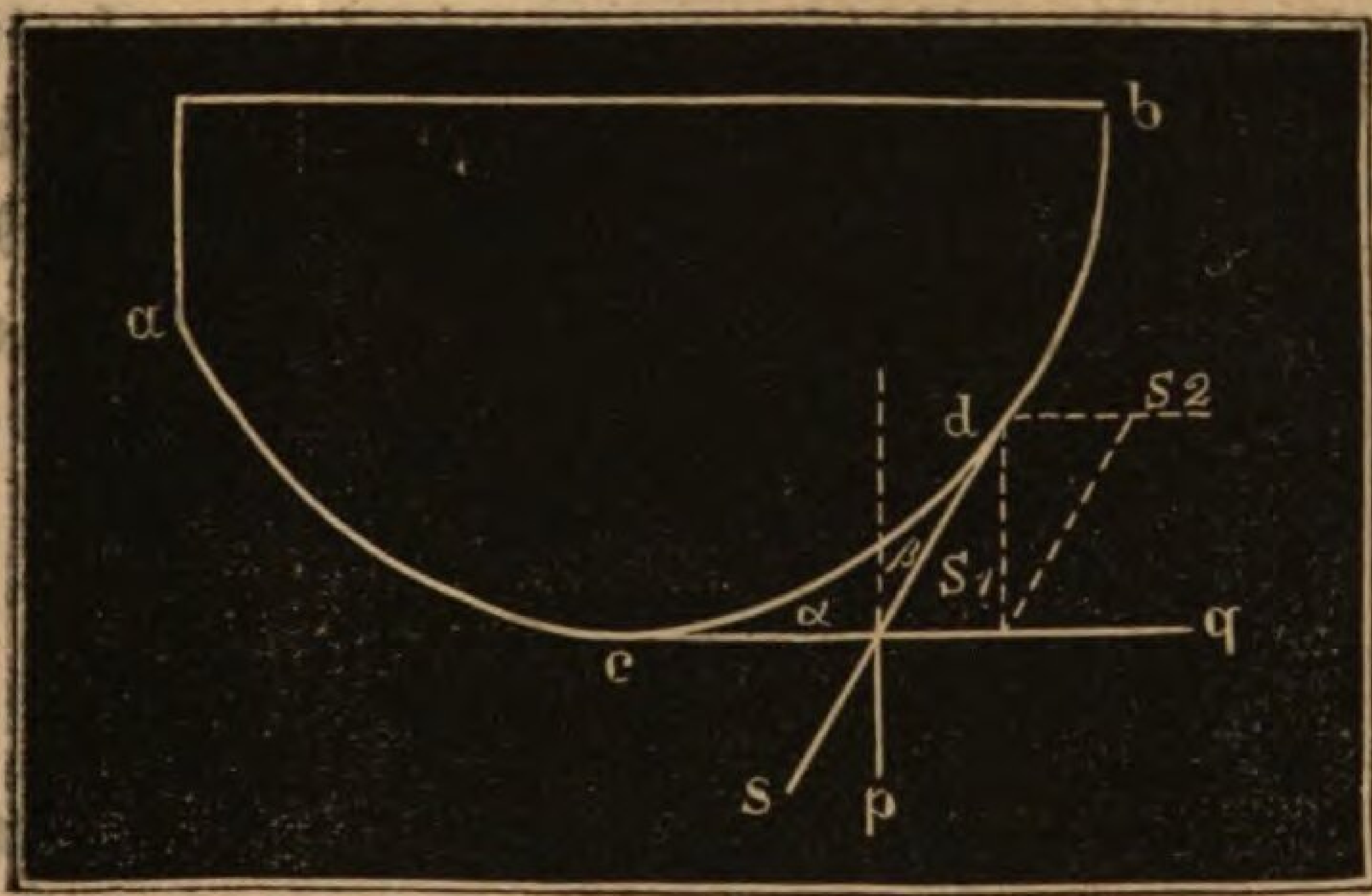
Winkel, welchen q und β der Winkel, welchen s mit der Vertikalen macht, so ist

$$q = p . \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}; \; s = p . \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Ist die Anzahl der parallelen Kräfte unendlich groß, so erhält man ein schweres Seil oder eine Kette, welche, wenn sie an zwei Punkten aufgehangen wird, eine krumme Linie bildet, die man Kettenlinie nennt.

Ist die Kette, Fig. 34, in a und b aufgehangen, ist c ihr tiefster und d ein anderer beliebiger Punkt, so geben die an c und d gelegten Tangenten die Richtungen der Spannungen an, welche in diesen Punkten stattfinden. Eine durch den Durchschnittspunkt der Tangenten gelegte Vertikale bezeichnet die Richtung der Resultante aus diesen Spannungen.

Fig. 34.



Werden diese Spannungen mit q und s und wird die Resultante derselben mit p bezeichnet, so zerlege man s in eine vertikale Componente s_1 und in eine horizontale Componente s_2, dann folgt aus den obigen Gleichungen, mit Rücksicht darauf, daß $\alpha = 90^{0}$ ist,

$$q = p \tan\beta; \; s = \frac{p}{\cos\beta}$$

$$s\cos\beta = p$$

Da aber auch $s_1 = s\cos\beta$; so folgt hieraus, daß $s_1 = p$

Weil ferner

$$p = \frac{q}{\tan\beta}; \; p = s\cos\beta$$

so ist

$$\frac{q}{\tan\beta} = s . \cos\beta$$

$$q = s . \sin\beta$$

Da aber auch $s_2 = s \sin\beta$; so folgt $s_2 = q$

Aus Vorstehendem ergibt sich Folgendes:

Bei einer an zwei Punkten aufgehangenen Kette oder einem Seile ist

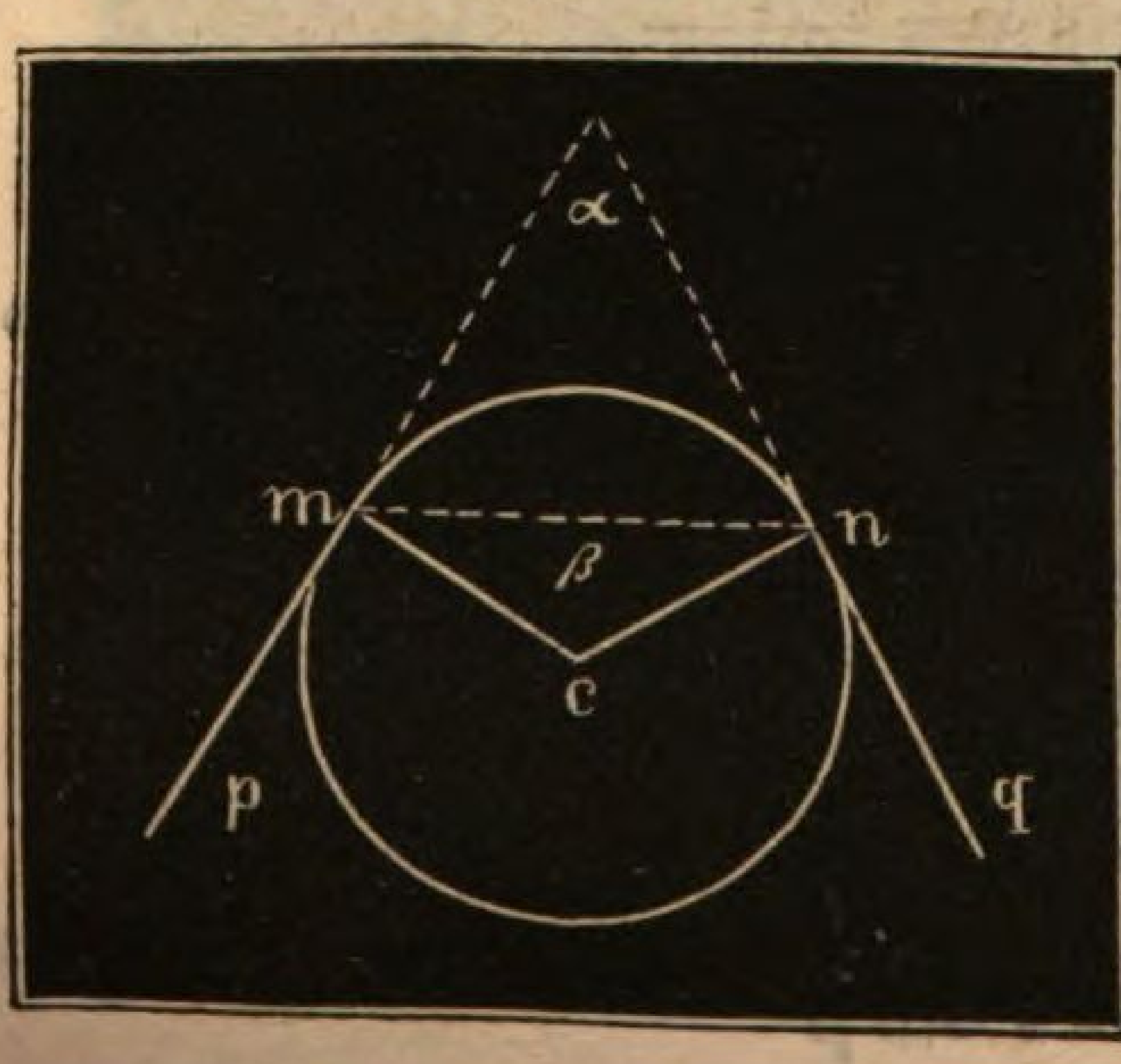
1) die Vertikalspannung im tiefsten Punkte gleich null;
2) die Horizontalspannung in jedem beliebigen Punkte der im tiefsten Punkte gleich;
3) die Vertikalspannung in jedem beliebigen Punkte gleich dem Gewichte des Kettenstücks von diesem bis zum tiefsten Punkte, indem die Resultante aus den Spannungen eben dieses Gewicht sein muß.

g. Die Rolle.

Rolle nennt man eine um ihren Mittelpunkt drehbare feste Scheibe, deren Peripherie rinnenartig ist, so daß ein Seil oder eine Kette hineingelegt werden kann, woran die Kräfte wirken. Findet nur Drehung um die Axe statt, so nennt man die Rolle fest; ist aber mit der drehenden auch eine fortschreitende Bewegung verbunden, so nennt man die Rolle beweglich.

Wirken die Kräfte p und q, Fig. 35, an einer festen Rolle vom Halbmesser r und ist mn der Bogen, den das Seil umspannt, so müssen die Richtungen von p und q die an m und n gezogenen Tangenten sein. Zieht man die Halbmesser mc und nc, so stehen diese auf den Richtungen der Kräfte senkrecht; daher ist die Bedingung des Gleichgewichtes:

Fig. 35.



$$p . mc = q . nc$$

da aber $mc = nc = r$ ist, so ist auch

$$p = q$$

d. h. an einer festen Rolle findet Gleichgewicht statt, wenn die Kräfte gleich sind.

Ist der Winkel, den die Richtungen der Kräfte einschließen $= \alpha$, so ist, wenn die Resultante mit ϱ bezeichnet wird

$$\varrho^2 = p^2 + q^2 + 2pq \cos \alpha$$

und da $p = q$, so ist

$$\varrho^2 = 2p^2 (1 + \cos \alpha)$$

Bezeichnet man den Winkel mcn mit β so ist $\beta = 180 - \alpha$ und daher

$$\cos \alpha = - \cos \beta$$

folglich

$$\varrho^2 = 2p^2 (1 - \cos \beta)$$

Es ist aber

$$1 - \cos \beta = 2 \sin \tfrac{1}{2}\beta^2$$

$$\varrho^2 = 2p^2 . 2 \sin \tfrac{1}{2}\beta^2$$

$$\varrho = 2p \sin \tfrac{1}{2}\beta$$

Zieht man die Sehne mn so ist

$$\frac{mn}{2} = r . \sin \tfrac{1}{2}\beta$$

$$\frac{mn}{r} = 2 \sin \tfrac{1}{2}\beta$$

daher auch

$$\varrho = p . \frac{mn}{r}.$$

$$\varrho : p = mn : r$$

d. h. die Resultante verhält sich zu jeder der Kräfte wie die Sehne des vom Seile umspannten Bogens zum Halbmesser der Rolle.

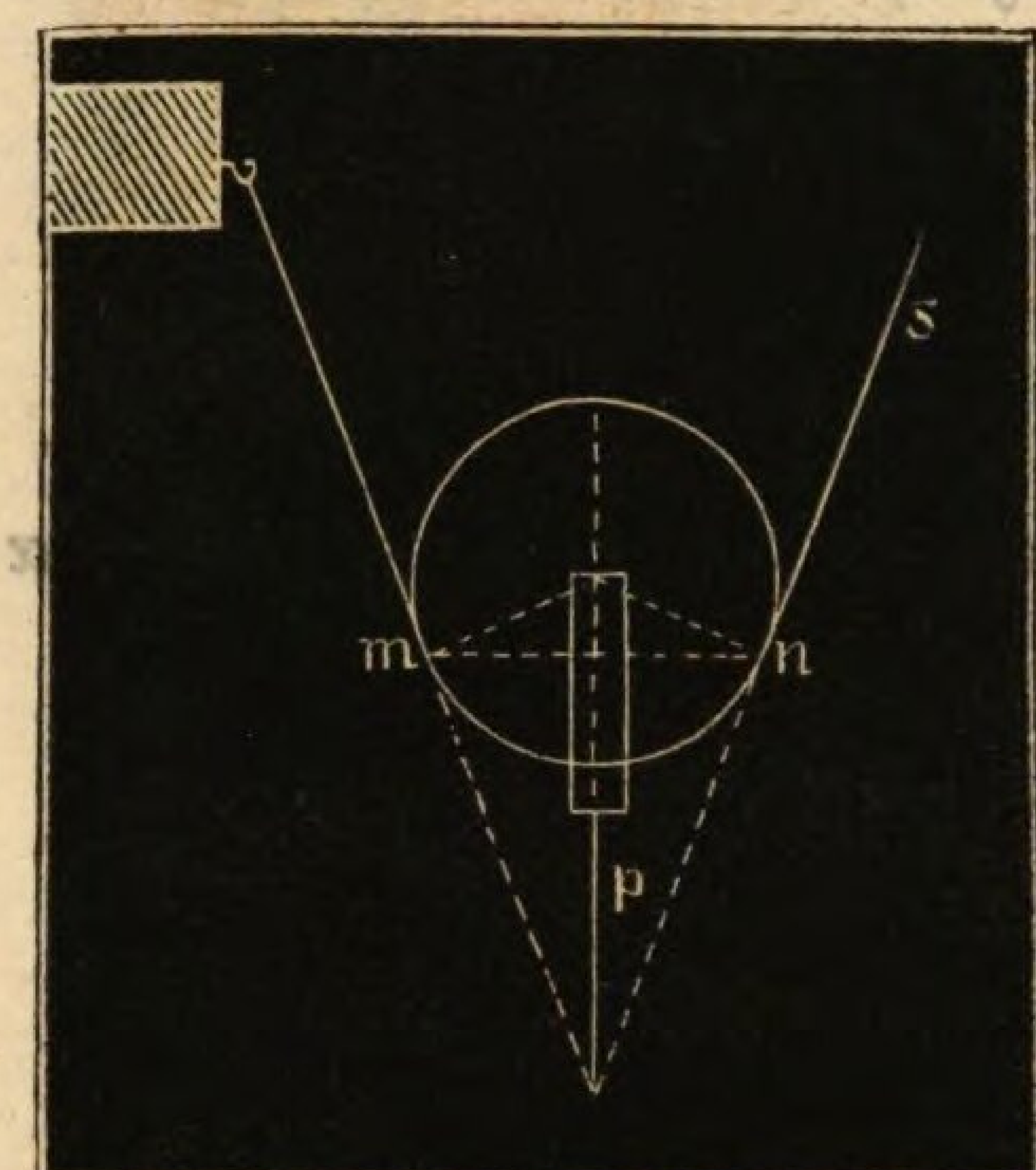
Wird mn = 2r d. h. wirken die Kräfte parallel, so ist

$$\varrho : p = 2 : 1$$

$$\varrho = 2p$$

Bei der beweglichen Rolle, Fig. 36, wirkt die eine Kraft am Mittelpunkte derselben vertikal abwärts, während die andere an dem einen Seilende aufwärts zieht, das andere Seilende aber befestigt ist.

Fig. 36.



Für den Gleichgewichtszustand muß die Spannung an beiden Seilenden gleich sein, ferner muß die vertikal abwärts wirkende Kraft gleich der Resultante aus diesen Spannungen sein. Bezeichnet s die Spannung der Seilenden, p die vertikal abwärts wirkende Kraft, und werden im Uebrigen die obigen Bezeichnungen beibehalten, so ist

$$p = s \cdot \frac{mn}{r}$$

Wirken die Kräfte parallel, so daß

$$mn = 2r$$

ist, so ist

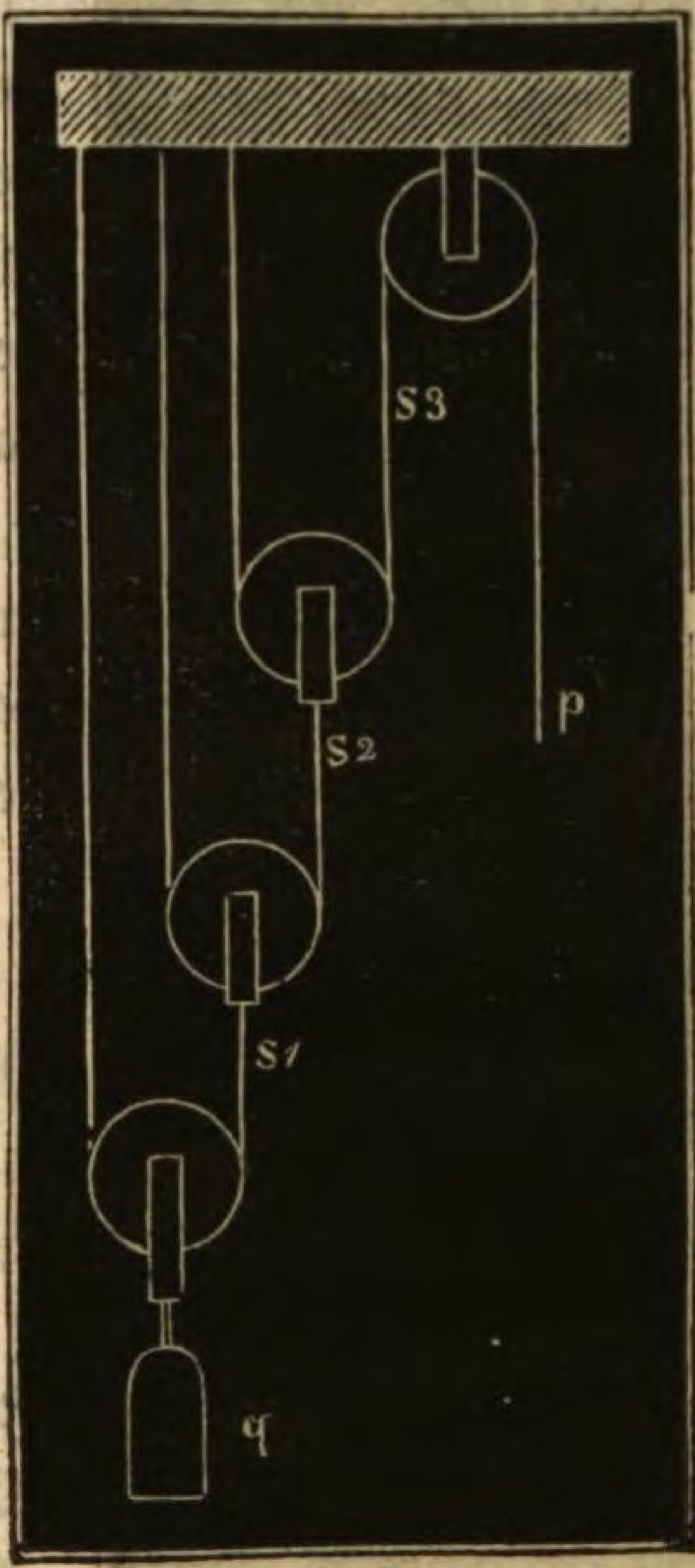
$$p = 2s$$

$$\frac{p}{2} = s$$

d. h. **die an dem einen Seilende ziehende Kraft ist gleich der Hälfte der an der Rolle vertikal abwärts wirkenden.**

Der Rollenzug, Fig. 37, ist eine Verbindung mehrerer beweglicher Rollen. Das um die erste Rolle geschlungene Seil ist am Mittelpunkte der zweiten, das um die zweite geschlungene am Mittelpunkte der dritten u. s. w. befestigt; das über die letzte Rolle geschlungene Seil geht über eine feste Rolle, die sogenannte Handrolle. Die Seile laufen hierbei parallel und die Rollen sind alle von gleichem Halbmesser.

Fig. 37.



Bezeichnet man die an der ersten Rolle wirkende Last mit q, die Spannungen der an den folgenden Rollen befestigten Seilenden mit $s_1\ s_2\ s_3 \ldots s_n$, so ist

$$s_1 = \frac{q}{2}$$

$$s_2 = \frac{s_1}{2} = \frac{q}{2.2} = \frac{q}{2^2}$$

$$s_3 = \frac{s_2}{2} = \frac{q}{2.2.2} = \frac{q}{2^3}$$

u. s. f.

$$s_n = \frac{q}{2^n}$$

Da nun die Kraft p an dem über die Handrolle geschlungenen Seile angreift, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

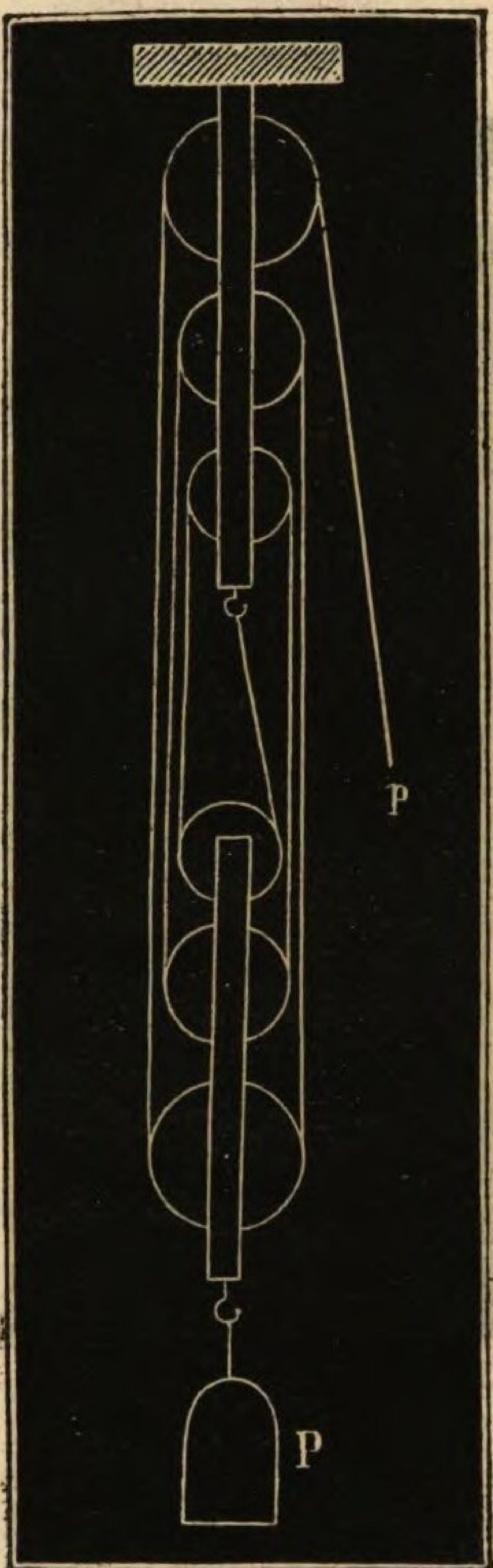
$$p = \frac{q}{2^n}$$

$$p : q = 1 : 2^n$$

d. h. an einem Rollenzuge ist Gleichgewicht, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie 1 zu 2 zur sovielten Potenz, als bewegliche Rollen sind.

Der Flaschenzug, Fig. 38, besteht aus zwei Kloben oder Flaschen, in deren jeder sich eine gleiche Anzahl Rollen befindet und welche durch ein Seil so mit einander verbunden sind, daß dieses von einer Rolle der einen, stets nach einer Rolle der andern Flasche übergeht. Die eine Flasche ist fest aufgehangen, an der andern wirkt die Last.

Fig. 38.



Da die Last P alle Seilstücke gleichmäßig spannt, so ist für n Rollen und also auch für n Seilstücke die Spannung eines jeden

$$s = \frac{P}{n}$$

und da $p = s$ so ist auch

$$p = \frac{P}{n}$$

$$p : P = 1 : n$$

d. h. an einem Flaschenzuge ist Gleichgewicht, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie 1 zur Anzahl der Rollen.

---

4. Vom Gleichgewichte der Körper in Beziehung auf ihre Festigkeit.

Jeder feste Körper, welcher seine Form nicht ändert, kann als ein Gleichgewichtszustand seiner kleinsten Theilchen, Moleküle, angesehen werden. Jede Störung dieses Gleichgewichtes bringt daher eine Aenderung der Form des Körpers hervor.

Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder kehren die kleinsten Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurück, wenn die Ursache der Störung nicht mehr vorhanden ist, d. h. es nimmt der Körper seine frühere Form wieder an, oder die Formänderung ist bleibend.

Die Eigenschaft der Körper, vermöge welcher sie nach einer erlittenen Formänderung ihre ursprüngliche Form wieder annehmen, nennt man Elasticität. Sie ist bei den verschiedenen Körpern sehr verschieden und findet natürlich nur innerhalb gewisser Grenzen statt. Das Maximum der Gleichgewichtsstörung, bei welcher die kleinsten Theilchen eines Körpers wieder in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren, nennt man die Grenze der vollkommenen Elasticität.

Wird diese Grenze überschritten, so findet eine bleibende Formänderung statt; die Moleküle gehen in eine andere Gleichgewichtslage über; es findet eine Dehnung, Biegung, Zusammendrückung, Zerreißung u. dergl. statt.

Man nennt demnach die Körper dehnbar, wenn sie eine bedeutende Formänderung gestatten, ehe sie zerreißen; spröde dagegen, wenn sie bei einer sehr geringen Formänderung zerreißen. Ferner nennt man die Körper hart, wenn eine große Kraft nöthig ist, um ihre Theile zu trennen; weich dagegen, wenn dieses mit einem geringen Kraftaufwande geschehen kann.

Der Widerstand, welchen die Cohäsion der Trennung der Moleküle entgegensetzt, heißt die Festigkeit der Körper. Sie wird gemessen durch diejenige Kraft, bei welcher die Trennung der Moleküle eben statt findet.

Man unterscheidet je nach der Richtung, in welcher die Festigkeit eines Körpers Widerstand zu leisten hat, die absolute Festigkeit, die relative oder respektive Festigkeit, die rückwirkende Festigkeit und die Drehungs- oder Torsionsfestigkeit.

a. Absolute Festigkeit.

Absolute Festigkeit nennt man denjenigen Widerstand, welchen ein fester Körper Kräften entgegensetzt, die ihn in entgegengesetzter

Richtung wirkend, zu zerreißen streben. Aus vielen Versuchen hat man gefunden, daß bei Körpern desselben Stoffes die absolute Festigkeit dem Querschnitte direkt proportional ist. Sind daher a und a_1 die Querschnitte, welche durch die Gewichte p und p_1 eben zerrissen werden, so ist

$$p : p_1 = a : a_1$$

$$p = \frac{p_1}{a_1} . a$$

Bezeichnet man mit a_1 die Einheit des Querschnittes und kennt man aus Versuchen das Gewicht p_1, welches einen Stab aus einem gewissen Stoffe von der Einheit des Querschnittes zu zerreißen vermag, so kann man $\frac{p_1}{a_1} = m$ setzen; wo m stets durch den Versuch gefunden wird.

Hiernach hat man

$$p = m . a$$

In diesem Sinne nennt man m das Maß oder den Coefficienten der absoluten Festigkeit für den betreffenden Stoff.

Bezeichnet man das Gewicht des Körpers mit q, so ist mit Berücksichtigung desselben

$$p + q = m . a$$

und folglich die Bedingung, unter welcher ein Körper durch sein eigenes Gewicht zerreißt

$$q = m . a$$

In folgender Tabelle ist m in Kilogrammen für einen Querschnitt von 1 Quadratmillimeter ausgedrückt.

Namen der Körper.	Werthe von m.	Mittel.
Buchenholz	8 bis 13	10,5
Eichenholz	9 „ 15	12,0
Eschenholz	11 „ 14	12,5
Fichtenholz	7 „ 10	8,5
Kiefernholz	10 „ 14	12,0

Namen der Körper.	Werthe vom m.	Mittel.
Lärchenholz	6 bis 7	6,5
Tannenholz	8 „ 9	8,5
Ulmenholz	10 „ 11	10,5
Hanfseil { trocken	5 „ 6	5,5
Hanfseil { naß	3,75 „ 4,5	4,125
Schmiedeeisen	38 „ 46	42,0
Gußeisen	13 „ 14	13,5
Eisenblech, gewalzt	36 „ 45	40,5
Eisendraht	64 „ 84	74,0
Stahl	78 „ 96	87,0
Stahldraht	90 „ 120	105,0
Kupfer { gegossen	— „ —	13,4
Kupfer { gehämmert	20 „ 26	23,0
Messing { gegossen	— „ —	12,6
Messing { Draht	33 „ 58	45,5
Blei, gegossen	— „ —	1,28

Die Ausdehnung, welche ein Körper erfährt, ist der Erfahrung zufolge direct proportional dem ziehenden Gewichte, direct proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitte.

Bezeichnet man daher die Ausdehnungen zweier Stäbe desselben Stoffes mit e und e_1, ihre Längen mit l und l_1, ihre Querschnitte mit a und a_1, und die ziehenden Gewichte mit p und p_1, so ist

$$e : e_1 = \frac{pl}{a} : \frac{p_1 l_1}{a_1}$$

Ist nun die Ausdehnung e_1, welche ein Gewicht $p_1 = 1$ an einem Stabe, dessen Länge $l_1 = 1$ und dessen Querschnitt $a_1 = 1$ hervorbringt $\frac{1}{\lambda}$, so geht die obige Proportion über in

$$e : \frac{1}{\lambda} = \frac{pl}{a} : 1$$

woraus

$$e = \frac{pl}{a\lambda}$$

Da nun aber p das Gewicht ist, welches den Querschnitt a belastet, so drückt der Quotient $\frac{p}{a}$ die Belastung aus, welche auf den Querschnitt = 1 kommt. Bezeichnet man diese mit n, so ist

$$e = n.\frac{l}{\lambda}$$

Es ist nun noch die Bestimmung von λ übrig. Setzt man e=1 d. h. fragt man nach der Bedingung, unter welcher ein Stab vom Querschnitte = 1 um seine eigene Länge ausgedehnt wird, so folgt aus der letzten Gleichung

$$\lambda = n$$

Es ist daher λ das Gewicht, welches einen Stab vom Querschnitte = 1 um seine eigene Länge ausdehnen würde. Dieses Gewicht nennt man den Elasticitätsmodulus oder das Maaß der Spannkraft, welchem nach Obigem die Ausdehnung, die die Einheit des Gewichtes an einem Stabe von der Einheit der Länge und der Einheit des Querschnittes hervorbringt, umgekehrt proportional ist.

Ist daher der Elasticitätsmodulus, die Länge des Körpers und das Gewicht, welches die Einheit des Querschnittes belastet, bekannt, so kann man die Ausdehnung berechnen, welche er erfährt.

Folgende Tabelle enthält den Werth von λ in Kilogrammen für einen Querschnitt von 1 Quadratmillimeter.

Namen der Körper.	Werthe von λ.
Buche, Eiche, Esche, Kiefer, Fichte, Tanne	1000 bis 1400
Lärche	700 „ 750
Ulme	900 „ 1000
Schmiedeeisen	20000
Gußeisen	11000
Eisendraht	20000 bis 21000
Stahl	21000
Messingdraht	6000
Blei	500

Da aber die Ausdehnung die Grenze der absoluten Festigkeit nicht erreichen darf, d. h. da der Körper nicht so stark belastet werden darf, daß er eben zerreißt, so müssen für n die entsprechenden Werthe durch den Versuch bestimmt werden, welche man dann das **Tragvermögen** der Körper nennt.

Bezeichnet b die größte Ausdehnung, welche für die Einheit der Länge innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elasticität statthaft ist, und q den entsprechenden Werth für n oder das Tragvermögen, so ist

$$b = \frac{q}{\lambda}$$

Bei Körpern von großer Länge wird das Tragvermögen durch das eigene Gewicht des Körpers beeinträchtigt; man gibt ihnen deshalb eine solche Form, daß der Querschnitt von oben nach unten abnimmt.

In folgender Tabelle sind Werthe von q in Kilogrammen für einen Querschnitt von 1 Quadratmillimeter zusammengestellt.

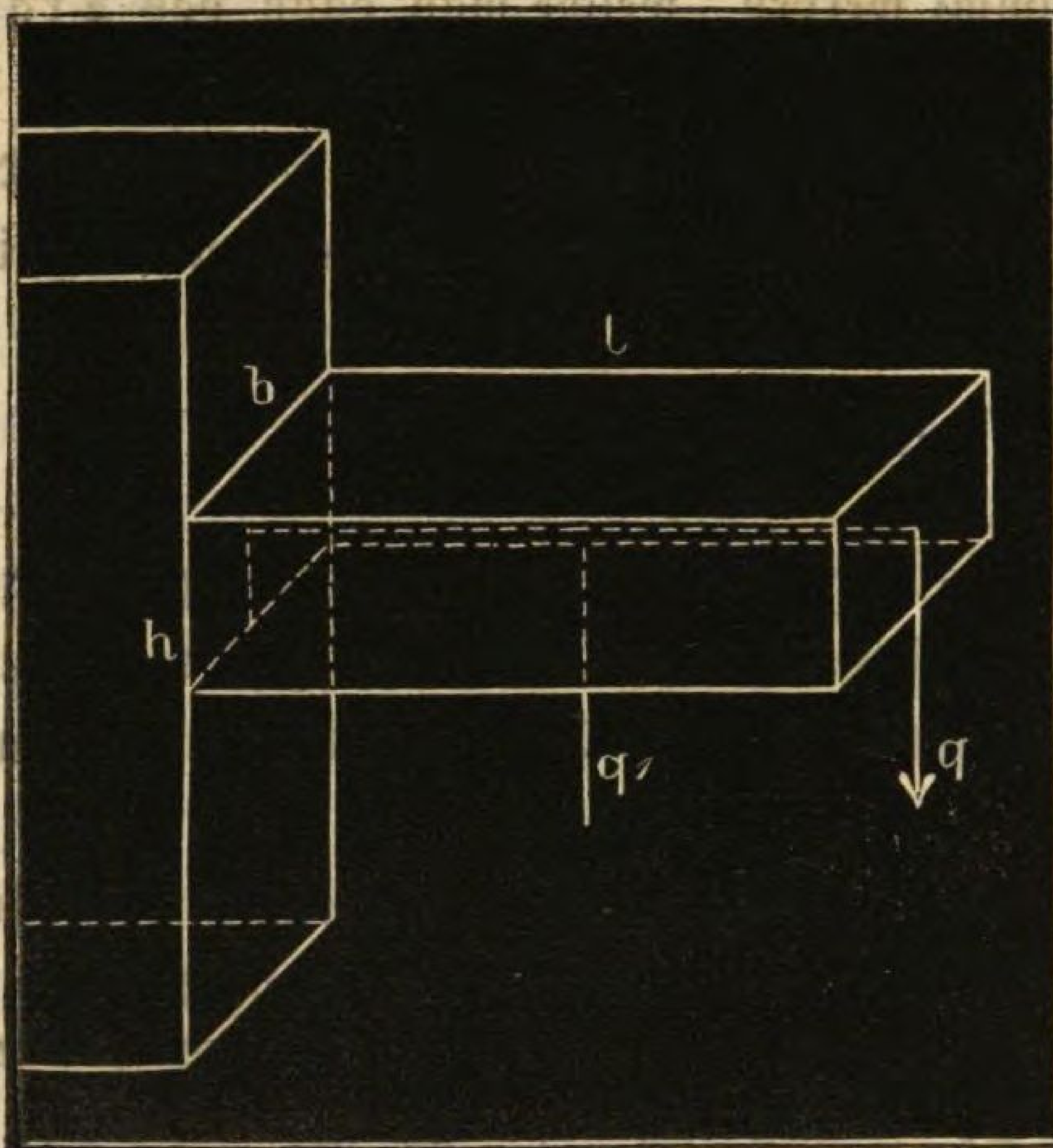
Namen der Körper.	Werthe von q.
Buche und Lärche	1,6
Eiche, Esche, Fichte, Tanne, Ulme .	2,75
Hanfseil { trocken	1,25
Hanfseil { naß	0,82
Hanfseil { getheert	0,95
Schwarze Lederriemen	0,25
Schmiedeeisen	14,2
Gußeisen	9
Stahl	29
Eisendraht	19
Messing	4,3
Blei	1

b. Relative oder respective Festigkeit.

Unter der relativen oder respectiven Festigkeit eines Körpers versteht man denjenigen Widerstand, welchen er Kräften entgegensetzt, die ihn, senkrecht gegen seine Längenausdehnung gerichtet, zu zerbrechen streben.

Ist ein Parallelepipedum, z. B. ein Balken, Fig. 39, dessen Länge l, dessen Breite b und dessen Höhe h ist, an dem einen Ende befestigt, etwa eingemauert, an dem andern Ende aber mit einem Gewichte q belastet, so wird er sich biegen, und zwar wird seine obere Hälfte ausgedehnt, seine untere Hälfte aber zusammengedrückt werden. Zerbricht der Körper, so geschieht dieses jedenfalls dicht an der Mauer, weil hier das Moment der Kraft q am größten ist; denn es ist dieses $= q \cdot l$. Bezeichnet man das Gewicht des Balkens, so weit er aus der Mauer hervorragt, mit q_1, so wirkt dieses ebenfalls im Sinne der Kraft q, und da dieses im Schwerpunkte des Körpers angreift, so ist das Moment desselben $= q_1 \frac{l}{2}$. Die absolute Festigkeit ist in diesem Falle m . bh und da diese im Schwerpunkte des Querschnittes angreifen muß, so ist ist ihr Moment $= \frac{mbh^2}{2}$. Die Bedingung des Gleichgewichtes für den Augenblick des Zerbrechens ist daher

Fig. 39.



$$ql + q_1 \frac{l}{2} = \frac{mbh^2}{2}$$

$$2q + q_1 = \frac{mbh^2}{l}$$

oder $2q + q_1 = p$ gesetzt

$$p = \frac{mbh^2}{l}$$

Bezeichnet man mit p_1, b_1, h_1, l_1 die entsprechenden Größen für einen andern Körper desselben Stoffes, so ist auch

$$p_1 = \frac{mb_1h_1^2}{l_1}$$

und daher

$$p : p_1 = \frac{bh^2}{l} : \frac{b_1h_1^2}{l_1}$$

Bezeichnet man nun das Gewicht p_1, welches einen solchen Körper von der Länge $l_1 = 1$, der Breite $b_1 = 1$ und der Höhe $h_1 = 1$ eben zerbricht, mit μ, so ist

$$p = \mu \cdot \frac{bh^2}{l}$$

wo man μ den Brechungscoefficienten nennt, welcher durch directe Versuche bestimmt werden muß.

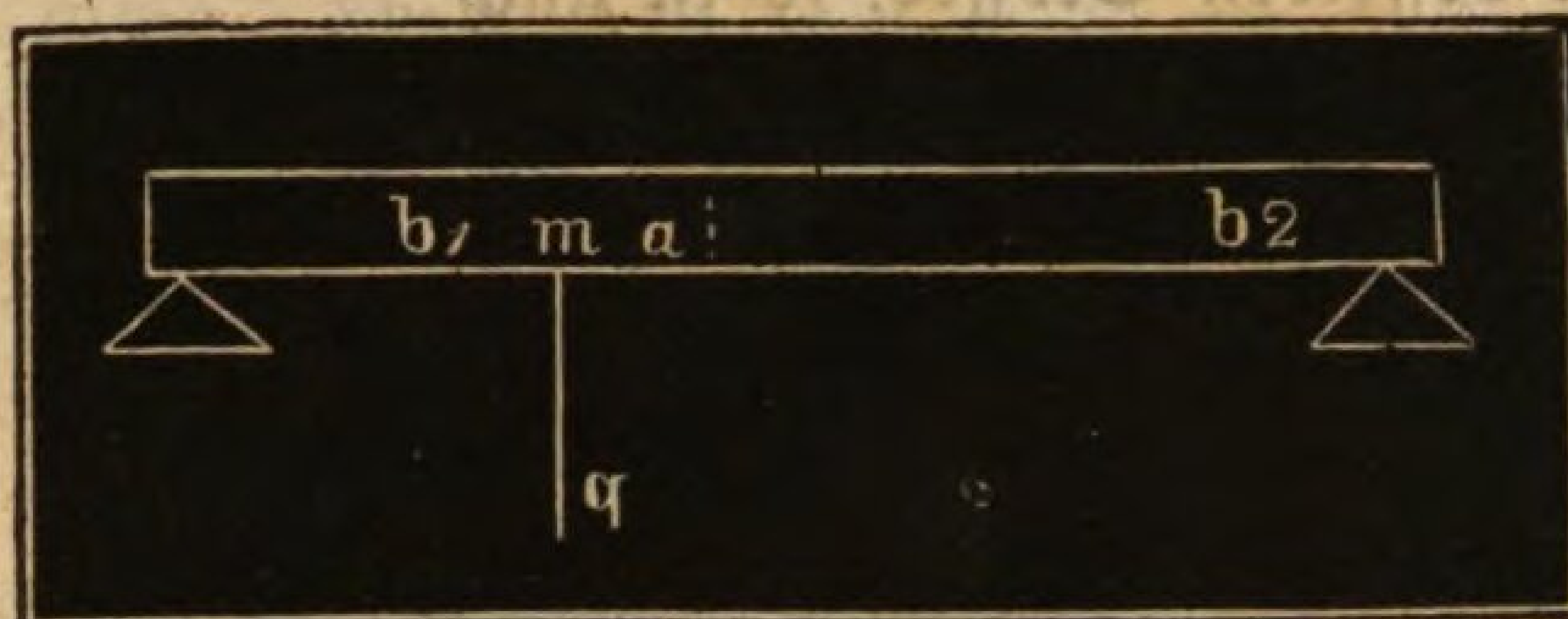
Es ist demnach die respective Festigkeit eines Körpers seiner Breite und dem Quadrate seiner Höhe direct, seiner Länge aber umgekehrt proportional.

Nachstehende Tabelle enthält Werthe von μ in Kilogrammen.

Namen der Körper.	Werthe von μ.	Mittel.
Buche	6,3 bis 8,4	7,35
Eiche	6,1 „ 12	9,05
Esche	7,8 „ 9,6	8,7
Fichte	5,5 „ 9	7,25
Kiefer	4,5 „ 11,5	8
Lärche	3,5 „ 7,5	5,5
Tanne	4,7 „ 9,6	7,15
Ulme	3,9 „ 8,5	6,2
Gußeisen	18 „ 30	24
Kalkstein	0,5 „ 1,2	0,35
Sandstein	0,4 „ 0,6	0,5
Ziegelstein	0,12 „ 0,18	0,15

Ist ein Balken an beiden Enden unterstützt, indem er frei aufliegt, Fig. 40, und wirkt im Punkte m das Gewicht q, so mögen die Entfernungen des Punktes m von den Unterstützungspunkten mit b_1 und b_2, so wie die Pressungen, welche die Unterstützungspunkte erfahren, mit q_1 und q_2 bezeichnet werden, dann ist nach dem Gesetze des Hebels für den Zustand des Gleichgewichtes

Fig. 40.



$$b_1 q_1 = b_2 q_2$$

$$q_1 = \frac{b_2}{b_1} q_2; \quad q_2 = \frac{b_1}{b_2} q_1$$

da aber auch sein muß

$$q_1 + q_2 = q$$

so ist

$$q_1 = q - q_2; \quad q_2 = q - q_1$$

Dieß eingesetzt gibt

$$q_1 = \frac{b_2 q}{b_1 + b_2}; \quad q_2 = \frac{b_1 q}{b_1 + b_2}$$

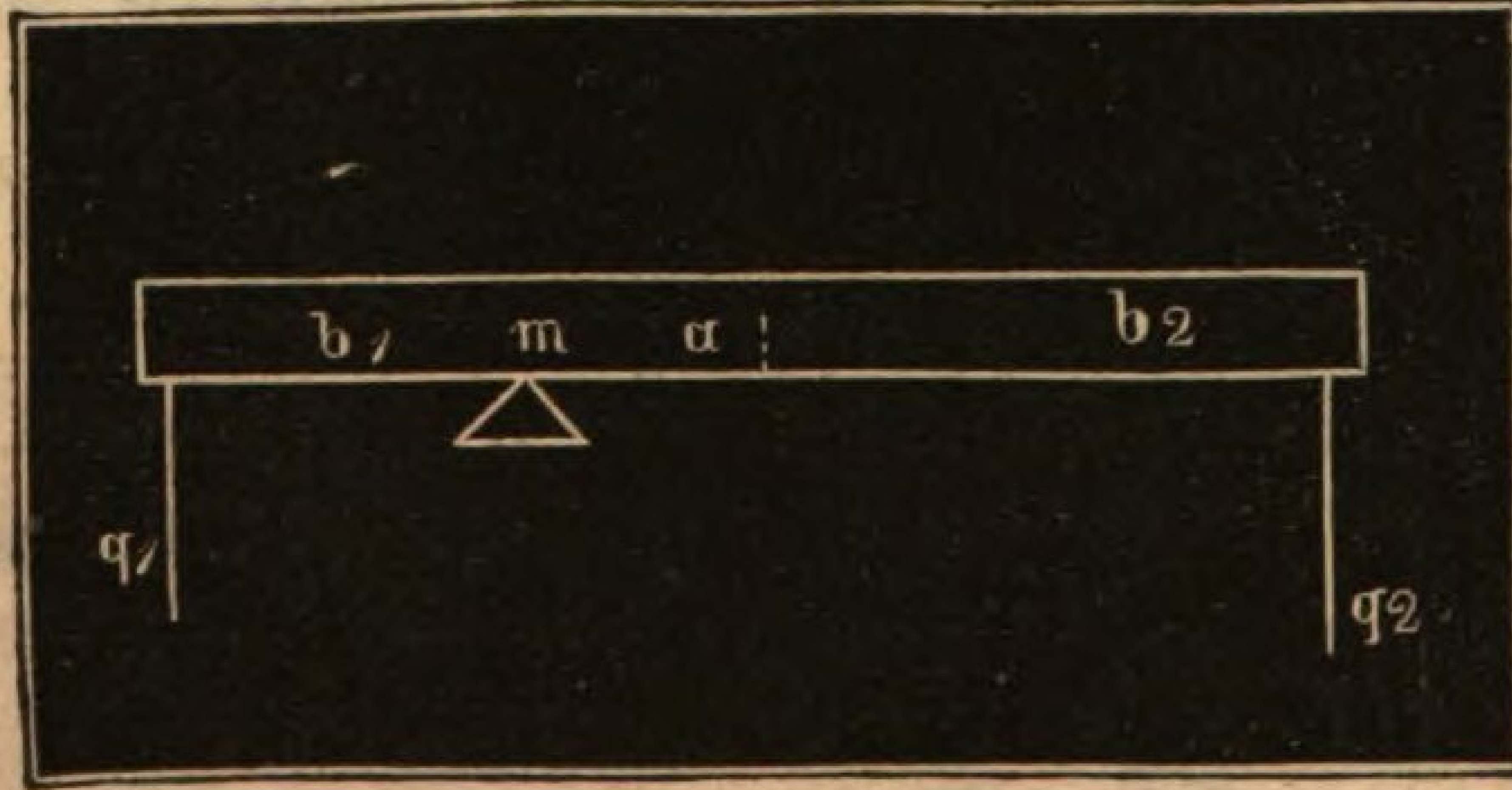
Bezeichnet man die Länge des Balkens von einem Unterstützungspunkte zum andern mit l, so ist

$$b_1 + b_2 = l$$

und daher

$$q_1 = \frac{b_2 q}{l}; \quad q_2 = \frac{b_1 q}{l}$$

Fig. 41.



Wäre nun m der Unterstützungspunkt des Balkens, Fig. 41, und wirkten q_1 und q_2 frei, so daß sie das Bestreben hätten, den Balken in m zu zerbrechen,

so müßte nach dem Obigen sein

$$q_1 = \mu \frac{bh^2}{b_1};\ q_2 = \mu \frac{bh^2}{b_2}$$

wo μ, b und h dieselbe Bedeutung wie oben haben. Verbindet man beide Ausdrücke für q_1 oder für q_2, so erhält man in beiden Fällen

$$q = \mu \cdot \frac{blh^2}{b_1 b_2}$$

Bezeichnet a die Entfernung des Punktes m von der Mitte des Balkens, so ist

$$b_1 = \tfrac{1}{2}l - a;\ b_2 = \tfrac{1}{2}l + a$$

daher auch

$$q = 4\mu \cdot \frac{blh^2}{l^2 - 4a^2}$$

Ist a = o, wirkt also das Gewicht in der Mitte des Balkens, so ist

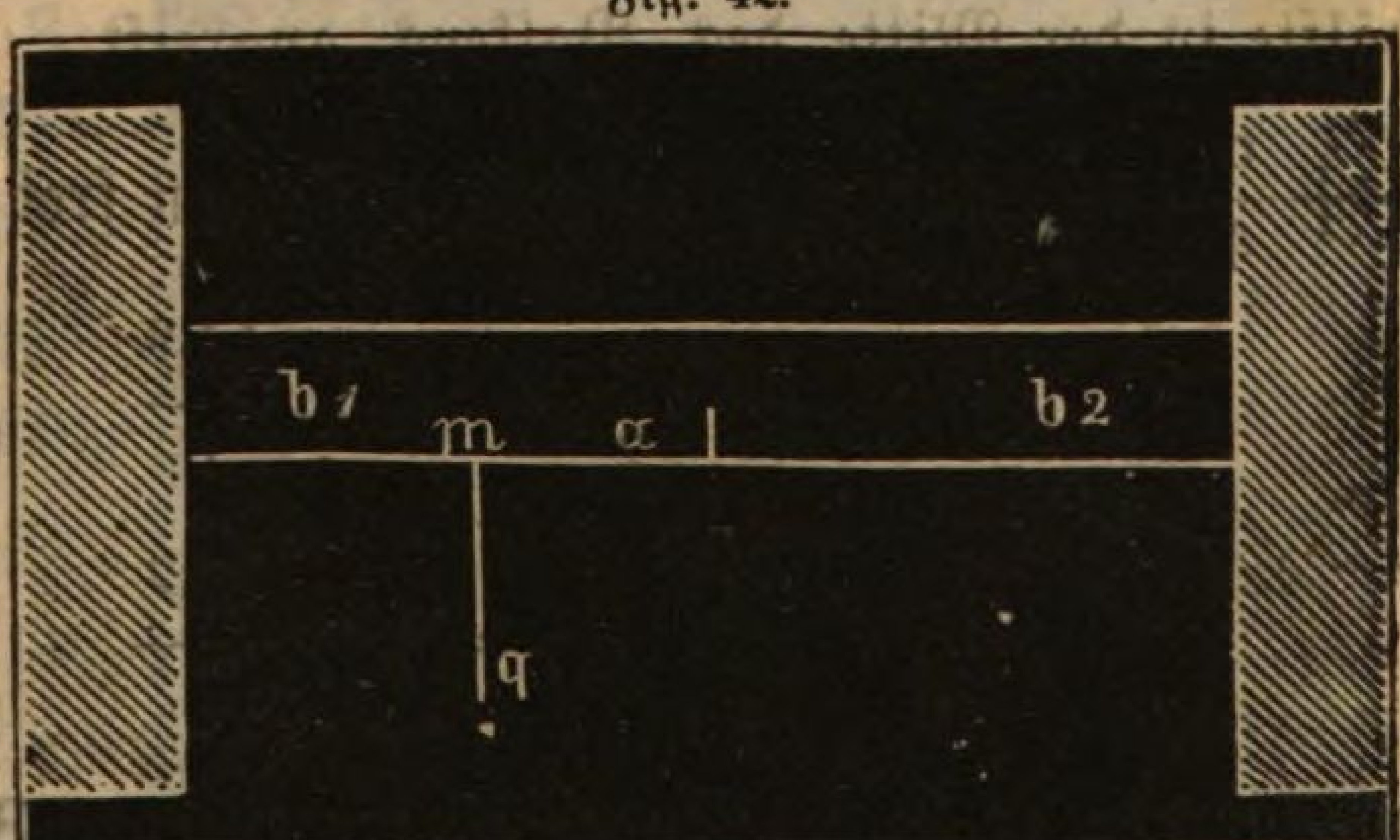
$$q = 4\mu \cdot \frac{bh^2}{l}$$

Es ist also in diesem Falle die respective Festigkeit 4 Mal so groß, als wenn der Balken an dem einen Ende frei, an dem andern aber eingemauert ist.

Wird das Gewicht des Balkens berücksichtigt, so sei dieses = p und es komme auf b_1 der Theil p_1, auf b_2 der Theil p_2, dann trägt der eine Unterstützungspunkt $\frac{1}{2}p_1$, der andere $\frac{1}{2}p_2$, während auf dem Punkt m $\frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2}p_2 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) = \frac{1}{2}p$ kommt. Dieses muß abgezogen werden, so daß man erhält

$$q = \mu \cdot \frac{blh^2}{b_1 b_2} - \tfrac{1}{2}p$$

Fig. 42.



Ist der Balken mit beiden Enden eingemauert, Fig. 42, so muß er in m sowohl, als an den Stellen, wo er aus

der Mauer hervorragt, gleichzeitig brechen. Bezeichnet man die an den drei Stellen wirkenden Kräfte mit q_1, q_2 und q_3, so muß sein

$$q_1 = \mu \frac{bh^2}{b_1}; \; q_2 = \mu \frac{bh^2}{b_2}; \; q_3 = \mu \frac{blh^2}{b_1 b_2}$$

Da nun aber

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

sein muß, so ist auch

$$q = \mu bh^2 \left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_1 b_2}\right)$$

$$q = 2\mu . \frac{blh^2}{b_1 b_2}$$

oder wenn man wie oben den Abstand des Punktes m von der Mitte mit a bezeichnet

$$q = 8\mu . \frac{blh^2}{l^2 - 4a^2}$$

und für a = o

$$q = 8\mu . \frac{bh^2}{l}$$

Es ist also hier die respective Festigkeit 8 Mal so groß, als wenn der Balken an dem einen Ende frei, an dem andern Ende aber eingemauert ist.

Ist die Last q auf den ganzen Balken gleichmäßig vertheilt, so kommt auf jede Hälfte des Balkens $\frac{q}{2}$, hiervon kommt aber wieder die Hälfte auf den Unterstützungspunkt, während die andere Hälfte in der Mitte des Balkens angreift. Es wirkt also hier $\frac{q}{4} + \frac{q}{4} = \frac{q}{2}$ und man hat daher für den frei aufliegenden Balken

$$\frac{q}{2} = 4 . \mu . \frac{bh^2}{l}$$

$$q = 8 . \mu . \frac{bh^2}{l}$$

und für den an beiden Enden eingemauerten Balken

$$\frac{q}{2} = 8 . \mu . \frac{bh^2}{l}$$

$$q = 16 . \mu . \frac{bh^2}{l}$$

Es ist daher bei gleichmäßiger Vertheilung der Last die respective Festigkeit doppelt so groß, als wenn die Last nur in einem Punkte wirkt.

Da der Bruch stets nur an der Befestigungsfläche oder in demjenigen Punkte stattfindet, in welchem das Gewicht wirkt, so braucht auch nur hier der Querschnitt die entsprechende Größe zu haben; je mehr man sich von dieser Stelle entfernt, um so kleiner kann der Querschnitt sein, indem ein durchgehends gleicher Querschnitt eine unnütze Belastung herbeiführt.

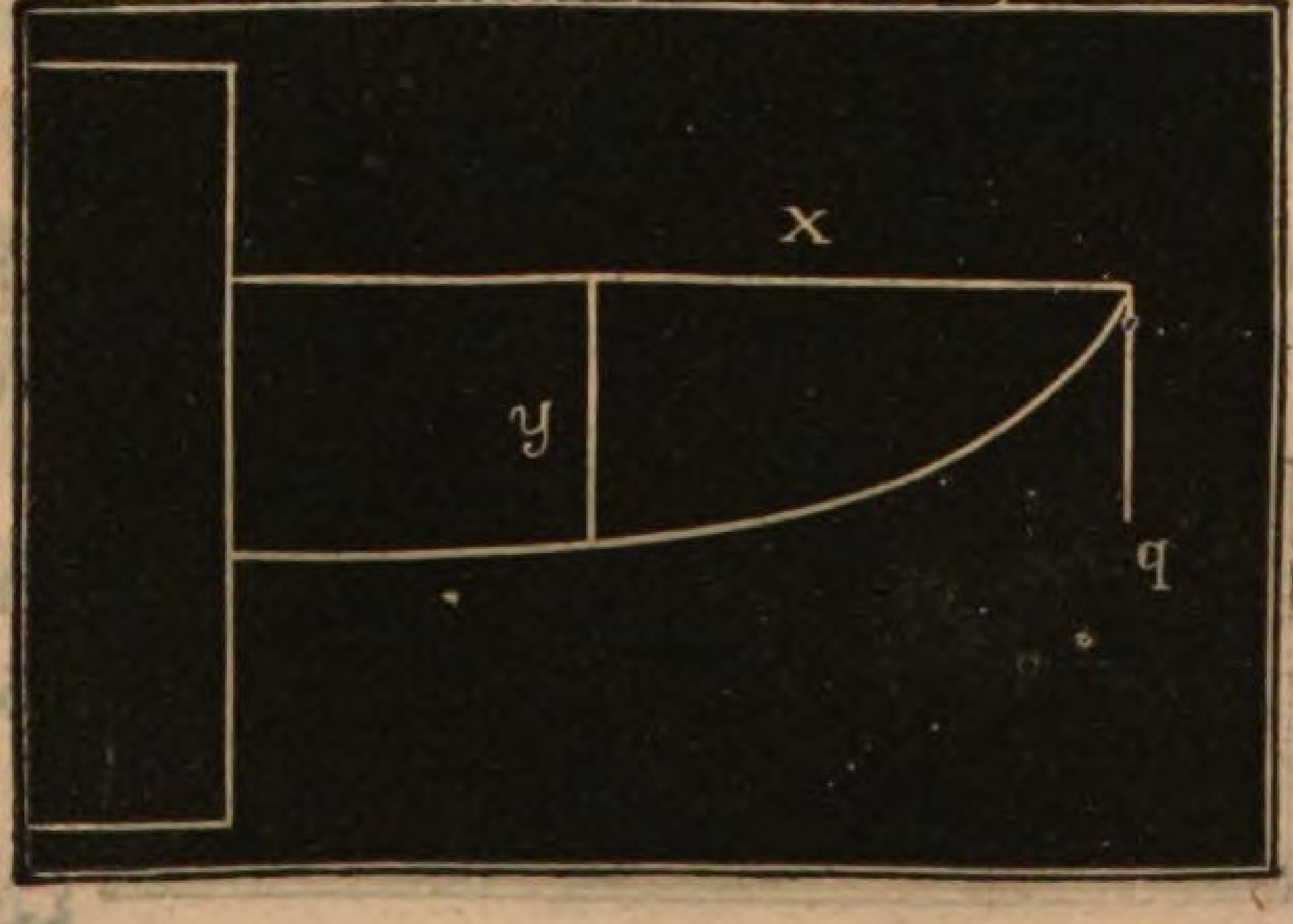
Bezeichnet man eine beliebige Entfernung vom Angriffspunkte der brechenden Kraft mit x, die hierzu gehörige Höhe des Querschnittes mit y und seine Breite mit z, so muß, weil dieser Querschnitt in Beziehung auf die Länge x dieselbe Festigkeit besitzen soll, welche der Querschnitt, dessen Breite b und dessen Höhe h ist, in Beziehung auf die Länge l besitzt, die Gleichung bestehen

$$\frac{bh^2}{l} = \frac{zy^2}{x}$$

Körper, welche so gearbeitet sind, daß sie vorstehende Bedingung erfüllen, werden Körper von gleichem Widerstande genannt.

Ist ein Körper, Fig. 43, mit dem einen Ende eingemauert, wirkt an dem andern Ende die Kraft q, und hat der Körper durchgehends dieselbe Breite b, so ist zufolge der obigen allgemeinen Gleichung

Fig. 43.



$$\frac{bh^2}{l} = \frac{by^2}{x}$$

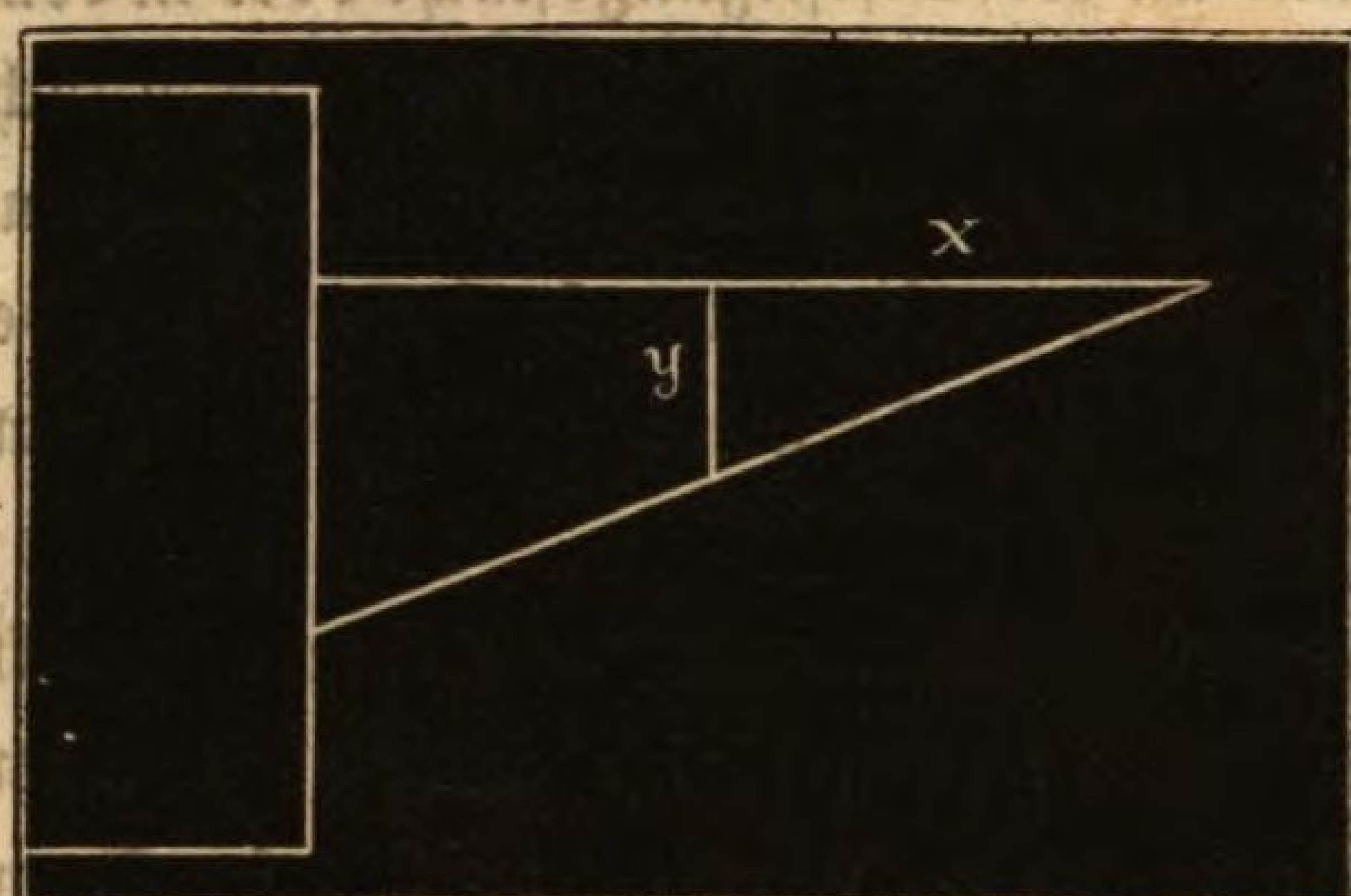
woraus

$$y^2 = \frac{h^2}{l} x$$

Da dieses die Gleichung der Parabel ist, so ist mithin die Begrenzungslinie eine Parabel, deren Scheitel der Angriffspunkt der Kraft q und deren Parameter $\frac{h^2}{l}$ ist.

Ist unter sonst gleichen Umständen q über den ganzen Körper verbreitet, Fig. 44, und kommt auf die Längeneinheit der Gewichtstheil γ, so ist für die ganze Länge

Fig. 44.



$$\frac{\gamma l}{2} = \mu \frac{bh^2}{l}$$

und für die Länge x

$$\frac{\gamma x}{2} = \mu \frac{by^2}{x}$$

Aus der ersten Gleichung folgt aber

$$\frac{\gamma}{2} = \mu \frac{bh^2}{l^2}$$

und aus der zweiten

$$\frac{\gamma}{2} = \mu \frac{by^2}{x^2}$$

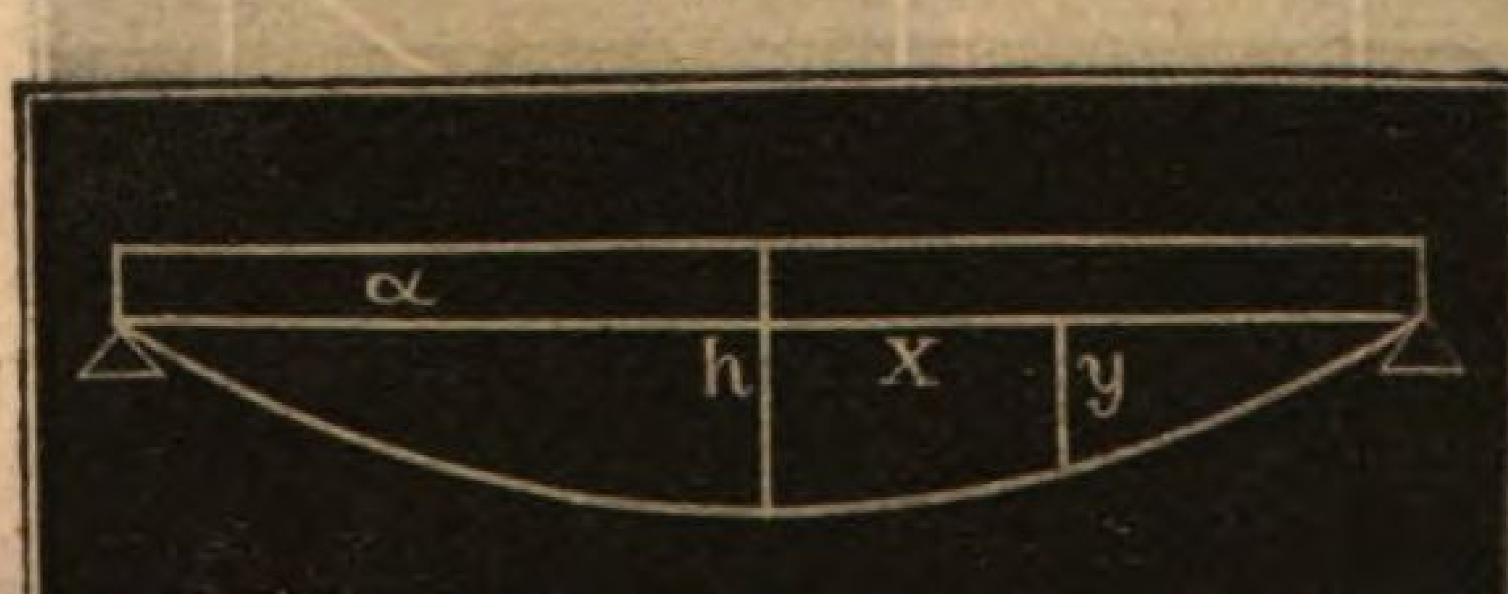
Es ist daher

$$\frac{h^2}{l^2} = \frac{y^2}{x^2}$$

$$y = \frac{h}{l} x$$

welches die Gleichung der geraden Linie ist. Es ist daher die Begrenzungslinie eine Gerade.

Fig. 45.



Liegt ein Balken an beiden Enden frei auf, Fig. 45, und ist er gleich belastet, so muß in der Mitte sein Querschnitt am größten

sein. Ist seine Breite durchgehends $= b$ und bezeichnet α seine halbe Länge, so ist für eine beliebige Entfernung x von der Mitte der eine Theil $\alpha + x$, der andere $\alpha - x$ und daher

$$q = \mu \frac{bly^2}{\alpha^2 - x^2}$$

$$y^2 = \frac{q}{\mu bl}(\alpha^2 - x^2)$$

Setzt man hier $x = o$ und berücksichtigt, daß für diesen Werth von x $y = h$ sein muß, so erhält man

$$\frac{h^2}{\alpha^2} = \frac{q}{\mu bl}$$

und daher auch

$$y^2 = \frac{h^2}{\alpha^2}(\alpha^2 - x^2)$$

welches die Gleichung der Ellipse ist. Es ist daher die Begrenzungslinie eine Ellipse, deren große halbe Axe $= \alpha$ und deren kleine halbe Axe $= h$ ist.

Endlich muß hier noch bemerkt werden, daß die Tragfähigkeit oder die respective Festigkeit eines Balkens ein Maximum ist, wenn

$$b : h = 1 : \sqrt{2}$$

c. Rückwirkende Festigkeit.

Rückwirkende Festigkeit nennt man denjenigen Widerstand, welchen ein fester Körper Kräften entgegensetzt, die ihn zu zerdrücken streben.

Durch die drückende Kraft werden die kleinsten Theilchen des gedrückten Körpers einander so sehr genähert, daß sie nach allen Seiten in Richtungen, welche auf die Richtung der drückenden Kraft senkrecht sind, ausweichen müssen.

Der Erfahrung zufolge nimmt man an, daß der Widerstand dem Querschnitte direct proportional sei, vorausgesetzt, daß die drückende Kraft auf die ganze Fläche des Querschnittes gleichmäßig vertheilt ist.

Bezeichnet daher a den Querschnitt und q das Gewicht, so wie s dasjenige Gewicht, welches die Einheit des Querschnittes zu

zerdrücken vermag, so wird die rückwirkende Festigkeit ausgedrückt durch

$$q = s . a$$

Die Erfahrung lehrt ferner, daß die rückwirkende Festigkeit um so größer ist, je kleiner der Umfang bei gleichem Flächeninhalte des Querschnittes ist. Sie ist daher für die Kreisfläche am größten, und für ein Quadrat größer als für ein gleichflächiges Rechteck. Ferner ist die Festigkeit bei hohlen Körpern größer als bei soliden, weil dann die kleinsten Theilchen auch nach innen ausweichen können. Daher die große Festigkeit hohler metallener Säulen. Was endlich das Verhältniß der Höhe zum Querschnitte anlangt, so hat die Erfahrung ebenfalls gelehrt, daß die Festigkeit um so größer ist, je näher der Körper dem Würfel kommt.

Folgende Tabelle enthält Werthe von s in Kilogrammen.

Namen der Körper.	Werthe von s.	Mittel.
Eichenholz	3,8 bis 4,6	4,2
Tannenholz	4,6 „ 5,4	5
Gußeisen	50 „ 100	75
Basalt	16 „ 20	18
Granit	4 „ 7	5,5
Gneis	3 „ 4	3,5
Kalkstein	1 „ 4	2,5
Marmor	3 „ 8	5,5
Sandstein	1 „ 4	2,5
Ziegelstein	0,4 „ 1,7	1,05

d. Drehungs- oder Torsionsfestigkeit.

Mit diesem Namen bezeichnet man denjenigen Widerstand, welchen ein fester, an dem einen Ende befestigter Körper Kräften entgegensetzt, die ihn, indem sie ihn um seine Axe drehen, zu zerbrechen streben. Diejenigen Theilchen, welche im Zustande der Ruhe und des Gleichgewichtes in einer geraden Linie liegen, bekommen hierbei eine solche Lage, daß sie eine Art Schraubenlinie bilden.

Denkt man sich den Körper der Länge nach in lauter parallele Fasern zerlegt, so wird die Kraft, welche eine solche Faser aus ihrer Gleichgewichtslage bringen soll, direkt proportional sein der Dicke der Faser, direct proportional ihrer Entfernung von der Axe, direct proportional dem Drehungswinkel, und umgekehrt proportional der Länge der Faser.

Bezeichnet man die Dicke der Faser mit a, ihre Länge mit l, den Drehungswinkel mit α und die Kraft, welche erforderlich ist, sie zu zerbrechen, mit p_1, so ist

$$p_1 = \frac{\alpha}{l} ar$$

und da diese Kraft in der Entfernung r vom Drehpunkte angreift, so ist ihr statisches Moment

$$p_1 r = \frac{\alpha}{l} ar^2$$

Die Summe der statischen Momente aller Fasern ist nun offenbar diejenige Kraft, welche erforderlich ist, den Körper abzudrehen, oder das Maß der Drehungsfestigkeit. Da aber α und l constante Größen sind, so bezieht sich diese Summe nur auf ar^2. Bezeichnet man daher das Maß der Drehungsfestigkeit mit p, so ist

$$p = \frac{\alpha}{l} S(ar^2)$$

wo $S(ar^2)$ die Summe von ar^2 darstellt.

Hat man diese Kraft für einen Körper bei gegebener Länge, gegebenem Querschnitte und gegebenem Drehungswinkel bestimmt und bezeichnet sie mit t, so ist

$$p = t \frac{\alpha}{l} S(ar^2)$$

wo t der Coefficient der Verdrehung genannt wird.

Die Größe $S(ar^2)$ hängt von der Form des Querschnittes ab. Bei einem Cylinder ist

$$S(ar^2) = \frac{r^4 \pi}{2}$$

und bei einem Körper von quadratischer Basis ist

$$S(ar^2) = \frac{s^4}{6}$$

wenn man mit r den Halbmesser des Cylinders und mit s die Seite des Quadrates bezeichnet.

Es ist also die Drehungsfestigkeit eines Cylinders

$$\frac{t\alpha r^4\pi}{21}$$

und die eines Körpers von quadratischem Querschnitte

$$\frac{t\alpha s^4}{61}$$

Folgende Tabelle enthält Werthe von t, wenn die Länge auf Millimeter, der Winkel auf Sexagesimalgrade und das Gewicht auf Kilogramme bezogen wird.

Namen der Körper.	Werth von t.			Mittel.
Buche	—		—	1,56
Eiche	0,88	bis	1,47	1,175
Erle	—	„	—	1,19
Esche	—	„	—	1,49
Fichte	0,7	„	1,1	0,9
Kiefer	—	„	—	1
Lärche	—	„	—	1,39
Tanne	0,82	„	1,5	1,16
Ulme	—	„	—	0,99
Schmiedeeisen	104	„	143,6	123,8
Gußeisen	69,2	„	70,8	70
Stahl	119,1	„	146	132,55

Zweiter Abschnitt.

Von der Bewegung fester Körper.

1. Von der gleichförmigen Bewegung.

Eine Bewegung heißt gleichförmig, wenn die Geschwindigkeit des Bewegten fortwährend dieselbe bleibt, d. h. wenn es immer in gleichen Zeitabschnitten gleiche Wegtheile zurücklegt oder durchläuft. Daher verhalten sich die in verschiedenen Zeitabschnitten zurückgelegten Wege wie die zugehörigen Zeiten.

Bezeichnet man mit s und s_1 die Wege und beziehungsweise mit t und t_1 die Zeiten, so ist

$$s : s_1 = t : t_1$$

daher

$$s = \frac{s_1}{t_1} t$$

Setzt man $t_1 = 1$, so drückt s_1 den in der Zeiteinheit, z. B. einer Secunde, durchlaufenen Weg aus und ist sonach das Maß der Geschwindigkeit des Bewegten. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit c, so ist

$$s = ct$$

d. h. der mit gleichförmiger Bewegung zurückgelegte Weg ist ein Product aus der Geschwindigkeit und der Zeit.

Aus obiger Gleichung folgt

$$t = \frac{s}{c}$$

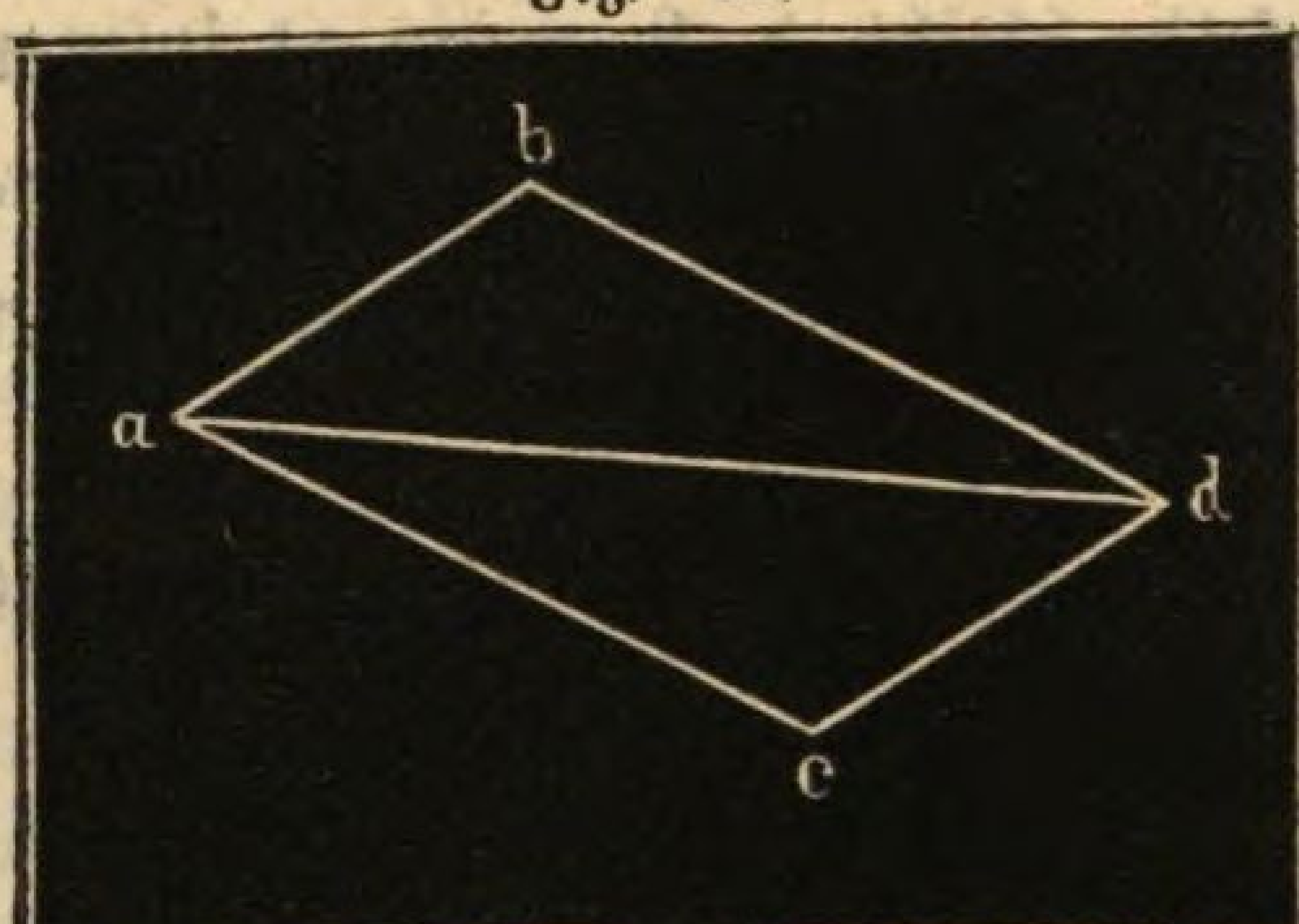
d. h. die Zeit ist gleich dem Quotienten aus dem Wege durch die Geschwindigkeit. Ferner folgt

$$c = \frac{s}{t}$$

d. h. die Geschwindigkeit ist gleich dem Quotienten aus dem Wege durch die Zeit; wo s stets die Anzahl der Wegeinheiten und t stets die Anzahl der Zeiteinheiten darstellt.

Wirken auf einen Punkt gleichzeitig zwei Geschwindigkeiten c_1 und c_2, deren Richtungen den Winkel α einschließen, so erhält man die aus beiden resultirende Geschwindigkeit c sowohl ihrer Größe als auch ihrer Richtung nach, wenn man aus den, die gegebenen Geschwindigkeiten darstellenden Linien und dem Winkel α ein Parallelogramm construirt und die Diagonale zieht.

Fig. 46.



Sind ab und ac, Fig. 46, diese Linien und ist bac $= \alpha$, so ist ad diejenige Linie, welche der Geschwindigkeit c entspricht. Es ist aber

$$c = \sqrt{c_1{}^2 + c_2{}^2 + 2 c_1 c_2 \cos \alpha}$$

Das Parallelogramm führt hier den Namen Parallelogramm der Geschwindigkeiten.

Schließt die resultirende Geschwindigkeit mit einer der Seitengeschwindigkeiten, z. B. c_1, den Winkel x ein, so macht sie mit der andern den Winkel $\alpha - x$ und es ist

$$\sin x = \frac{c_1}{c} \sin \alpha$$

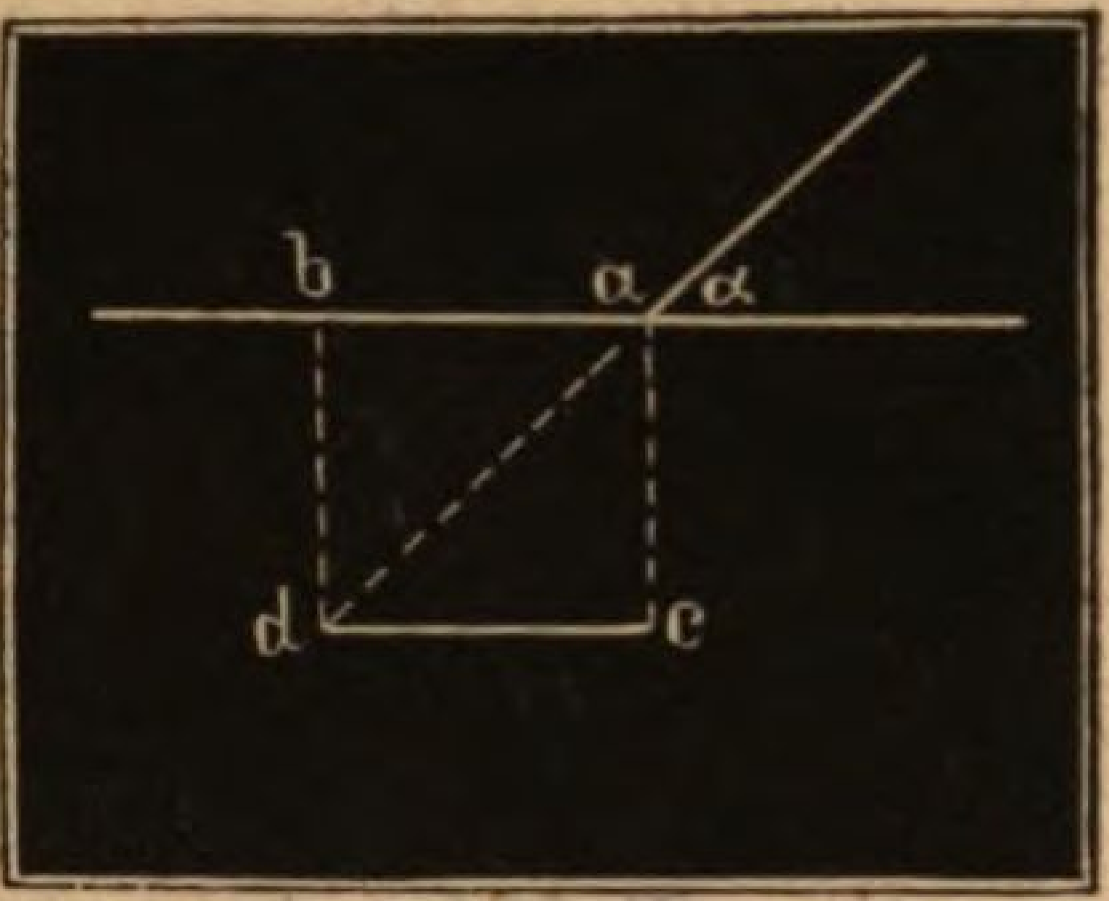
daher ist, wenn die Seitengeschwindigkeiten einen rechten Winkel einschließen,

$$c = \sqrt{c_1{}^2 + c_2{}^2}; \quad \sin x = \frac{c_1}{c}$$

Wirken auf einen Punkt mehrere Geschwindigkeiten, so findet man die resultirende Geschwindigkeit durch wiederholte Anwendung des Parallelogramms.

Trifft ein bewegter Punkt auf ein Hinderniß, so kann man seine Geschwindigkeit c in die senkrechten Componenten ab und ac, Fig. 47, zerlegen. ac wird durch das Hinderniß aufgehoben, während ihm die Geschwindigkeit ab bleibt. Trifft er das Hinderniß unter dem Winkel α, so ist

Fig. 47.



$$ab = c \cos \alpha$$
$$ac = c \sin \alpha$$

Tritt nun ein Punkt in der Richtung der Tangente in eine Kurve, so wird $\alpha = 0$, daher auch

$$ac = 0; \; ab = c$$

woraus folgt, daß ein gleichförmig bewegter Punkt mit unveränderter Geschwindigkeit fortgeht, wenn er in der Richtung der Tangente in eine Kurve eintritt.

Findet die Bewegung auf einer Kreislinie statt, ist der Halbmesser des Kreises r und durchläuft das Bewegte in der Zeit t die Kreislinie n mal, so ist

$$2r\pi n = ct$$

und es kann jede in dieser Gleichung enthaltene Größe gefunden werden, wenn die übrigen gegeben sind.

2. Von der gleichförmig veränderlichen Bewegung.

Eine Bewegung heißt **gleichförmig veränderlich**, wenn die Geschwindigkeit des Bewegten in gleichen Zeiten gleichviel zu- oder abnimmt.

Wird die Geschwindigkeitszunahme oder Abnahme für die Zeiteinheit mit a bezeichnet, so ist die Geschwindigkeit des Bewegten am Ende der 1. 2. 3. . . . tten Secunde beziehungsweise a, 2a,

3a . . . ta. Bezeichnet man die Geschwindigkeit am Ende der tten Secunde mit c, so ist

$$c = at$$

Es ist daher die Endgeschwindigkeit der Zeit proportional.

Um den Weg zu finden, den ein Bewegtes mit gleichförmig veränderter Geschwindigkeit in der Zeit t zurücklegt, denke man sich t in n gleiche Theile getheilt und stelle sich vor, die positive oder negative Beschleunigung wirke am Anfange eines jeden solchen Zeittheilchens gleichsam stoßweise und ertheile dadurch dem Bewegten einen Zuwachs oder eine Abnahme an Geschwindigkeit $= v$, vermöge welcher es den Weg $w = \frac{t}{n} v$ gleichförmig zurücklegt. Bezeichnet daher s den in der Zeit t zurückgelegten Weg, so ist

$$s = w + 2w + 3w + \ldots + nw$$
$$s = w(1 + 2 + 3 + \ldots + n)$$
$$s = w(n + 1)\frac{n}{2}$$

Da aber

$$w = \frac{t}{n} v$$

so ist auch

$$s = \frac{vt}{2}(n + 1)$$

Da nun n eine sehr große Zahl ist, gegen welche die Einheit verschwindet, so ist auch

$$s = \frac{nvt}{2}$$

Es ist aber

$$nv = c = at$$

daher

$$s = \frac{at^2}{2}$$

Hieraus folgt aber, daß der mit gleichförmig beschleunigter oder verzögerter Bewegung zurückgelegte Weg dem Quadrate der Zeit proportional ist.

Ferner folgt daraus, daß der Weg, welchen ein Punkt bei gleichförmig beschleunigter Bewegung in der Zeit t zurücklegt, nur halb so groß ist, als derjenige, welchen er in derselben Zeit mit der dieser Zeit entsprechenden Endgeschwindigkeit gleichförmig zurückgelegt hätte.

Aus

$$s = \frac{at^2}{2}$$

folgt

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

ferner folgt aus

$$c = at$$

$$t = \frac{c}{a}$$

daher

$$\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$c = \sqrt{2as}$$

als Ausdruck für die einem gegebenen Wege zugehörige Endgeschwindigkeit.

Um den Weg zu finden, den ein Punkt in irgend einem Zeitabschnitte mit gleichförmig veränderter Geschwindigkeit zurücklegt, sei σ der Weg für $t - 1$ Zeitabschnitte; dann ist

$$\sigma = \frac{a(t-1)^2}{2}$$

und folglich $s - \sigma$ der Weg des $t$ten Zeitabschnittes. Es ist aber

$$s - \sigma = \frac{at^2}{2} - \frac{a(t-1)^2}{2}$$

$$s - \sigma = \frac{a(2t-1)}{2}$$

Da nun $2t-1$ stets eine ungerade Zahl ist, so folgt hieraus, daß die Wege der einzelnen Zeiten wie die ungeraden Zahlen wachsen oder abnehmen.

Hat der Punkt schon eine Geschwindigkeit, die sogenannte Anfangsgeschwindigkeit, welche mit v bezeichnet werden mag, so ist

$$c = v + at$$

$$s = vt + \frac{at^2}{2}$$

so wie, wenn die Beschleunigung der Anfangsgeschwindigkeit entgegen wirkt

$$c = v - at$$

$$c = vt - \frac{at^2}{2}$$

---

3. Vom freien Falle der Körper und von der Wurfbewegung.

Die Ursache des freien Falles der Körper ist die Anziehungskraft, welche die Erde auf alle schwere Körper ausübt und welche Schwerkraft genannt wird. Da diese Kraft dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist, so muß sie sich ändern, je mehr der fallende Körper der Erde sich nähert; sie kann daher keine constante Beschleunigung hervorbringen. Da indessen die Entfernungen, auf welche derartige Betrachtungen sich beziehen, gegen den Erdhalbmesser sehr klein sind, so kann die Schwerkraft innerhalb dieser Grenzen als eine constante Kraft, und die durch sie her- hervorgebrachte Beschleunigung ebenfalls als constant angesehen werden.

Um die vorstehenden allgemeinen Gleichungen auf den freien Fall anwenden zu können, muß man die Beschleunigung kennen.

Setzt man $t = 1$, so ist

$$s = \frac{a}{2}$$

und daher

$$a = 2s$$

d. h. **die Beschleunigung ist gleich dem doppelten Fallraume der ersten Secunde.**

Es gibt mehrere Mittel, diese Beschleunigung, welche natürlich an verschiedenen Orten der Erdoberfläche verschieden ist, zu bestimmen.

In den mittleren Breiten ist sie $31\frac{1}{4}$ par. Fuß oder 9,81 Meter. Allgemein wird sie mit g bezeichnet.

Bezeichnet man die Fallhöhe mit h, die Zeit mit t und die Geschwindigkeit mit c, so ist

$$c = gt$$

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

Der Fallraum der $t$ten Secunde, wenn er mit h_t bezeichnet wird, ist

$$h_t = \frac{g(2t-1)}{2}$$

und endlich die dem Fallraume h zugehörige Endgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2gh}$$

Wird ein Körper senkrecht herabgeworfen, so ist, wenn seine Anfangsgeschwindigkeit mit v bezeichnet wird,

$$c = v + gt$$

$$h = vt + \frac{gt^2}{2}$$

Wird ein Körper mit der Geschwindigkeit v senkrecht in die Höhe geworfen, so ist seine Endgeschwindigkeit nach t Secunden

$$c = v - gt$$

Der Körper steigt daher so lange $v > gt$ ist; seinen höchsten Punkt erreicht er, wenn

$$v = gt$$

wo er anfängt, zu fallen. Hieraus folgt aber

$$t = \frac{v}{g}$$

die Zeit, nach welcher ein senkrecht aufwärts steigender Körper seinen höchsten Punkt erreicht. Man erfährt daher, wie lange ein Körper senkrecht in die Höhe steigt, wenn man seine Anfangsgeschwindigkeit durch die Beschleunigung dividirt.

Es ist ferner

$$h = vt - \frac{gt^2}{2}$$

die Höhe, bis zu welcher der Körper emporsteigt. Setzt man hier

$$t = \frac{v}{g}$$

so wird

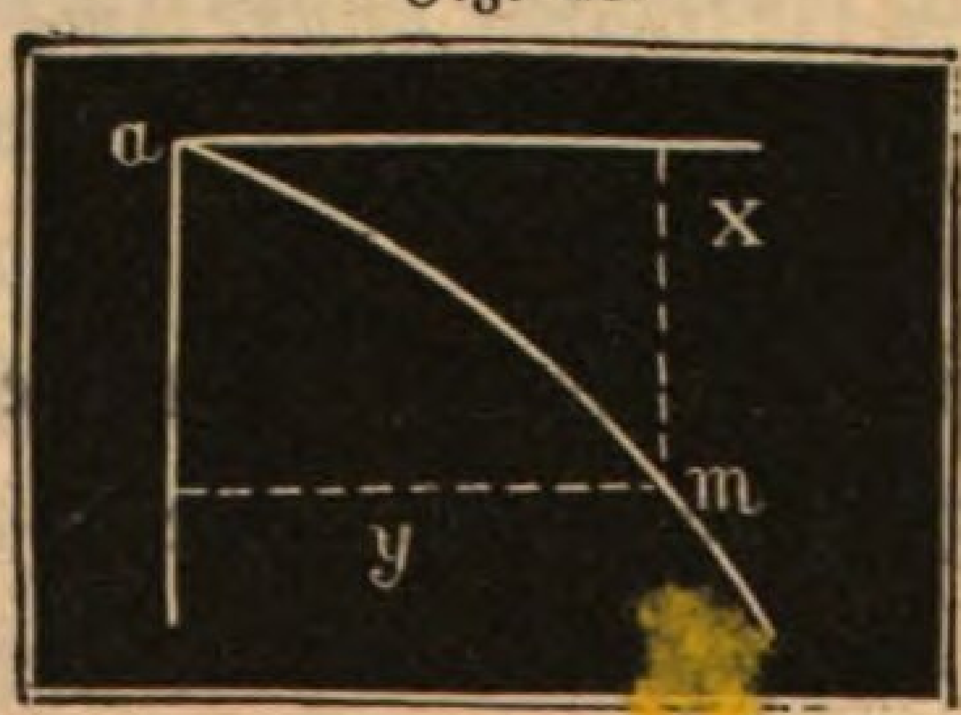
$$h = \frac{v^2}{2g}$$

und daher

$$v = \sqrt{2gh}$$

d. h. die Geschwindigkeit, vermöge welcher ein Körper bis zu einer gewissen Höhe senkrecht steigt, ist gleich derjenigen, welche er erlangen würde, wenn er dieselbe Höhe frei durchfallen hätte; oder: wenn ein Körper bis zu einer gewissen Höhe senkrecht steigen soll, so muß seine Anfangsgeschwindigkeit gleich der dieser Höhe zugehörigen Endgeschwindigkeit sein.

Fig. 48.



Wird ein Körper horizontal geworfen, Fig. 48, und ertheilt ihm die Wurfkraft eine Geschwindigkeit v, so legt er in der Zeit t einen Weg

$$y = vt$$

zurück. Es wirkt aber auch gleichzeitig die Schwerkraft auf ihn, zufolge deren er in derselben Zeit den Weg

$$x = \frac{gt^2}{2}$$

zurücklegt; es ist daher seine Bewegung aus diesen beiden Bewegungen zusammengesetzt. Aus der ersteren Gleichung folgt

$$t = \frac{y}{v}$$

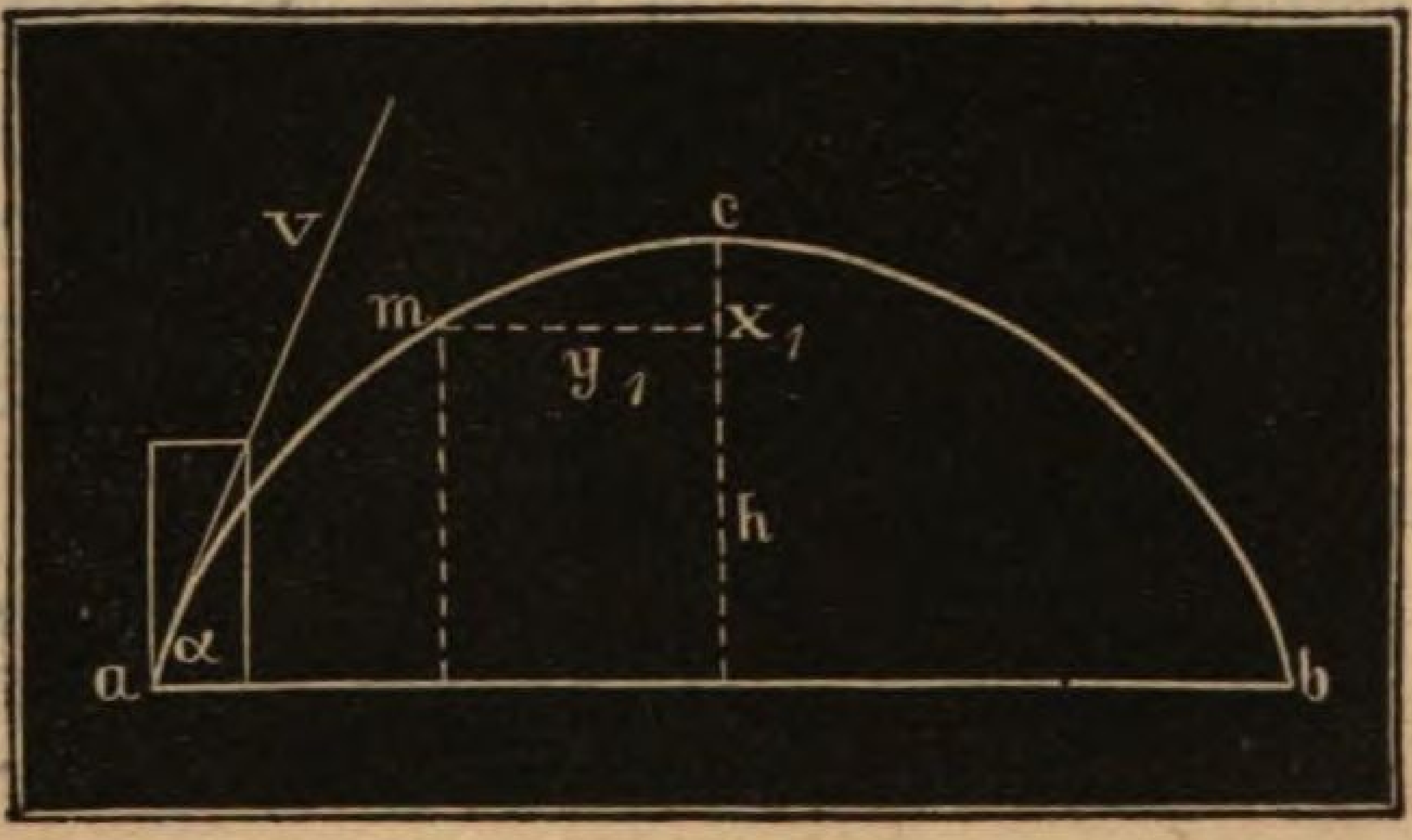
und wird dieser Werth von t in die zweite Gleichung substituirt, so ist

$$x = \frac{gy^2}{2v^2}$$

$$y^2 = \frac{2v^2}{g}x$$

welches die Gleichung der Parabel ist. Es beschreibt daher der Körper bei seiner Bewegung eine Parabel, deren Scheitel der Anfangspunkt der Bewegung und deren Parameter $\frac{2v^2}{g}$ ist.

Fig. 49.



Macht die Richtung der Wurfkraft mit dem Horizonte den Winkel α, Fig. 49, so kann man sie in eine horizontale und eine vertikale Componente zerlegen. Die vertikale ist $v.\sin\alpha$ und die horizontale $v.\cos\alpha$.

Bezeichnet x den in der Zeit t zufolge der horizontalen Componenten und y den in derselben Zeit zufolge der vertikalen Componenten zurückgelegten Weg, so ist

$$x = vt\cos\alpha$$

$$y = vt\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$$

Aus der ersteren Gleichung folgt aber

$$t = \frac{x}{v\cos\alpha}$$

und wird dieser Werth in die zweite Gleichung substituirt, so ist

$$y = \tan\alpha . x - \frac{gx^2}{2v^2 \cos\alpha^2}$$

welches die Gleichung der Bahn ist, die der Körper beschreibt.

Die Bedingungen, unter welchen $y = 0$ wird, d. h. unter welchen die Bahn die Horizontale schneidet, sind

$$x = 0 \text{ und } x = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Die erstere gilt für den Anfangspunkt der Bewegung a, die letztere für den Punkt b.

Die Entfernung ab wird die Wurfweite genannt. Bezeichnet man sie mit w, so ist

$$w = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Für $\alpha = 45^0$ wird $\sin 2\alpha = 1$ und

$$w = \frac{v^2}{g}$$

Man erhält also für einen Winkel von 45^0 die größte Wurfweite.

Die Zeit, nach welcher der Körper in b anlangt, ergibt sich aus der Verbindung der Gleichungen

$$x = vt\cos\alpha \text{ und } x = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$$

zu

$$t = \frac{2v \sin\alpha}{g}$$

Da aber

$$w = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = vt\cos\alpha$$

so folgt hieraus, daß der Körper die Wurfweite in derselben Zeit mit der Geschwindigkeit $v\cos\alpha$, das ist die horizontale Componente seiner Anfangsgeschwindigkeit, bei gleichförmiger Bewegung durchlaufen haben würde.

Der höchste Punkt der Bahn, der sogenannte **Culminationspunkt** ist derjenige, für welchen

$$y = vt \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

seinen größten Werth hat. Dieses ist aber der Fall wenn

$$v \sin \alpha = gt$$

$$t = \frac{v \sin \alpha}{g}$$

Setzt man diesen Werth von t in obige Formel ein, und bezeichnet diese größte Höhe mit h, so ist

$$h = \frac{v^2 \sin \alpha^2}{2g}$$

Da die dieser Höhe zugehörige Zeit nur halb so groß ist als diejenige, welche der Körper braucht, um von a nach b zu gelangen, so sieht man, daß er in der Hälfte dieser Zeit seinen höchsten Punkt erreicht, welcher über dem Mittelpunkte von ab liegt.

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper in b ankommt, ist zusammengesetzt aus der horizontalen Componente seiner Anfangsgeschwindigkeit $v \cos \alpha$ und derjenigen Geschwindigkeit, welche er erlangt, wenn er die Höhe

$$h = \frac{v^2 \sin \alpha^2}{2g}$$

durchfallen hat. Bezeichnet man diese letztere Geschwindigkeit mit v_1, so ist

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

und wenn man für h seinen Werth setzt

$$v_1 = v \sin \alpha$$

Dieses ist aber die vertikale Componente seiner Anfangsgeschwindigkeit. Es ist also die Endgeschwindigkeit aus den Componenten der Anfangsgeschwindigkeit zusammengesetzt, daher der Anfangsgeschwindigkeit gleich.

Gleichzeitig folgt daraus, daß der Fallwinkel dem Wurfwinkel gleich ist.

Um endlich die Gestalt der krummen Linie kennen zu lernen,

beziehe man sie auf den Punkt c als Anfangspunkt der Coordinaten; dann ist für einen beliebigen Punkt m

$$x_1 = h - y;\; y_1 = \frac{w}{2} - x$$

$$y = h - x_1;\; x = \frac{w}{2} - y_1$$

Führt man diese Werthe von x und y mit Berücksichtigung der Werthe von h und $\frac{w}{2}$ ein, so ist

$$y_1{}^2 = \frac{2v^2 \cos\alpha^2}{g}\, x_1$$

welches die Gleichung der Parabel ist. Es beschreibt daher der Körper eine Parabel, deren Scheitel c und deren Parameter $\frac{2v^2\cos\alpha^2}{g}$ ist.

Die hier entwickelten Gesetze über den freien Fall und die Wurfbewegung gelten nur für den luftleeren Raum, indem die Luft den fallenden und geworfenen Körpern einen Widerstand entgegensetzt, welcher hier unberücksichtigt gelassen ist.

Bei der Bewegung der Geschütz- und Gewehrkugeln, kommen ausser dem Luftwiderstande noch andere Umstände hinzu, welche die Bewegung abändern; vorzüglich wichtig ist der Umstand, daß die Kugel außer der fortschreitenden auch eine drehende Bewegung hat.

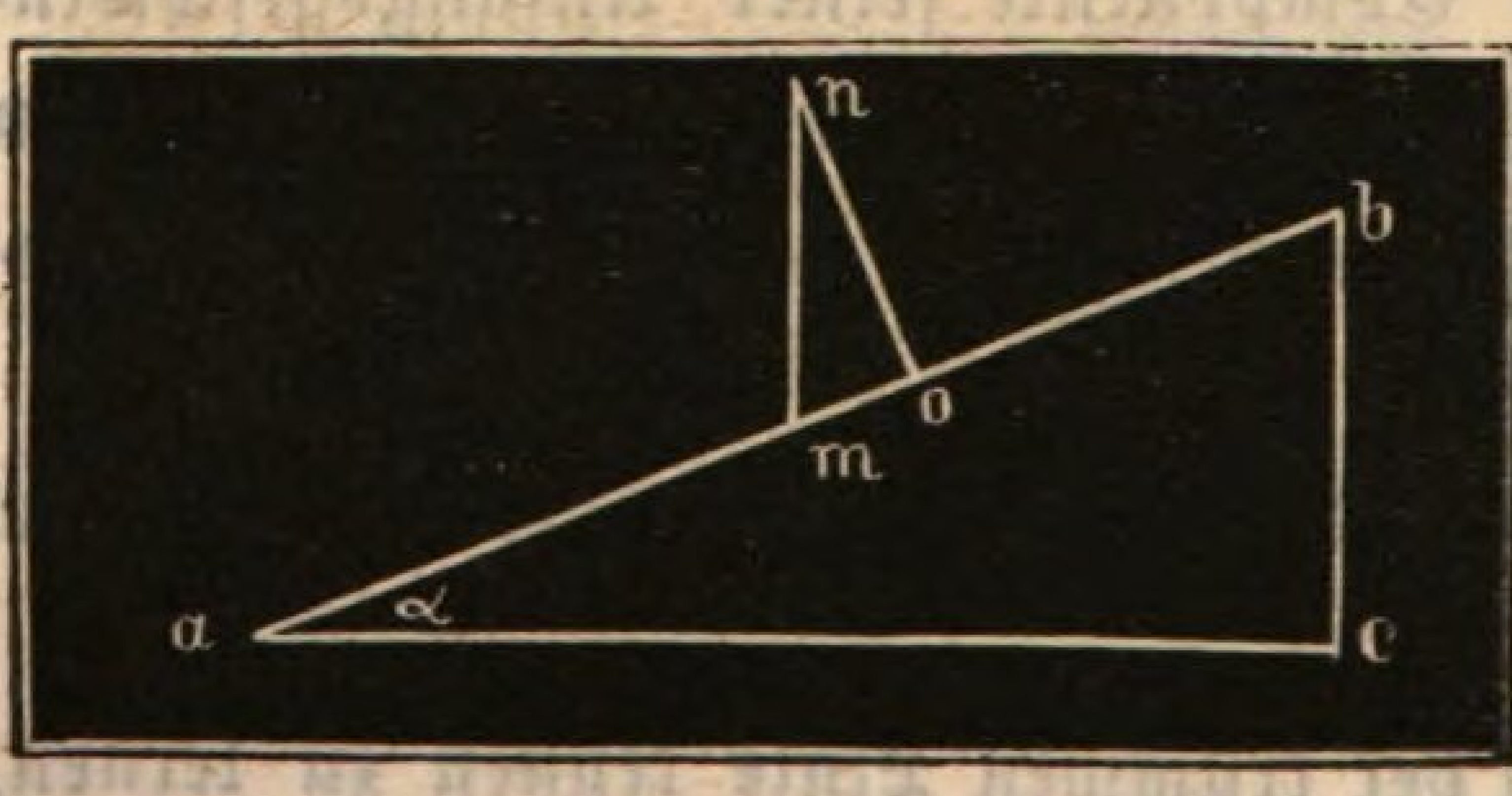
Die Theorie der Bewegung geworfener Körper mit Berücksichtigung aller dabei obwaltenden Umstände wird Ballistik genannt.

---

4. Von der Bewegung auf der schiefen Ebene.

Ist abc, Fig. 50, der Durchschnitt einer schiefen Ebene vom

Fig. 50.



Neigungswinkel α, und stellt mn die Größe der Beschleunigung g dar, so läßt sich diese zerlegen nach der Richtung der schiefen Ebene und senkrecht darauf. Es ist dann

$$mo = g \sin\alpha$$

derjenige Theil der Beschleunigung, welcher die Bewegung auf der schiefen Ebene hervorbringt. Die nach t Secunden erlangte Endgeschwindigkeit ist daher

$$c = gt \sin\alpha$$

und der in derselben Zeit zurückgelegte Weg

$$s = \frac{gt^2}{2} \sin\alpha$$

und folglich auch

$$c = \sqrt{2gs . \sin\alpha}$$

Setzt man für s die Länge der schiefen Ebene = l und bezeichnet man die Höhe derselben mit h, so ist

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}$$

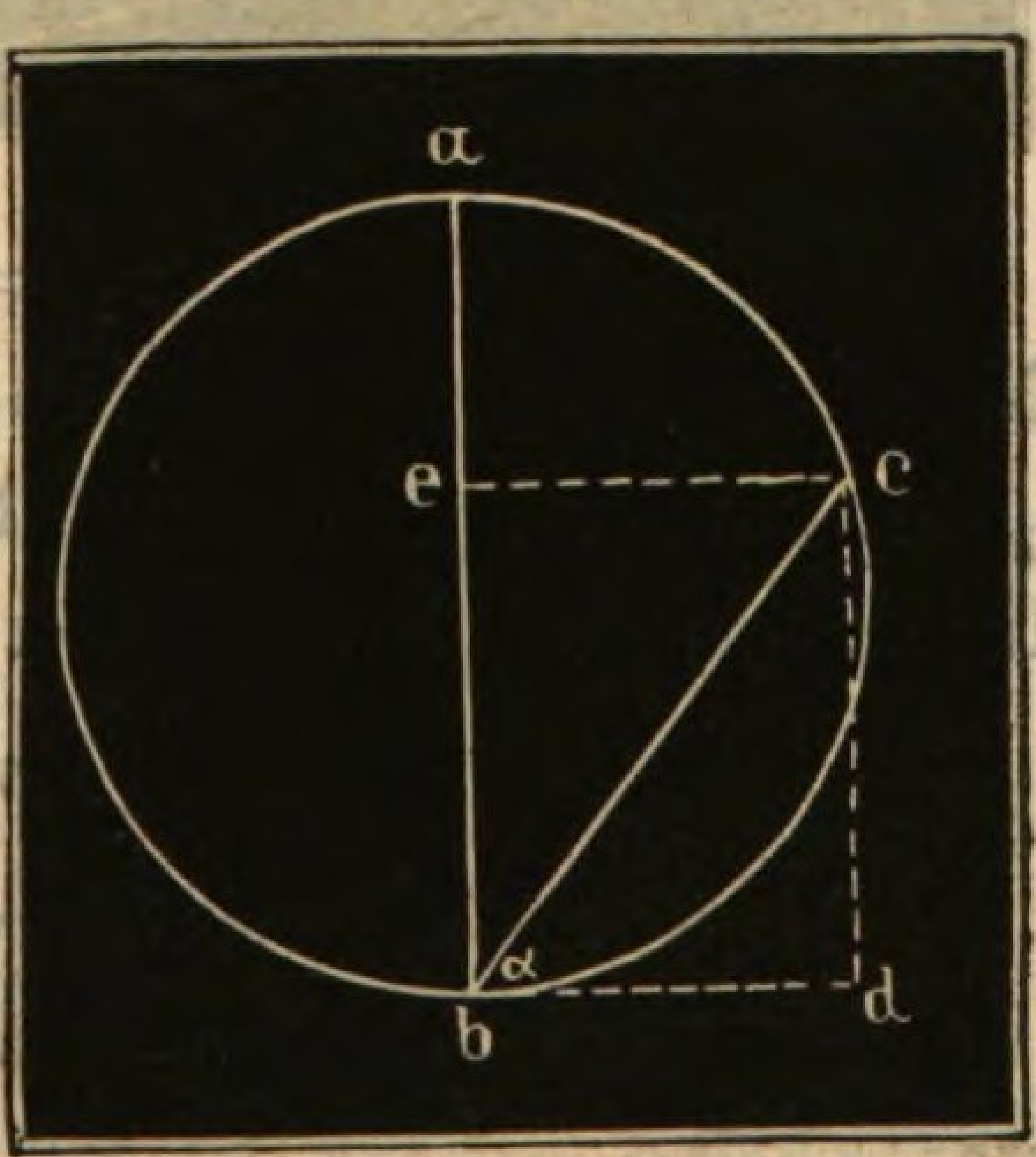
Dies in die letzte Gleichung eingesetzt, gibt

$$c = \sqrt{2gh}$$

d. h. die Endgeschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er die schiefe Ebene durchlaufen hat, ist gleich derjenigen, welche er erlangt haben würde, wenn er die Höhe der schiefen Ebene frei durchfallen hätte.

Zieht man in einem Kreise, Fig. 51, den vertikalen Durchmesser ab und eine beliebige Sehne bc, so kann diese als eine schiefe Ebene angesehen werden. Die Zeit, in welcher ein Körper auf derselben herabfällt, ist

Fig. 51.



$$t = \sqrt{\frac{2 . bc}{g \sin\alpha}}$$

Es ist aber

$$\sin\alpha = \frac{be}{bc}$$

daher

$$t = \sqrt{\frac{2 . bc^2}{g . be}}$$

Da aber auch

$$ab : bc = bc : be$$

$$bc^2 = ab \cdot be$$

so ist

$$t = \sqrt{\frac{2ab}{g}}$$

welches die Zeit ist, in welcher der Körper den Durchmesser frei durchfallen hätte. Hieraus folgt: daß alle Sehnen eines vertikalen Kreises gleichzeitig durchfallen werden.

Hat endlich der Körper eine Anfangsgeschwindigkeit v, so ist

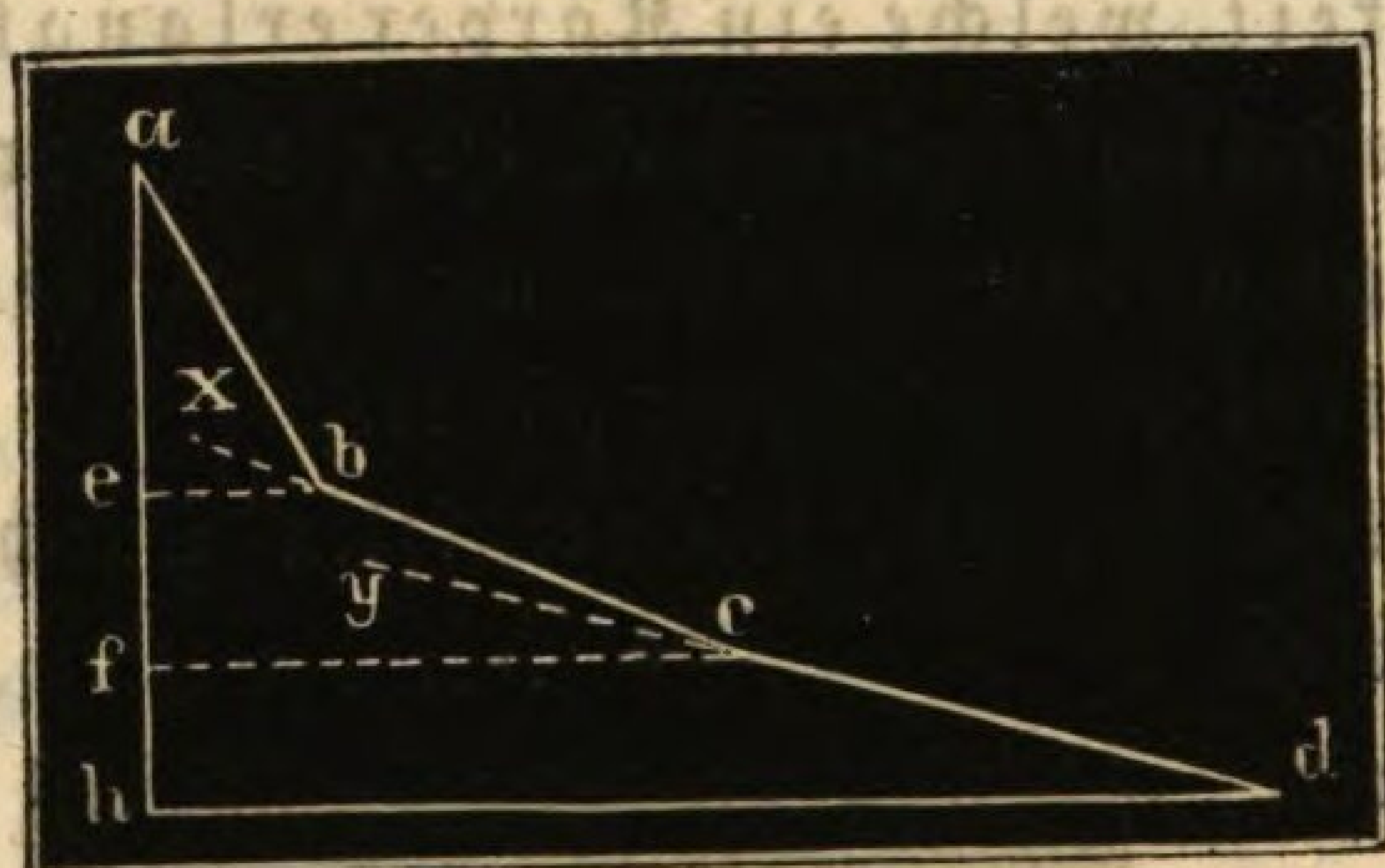
$$c = v \pm gt\sin\alpha$$

$$s = vt \pm \frac{gt^2 \sin\alpha}{2}$$

je nachdem diese dem Körper dieselbe oder die entgegensetzte Bewegung ertheilt.

Hängen mehrere schiefe Ebenen ab, bc und cd, Fig. 52, zusammen; macht ab mit bc den Winkel x und bc mit cd den Winkel y; bezeichnen v_1 v_2 v_3 die Endgeschwindigkeiten, welche der Körper beziehungsweise in b, c, d erlangt, so ist

Fig. 52.



$$v_1 = \sqrt{2gae}$$

Diese Geschwindigkeit wird in b zerlegt in $v_1 \sin x$ und $v_1 \cos x$. Es wird $v_1 \sin x$ durch den Widerstand der festen Ebene aufgehoben, und als Anfangsgeschwindigkeit für die Bewegung auf der Ebene bc bleibt

$$v_1 \cos x$$

Die Endgeschwindigkeit v_2 ergibt sich aus den Gleichungen

$$c = v + gt\sin\alpha$$

und

$$s = vt + \frac{gt^2 \sin\alpha}{2}$$

Aus der ersteren folgt

$$t = \frac{c - v}{g \sin \alpha}$$

dies in die zweite eingesetzt, gibt

$$c = \sqrt{v^2 + 2\, gs.\sin\alpha}$$

Im vorstehenden Falle ist nun für c zu setzen v_2, für v, $v_1 \cos x$, für s, bc und für $\sin\alpha$, $\frac{ef}{bc}$. Hiernach erhält man

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 \cos x^2 + 2g.ef}$$

Da aber $v_1 = \sqrt{2g.ae}$ so ist

$$v_2 = \sqrt{2g.ae.\cos x^2 + 2g.ef}$$

Auf gleiche Weise erhält man

$$v_3 = \sqrt{v_2^2 \cos y^2 + 2g.fh}$$

und wenn man für v_2 seinen Werth setzt

$$v_3 = \sqrt{2g.ae.\cos x^2.\cos y^2 + 2g.ef \cos y^2 + 2g.fh}$$

Hieraus ergibt sich aber das Gesetz, nach welchem sich die Endgeschwindigkeit für eine beliebige Anzahl solcher Ebenen finden läßt.

Wird die Anzahl dieser Ebenen unendlich groß, d. h. gehen sie in eine Kurve über, so wird $x = y = o$ und daher

$$v_3 = \sqrt{2g(ae + ef + fh)}.$$

$$v_3 = \sqrt{2g.ah}$$

d. h. wenn ein Körper sich in einer Kurve bewegt, die in einer vertikalen Ebene liegt, so erlangt er dieselbe Endgeschwindigkeit, als ob er die senkrechte Höhe derselben frei durchfallen hätte.

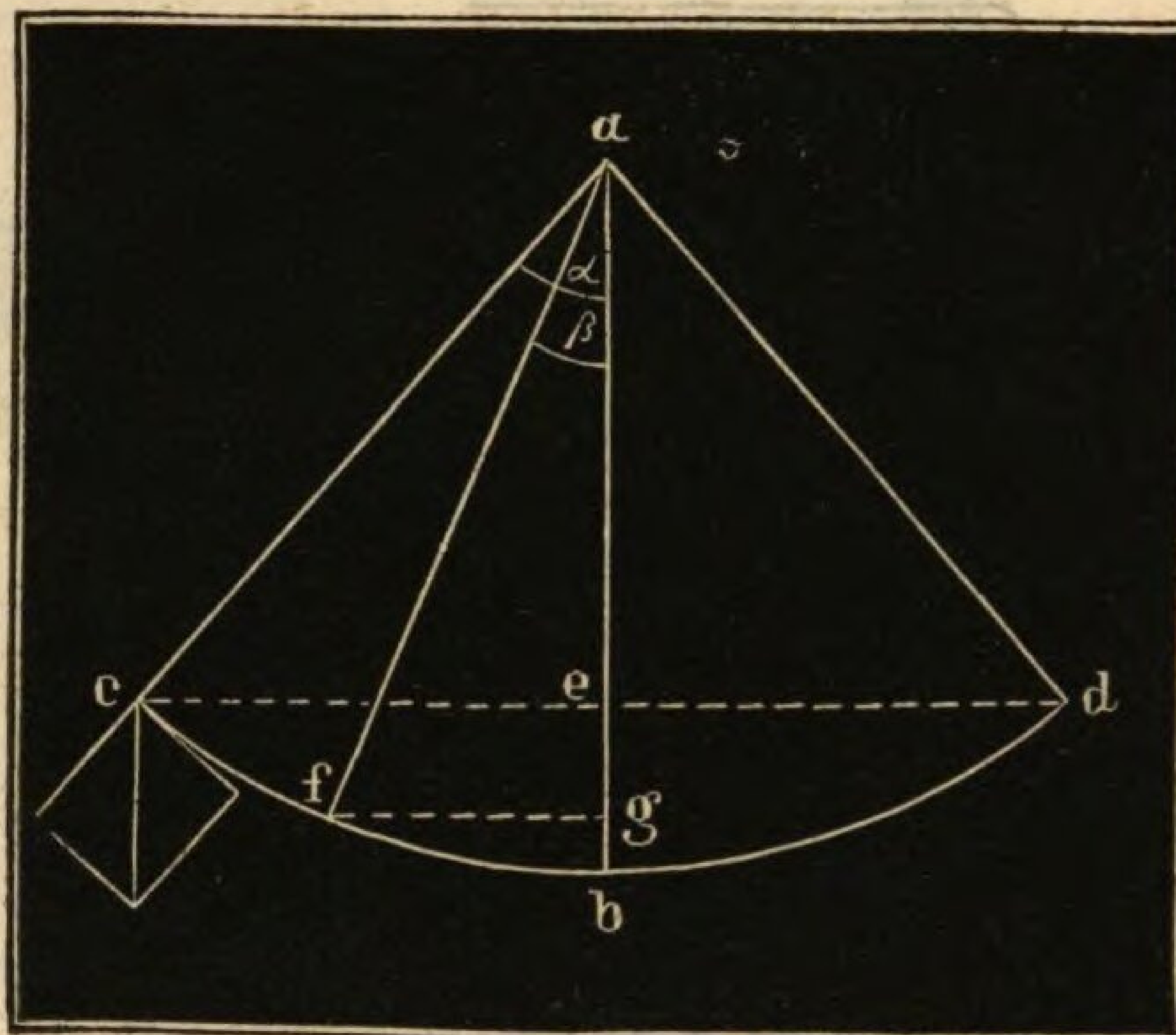
---

5. Von der Pendelbewegung.

Jeder schwere Körper, welcher sich im stabilen Gleichgewichte befindet, und um seinen Aufhängepunkt drehen läßt, stellt ein physisches, materielles oder zusammengesetztes Pendel

dar. Denkt man sich dagegen einen materiellen Punkt mit dem Aufhängepunkte durch eine schwerlose gerade Linie verbunden, so nennt man dieses ein mathematisches Pendel.

Fig. 53.



Wenn das Pendel ab, Fig. 53, aus seiner Gleichgewichtslage, etwa nach c gebracht und dann sich selbst überlassen wird, so kehrt es zufolge der Wirkung der Schwere nach b zurück, indem es den Bogen cb beschreibt. Die hier wirkende Beschleunigung ist aber $g \sin \alpha$, wenn man mit α den Winkel cab bezeichnet, welcher Elongationswinkel genannt wird. Da nun dieser Winkel sich fortwährend ändert, so ändert sich auf gleiche Weise die Beschleunigung, woraus folgt, daß die Bewegung eine ungleichförmig beschleunigte ist.

Wenn die Geschwindigkeit, welche der Punkt erlangt, wenn er von c bis b sich bewegt hat, mit c bezeichnet wird, so ist

$$c = \sqrt{2g \,.\, be}$$

Zufolge dieser Geschwindigkeit steigt er aber auf der andern Seite seiner Gleichgewichtslage so lange in die Höhe, bis diese Geschwindigkeit $= 0$ wird, was im Punkte d geschieht, so daß bd $=$ bc ist. Von hier beginnt er seine Bewegung in derselben Weise rückwärts u. s. f. Eine Bewegung von c nach d oder von d nach c wird eine Pendelschwingung genannt.

Hat sich das Pendel von c bis f bewegt, so ist seine Geschwindigkeit in diesem Punkte

$$c = \sqrt{2g(eb - gb)}$$

Es ist aber

$$eb = ab - ab\cos\alpha = ab\,(1 - \cos\alpha)$$
$$gb = ab - ab\cos\beta = ab\,(1 - \cos\beta)$$

Werden diese Werthe eingesetzt, und wird ab mit l bezeichnet, so ist

$$c = \sqrt{2gl\,(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

oder

$$c = \sqrt{4gl\,(\sin{}^1/_2\,(\alpha + \beta)\,\sin{}^1/_2\,(\alpha - \beta)}$$

Setzt man nun, um die Zeit einer Schwingung zu bestimmen, so kleine Winkel voraus, daß der sinus dem Bogen gleich gesetzt werden kann, so wird

$$c = \sqrt{4gl\,[{}^1/_2(\alpha+\beta)\,{}^1/_2(\alpha-\beta)]}$$
$$c = \sqrt{gl\,(\alpha^2 - \beta^2)}$$

Mit dieser Geschwindigkeit wird nun der Punkt in dem nächsten Zeittheilchen τ einen unendlich kleinen Bogen ω durchlaufen, so daß $\omega = c\tau$ ist. Ist ω der nte Theil des zum Winkel α gehörigen Bogens, also $\omega = \frac{1}{n}\alpha l$, wo n eine sehr große Zahl sein soll, so ist auch

$$\tau\sqrt{gl\,(\alpha^2 - \beta^2)} = \frac{1}{n}\,\alpha l$$

woraus

$$\tau = \frac{\frac{1}{n}\,\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Will man nun hieraus die Zeit finden, in welcher der Punkt den Bogen cb beschreibt, so müssen die unendlich kleinen Bogen

$$\frac{\frac{1}{n}\,\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}$$

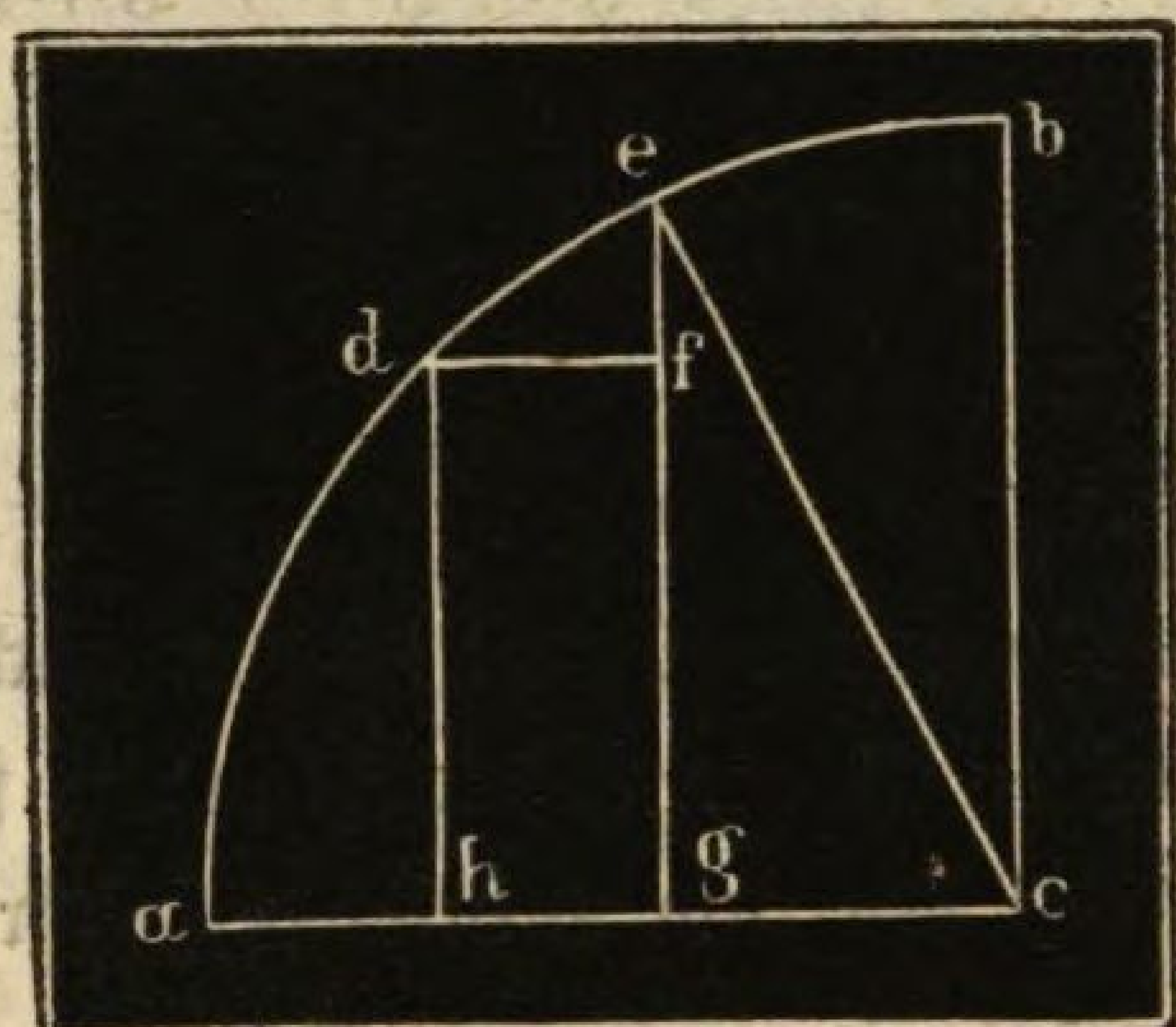
addirt werden. Bezeichnet daher t die Zeit einer ganzen Schwingung, so ist die einer halben Schwingung

$$\frac{t}{2} = S\left(\frac{\frac{1}{n}\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}\right)\sqrt{\frac{l}{g}}$$

wo $S\left(\frac{\frac{1}{n}\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}\right)$ die Summe der unendlich kleinen Bogen darstellt.

Um einen Ausdruck für diese Summe zu finden, sei de, Fig. 54, ein so kleines Element des Viertelkreises ab, daß es als eine gerade Linie angesehen werden kann.

Fig. 54.



Ist nun $df = hg = \frac{1}{n}$ und $gc = \frac{\beta}{\alpha}$ des Radius $ac = 1$, so hat man

$$ec : eg = de : df$$

oder weil $ec = 1$ und $eg = \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}$ so wie $df = \frac{1}{n}$ so ist auch

$$1 : \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2} = de : \frac{1}{n}$$

mithin

$$de = \frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}}$$

oder auch

$$de = \frac{\frac{1}{n}\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}$$

Da nun aber die Summe von de gleich dem Viertelkreise, gleich $\frac{\pi}{2}$ ist, so ist auch

$$\frac{\pi}{2} = S\left(\frac{\frac{1}{n}\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}\right)$$

und mithin

$$\frac{t}{2} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} \quad .$$

so wie

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Dieser Ausdruck für die Dauer einer ganzen Schwingung gilt zwar, den gemachten Voraussetzungen zufolge, nur für sehr kleine Elongationswinkel; er ist indessen für technische Zwecke so lange brauchbar, als der Elongationswinkel 15 Grade nicht überschreitet.

Für ein anderes Pendel, dessen Länge l_1 und dessen Schwingungszeit t_1 ist, erhält man

$$t_1 = \pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

und mithin

$$t : t_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} : \pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = \sqrt{l} : \sqrt{l_1}$$

d. h. es verhalten sich für denselben Ort die Schwingungszeiten, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen.

Macht in der Zeit T das eine Pendel n das andere n_1 Schwingungen, so daß

$$nt = n_1 t_1 = T$$

ist; so folgt

$$n : n_1 = t_1 : t$$

oder zufolge der obigen Proportion

$$n : n_1 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l}$$

d. h. die Anzahlen der Schwingungen, welche zwei Pendel in derselben Zeit machen, verhalten sich umgekehrt, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen.

Für zwei verschiedene Orte an der Erdoberfläche, wo also g veränderlich ist, sei für dasselbe Pendel an dem einen Orte

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

und an dem andern

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}$$

woraus folgt

$$t^2 : t_1^2 = g_1 : g$$

d. h. bei gleicher Pendellänge ist die Beschleunigung dem Quadrate der Schwingungszeit umgekehrt proportional.

Oder weil

$$t : t_1 = n_1 : n$$

$$n^2 : n_1^2 = g : g_1$$

d. h. bei gleicher Pendellänge ist die Beschleunigung dem Quadrate der Anzahl der Schwingungen proportional.

Ein Pendel, welches in einer Secunde eine Schwingung macht, wird Secundenpendel genannt. Für die Länge eines solchen Pendels muß sein

$$l = \frac{g}{\pi^2}$$

d. h. die Länge des Secundenpendels ist der Beschleunigung stets proportional.

Kennt man die Beschleunigung nicht, so kann man die Länge des Secundenpendels finden, wenn man berücksichtigt, daß die Pendellängen den Quadraten der Schwingungszeiten direct, und den

Quadraten der Anzahlen der Schwingungen umgekehrt proportional sind.

Macht daher ein Pendel von der Länge λ in der Zeit τ ν Schwingungen, und ist l die Länge des Secundenpendels, d. h. desjenigen, welches in der Zeiteinheit eine Schwingung machen soll, so hat man

$$1 : \lambda = 1 : \frac{\tau^2}{\nu^2}$$

$$l = \lambda \cdot \frac{\nu^2}{\tau^2}$$

Kennt man an einem Orte die Länge des Secundenpendels, so kann man für diesen Ort die Beschleunigung finden, denn es ist

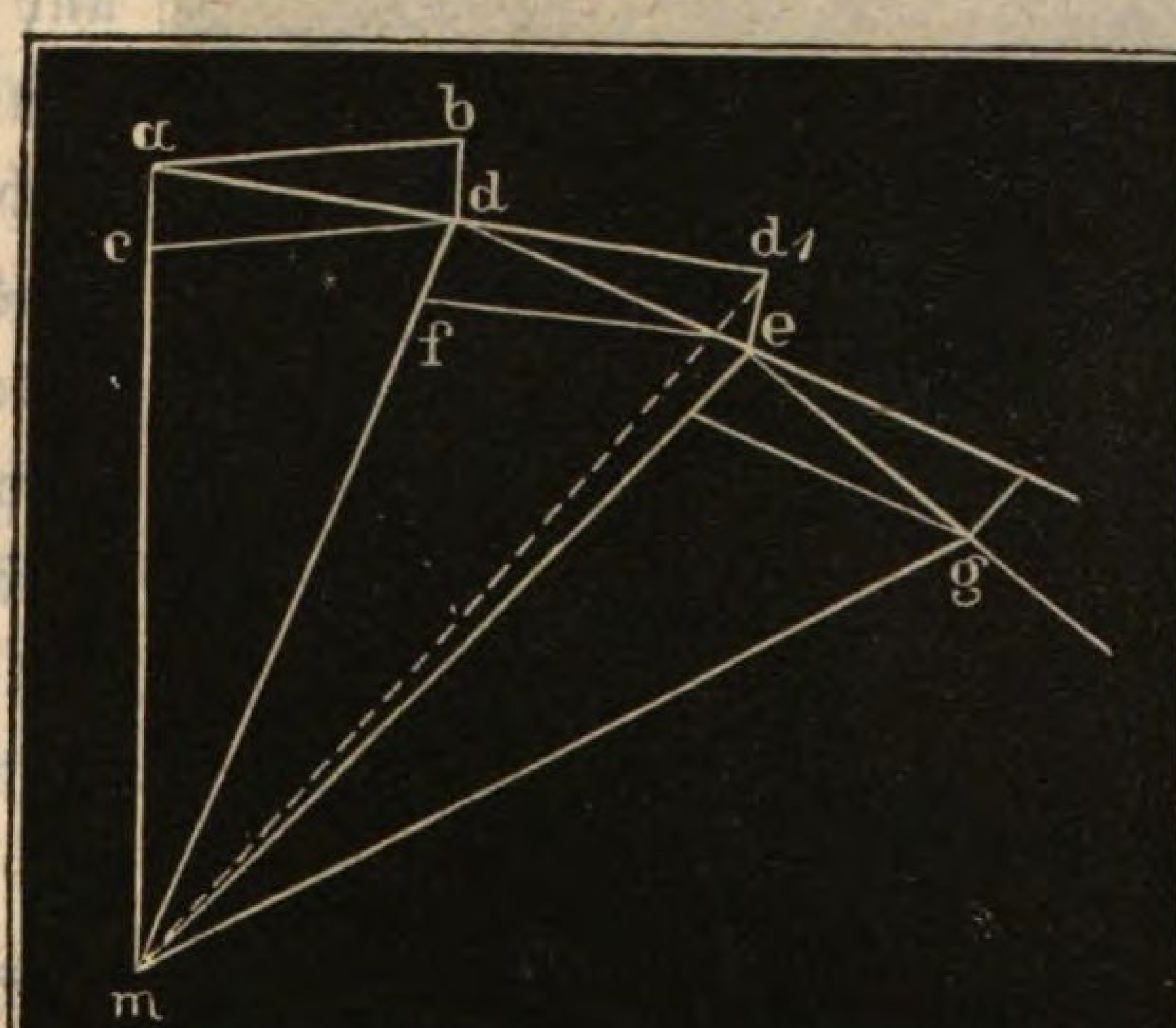
$$g = l\pi^2$$

---

6. Von der Centralbewegung und der Fliehkraft.

Wenn auf einen materiellen Punkt zwei Kräfte wirken, von denen die eine ihn fortwährend nach einem bestimmten Punkte hin, die andere ihn aber seitwärts zu bewegen strebt, so nennt man die Bewegung, welche hieraus hervorgeht, eine Centralbewegung. Der bestimmte Punkt heißt Centralpunkt, die Kraft, welche den bewegten Punkt nach dem Centralpunkte hintreibt, heißt Centripetalkraft, während die andere Tangentialkraft genannt wird.

Fig. 55.



Setzt man voraus, die Centripetalkraft wirke nicht stetig, sondern stoßweise in sehr kleinen gleichen Zeitabschnitten; so mag die Tangentialkraft den Punkt im ersten Zeitabschnitte von a nach b zu bewegen streben, Fig. 55,

während ihn die Centripetalkraft von a nach c zu bewegen strebt; er wird dann von a nach d sich bewegen. Von hier würde er im nächsten Zeitabschnitte mit der erlangten Geschwindigkeit den Weg dd_1 zurücklegen, wo $dd_1 = ad$ ist und beide in derselben geraden Linie liegen. Da ihn aber in d die Centripetalkraft von d nach f zu bewegen strebt, so beschreibt er im zweiten Zeittheilchen den Weg de und aus denselben Gründen im dritten Zeittheilchen den Weg eg u. s. f. Er beschreibt also die gebrochene Linie adeg..., welche für unendlich kleine Zeitabschnitte in eine krumme Linie übergeht, deren Gestalt von den Intensitäten beider Kräfte abhängt.

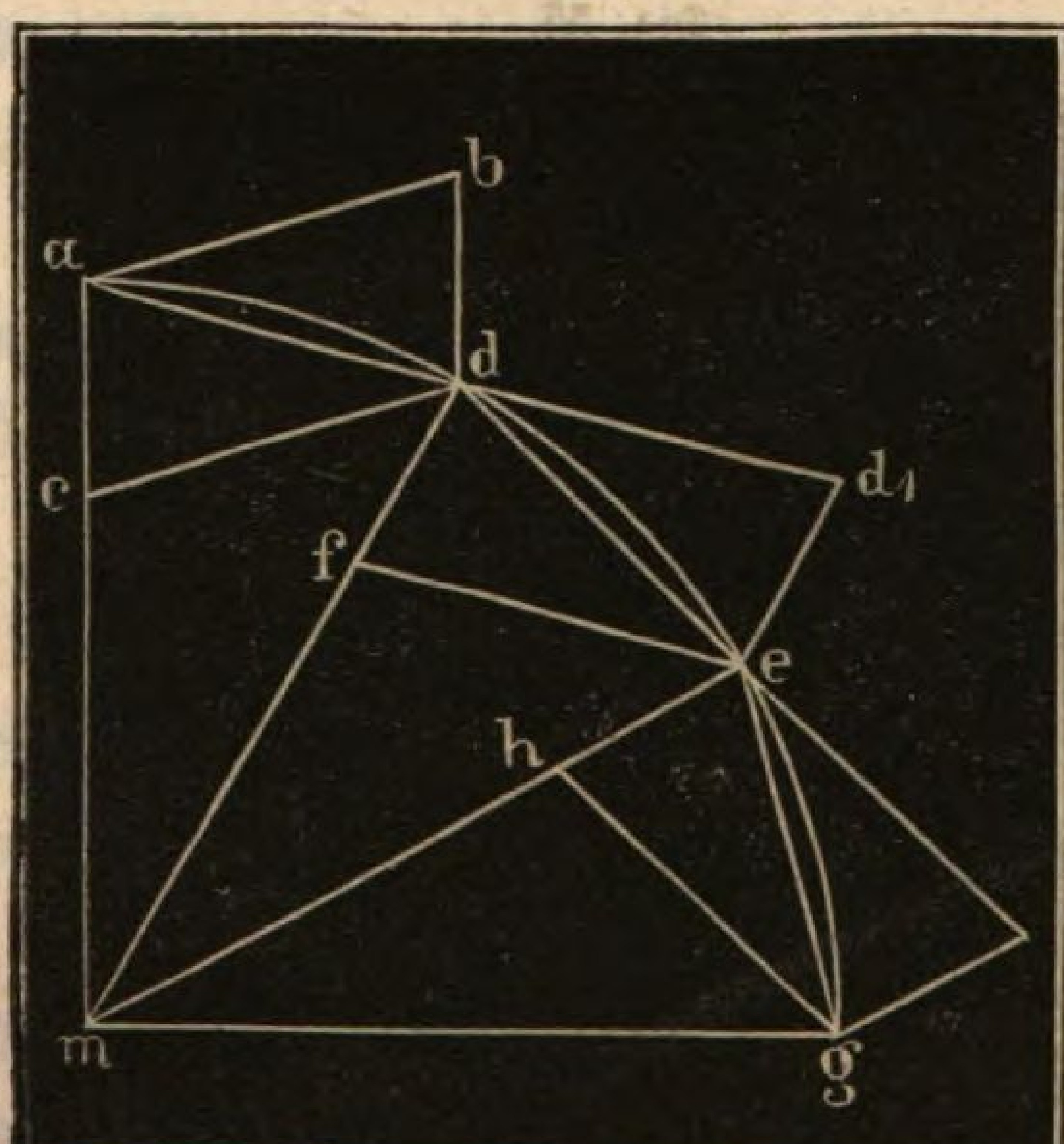
Zieht man md_1, so ist, weil $ad = dd_1$ das Dreieck amd gleich dem Dreiecke dmd_1; weil ferner $dm \parallel d_1e$, so ist auch das Dreieck dmd_1 gleich dem Dreiecke dme, woraus folgt, daß

$$\triangle \, amd = dme$$

Da sich dieses nun von je zwei solchen Dreiecken nachweisen läßt, so folgt hieraus; daß der Radiusvector, das ist die vom Centralpunkte nach dem bewegten Punkte gezogenene gerade Linie, in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht, daß mithin die in verschiedenen Zeiten vom Radiusvector überstrichenen Flächen, den Zeiten proportional sind.

Beschreibt der bewegte Punkt einen Kreis, Fig. 56, so ist am = dm = em u. s. w., und da das Dreieck amd gleich dem Dreiecke dme ist, so ist auch ad = de u. s. w., woraus hervorgeht, daß die in gleichen Zeiten beschriebenen Bogen gleich sind. Die Größe der Geschwindigkeit, mit welcher der Punkt in der Zeiteinheit nach m hingetrieben wird, sei ac, so daß ac = df = eh u. s. w. ist. Es ist aber dann auch

Fig. 56.



ab = ad = cd und mithin adc ein gleichschenkeliges Dreieck, daher

$$amd \sim adc$$

woraus die Proportion hervorgeht

$$am : ad = ad : ac$$

demnach

$$ac = \frac{ad^2}{am}$$

Bezeichnet nun t die Zeit, in welcher der Punkt die Kreislinie durchläuft, das ist die Umlaufszeit, und ist ad der Theil der Kreislinie, welcher in der Zeiteinheit durchlaufen wird, so ist

$$t \, . \, ad = 2r\pi$$

wenn man mit r den Halbmesser des Kreises, das ist am bezeichnet; und mithin

$$ad = \frac{2r\pi}{t}$$

Wird dieses in die obige Gleichung eingesetzt, so folgt

$$ac = \frac{4r\pi^2}{t^2}$$

Es ist also hier die Centripetalkraft dem Halbmesser des Kreises direct und dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

Bewegt sich um denselben Mittelpunkt ein zweiter Punkt in der Entfernung r_1, wird seine Umlaufszeit mit t_1 und die Stärke der Anziehung, welche ihn nach m hintreibt, mit a_1c_1 bezeichnet; so ist auch

$$a_1c_1 = \frac{4r_1\pi^2}{t_1{}^2}$$

Macht man nun die Voraussetzung, daß die Intensität der von m ausgehenden Anziehung dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional sei, so ist

$$ac : a_1c_1 = r_1{}^2 : r^2$$

oder auch

$$\frac{4r\pi^2}{t^2} : \frac{4r_1\pi^2}{t_1{}^2} = r_1{}^2 : r^2$$

mithin

$$\frac{r^3}{t^2} = \frac{r_1{}^3}{t_1{}^2}$$

so wie endlich

$$t^2 : t_1{}^2 = r^3 : r_1{}^3$$

d. h. die Quadrate der Umlaufszeiten zweier materieller Punkte, welche sich um denselben Centralpunkt bewegen, verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer Entfernungen vom Centralpunkte.

Die Bewegungen der Planeten um die Sonne sind ebenfalls Centralbewegungen. Die Gesetze, welche Kepler (1571 bis 1630) aus den Beobachtungen des Tycho de Brahe (1546 bis 1601) ableitete, sind folgende drei:

1) Jeder Planet beschreibt eine Ellipse, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet.

2) Der Radiusvector überstreicht Flächenräume, welche den Zeiten proportional sind.

3) Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Später leitete Newton (1642 bis 1722) diese Gesetze aus dem allgemeinen Gravitationsgesetze ab.

Wenn ein schwerer Körper mit einem festen Punkte durch einen Faden, eine Stange oder sonst wie fest verbunden ist, und es wirkt auf den Körper eine Kraft senkrecht gegen die Verbindungslinie, welche ihm die Geschwindigkeit c ertheilt, so beschreibt er um den festen Punkt einen Kreis. Hierbei hat er fortwährend das Bestreben, sich vom festen Punkte zu entfernen, welches durch den Widerstand der festen Verbindung aufgehoben wird. Die Kraft, mit welcher dieses geschieht, heißt Fliehkraft, Centrifugalkraft. Da diese der Centripetalkraft gleich und entgegengesetzt sein muß, so ist, wenn sie mit p bezeichnet wird,

$$p = \frac{4r\pi^2}{t^2}$$

wo r den Halbmesser des Kreises und t die Zeit einer Umdrehung bezeichnet. Da aber der Körper die Geschwindigkeit c hat, so ist auch

$$ct = 2r\pi$$

$$t^2 = \frac{4r^2\pi^2}{c^2}$$

und mithin

$$p = \frac{c^2}{r}$$

d. h. die Fliehkraft ist dem Quadrate der Geschwindigkeit direct und dem Halbmesser umgekehrt proportional.

Setzt man $c^2 = 2gh$, d. h. nimmt man an, es gehöre die Geschwindigkeit c zu einer Fallhöhe h, so ist, wenn man dieses in die vorstehende Gleichung einsetzt,

$$p = \frac{2gh}{r}$$

woraus

$$p : g = 2h : r$$

d. h. die Fliehkraft verhält sich zur Beschleunigung der Schwere, wie die der Geschwindigkeit zugehörige doppelte Fallhöhe zum Halbmesser.

Auf der Erde wirkt die Fliehkraft der Schwerkraft überall entgegen; am meisten aber am Aequator, weil hier die Fliehkraft ihren größten Werth hat.

Bezeichnet man die am Aequator wirksame Beschleunigung mit g, die beobachtete mit g_1 und die Fliehkraft mit p, so ist

$$g = g_1 + p$$

Der Erdhalbmesser am Aequator wird zu 6375422 Meter angenommen; die Zeit, welche während einer Umdrehung der Erde verfließt, ist 23 Stunden 56 Minuten 4 Secunden = 86164 Secunden. Wird dieses in den Ausdruck für p eingesetzt, so ist

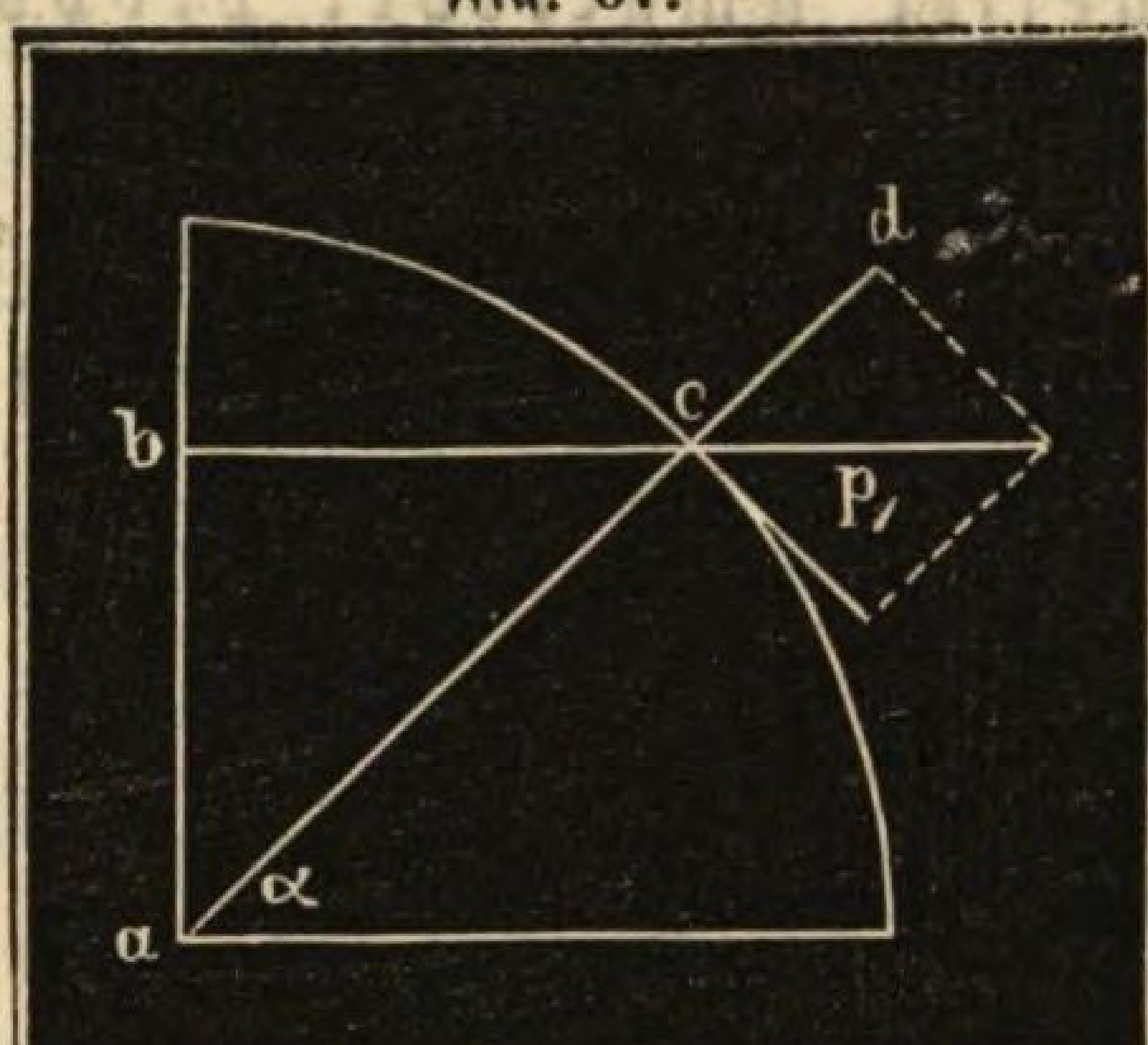
$$p = \frac{4r\pi^2}{t^2} = \frac{4 \,.\, 6375422 \,.\, \pi^2}{86164^2} = 0{,}03391$$

Da nun $g_1 = 9{,}78019$, so ist

$$g = 9{,}78019 + 0{,}03391$$
$$g = 9{,}8141$$

Da ferner $\frac{0{,}03391}{9{,}8141} = \frac{1}{289}$ näherungsweise, und $289 = 17 . 17$ ist, so folgt hieraus, daß die Fliehkraft der Schwerkraft gleich und entgegengesetzt sein würde, wenn sich die Erde 17 Mal schneller um ihre Axe drehte. Es würden unter diesen Umständen die Körper am Aequator im Gleichgewichte sein, und bei der geringsten Vermehrung von Geschwindigkeit in tangentialer Richtung fortgeschleudert werden.

Fig. 57.



Bezeichnet p_1 die Fliehkraft für die geographische Breite α, Fig. 57, und ist der Halbmesser des dieser Breite zugehörigen Parallelkreises r_1, so ist

$$p_1 = \frac{4 r_1 \pi^2}{t^2}$$

Es ist aber

$$p : p_1 = \frac{4 r \pi^2}{t^2} : \frac{4 r_1 \pi^2}{t^2}$$

$$p : p_1 = r : r_1$$

d. h. die Fliehkräfte verhalten sich wie die Halbmesser der Parallelkreise. Aus der Proportion folgt

$$p_1 = p \cdot \frac{r_1}{r}$$

oder weil $\frac{r_1}{r} = \cos \alpha$, so ist auch

$$p_1 = p \cos \alpha$$

d. h. die Fliehkraft ist dem Cosinus der geographischen Breite proportional.

Zerlegt man p_1 in der Richtung des Erdhalbmessers und senkrecht darauf, so erhält man die Componenten $p_1 \sin \alpha$ und

$p_1 \cos\alpha$. Die erstere $p_1 \sin\alpha$ ertheilt der Masse ein Bestreben. sich von den Polen nach dem Aequator hin zu bewegen, während $p_1 \cos\alpha$ der Schwere entgegenwirkt. Es ist also

$$cd = p_1 \cos\alpha$$

da aber

$$p_1 = p \cos\alpha$$

so ist

$$cd = p \cos\alpha^2$$

d. h. die Verminderung der Schwere durch die Fliehkraft vom Pole aus gegen den Aequator zu ist dem Quadrate des Cosinus der geographischen Breite proportional.

Bezeichnet g die Schwerkraft am Aequator, g_1 die für die geographische Breite α und g_2 die am Pol, so ist

$$g_1 = g_2 - p \cos\alpha^2$$

und weil

$$\cos\alpha^2 = 1 - \sin\alpha^2$$

so ist auch

$$g_1 = g_2 \quad p + p \sin\alpha^2$$

Es ist aber

$$g_2 - p = g$$

daher

$$g_1 = g + p \sin\alpha^2$$

Ferner ist

$$p = \frac{1}{289} g$$

daher

$$g_1 = g\left(1 + \frac{\sin\alpha^2}{289}\right)$$

Hieraus folgt aber, daß die Schwere vom Aequator nach den Polen hin dem Quadrate des Sinus der geographischen Breite proportional wächst.

---

7. Von den bewegenden Kräften mit Rücksicht auf die Massen.

Die vorstehenden Betrachtungen über Bewegung waren nur auf materielle Punkte gerichtet; von den Massen war dabei gänzlich abgesehen.

Sollen zwei Kräfte verschiedenen Massen gleiche Geschwindigkeiten ertheilen, so müssen diese Kräfte den Massen proportional sein; sollen zwei Kräfte gleichen Massen verschiedene Geschwindigkeiten ertheilen, so müssen sie den Geschwindigkeiten proportional sein. Sind daher Massen und Geschwindigkeiten zugleich ungleich, so ist das Verhältniß der Kräfte aus dem Verhältnisse der Massen und dem der Geschwindigkeiten zusammengesetzt.

Bezeichnet man mit p und p_1 die Kräfte, mit m und m_1 die Massen und mit c und c_1 die Geschwindigkeiten; so erhält man die Proportion

$$p : p_1 = mc : m_1 c_1$$

Man nennt das Product aus Masse und Geschwindigkeit das mechanische Moment, auch die Größe oder Quantität der Bewegung.

Es sind daher die mechanischen Momente den Kräften direct proportional.

Ist $p = p_1$, so ist auch $mc = m_1 c_1$, daher

$$c : c_1 = m_1 : m$$

d. h. die durch gleiche Kräfte erzeugten Geschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Massen.

Setzt man $p_1 = 1$; $m_1 = 1$; $c_1 = 1$, d. h. nimmt man diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse die Einheit der Geschwindigkeit ertheilt, als Krafteinheit an, so folgt aus der Proportion

$$p = mc$$

d. h. die Intensität einer momentan wirkenden Kraft ist gleich einem Producte aus Masse und Geschwindigkeit.

Sollen auf gleiche Weise zwei constant wirkende Kräfte verschiedenen Massen dieselbe Beschleunigung ertheilen, so müssen sie den Massen proportional sein; sollen sie aber gleichen Massen verschiedene Beschleunigungen ertheilen, so müssen sie den Beschleunigungen proportional sein. Sind daher Massen und Beschleunigungen zugleich ungleich, so ist das Verhältniß der Kräfte aus denen der Massen und Beschleunigungen zusammengesetzt.

Bezeichnet man mit p und p_1 die Kräfte, mit m und m_1 die Massen und mit a und a_1 die Beschleunigungen, so erhält man die Proportion

$$p : p_1 = ma : m_1 a_1$$

Ist $p = p_1$, so ist auch $am = a_1 m_1$, mithin

$$a : a_1 = m_1 : m$$

d. h. die durch gleiche Kräfte hervorgebrachten Beschleunigungen verhalten sich umgekehrt wie die Massen.

Setzt man $p_1 = 1$; $m_1 = 1$; $a_1 = 1$, d. h. nimmt man diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse die Einheit der Beschleunigung ertheilt als Krafteinheit an, so folgt aus der Proportion

$$p = ma$$

d. h. eine constant wirkende Kraft ist gleich dem Producte aus Masse und Beschleunigung. Hieraus

$$a = \frac{p}{m}$$

d. h. die Beschleunigung ist gleich dem Quotienten aus der constant wirkenden Kraft durch die Masse. Diesen Quotienten nennt man auch die beschleunigende Kraft.

Bezeichnet man das Gewicht eines Körpers mit q, so ist

$$m = \frac{q}{g}$$

und daher

$$a = g \cdot \frac{p}{q}$$

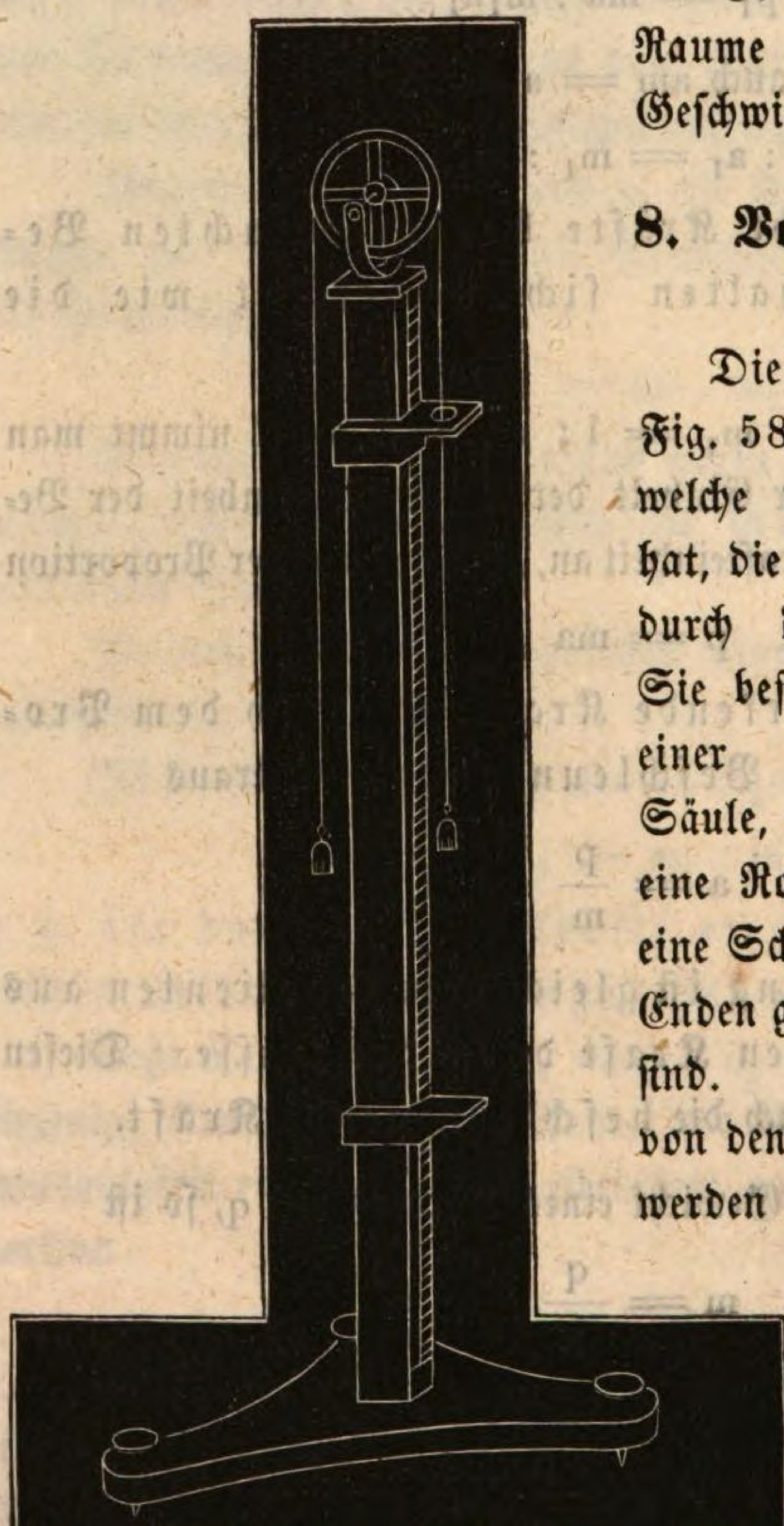
d. h. die von einer constant wirkenden Kraft hervorgebrachte Beschleunigung ist gleich dem Quotienten dieser Kraft durch das Gewicht der bewegten Masse multiplicirt mit der Beschleunigung der Schwerkraft.

Ist nun $p = q$, d. h. ist die constant wirkende Kraft das Gewicht der bewegten Masse selber, so ist

$$a = g$$

d. h. die durch ein Gewicht hervorgebrachte Beschleunigung ist immer dieselbe, mag das Gewicht sein, welches es wolle.

Fig. 58.



Es fallen daher im luftleeren Raume alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit.

8. Von der Atwood'schen Fallmaschine.

Die Atwood'sche Fallmaschine, Fig. 58, ist eine Vorrichtung, welche vorzugsweise den Zweck hat, die Gesetze des freien Falles durch den Versuch darzuthun. Sie besteht im Wesentlichen aus einer verticalen eingetheilten Säule, an deren oberen Ende sich eine Rolle befindet, um welche eine Schnur gelegt ist, an deren Enden gleiche Gewichte angebracht sind. Diese beiden Gewichte, von denen jedes mit q bezeichnet werden mag, sind für sich im Gleichgewichte; legt man aber auf das eine ein Uebergewicht r, so wird dieses eine Bewegung veranlassen.

Da die hier wirksame constante Kraft das Gewicht r, das Gewicht der zu bewegenden Masse aber $2q + r$ ist, so erhält man für die Beschleunigung

$$a = g \cdot \frac{r}{2q + r}$$

für die Endgeschwindigkeit nach t Secunden

$$c = g \cdot \frac{r}{2q + r} \cdot t$$

und für den in derselben Zeit zurückgelegten Weg

$$s = g \cdot \frac{r}{2q + r} \cdot \frac{t^2}{2}$$

Ist demnach

$$r : (2q + r) = 1 : 187{,}5$$

so beträgt der Fallraum der ersten Secunde einen Zoll.

Aus der letzten Gleichung folgt aber

$$g = \frac{2s(2q + r)}{rt^2}$$

Man kann daher auch mit Hilfe dieser Maschine die Beschleunigung der Schwere finden.

---

9. Von der mechanischen Arbeit, dem Nutzeffecte und der lebendigen Kraft.

Wenn eine Kraft einen gewissen Widerstand nicht momentan, sondern continuirlich zu überwinden hat, so nennt man dieses eine mechanische Arbeit oder mechanische Wirkung. Es hängt diese nicht blos von dem Producte aus Masse und Geschwindigkeit ab, sondern auch von dem Wege, welchen die Masse mit der ihr ertheilten Geschwindigkeit in der Zeiteinheit zurücklegt. Es ist daher die mechanische Arbeit ein Product aus der Kraft in den in einer Secunde zurückgelegten Weg. Bezeichnet man die mechanische Arbeit mit e, die Kraft mit p und den in einer Secunde zurückgelegten Weg mit s, so ist

$$e = ps = mcs$$

Bezeichnet man für einen andern Fall dieselben Größen mit e_1, p_1 und s_1, so ist auch

$$e_1 = p_1 s_1$$

daher

$$e : e_1 = ps : p_1 s_1$$

d. h. zwei mechanische Wirkungen verhalten sich wie die Producte aus den Kräften in die gleichzeitig zurückgelegten Wege.

Ist $e = e_1$, so ist auch

$$ps = p_1 s_1$$

hieraus

$$p : p_1 = s_1 : s$$

d. h. bei gleicher mechanischer Wirkung sind die Kräfte den gleichzeitig zurückgelegten Wegen umgekehrt proportional.

Da nun der Widerstand, welchen eine continuirliche Kraft zu überwinden hat, ebenfalls continuirlich wirksam ist, so ist auch er eine mechanische Wirkung; und es folgt daher aus der obigen Proportion:

Bei zwei gleichen und entgegengesetzten mechanischen Wirkungen findet überall da, wo man an Kraft gewinnt, ein proportionaler Verlust an Weg also an Geschwindigkeit oder Zeit statt.

Gewöhnlich mißt man die mechanische Wirkung einer Kraft durch ein Gewicht, welches sie in einer Secunde auf eine gewisse verticale Höhe zu heben vermag. Bezeichnet man dieses Gewicht mit q und die Höhe mit h, so ist auch

$$e = q . h$$

wo q in Kilogrammen oder Pfunden und h in Metern oder Fußen gegeben ist. Das Product liest man dann Meterkilogramm, Fußpfund, und nennt es den Nutzeffect der Kraft.

Ist die Kraft eine constant wirkende, so daß sie eine Beschleunigung erzeugt, so ist

$$p = ma$$

und daher

$$e = mah$$

wenn man mit h die verticale Höhe bezeichnet. Es ist aber dann

$$h = \frac{c^2}{2a}$$

daher

$$e = \frac{mc^2}{2}$$

welches man eine lebendige Kraft nennt. Hierher gehört z. B. ein vertical herabfallendes Gewicht, eine in einem Gerinne herablaufende Wassermenge u. dergl. mehr.

Bezeichnet man für einen andern Fall mit e_1, m_1 und c_1 beziehungsweise dieselben Größen, so ist auch

$$e_1 = \frac{m_1 c_1{}^2}{2}$$

Ist daher $e = e_1$, so ist auch

$$mc^2 = m_1 c_1{}^2$$

hieraus

$$m : m_1 = c_1{}^2 : c^2$$

d. h. bei gleicher mechanischer Wirkung verhalten sich die Massen umgekehrt wie die Quadrate der ihnen zugehörigen Geschwindigkeiten.

Aus obiger Gleichung folgt ferner

$$m_1 = m \frac{c^2}{c_1{}^2}$$

Man kann daher eine Masse durch eine andere ausdrücken, sie auf eine andere reduciren, wenn man die Geschwindigkeiten beider kennt.

10. Das Dynamometer von Prony.

Dieser Apparat, Fig. 59, dient dazu, den Nutzeffect eines Motors, z. B. eines Wasserrades, einer Dampfmaschine u. dergl. zu bestimmen. Ferner gibt er an, welche Geschwindigkeit der Welle die vortheilhafteste ist und endlich wie viel von dem gesammten Nutzeffecte durch einzelne Maschinen oder Maschinentheile, durch gewisse Arbeiten u. s. w. absorbirt wird.

Fig. 59.



Die Einrichtung des Apparates ist folgende. Um einen gut abgedrehten Theil der Welle eines Triebrades werden zwei halbkreisförmige Sättel aa gelegt und durch Schraubenbolzen fest an die Welle angedrückt. Der eine dieser Sättel hat einen Hebelarm b, welcher eine Wagschale c trägt, worauf man ein Gewicht legen kann.

Befindet sich kein Gewicht auf der Wagschale, so wird der Hebel im Kreise herumgeführt, indem sich die Welle mit ihrer gewöhnlichen Geschwindigkeit dreht. Legt man aber auf die Wagschale ein Gewicht, welches den Hebel in horizontaler Lage erhält, so muß die Welle in den Sätteln herumgleiten und zwar mit derjenigen Geschwindigkeit, bei welcher sie besagtes Gewicht im Kreise herumführen würde; denn die Reibung, welche zwischen der Axe und den Sätteln stattfindet, ist gerade so groß, daß sie jenem Gewichte das Gleichgewicht hält.

Bezeichnet man dieses Gewicht mit p, seine Entfernung vom Mittelpunkte der Welle mit l und die Anzahl der Umdrehungen, welche die Welle in einer Minute macht, mit n, so ist

$$2l\pi n$$

der Weg, welchen das Gewicht p in einer Minute zurücklegen würde; und daher der Nutzeffect

$$e = 2l\pi np$$

Je nachdem man nun die Sättel stärker oder schwächer andrückt, muß das Gewicht vermehrt oder vermindert werden. Es wird aber dann die Geschwindigkeit der Welle vermindert oder vermehrt, und man kann auf diese Weise durch Beobachtung finden, welche Geschwindigkeit die vortheilhafteste ist, d. h. bei welcher Geschwindigkeit e seinen größten Werth hat.

Setzt man eine oder mehrere Maschinen in Bewegung, so wird dadurch ein Theil des Nutzeffectes absorbirt, so daß das aufzulegende Gewicht kleiner wird. Auf diese Weise erfährt man, wie viel vom Gesammtnutzeffecte absorbirt wurde, und welcher Theil des Nutzeffectes noch disponibel bleibt.

---

11. Von den Momenten der Trägheit.

Wenn sich zwei Massen m und m_1 in den Entfernungen r und r_1 um eine feste Axe drehen, und die mechanischen Wirkungen beider sind gleich, so ist, wenn man mit c und c_1 die Geschwindigkeiten bezeichnet

$$mc^2 = m_1 c_1{}^2$$

Bezeichnet nun n die Anzahl der Umdrehungen, welche beide in der Zeit t machen, so ist

$$c = \frac{2r\pi . n}{t}; \quad c_1 = \frac{2r_1\pi . n}{t}$$

daher

$$m\left(\frac{2r\pi n}{t}\right)^2 = m_1\left(\frac{2r_1\pi n}{t}\right)^2$$

das ist

$$mr^2 = m_1 r_1{}^2$$

Das Product einer Masse in das Quadrat ihrer Entfernung vom Drehpunkte, wird das Trägheits- oder Drehungsmoment dieser Masse genannt.

Es haben daher zwei verschiedene Massen, welche sich in verschiedenen Entfernungen um denselben Mit-

telpunkt drehen, gleiche mechanische Wirkung, wenn ihre Trägheitsmomente gleich sind.

Aus der Gleichung folgt

$$m = \frac{m_1 r_1^2}{r^2}$$

wo m die von der Entfernung r_1 auf die Entfernung r reducirte Masse darstellt.

Jeder feste Körper, welcher sich um eine feste Axe dreht, stellt nun ein System von Massen dar, welche alle von der Drehungsaxe verschiedene Entfernungen, also auch alle verschiedene Trägheitsmomente und daher verschiedene mechanische Wirkungen haben.

Denkt man sich diese verschiedenen Massen in einem einzigen Punkte vereinigt, so nennt man diesen Punkt den Mittelpunkt der Massen, oder den Mittelpunkt der Trägheit.

Das Product aus der Masse des ganzen Körpers in das Quadrat der Entfernung des Mittelpunktes der Trägheit vom Drehpunkte, gibt das Trägheitsmoment des Körpers.

Um den Mittelpunkt der Trägheit zu finden, denke man sich die Masse m des Körpers in n Elemente $m_1\, m_2\, m_3 \ldots\ m_n$ zerlegt, welche in den Entfernungen $r_1\, r_2\, r_3 \ldots r_n$ vom Drehpunkte sich befinden. Bezeichnet dann ϱ die Entfernung des Mittelpunktes der Trägheit vom Drehpunkte, so muß sein

$$\begin{aligned} m_1 \varrho^2 &= m_1 r_1^2 \\ m_2 \varrho^2 &= m_2 r_2^2 \\ m_3 \varrho^2 &= m_3 r_3^2 \\ &\vdots \\ m_n \varrho^2 &= m_n r_n^2 \end{aligned}$$

daher

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)\, \varrho^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots + m_n r_n^2$$

mithin

$$\varrho = \sqrt{\frac{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots + m_n r_n^2}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}}$$

Man findet also die Entfernung des Mittelpunktes der Trägheit vom Drehpunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente durch die Summe der Massen dividirt und aus dem Quotienten die Wurzel zieht.

Das Trägheitsmoment der Masse m ist nun aber

$$m\varrho^2 = m \cdot \left(\frac{m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + m_3 r_3{}^2 + \ldots + m_n r_n{}^2}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}\right)$$

und weil

$$m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n = m$$

so ist

$$m\varrho^2 = m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + m_3 r_3{}^2 + \ldots + m_n r_n{}^2$$

d. h. das Trägheitsmoment eines Körpers ist gleich der Summe der Trägheitsmomente seiner Elemente.

Setzt man eine völlige Gleichartigkeit der Masse voraus, so daß die Masse immer dem räumlichen Inhalte proportional ist, so lassen sich die Trägheitsmomente bestimmen.

Ist ab, Fig. 60, eine gerade Linie von der Länge l, worunter man sich eine dünne Stange, einen Draht u. dergl. vorstellen kann. c sei der Drehpunkt, $ac = \lambda_1$ $bc = \lambda_2$, die Masse sei m, so daß m und l proportional sind; die Masse von λ_1 sei m_1 und die von λ_2 sei m_2. Denkt man sich die Länge λ_1 in n gleiche Theile getheilt, wo n eine sehr große Zahl ist, so daß

Fig. 60.



$$\alpha c = \frac{1}{n}\lambda_1 ;\ \beta c = \frac{2}{n}\lambda_1 ;\ \gamma c = \frac{3}{n}\lambda_1 \ldots ac = \frac{n}{n}\lambda_1$$

so ist, weil

$$\alpha c = \beta\alpha = \gamma\beta = \ldots = \frac{1}{n}\lambda_1$$

das Trägheitsmoment von λ_1, wenn es mit t_1 bezeichnet wird,

$$t_1 = \frac{\lambda_1}{n}\left(\frac{\lambda_1}{n}\right)^2 + \frac{\lambda_1}{n}\left(\frac{2\lambda_1}{n}\right)^2 + \frac{\lambda_1}{n}\left(\frac{3\lambda_1}{n}\right)^2 + \ldots + \frac{\lambda_1}{n}\left(\frac{n\lambda_1}{n}\right)^2$$

$$t_1 = \frac{\lambda_1{}^3}{n^3}\,(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)$$

Es ist aber

$$(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1.2.3}$$

$$= \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{1.2.3}$$

Ist nun n so groß, daß $3n + 1$ gegen $2n^2$ nicht in Betracht kommt; so hat man

$$(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2) = \frac{n^3}{3}$$

und daher

$$t_1 = \frac{\lambda_1{}^3}{n^3} \cdot \frac{n^3}{3} = \frac{n\lambda_1}{n} \cdot \frac{\lambda_1{}^2}{3}$$

Da aber

$$\frac{n\lambda_1}{n} = m_1$$

ist, so folgt

$$t_1 = m_1 \cdot \frac{\lambda_1{}^2}{3}$$

Auf gleiche Weise erhält man für das Trägheitsmoment von λ_2, wenn es mit t_2 bezeichnet wird,

$$t_2 = m_2 \cdot \frac{\lambda_2{}^2}{3}$$

Und daher für das Trägheitsmoment von l, wenn es mit t bezeichnet wird,

$$t = (t_1 + t_2) = \frac{m_1\lambda_1{}^2 + m_2\lambda_2{}^2}{3}$$

Fällt c mit b zusammen, so ist, $\lambda_2 = o\ \lambda_1 = l$ und $m_1 = m$ zu setzen, mithin

$$t = m \cdot \frac{l^2}{3}$$

Da nun

$$t = m\varrho^2$$

so ist

$$\varrho = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

Liegt c im Mittelpunkte von ab, so ist $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{l}{2}$ daher

$$t = \frac{(m_1 + m_2)\left(\frac{l}{2}\right)^2}{3}$$

$$t = m \cdot \frac{l^2}{12}$$

und mithin

$$\varrho = \frac{l}{\sqrt{12}}$$

Es sei abcd, Fig. 61, ein Rechteck, dessen Masse m immer dem Flächeninhalte proportional ist; der Drehpunkt sei a, und die Axe zur Fläche senkrecht. ad werde mit a und ab mit b bezeichnet. Zieht man die Diagonale ac, so theilt diese das Rechteck in zwei congruente Dreiecke, so daß zu beiden Seiten derselben gleich viel Masse sich befindet. Denkt man sich daher die Gesammtmasse in der Diagonale vereinigt, so ist das Trägheitsmoment des Rechtecks

Fig. 61.



$$t = m \cdot \frac{ac^2}{3}$$

Da aber

$$ac^2 = a^2 + b^2$$

so ist auch

$$t = m \frac{(a^2 + b^2)}{3}$$

so wie

$$\varrho = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{3}}$$

Geht der Drehpunkt durch die Mitte des Rechtecks, so ist $\frac{a}{2}$ für a, $\frac{b}{2}$ für b und $\frac{m}{4}$ für m zu setzen; dies gibt

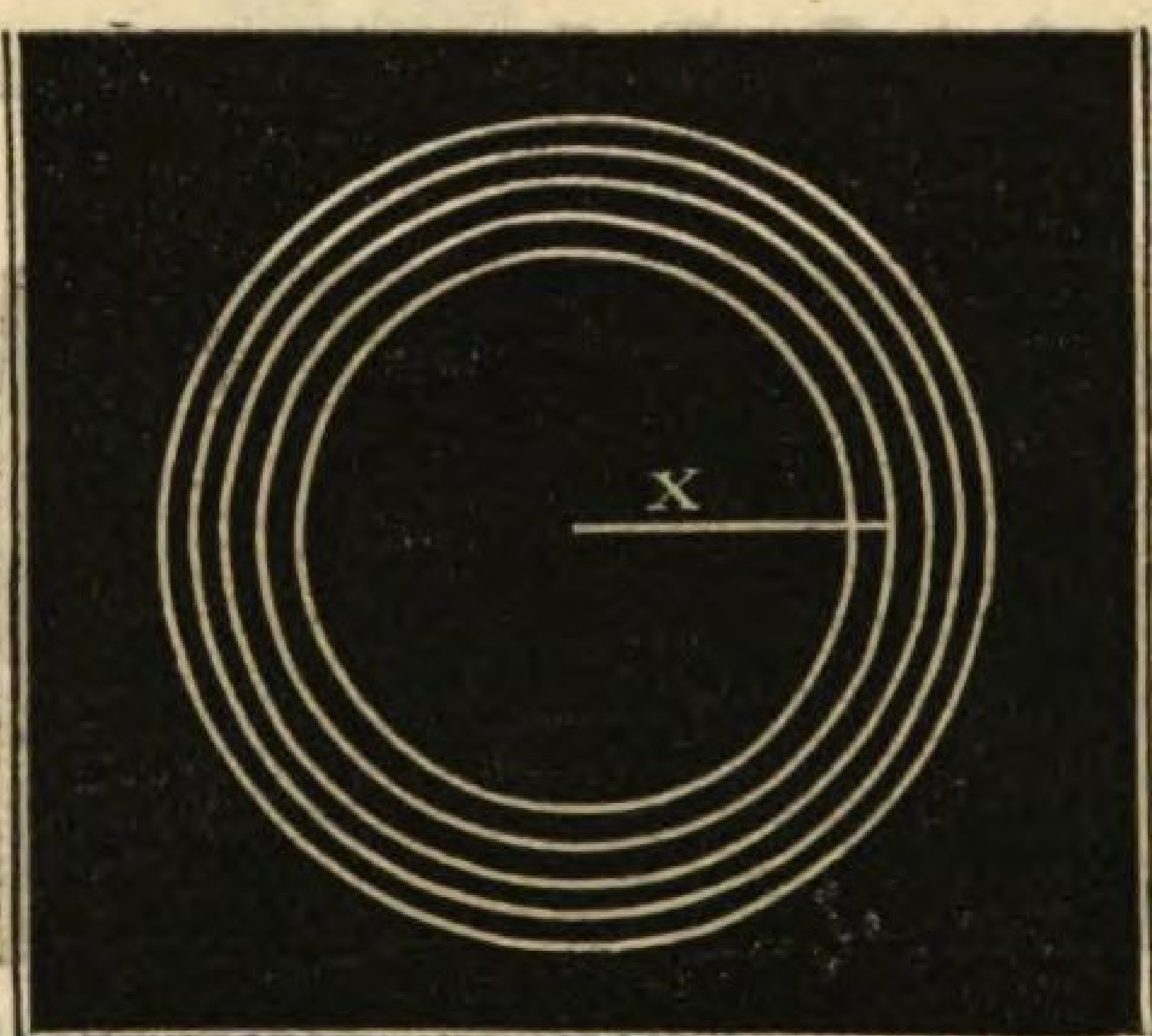
$$t = m\,\frac{(a^2 + b^2)}{12}$$

so wie

$$\varrho = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{12}}$$

Um das Trägheitsmoment einer Kreisfläche von der Masse m und dem Halbmesser r zu finden, welche sich um ihren Mittelpunkt dreht, so daß die Axe auf der Fläche senkrecht steht, denke man sich die Fläche in n concentrische Ringe von der Breite ω zerlegt, Fig. 62; der Flächeninhalt eines solchen Ringes in der Entfernung x vom Drehpunkte ist daher

Fig. 62.



$$2\omega x\pi$$

Da nun für x der Reihe nach gesetzt werden muß

$$\omega,\ 2\omega,\ 3\omega.\ 4\omega \ldots n\omega$$

so sind die Flächen der auf einander folgenden Ringe

$$2\,\omega^2\pi,\ 2\,.\,2\omega^2\pi,\ 2\,.\,3\omega^2\pi,\ 2\,.\,4\omega^2\pi \ldots 2n\omega^2\pi$$

und daher

$$t = 2\omega^2\pi\,.\,\omega^2 + 2\,.\,2\,\omega^2\pi\,.\,(2\omega)^2 + 2\,.\,3\omega^2\pi\,.\,(3\omega)^2 + \ldots + 2\,.\,n\omega^2\pi\,.\,(n\omega)^2$$

$$t = 2\omega^4\pi\,(1 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3)$$

Es ist aber

$$(1 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3) = \left(\frac{n\,.\,(n+1)}{1\,.\,2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{n^2 + n}{2}\right)^2$$

Ist nun n so groß, daß n gegen n^2 nicht in Betracht kommt, so ist

$$(1 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3) = \frac{n^4}{4}$$

daher

$$t = \frac{2\omega^4\pi . n^4}{4} = \frac{1}{2} (n\omega)^4\pi$$

da aber $n\omega = r$ ist, so folgt

$$t = \frac{1}{2} r^4\pi$$

Nun ist

$$r^2\pi = m$$

daher

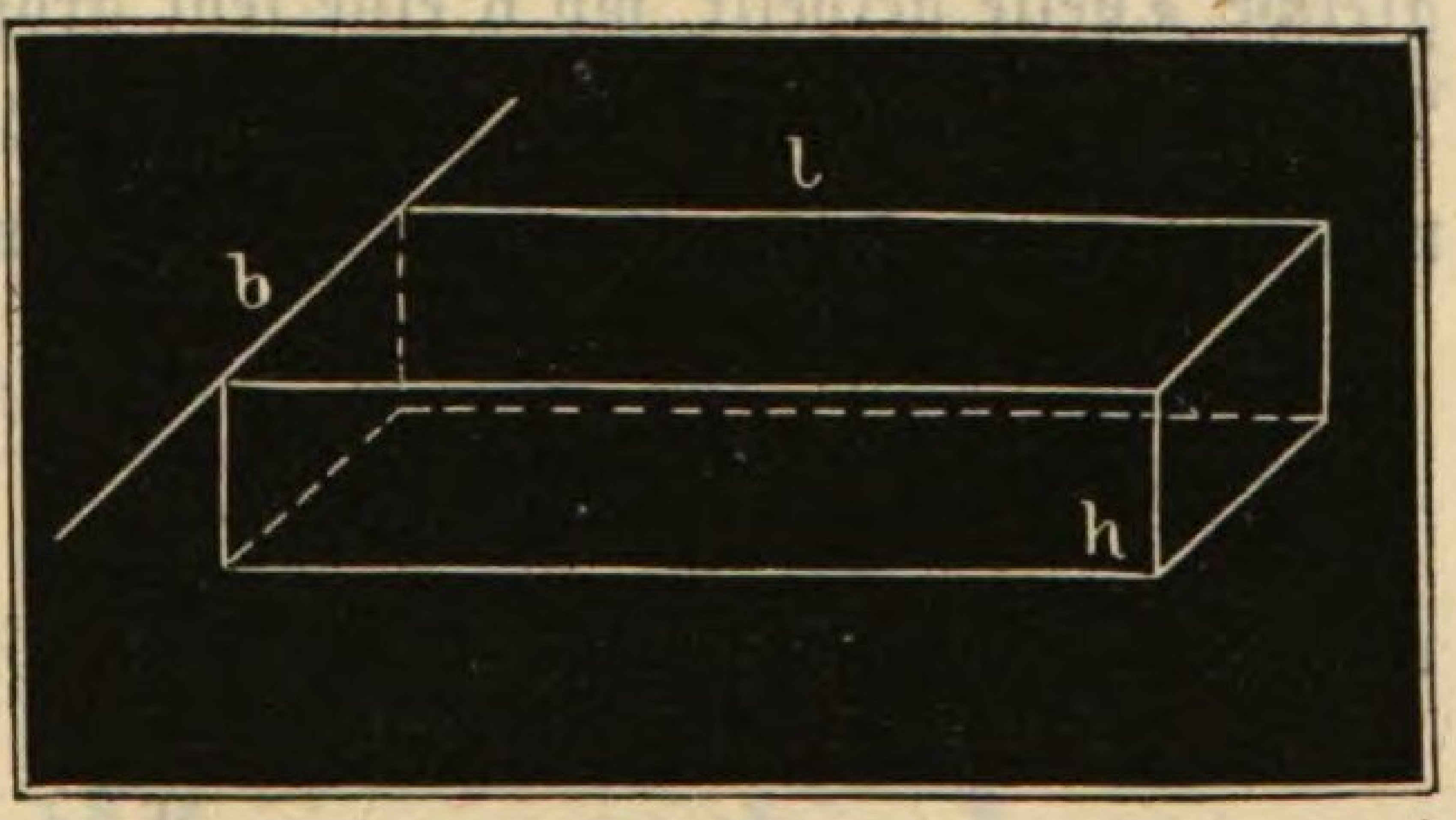
$$t = \frac{mr^2}{2}$$

so wie

$$\varrho = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

Ein Parallelepipedum, Fig. 63, dessen Länge l, dessen Breite b, dessen Höhe h und dessen Masse m ist, drehe sich um eine seiner Kanten, z. B. um die Kante b. Denkt man sich diese Kante in n gleiche Theile getheilt, wo n eine sehr große Zahl ist und durch die Theilpunkte Ebenen gelegt, welche auf der Kante b senkrecht stehen, so zerfällt das Parallelepipedum in n Rechtecke, deren Seiten l und h sind. Das Trägheitsmoment eines solchen ist aber

Fig. 63.



$$\frac{m}{n} \cdot \left(\frac{l^2 + h^2}{3}\right)$$

und mithin das Trägheitsmoment des Parallelepipedums

$$t = m\left(\frac{l^2 + h^2}{3}\right)$$

so wie

$$\varrho = \sqrt{\frac{l^2 + h^2}{3}}$$

Dreht sich das Parallelepipedum um die Kante h, so ist

$$t = m\left(\frac{l^2 + b^2}{3}\right)$$

und wenn es sich um die Kante l dreht ist

$$t = m\left(\frac{b^2 + h^2}{3}\right)$$

Geht die Drehungsaxe durch den Mittelpunkt des Parallelepipedums und ist sie parallel zur Kante h, so ist

$$t = m\left(\frac{l^2 + b^2}{12}\right)$$

Wenn ein Cylinder vom Halbmesser r der Höhe h und der Masse m sich um seine Axe dreht, so denke man sich die Axe in n gleiche Theile getheilt, wo n eine sehr große Zahl ist und durch die Theilpunkte Ebenen gelegt, parallel mit der Grundfläche, so erhält man n Kreisflächen. Das Trägheitsmoment einer solchen ist

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{r^2}{2}$$

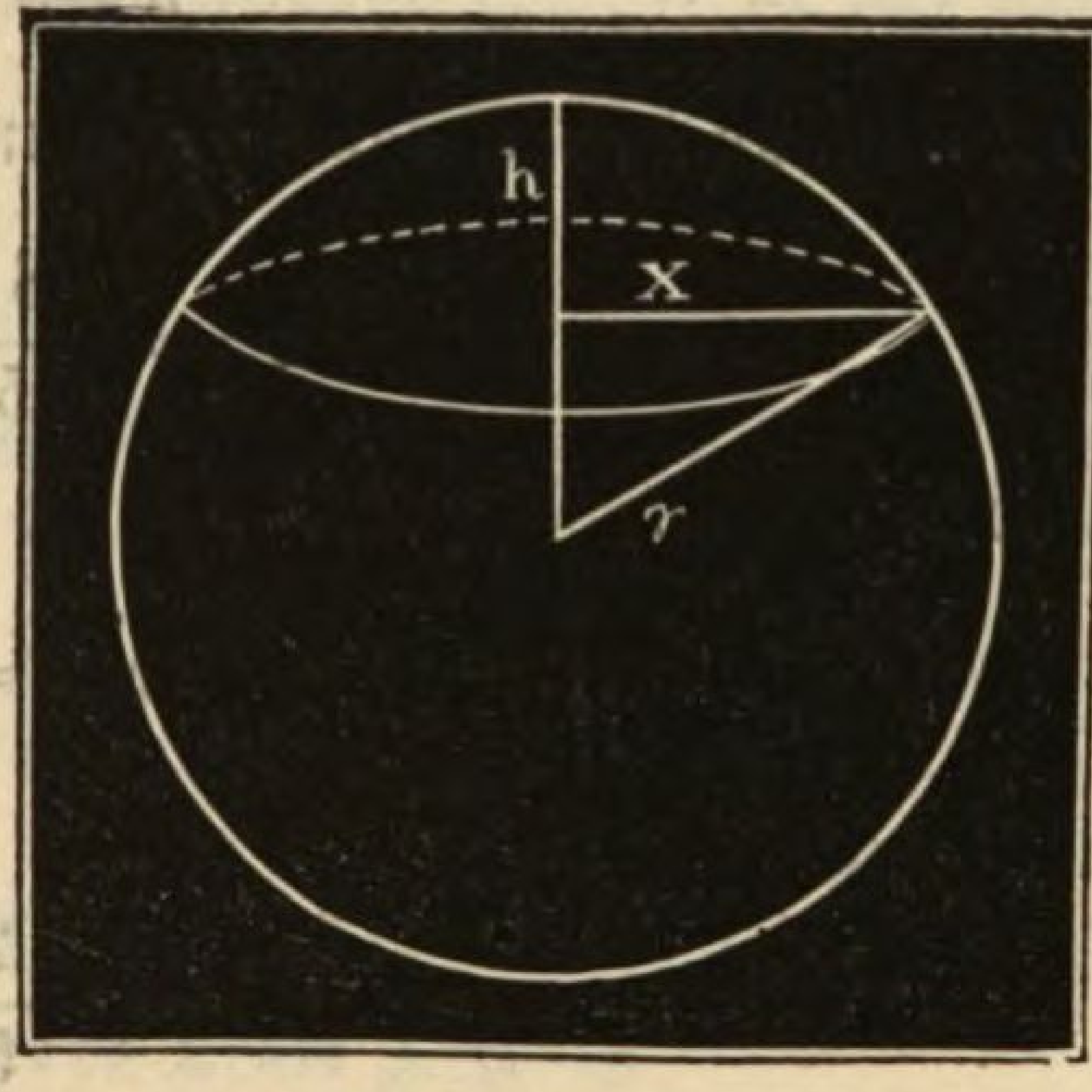
und daher das des ganzen Cylinders

$$t = m \cdot \frac{r^2}{2}$$

Um das Trägheitsmoment eines Kugelsegmentes zu finden, welches sich um seine geometrische Axe dreht, sei der Radius der Kugel r die Masse des Segmentes m und seine Höhe h

Fig. 64. Denkt man sich die Höhe in n gleiche Theile zerlegt, so daß die Höhe eines jeden Theiles ω ist, so erhält man n Cylinder.

Fig. 64.



Da nun

$$x^2 = r^2 - (r - n\omega)^2$$

$$x^2 = 2rn\omega - (n\omega)^2$$

so sind die Quadrate der Halbmesser dieser Cylinder der Reihe nach

$2r\omega - \omega^2;\ 2r.2\omega - (2\omega)^2;\ 2r.3\omega - (3\omega)^2;\ \ldots 2r.n\omega - (n\omega)^2$

und daher die Trägheitsmomente

$$(2r\omega - \omega^2)^2\omega\,\frac{\pi}{2};\ (2r.2\omega - 4\omega^2)^2\omega\,\frac{\pi}{2};$$

$$(2r.3\omega - 9\omega^2)^2\omega\,\frac{\pi}{2}\ \text{u. s. f.}$$

Die Summe dieser Trägheitsmomente ist aber das Trägheitsmoment des Segmentes.

Werden diese Ausdrücke entwickelt, und die entsprechenden Glieder addirt, so erhält man

$$t = \frac{\pi}{2}\,[4r^2\omega^3(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots) - 4r\omega^4\,(1 + 2^3 + 3^3 + \ldots) + \omega^5\,(1 + 2^4 + 3^4 + \ldots)]$$

$$t = \frac{\pi}{2}\left(\frac{4r^2\omega^3n^3}{3} - \frac{4r\omega^4n^4}{4} + \frac{\omega^5n^5}{5}\right)$$

da aber $n\omega = h$, so ist

$$t = \frac{\pi}{2}\,h^3\left(\frac{4r^2}{3} - \frac{4rh}{4} + \frac{h^2}{5}\right)$$

oder endlich

$$t = \frac{\pi h^3}{30}\,(20r^2 - 15rh + 3h^2)$$

Setzt man in diesem Ausdrucke

$$h = 2r$$

so erhält man das Trägheitsmoment der Kugel nämlich

$$t = \frac{8}{15} r^5 \pi$$

da aber

$$\frac{4}{3} r^3 \pi = m$$

so ist auch

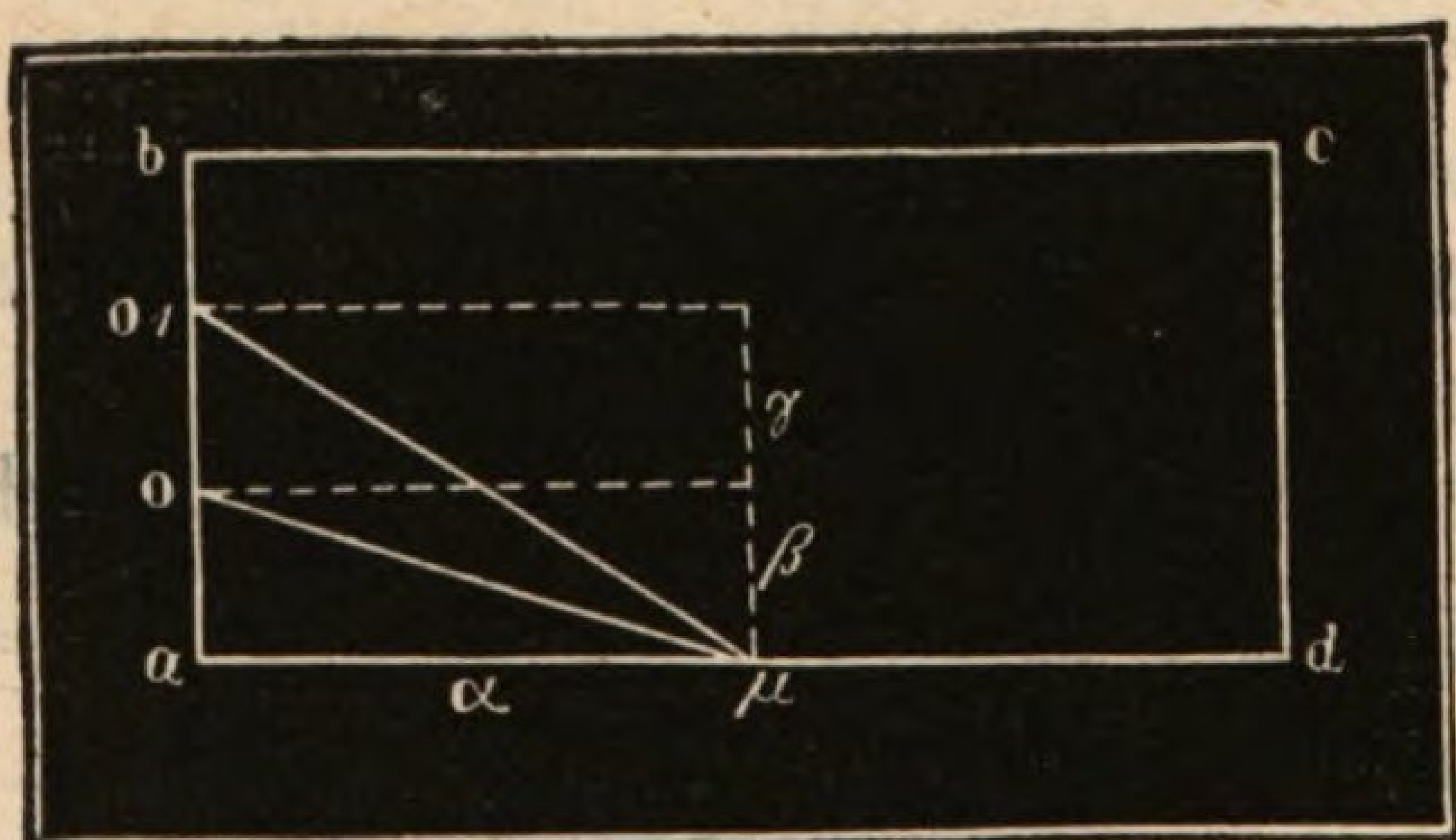
$$t = \frac{2}{5} m r^2$$

und

$$\varrho = r \sqrt{\frac{2}{5}}$$

Ein für eine gewisse Drehungsaxe gefundenes Trägheitsmoment, läßt sich immer auf eine andere der ersteren parallele Drehungsaxe beziehen.

Fig. 65.



Ist abcd, Fig. 65, ein Rechteck, welches sich um eine senkrecht auf seiner Ebene stehende Axe dreht, die durch den Punkt o geht. μ sei ein beliebiger materieller Punkt, dessen Abstände von zwei durch o gelegten senkrechten geraden Linien beziehungsweise α und β sind. Dann ist das Trägheitsmoment des fraglichen materiellen Punktes

$$\mu (\alpha^2 + \beta^2)$$

und daher das Trägheitsmoment des ganzen Rechtecks in Beziehung auf den Punkt o

$$T = S (\mu [\alpha^2 + \beta^2])$$

Bezeichnet nun o_1 den Punkt, durch welchen eine andere der ersteren parallele Axe geht und γ den Abstand oo_1, so ist das Trägheitsmoment des Punktes μ in Beziehung auf o_1

$$\mu\,[\alpha^2 + (\beta + \gamma)^2]$$

und daher das Trägheitsmoment des ganzen Rechtecks

$$T_1 = S\,(\mu[\alpha^2 + (\beta + \gamma)^2])$$

Es ist aber

$$S\,(\mu[\alpha^2 + (\beta+\gamma)^2]) = S\,(\mu\,(\alpha^2+\beta^2) + 2\gamma S\,(\mu\beta) + \gamma^2 S\,(\mu)$$

$$T_1 = T + 2\gamma S\,(\mu\beta) + \gamma^2 S\,(\mu)$$

Bezeichnet nun m die Masse des Rechtecks, und s den Abstand des Schwerpunktes von der geraden Linie β, so ist

$$S\,(\mu\beta) = sm \text{ und } S\,(\mu) = m$$

daher

$$T_1 = T + 2\gamma sm + \gamma^2 m$$

Fällt nun der Punkt o mit dem Schwerpunkte zusammen, d. h. geht die ursprüngliche Axe durch den Schwerpunkt, so ist $s = o$ und daher

$$T_1 = T + \gamma^2 m$$

Man findet also das Trägheitsmoment in Beziehung auf eine Axe, welche mit der durch den Schwerpunkt gehenden parallel ist, wenn man zu dem auf die letztere Axe bezüglichen Trägheitsmomente das Product aus dem Quadrate des Abstandes beider Axen in die Masse des Körpers addirt.

---

12. Vom materiellen Pendel.

Jedes materielle Pendel ist ein System einfacher Pendel, welche sämmtlich verschiedene Längen und daher auch verschiedene Schwingungsdauer haben. Da aber diese materiellen Punkte fest mit einander verbunden sind, so muß eine mittlere Schwingungsdauer daraus hervorgehen.

Um nun die Länge desjenigen einfachen Pendels zu finden, welches mit dem zusammengesetzten gleiche Schwingungsdauer hat, oder was dasselbe ist, die wahre Pendellänge des materiellen Pendels zu bestimmen, bezeichne λ die Entfernung des Schwerpunktes vom Aufhängepunkte, $T = m\varrho^2$ das Trägheitsmoment des Systems in Beziehung auf eine durch den Aufhängepunkt gehende und auf der Schwingungsebene senkrechte Axe, α den Elongationswinkel und l die Länge des einfachen Pendels, welches mit dem zusammengesetzten gleiche Schwingungsdauer hat.

Da es die Schwere ist, welche das materielle Pendel in seine Gleichgewichtslage zurücktreibt, so greift die hier wirksame Kraft im Schwerpunkte des Körpers an, weshalb die gesammte Masse auf den Schwerpunkt reducirt werden muß. Bezeichnet daher m_1 diese reducirte Masse, so ist

$$m_1 = \frac{T}{\lambda^2}$$

Bezeichnet nun g_1 die hier wirksame Beschleunigung, so ist

$$\frac{T}{\lambda^2} g_1$$

die beschleunigende Kraft, welche die im Schwerpunkte gedachte Masse bewegt.

Die Beschleunigung für ein einfaches Pendel ist

$$g \sin \alpha$$

und wenn im tiefsten Punkte desselben die Masse m gedacht wird, so ist

$$mg \sin \alpha$$

die beschleunigende Kraft, welche hier die Masse m bewegt.

Sollen nun das materielle und das einfache Pendel gleiche Schwingungsdauer haben, so müssen die beschleunigenden Kräfte beider gleich sein, das ist

$$\frac{T}{\lambda^2} g_1 = mg \sin \alpha$$

Da aber die Pendellänge der Beschleunigung stets proportional ist, so ist auch

$$\lambda : l = g_1 : g \sin\alpha$$

daher

$$g_1 = \frac{\lambda g \sin\alpha}{l}$$

Dies in die obige Gleichung eingesetzt, gibt

$$\frac{T}{\lambda^2} \cdot \frac{\lambda g \sin\alpha}{l} = mg \sin\alpha$$

und hieraus

$$l = \frac{T}{\lambda m}$$

d. h. die Länge desjenigen einfachen Pendels, welches mit dem zusammengesetzten gleiche Schwingungsdauer hat, wird gefunden, wenn man das Trägheitsmoment des schwingenden Körpers in Beziehung auf eine durch den Aufhängepunkt gehende, auf der Schwingungsebene senkrechte Axe, durch das statische Moment seiner Masse dividirt.

Derjenige Punkt des materiellen Pendels, welcher um die Länge l vom Aufhängepunkte entfernt ist, wird der Schwingungspunkt genannt.

Führt man den für l gefundenen Werth, in die für die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels gefundene Formel ein, so ergibt sich für die Schwingungsdauer eines materiellen Pendels

$$t = \pi \sqrt{\frac{T}{g\lambda m}}$$

Bezeichnet T_1 das Trägheitsmoment für eine Axe, welche durch den Schwerpunkt des Systems geht und auf der Schwingungsebene senkrecht, mithin der durch den Aufhängepunkt gehenden parallel ist; so ist

$$T = T_1 + \lambda^2 m$$

Es ist daher

$$l = \frac{T_1 + \lambda^2 m}{\lambda m} = \frac{T_1}{\lambda m} + \lambda$$

und mithin

$$\frac{T_1}{\lambda m}$$

der Abstand des Schwingungspunktes vom Schwerpunkte. Hieraus geht zugleich hervor, daß der Schwingungspunkt um diesen Abstand tiefer als der Schwerpunkt liegt, so daß, wenn man

$$\frac{T_1}{\lambda m} = a$$

setzt

$$l = \lambda + a$$

ist.

Macht man den Schwingungspunkt zum Aufhängepunkte und ist die Schwingungsaxe der früheren parallel, so ist das Trägheitsmoment in Beziehung auf dieselbe, das ist

$$T_2 = T + a^2 m$$

und wenn man die Pendellänge mit l_1 bezeichnet

$$l_1 = \frac{T + a^2 m}{am} = \frac{T}{am} + a$$

Da aber

$$a = \frac{T_1}{\lambda m}$$

so ist

$$l_1 = \lambda + \frac{T_1}{\lambda m}$$

das ist

$$l_1 = l$$

d. h. hängt man ein materielles Pendel in seinem Schwingungspunkte auf, so daß die Schwingungsaxe der früheren parallel ist, so wird der frühere Aufhängepunkt zum Schwingungspunkte und es

bleibt die Pendellänge und mithin auch die Schwingungsdauer dieselbe.

Pendel, welche so eingerichtet sind, daß Schwingungspunkt und Aufhängepunkt mit einander vertauscht werden können, ohne daß die Schwingungszeit sich ändert, werden Reversionspendel genannt.

---

13. Vom Stoße.

Wenn zwei Körper, welche sich entweder beide bewegen, oder von denen der eine sich bewegt, der andere ruht, zusammentreffen, so nennt man dieses einen Stoß.

Die Wirkungen, welche daraus hervorgehen, sind sehr verschieden und von der materiellen Beschaffenheit, der Masse und der Geschwindigkeit der Körper abhängig.

In Beziehung auf die materielle Beschaffenheit werden die Erscheinungen sich ändern, je nachdem die Körper hart, weich, zäh, biegsam, spröde, elastisch oder unelastisch sind u. dergl.

Die Massen und die Geschwindigkeiten in Verbindung mit der größeren oder geringeren Elasticität sind es, welche die aus dem Stoße hervorgehenden Bewegungen bestimmen.

Obwohl es nun weder vollkommen elastische, noch vollkommen unelastische Körper gibt, so vereinfacht es doch die Betrachtung sehr, wenn man elastische und unelastische Körper unterscheidet.

Der Stoß heißt central, wenn seine Richtung durch die Schwerpunkte beider Körper geht; außerdem excentrisch. Er heißt gerade, wenn die Ebene, in welcher die Körper sich berühren, auf der Richtung des Stoßes senkrecht steht; außerdem schief.

Hier soll nur vom geraden centralen Stoße die Rede sein.

a. Vom Stoße unelastischer Körper.

Bezeichnet man die Massen zweier Körper mit m und m_1, die Geschwindigkeiten mit c und c_1, so sind mc und m_1c_1 die me-

chanischen Momente. Bewegen sich nun die Körper in derselben Richtung, so muß der nachfolgende eine größere Geschwindigkeit haben, als der vorausgehende, wenn überhaupt ein Stoß möglich sein soll. Es sei daher $c > c_1$.

Nach dem Stoße können beide Körper, da sie sich berühren, als ein einziger betrachtet werden, dessen Masse mithin $m + m_1$ ist, und dessen Geschwindigkeit mit x bezeichnet werden mag, so daß das mechanische Moment $(m + m_1)\,x$ ist. Da nun aber weder an Masse, noch an Geschwindigkeit irgend etwas verloren gehen kann, so muß das mechanische Moment der verbundenen Massen, der Summe der mechanischen Momente der einzelnen Massen gleich sein.

Folglich hat man die Gleichung

$$(m + m_1)\,x = mc + m_1 c_1$$

woraus

$$x = \frac{mc + m_1 c_1}{m + m_1}$$

Ist $m = m_1$, so wird

$$x = \frac{c + c_1}{2}$$

d. h. bei gleichen Massen bewegen sich die Körper nach dem Stoße mit einer Geschwindigkeit, welche der halben Summe ihrer ursprünglichen Geschwindigkeiten gleich ist.

Befindet sich der eine Körper in Ruhe, ist z. B. $c_1 = 0$, so ist

$$x = \frac{mc}{m + m_1}$$

und ist $m = m_1$, so ist

$$x = \frac{c}{2}$$

d. h. nach dem Stoße bewegen sich zwei Körper von gleicher Masse mit einer Geschwindigkeit, welche der

halben Geschwindigkeit des vorherbewegten Körpers gleich ist.

Die Geschwindigkeit der Masse m vor dem Stoße war c, nach dem Stoße x; da nun $x < c$, so ist $c - x$ der Geschwindigkeitsverlust und mithin $m(c - x)$ der Verlust an mechanischem Moment für diesen Körper. Die Geschwindigkeit der Masse m_1 vor dem Stoße war c_1, nach dem Stoß x; da aber $x > c_1$, so ist $x - c_1$ der Geschwindigkeitsgewinn und mithin $m_1 (x - c_1)$ der Gewinn an mechanischem Moment für diesen Körper. Aus der Gleichung

$$x = \frac{mc + m_1 c_1}{m + m_1}$$

folgt aber

$$m(c - x) = m_1 (x - c_1)$$

d. h. was der eine Körper an Bewegungsgröße verliert, gewinnt der andere.

Setzt man in einen der vorstehenden Ausdrücke für x seinen Werth, so ist

$$m(c - x) = \frac{m m_1}{m + m_1} (c - c_1)$$

Bewegen sich beide Körper in entgegengesetzten Richtungen und ist z. B. $mc > m_1 c_1$, so bleibt als Bewegungsgröße für die verbundenen Massen $mc - m_1 c_1$, und es ist daher

$$(m + m_1) x = mc - m_1 c_1$$

$$x = \frac{mc - m_1 c_1}{m + m_1}$$

Ist $mc = m_1 c_1$, so ist

$$x = 0$$

d. h. begegnen sich zwei Körper, deren mechanische Momente gleich sind, so kommen sie nach dem Stoße in Ruhe.

Ist $m = m_1$, so ist

$$x = \frac{c - c_1}{2}$$

d. h. begegnen sich zwei Körper von gleichen Massen, so bewegen sie sich nach dem Stoße mit dem halben Unterschiede ihrer ursprünglichen Geschwindigkeiten in der Richtung desjenigen, dessen Geschwindigkeit ursprünglich die größere war.

Hier ist der Verlust an mechanischem Momente für die Masse m ebenfalls $m(c-x)$, aber für die Masse m_1 ist der Gewinn an mechanischem Momente, da c_1 negativ zu setzen ist, $m_1(x+c_1)$. Aus der Gleichung

$$x = \frac{mc - m_1c_1}{m + m_1}$$

folgt aber

$$m(c-x) = m_1(x+c_1)$$

folglich wie vorher. Setzt man für x seinen Werth, so ist

$$m(c-x) = \frac{m \cdot m_1}{m+m_1}(c+c_1)$$

Treffen mehrere Körper, deren Massen $m\ m_1\ m_2 \ldots$ und deren Geschwindigkeiten $c\ c_1\ c_2 \ldots$ sind, nach und nach zusammen, so ist nach der Vereinigung aller die gemeinschaftliche Geschwindigkeit

$$x = \frac{mc + m_1c_1 + m_2c_2 + \ldots}{m + m_1 + m_2 \ldots}$$

was sich aus dem Vorhergehenden sofort ergibt.

b. Vom Stoße elastischer Körper.

Da ein elastischer Körper, wenn er zusammengedrückt wird, seine ursprüngliche Gestalt wieder herzustellen strebt, so übt er auf den drückenden Körper einen Widerstand aus, welcher der drückenden Kraft proportional sein muß. Bei vollkommener Elasticität ist dieser Widerstand der drückenden Kraft gleich, bei unvollkommener Elasticität aber ist er kleiner als dieselbe.

Der Stoß elastischer Körper zerfällt demnach in zwei Theile. Im ersten Theile drücken sich die Körper zusammen, und dieses

gleicht vollkommen dem Stoße unelastischer Körper, im zweiten Theile springen sie wieder von einander ab, und zwar jeder mit einer Kraft, welche bei vollkommener Elasticität dem erlittenen Drucke gleich, bei unvollkommener Elasticität aber kleiner ist, als derselbe.

Im Augenblicke, wo die größte Zusammendrückung stattfindet, haben beide dieselbe Geschwindigkeit x; dabei hat m an Geschwindigkeit (c — x) verloren, dagegen m_1 an Geschwindigkeit $(x - c_1)$ gewonnen, welche Geschwindigkeitsänderungen dem gegenseitigen Drucke proportional sein müssen. Bezeichnet nun ε eine für denselben Körper constante und von seiner Elasticität abhängige Zahl, so ist die durch die Elasticität erzeugte Geschwindigkeitsänderung für den Körper m

$$\varepsilon (c - x)$$

und für den Körper m_1

$$\varepsilon_1 (x - c_1)$$

so daß, wenn man die Geschwindigkeiten nach dem Stoße mit v und v_1 bezeichnet

$$\begin{aligned} v &= c - (c - x) + \varepsilon (c - x) \\ &= c - (1 + \varepsilon)(c - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= c_1 + (x - c_1) + \varepsilon_1 (x - c_1) \\ &= c_1 + (1 + \varepsilon_1)(x - c_1) \end{aligned}$$

ist, oder

$$\begin{aligned} v &= (1 + \varepsilon) x - \varepsilon c \\ v_1 &= (1 + \varepsilon_1) x - \varepsilon_1 c_1 \end{aligned}$$

und wenn man für x seinen Werth setzt

$$v = (1 + \varepsilon) \frac{mc + m_1 c_1}{m + m_1} - \varepsilon c$$

$$v_1 = (1 + \varepsilon_1) \frac{mc + m_1 c_1}{m + m_1} - \varepsilon_1 c_1$$

das ist

$$v = \frac{(1+\varepsilon)\, m_1 c_1 + c\,(m - \varepsilon m_1)}{m + m_1}$$

$$v_1 = \frac{(1+\varepsilon_1)\, mc + c_1 (m_1 - \varepsilon_1 m)}{m + m_1}$$

Da nun für vollkommen elastische Körper $\varepsilon = \varepsilon_1 = 1$ sein muß, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{2m_1 c_1 + c\,(m - m_1)}{m + m_1} \\ v_1 &= \frac{2mc + c_1\,(m_1 - m)}{m + m_1} \end{aligned}\right\} (1)$$

Bewegen sich die Körper gegeneinander, so ist c_1 negativ zu setzen, dieß gibt

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{c\,(m - m_1) - 2m_1 c_1}{m + m_1} \\ v_1 &= \frac{2mc - c_1\,(m_1 - m)}{m + m_1} \end{aligned}\right\} (2)$$

Ist $m = m_1$, so folgt aus (1)

$$v = c_1;\; v_1 = c$$

d. h. bei gleichen Massen bewegen sich die Körper nach dem Stoße mit verwechselten Geschwindigkeiten.

Ferner folgt aus (2)

$$v = -c_1;\; v_1 = c$$

d. h. die Körper bewegen sich nach dem Stoße in Richtungen, welche ihren ursprünglichen Richtungen entgegengesetzt sind.

Ruht einer der Körper, ist z. B. $c_1 = o$, so ist

$$v = \frac{c\,(m - m_1)}{m + m_1}$$

$$v_1 = \frac{2mc}{m + m_1}$$

Ist hier außerdem noch $m = m_1$, so ist

$$v = o; \; v_1 = c$$

d. h. der bewegte Körper kommt nach dem Stoße in Ruhe, der ruhende aber bewegt sich mit der Geschwindigkeit des vorher bewegten Körpers.

Wenn gegen zwei ruhende elastische Körper, deren Schwerpunkte in einer geraden Linie liegen, ein dritter elastischer Körper mit der Geschwindigkeit c stößt, so ist, wenn man die Massen mit $m \; m_1 \; m_2$ bezeichnet, nach dem Stoße die Geschwindigkeit des stoßenden Körpers

$$v = \frac{c\,(m - m_1)}{m + m_1}$$

die des gestoßenen aber

$$v_1 = \frac{2mc}{m + m_1}$$

Mit dieser Geschwindigkeit stößt nun der zweite gegen den dritten, so daß nach dem Stoße die Geschwindigkeit des zweiten

$$v_2 = \frac{v_1\,(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{2mc\,(m_1 - m_2)}{(m + m_1)\,(m_1 + m_2)}$$

die Geschwindigkeit des dritten aber

$$v_3 = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2^2 m m_1 c}{(m + m_1)\,(m_1 + m_2)}$$

Ist nun $m = m_1 = m_2$, so wird

$$v = o; \; v_2 = o; \; v_3 = c$$

d. h. die beiden ersten Körper kommen nach dem Stoße in Ruhe, der dritte aber bewegt sich mit der ursprünglichen Geschwindigkeit des ersten.

Es läßt sich dieses natürlich für jede beliebige Anzahl von Körpern nachweisen.

Stößt ein Körper gegen einen andern, der wegen seiner großen Masse in Ruhe bleibt, so ist $m_1 = \infty = {}^1/_0$ zu setzen; daher für unelastische Körper

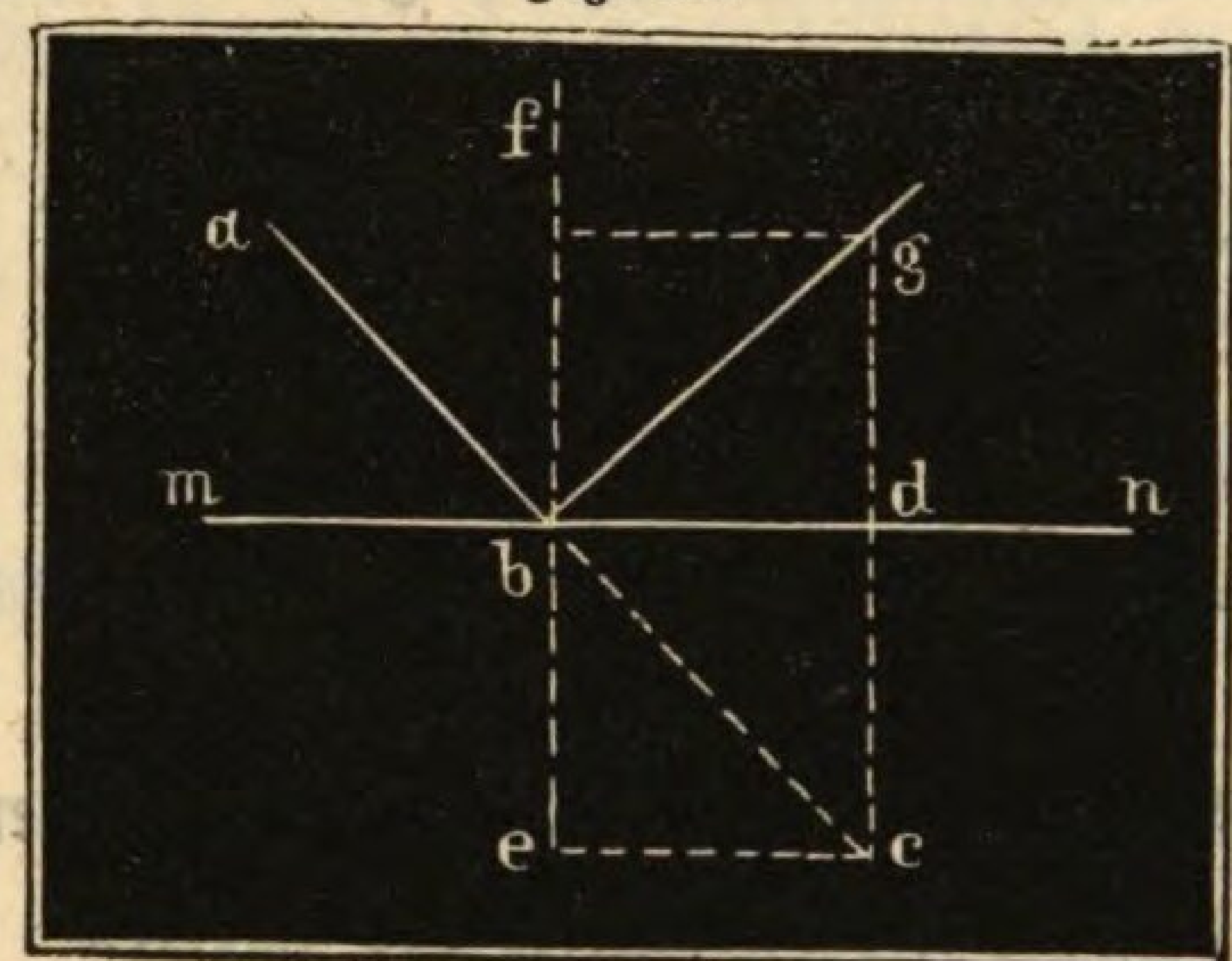
$$x = \frac{mc}{m + {}^{1}/_{0}} = 0$$

d. h. ein unelastischer Körper kommt nach dem Stoße in Ruhe. Für elastische Körper ist

$$v = \frac{c\,(m - {}^{1}/_{0})}{m + {}^{1}/_{0}} = -c$$

d. h. ein elastischer Körper springt nach dem Stoße mit derselben Geschwindigkeit wieder zurück.

Fig. 66.



Stößt ein Körper, z. B. eine Kugel, in der Richtung ab, also schief gegen die feste Ebene mn, Fig. 66, und stellt bc seine Geschwindigkeit dar, so läßt sich diese zerlegen in der Richtung der Ebene und senkrecht darauf.

Ist nun der Körper unelastisch, so wird be durch den Widerstand der Ebene aufgehoben und der Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeit bd auf der Ebene fort.

Ist aber der Körper und auch die Ebene elastisch, so wird zwar be im Augenblicke des Zusammendrückens aufgehoben, aber sofort durch die Elasticität in entgegengesetzter Richtung wieder erzeugt. Macht man daher bf = be, so ist bg die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper nach dem Stoße bewegt.

Da aber bf = be und bd = bd, so ist auch bg = bc und ebenso abf = fbg, d. h. stößt ein elastischer Körper gegen eine elastische Ebene, so geht er nach dem Stoße mit seiner ursprünglichen Geschwindigkeit und in einer solchen Richtung fort, daß der Zurückspringwinkel dem Einfallswinkel gleich ist.

Die Richtung vor dem Stoße und die Richtung nach dem Stoße liegen mit dem im Berührungspunkte auf die Ebene errichteten Perpendikel in derselben Ebene.

Wenn ein harter Körper gegen eine weiche ruhende Masse stößt, so wird er so lange in diese eindringen, bis der Widerstand, welchen sie ihm entgegensetzt, seine ursprüngliche Geschwindigkeit vernichtet hat, indem dieser Widerstand eine gleichförmige Verzögerung erzeugen muß.

Bezeichnet w den Widerstand und p das Gewicht des eindringenden Körpers und der mitbewegten Masse, so ist die Verzögerung

$$g_1 = g \cdot \frac{w}{p}$$

Bezeichnet ferner c die ursprüngliche Geschwindigkeit des festen Körpers und s den Weg, welchen er in der weichen Masse zurücklegt, so ist

$$s = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{p}{w}$$

Ist s durch Versuche gefunden, so erhält man

$$w = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{p}{s}$$

---

14. Vom Einrammen der Pfähle.

Die Rammmaschine besteht im Wesentlichen aus einem festen schweren Klotze, dem Rammklotze oder Bär, welchen man mittelst eines über eine Rolle geführten Seiles bis zu einer gewissen Höhe hebt, und sodann auf den einzurammenden Gegenstand herabfallen läßt.

Bezeichnet man das Gewicht des Rammklotzes mit p, die Höhe, von welcher er herabfällt, mit h, und die erlangte Endgeschwindigkeit mit c, so ist

$$c = \sqrt{2gh}$$

Bezeichnet man ferner das Gewicht des einzurammenden

Pfahles mit q, und die Geschwindigkeit, welche Pfahl und Rammklotz nach dem Stoße haben mit v, so ist

$$v = \frac{pc}{p + q} = \frac{p\sqrt{2gh}}{p + q}$$

Nimmt man nun an, der Rammklotz werde sofort nach dem Stoße vom Pfahle wieder getrennt, so daß dieser sich allein fortbewegt, bezeichnet den Widerstand, welchen der Boden dem Eindringen entgegensetzt, mit w, so wie den Weg, welchen der Pfahl zurücklegt mit s, so ist

$$s = \frac{v^2}{2g} \frac{q}{w}$$

und wenn man für v seinen Werth einsetzt

$$s = \frac{p^2qh}{w(p+q)^2}$$

Ist s durch Versuche ermittelt, so folgt

$$w = \frac{p^2qh}{s(p+q)^2}$$

wo nun w dasjenige Gewicht darstellt, mit welchem man den Pfahl belasten kann, ohne daß er tiefer eindringt.

Gewöhnlich führt man nicht nur einen Stoß, sondern mehrere Stöße rasch hintereinander, welches man eine Hitze nennt.

Ist m die Anzahl der Stöße und σ der Weg, welchen der Pfahl während einer Hitze zurücklegt, so ist

$$s = \frac{\sigma}{m}$$

daher

$$\sigma = \frac{m \cdot p^2qh}{w(p+q)^2}$$

$$w = \frac{m \cdot p^2qh}{\sigma(p+q)^2}$$

In der Praxis nimmt man für w nur $\frac{1}{6}$ w bis $\frac{1}{5}$ w, und

unter ungünstigen Umständen nur $\frac{1}{10}$w, so daß, wenn man dies allgemein $\frac{1}{n}$w setzt, man erhält

$$\sigma = \frac{m.p^2qh}{n.w(p+q)^2}$$

$$w = \frac{mp^2qh}{n\sigma(p+q)^2}$$

---

15. Von den Räderwerken.

Wenn auf der Peripherie eines Rades abwechselnd Erhöhungen und Vertiefungen sich befinden, so nennt man ein solches Rad Zahnrad, die Erhöhungen Zähne, Kämme, Stäbe oder Stöcke, und die Vertiefungen Zahnlücken.

Je nach der Stellung der Zähne unterscheidet man mehrere Gattungen von Zahnrädern. Stirnräder oder Sporenräder sind solche, wo die Zähne auf dem Radkranze und in der Richtung des Halbmessers stehen; konische Räder sind solche, wo die Zähne auf der Mandelfläche eines Kegels stehen; Kamm- oder Kronräder sind solche, wo die Zähne senkrecht auf der Kreisebene des Rades stehen. Man nennt hier die Zähne Kämme.

Alle Zahnräder haben den Zweck, durch Eingreifen der Zähne des einen Rades in die Zahnlücken des andern Bewegungen fortzupflanzen.

Eine Verbindung mehrerer Zahnräder nennt man ein Räderwerk. Von zwei in einander eingreifenden Zahnrädern heißt das größere vorzugsweise Rad, das kleinere Getriebe. Sind die Getriebe von der Art, daß zwischen zwei parallelen Scheiben cylindrische Stäbe kammartig eingesetzt sind, so nennt man sie Trillinge, und wenn sie etwas größer sind Drehlinge; die cylindrischen Stäbe aber heißen Triebstöcke. Wird der Durchmesser des Trillings kleiner als der der Welle, so heißt er Kumpf.

Bei allen Räderwerken ist es nöthig, daß die in einander eingreifenden Theile sich nur gegenseitig berühren, nicht aber an einander hingleiten.

Die Kreislinie, nach welcher die Zähne gearbeitet werden, heißt Theilriß und derjenige Theil desselben, welcher einem Zahne und der zugehörigen Zahnlücke entspricht, die Theilung.

Wenn zwei Zahnräder mit einander arbeiten sollen, so müssen sie gleiche Peripheriegeschwindigkeiten und daher gleiche Theilung haben.

Ist der Halbmesser eines Rades r, die Anzahl der Zähne m, und die Theilung t, so ist

$$t = \frac{2r\pi}{m}$$

Bezeichnen r_1 und m_1 dieselben Größen für ein anderes Rad, welches mit dem ersten arbeiten soll, so muß auch hier sein

$$t = \frac{2r_1\pi}{m_1}$$

daher für zwei in einander eingreifende Räder

$$\frac{2r\pi}{m} = \frac{2r_1\pi}{m_1}$$

hieraus

$$r : r_1 = m : m_1$$

d. h. die Anzahlen der Zähne ineinander eingreifender Zahnräder verhalten sich wie die Halbmesser.

Bezeichnet man die Umdrehungen in einer Secunde mit n und n_1, so muß bei gleicher Peripheriegeschwindigkeit sein

$$2r\pi n = 2r_1\pi n_1$$

hieraus

$$r : r_1 = n_1 : n$$

d. h. die in gleichen Zeiten gemachten Umdrehungen oder die Winkelgeschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Halbmesser. Da aber auch

$$m : m_1 = n_1 : n$$

so verhalten sich auch die in gleichen Zeiten gemachten

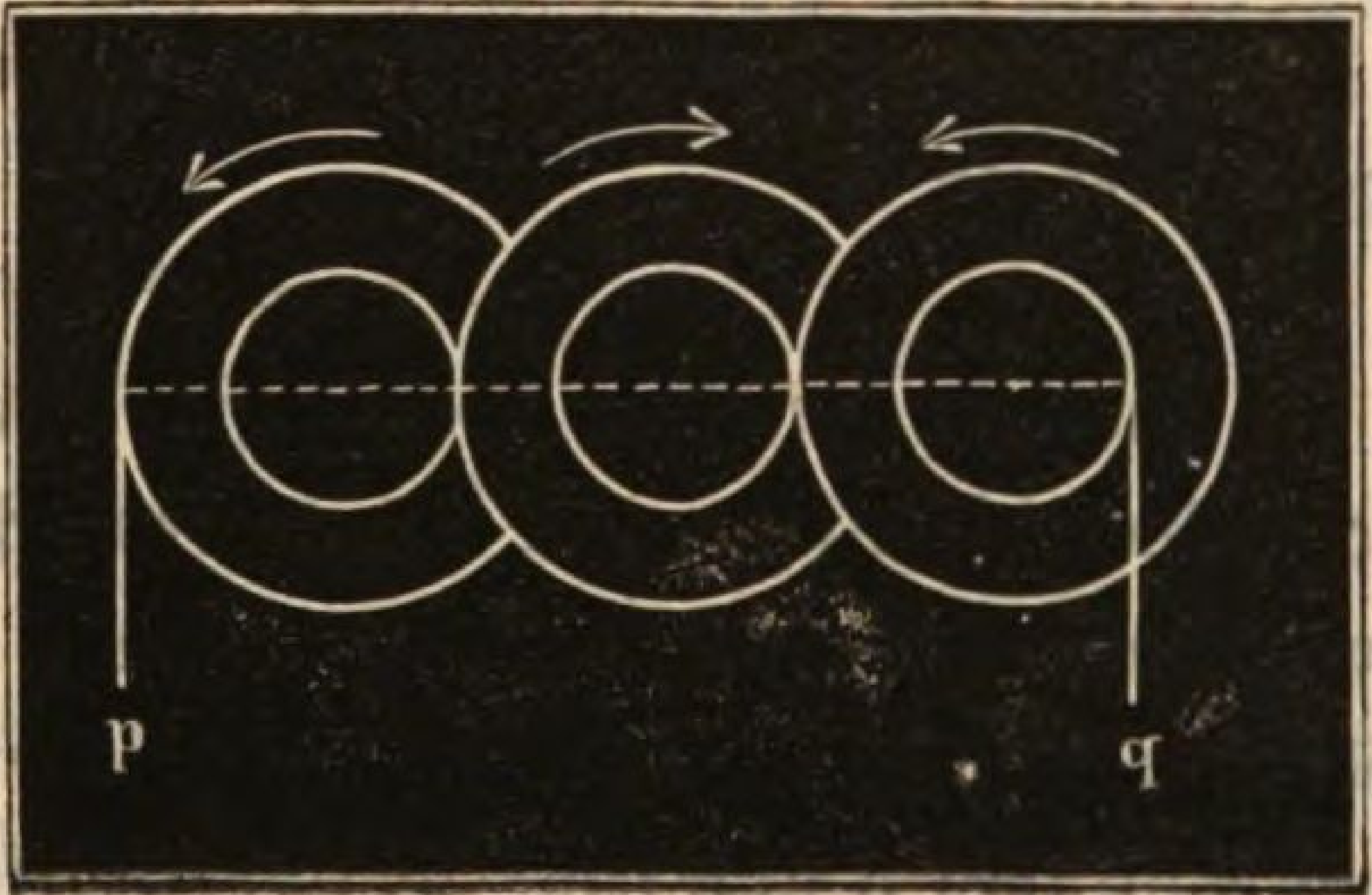
Umdrehungen oder die Winkelgeschwindigkeiten umgekehrt wie die Anzahlen der Zähne.

Bei einem Räderwerke heißt die erste Welle die Kraftwelle, und das daran befindliche Rad das Kraftrad oder treibende Rad; die letzte Welle heißt Lastwelle, das daran befindliche Rad Lastrad oder getriebenes Rad.

Jede Zwischenwelle hat ein Kraftrad und ein Lastrad, welche zusammen ein Vorgelege heißen.

Sind r, r_1 r_2 die Halbmesser der Krafträder, ϱ, ϱ_1 ϱ_2 die Halbmesser der Lasträder, ist p die Kraft und q die Last, und bezeichnen p_1 und p_2 die an den Vorgelegen thätigen Kräfte, Fig. 67, so ist

Fig. 67.



$$p : p_1 = \varrho : r$$
$$p_1 : p_2 = \varrho_1 : r_1$$
$$p_2 : q = \varrho_2 : r_2$$

hieraus

$$p : q = \varrho\varrho_1\varrho_2 : rr_1r_2$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last wie das Product der Halbmesser der Lasträder zum Producte der Halbmesser der Krafträder.

Sind daher die Halbmesser der Lasträder kleiner als die der Krafträder, so findet eine Kraftersparniß statt.

Ist $\varrho = \varrho_1 = \varrho_2$ und $r = r_1 = r_2$, und bezeichnet n die Anzahl der Räder, so ist

$$p : q = \varrho^n : r^n$$

Bezeichnen m, m_1, m_2 die Anzahlen der Zähne der Krafträder und μ, μ_1, μ_2 die Anzahlen der Zähne der Lasträder, so ist auch

$$p : q = \mu\mu_1\mu_2 : mm_1m_2$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last wie das Product der Zähne der Lasträder zum Producte der Zähne der Krafträder.

Ist $\mu = \mu_1 = \mu_2$ und $m = m_1 = m_2$ und die Anzahl der Räder n, so ist

$$p : q = \mu^n : m^n$$

Bezeichnet man die Umdrehungen der Krafträder in einer Secunde mit $n\, n_1\, n_2$, und ebenso die der Lasträder mit $\nu\, \nu_1\, \nu_2$, so ist auch

$$p : q = n\, n_1\, n_2 : \nu \nu_1 \nu_2$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last wie das Product der in gleichen Zeiten gemachten Umdrehungen der Krafträder, zu dem Producte der in gleichen Zeiten gemachten Umdrehungen der Lasträder.

Ist $n = n_1 = n_2$ und $\nu = \nu_1 = \nu_2$, so wie a die Anzahl der Räder, so ist

$$p : q = n^a : \nu^a$$

Zwei an derselben Welle befindliche Räder haben gleiche Winkelgeschwindigkeiten, aber verschiedene Peripheriegeschwindigkeiten, wenn ihre Halbmesser verschieden sind. Ist der Halbmesser des Kraftrades r und seine Peripheriegeschwindigkeit c, der Halbmesser des Lastrades ϱ und seine Peripheriegeschwindigkeit c_1, so ist

$$c = 2r\pi;\ c_1 = 2\varrho\pi$$

daher

$$c : c_1 = r : \varrho$$

d. h. die Umfangsgeschwindigkeiten zweier an derselben Welle befindlicher Räder verhalten sich wie ihre Halbmesser.

Bezeichnet bei einem Räderwerke c die Umfangsgeschwindigkeit des ersten Kraftrades oder die Geschwindigkeit der Kraft, v die Umfangsgeschwindigkeit des letzten Lastrades oder die Geschwindigkeit der Last, so wie c_1 die Umfangsgeschwindigkeit des ersten Last- und zweiten Kraftrades, und c_2 die des zweiten Last- und dritten Kraftrades; bezeichnen endlich r, r_1 und r_2 die Halbmesser der Krafträder, so wie ϱ, ϱ_1, ϱ_2 die der Lasträder, dann ist

$$c : c_1 = r : \varrho$$
$$c_1 : c_2 = r_1 : \varrho_1$$
$$c_2 : v = r_2 : \varrho_2$$

daher

$$c : v = rr_1 r_2 = \varrho \varrho_1 \varrho_2$$

d. h. die Geschwindigkeit der Kraft verhält sich zur Geschwindigkeit der Last, wie das Product der Halbmesser der Krafträder zum Producte der Halbmesser der Lasträder.

Sind daher die Lasträder kleiner als die Krafträder, so findet ein Verlust an Geschwindigkeit statt.

Es ist aber auch

$$c : v = mm_1 m_2 : \mu \mu_1 \mu_2 = \nu \nu_1 \nu_2 : nn_1 n_2$$

d. h. die Geschwindigkeit der Kraft verhält sich auch zur Geschwindigkeit der Last wie das Product der Zähne der Krafträder zum Producte der Zähne der Lasträder oder wie das Product der in gleichen Zeiten gemachten Umdrehungen der Lasträder zum Producte der Umdrehungen der Krafträder.

In Beziehung auf die Abnutzung der Zähne ist es vortheilhaft, wenn jeder Zahn des einen Rades mit jedem Zahne des andern Rades arbeitet und nicht etwa nur gewisse Zähne beider Räder mit einander in Eingriff stehen. Im letzteren Falle nutzen sich die Zähne gegenseitig viel mehr ab. Der Zweck wird einfach erreicht, wenn die Anzahlen der Zähne keinen gemeinschaftlichen Faktor haben.

---

16. Von den Hindernissen der Bewegung; namentlich der Reibung und der Steifigkeit der Seile.

A. Von der Reibung.

Wenn zwei feste Körper sich berühren und die daran wirkenden Kräfte sind im Gleichgewichte, so müßte bei der geringsten Vermehrung oder Verminderung von Kraft auf der einen Seite Bewegung entstehen. Allein dieses ist in der Wirklichkeit nicht so. Es

muß vielmehr immer eine mehr oder minder bedeutende Differenz der Kräfte vorhanden sein, wenn eine Bewegung entstehen soll.

Der Grund davon ist einestheils die Adhäsion, anderntheils die Unebenheit der sich berührenden Flächen, indem die Erhöhungen der einen in die Vertiefungen der andern wechselseitig eingreifen. Der hieraus hervorgehende Widerstand, welcher sich der Bewegung entgegenstellt, also ein Hinderniß derselben ist, wird die Reibung (Friktion) genannt.

Je nach der Art, wie sich die Körper bei der Bewegung berühren, unterscheidet man die gleitende Reibung, die drehende oder Zapfenreibung und die rollende Reibung.

a. Gleitende Reibung.

Durch viele Versuche hat man gefunden, daß die Reibung dem Drucke proportional ist; daß sie von der Geschwindigkeit, mit welcher die Körper sich bewegen, und von der Größe der sich berührenden Flächen unabhängig ist.

Bezeichnet f die Reibung für einen Druck $= q$, und φ die Reibung für einen Druck $= 1$, so ist

$$f : \varphi = q : 1$$

$$f = \varphi . q$$

Die Größe φ muß durch den Versuch bestimmt werden, und ist natürlich für die verschiedenen Körper verschieden; man nennt sie den Reibungscoefficienten.

Man findet daher die Größe der Reibung, wenn man den Druck mit dem Reibungscoefficienten multiplicirt.

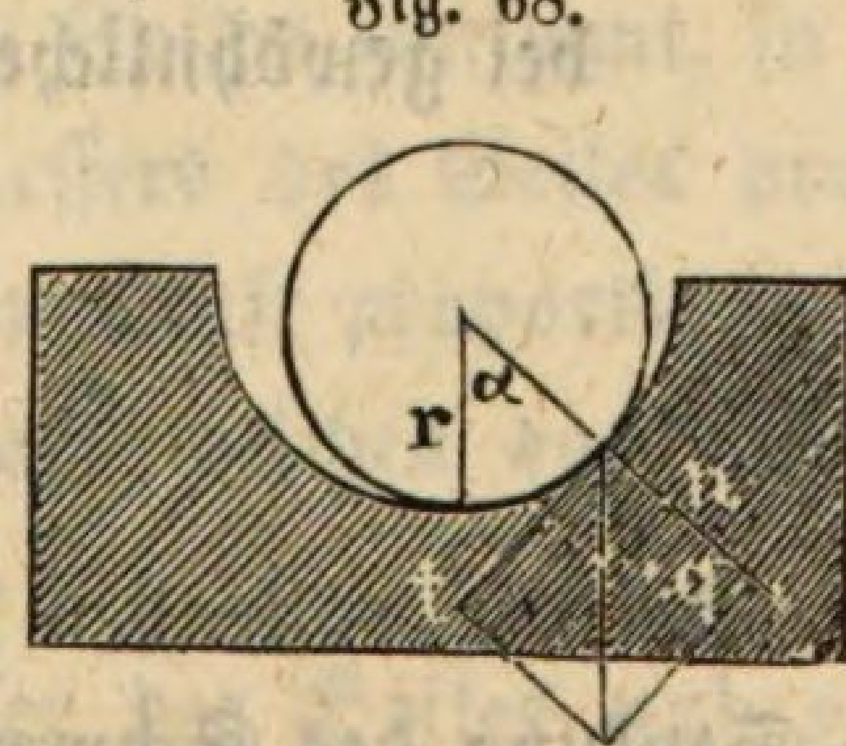
Die Reibung ist übrigens im Zustande der Ruhe größer, als im Zustande der Bewegung, weshalb beim Beginn der Bewegung ein größerer Widerstand zu überwinden ist, als während derselben.

Tabelle für den Coefficienten der gleitenden Reibung.

Namen der Körper	Zustand der Oberfläche.	Werthe von φ			
		für die Ruhe.	Mittel.	für die Bewegung.	Mittel.
Holz auf Holz . .	trocken	0,3 bis 0,7	0,5	0,2 bis 0,48	0,34
	mit Wasser benetzt	0,65 „ 0,71	0,68	— „ —	0,25
	mit Schweinefett	— „ —	0,21	0,06 „ 0,07	0,065
	mit Talg	0,14 „ 0,25	0,195	0,06 „ 0,08	0,07
	mit trockener Seife	0,22 „ 0,44	0,33	0,14 „ 0,16	0,15
Metall auf Metall .	trocken	0,15 „ 0,24	0,195	0,15 „ 0,24	0,195
	mit Wasser benetzt	— „ —	—	— „ —	0,31
	mit Oel benetzt	0,11 „ 0,16	0,165	0,06 „ 0,08	0,07
	mit Schweinefett	— „ —	0,1	0 07 „ 0,11	0,09
	mit Talg	— „ —	0,11	0,07 „ 0,11	0,09
	mit Wagenschmiere	— „ —	—	0,12 „ 0,17	0,145
Holz auf Metall . .	trocken	— „ —	0,6	0,2 „ 0,62	0.41
	mit Wasser benetzt	— „ —	0,65	— „ —	0,24
	mit Oel benetzt	— „ —	0,1	0,05 „ 0,08	0,065
	mit Schweinefett	— „ —	0,12	0,07 „ 0,08	0,075
	mit Talg	— „ —	0,12	0,06 „ 0,08	0,07
	mit Wagenschmiere	— „ —	—	— „ —	0,1
Hanfseile oder Gurte auf Holz . . .	trocken	0,5 „ 0,8	0,65	— „ —	0.45
	mit Wasser benetzt	— „ —	0,87	— „ —	0,33
Rindsleder als Kolbenlinderung auf Gußeisen . . .	mit Wasser benetzt	0,62 „ 0,8	0,71	0.36 „ 0.25	0,305
Bausteine, glatt gearbeitet . . .	mit Fett oder Oel	0,12 „ 0,13	0,125	— „ —	0,15
	—	0,67 „ 0,75	0,71	— „ —	—
Stein u. Schmiedeeisen	—	0,42 „ 0,49	0,455	— „ —	—

b. Drehende oder Zapfenreibung.

Fig. 68.



Es bewegt sich jeder Punkt des Zapfens im Lager gleichsam auf einer schiefen Ebene, Fig. 68. Ist die Resultante der auf den Zapfen wirkenden Kräfte $= q$ und bezeichnet α den Neigungswinkel, so ist der Normaldruck

$$n = q \cos \alpha$$

die Tangentialkraft aber

$$t = q \sin \alpha$$

und daher die Reibung

$$f = \varphi q \cos \alpha$$

wo φ der Coefficient der gleitenden Reibung ist.

Es muß aber die Tangentialkraft, welche die Reibung zu überwinden hat, für den Zustand der Ruhe und des Gleichgewichts der Reibung gleich sein; daher

$$\varphi q \cos\alpha = q \sin\alpha$$
$$\varphi = \tan\alpha$$

Da aber

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan\alpha^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2}}$$

so ist

$$f = \frac{\varphi}{\sqrt{1 + \varphi^2}}\, q$$

Bezeichnet endlich r den Halbmesser des Zapfens, so ist das Moment der Reibung

$$fr = \frac{\varphi}{\sqrt{1 + \varphi^2}}\, qr$$

Für Zapfen von Metall in Lagern von Metall, wenn die sich berührenden Flächen mit Talg, Schweinefett oder Oel geschmiert sind, ist

bei sorgfältiger Abwartung $\varphi = 0{,}054$
bei gewöhnlicher Abwartung $\varphi = 0{,}07$ bis $0{,}08$.

c. Rollende Reibung.

Bei der rollenden Reibung findet eine abwechselnde Hebung und Senkung des Schwerpunktes des rollenden Körpers statt. Der Widerstand, welcher daraus hervorgeht, muß daher dem Gewichte des rollenden Körpers direct und seinem Halbmesser umgekehrt proportional sein. Bezeichnet q das Gewicht, r den Halbmesser und μ einen Erfahrungscoefficienten, so ist

$$f = \mu \cdot \frac{q}{r}$$

Coulomb fand

für Walzen aus Pockenholz $\mu = 0{,}0184$

" " " Ulmenholz $\mu = 0{,}0311$

Für gußeiserne Räder von 20 Zoll Durchmesser, welche auf gußeisernen Schienen laufen, fand

Weisbach $\mu = 0{,}0178$

Rittinger $\mu = 0{,}0187$

Für Eisenbahnräder von ungefähr 38 Zoll Durchmesser fand Pambour

$$\mu = 0{,}019 \text{ bis } 0{,}021$$

B. Von der Steifigkeit der Seile.

Wird um einen Cylinder, ein Rad und dergl. ein Seil gelegt, so setzt die Steifigkeit der Fasern desselben dem genauen Anschmiegen des Seiles an den Cylinder einen gewissen Widerstand entgegen, welcher bei der Bewegung der Last mit überwunden werden muß und daher den Gesammtwiderstand vermehrt. Bezeichnet man die an den Seilenden wirkenden Spannungen mit p und q und den aus der Steifigkeit des Seiles hervorgehenden Widerstand mit w, so ist für das Gleichgewicht

$$p = q + w$$

Da die Steifigkeit mit der Dicke des Seiles zunimmt, so muß der Widerstand einer Potenz des Durchmessers des Seiles proportional sein. Er muß ferner der spannenden Kraft proportional und dem Halbmesser desjenigen Cylinders, um welchen das Seil gewunden ist, umgekehrt proportional sein.

Bezeichnet daher d den Durchmesser des Seiles und r den Halbmesser des Cylinders, so ist

$$w = \frac{d^n}{r} q$$

Endlich wird der Widerstand noch von dem Materiale abhängig sein, aus welchem das Seil gefertigt ist, weshalb der vorstehende Ausdruck noch mit einem Erfahrungscoefficienten multipli-

cirt werden muß. Bezeichnet man diesen Coefficienten mit μ, so ist

$$w = \mu \frac{d^n}{r} q$$

und daher

$$p = q + \mu \frac{d^n}{r} q$$

$$p = \frac{q}{r} (r + \mu d^n)$$

so wie das statische Moment

$$pr = q (r + \mu d^n)$$

Man setzt der Erfahrung zufolge bei neuen Seilen $n = 2$, bei gebrauchten $n = 1{,}5$ und bei dünnen Bändern $n = 1$. Ist d und r in Metern gegeben, so ist $\mu = 18{,}6$.

Dritter Abschnitt.

Vom Gleichgewichte flüssiger Körper.

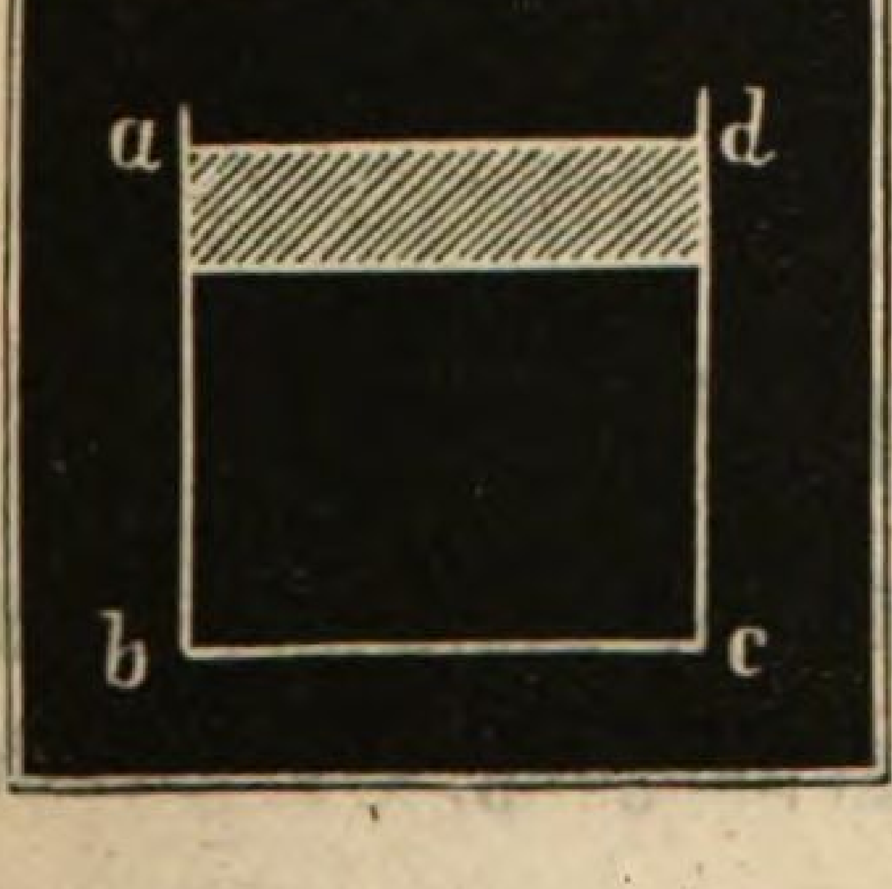
1. Von der Fortpflanzung des Druckes durch eine flüssige Masse.

Die flüssigen Körper sind durch die leichte Beweglichkeit und Verschiebbarkeit ihrer kleinsten Theilchen, so wie dadurch charakterisirt, daß sie keine bestimmte Form haben, sondern stets die Form desjenigen Gefäßes annehmen, in welchem sie sich befinden.

Hieraus folgt aber, daß ein auf eine flüssige Masse ausgeübter Druck sich durch dieselbe nach allen Richtungen hin gleichmäßig fortpflanzt.

Ist abcd, Fig. 69, ein mit einem flüssigen Körper angefülltes Gefäß, und betrachtet man die Flüssigkeit selber als gewichtlos, so wird von dieser kein Druck ausgeübt. Befindet sich aber über der Flüssigkeit ein gut schließender Stempel und wird auf diesen ein Druck ausgeübt, so pflanzt sich der Druck auf die nächste Flüssigkeitsschicht fort. Von hier geschieht die Fortpflanzung des Druckes weiter auf die folgende Flüssigkeitsschicht und so weiter von Schicht

Fig. 69.



zu Schicht, so daß der Boden des Gefäßes ebenso gedrückt wird, als ob der Stempel ihn unmittelbar berührte.

Bezeichnet man die Bodenfläche mit a und den Druck, welchen sie erleidet, mit d, ist ferner α ein Theil der Bodenfläche und der auf diesen Theil kommende Druck δ, so hat man die Proportion

$$d : \delta = a : \alpha$$

d. h. der Druck ist der Größe der gedrückten Fläche proportional. Hieraus

$$\delta = \frac{\alpha}{a} d$$

Da aber die Flüssigkeitstheilchen dem auf sie wirkenden Drucke nach allen Richtungen hin auszuweichen streben, so pflanzt sich der Druck auch auf die Seitenwände des Gefäßes fort, so daß ein Theil derselben = α denselben Druck = δ auszuhalten hat, zufolge der obigen Proportion.

So wie die Flüssigkeitstheilchen auf die Gefäßwände drücken, so drücken sie auch gegenseitig auf sich, so daß jedes Theilchen einen seiner Ausdehnung proportionalen Druck auszuhalten hat.

Befände sich irgendwo in der flüssigen Masse ein nicht zusammendrückbarer fester Körper, so würde auch jeder Theil = α der Oberfläche desselben einen Druck = δ auszuhalten haben.

Die gleichmäßige Fortpflanzung des Druckes findet auch bei solchen Flüssigkeiten statt, welche einen gewissen Grad von Zähigkeit besitzen, nur ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Fortpflanzung geschieht, geringer als bei nicht zähen Flüssigkeiten.

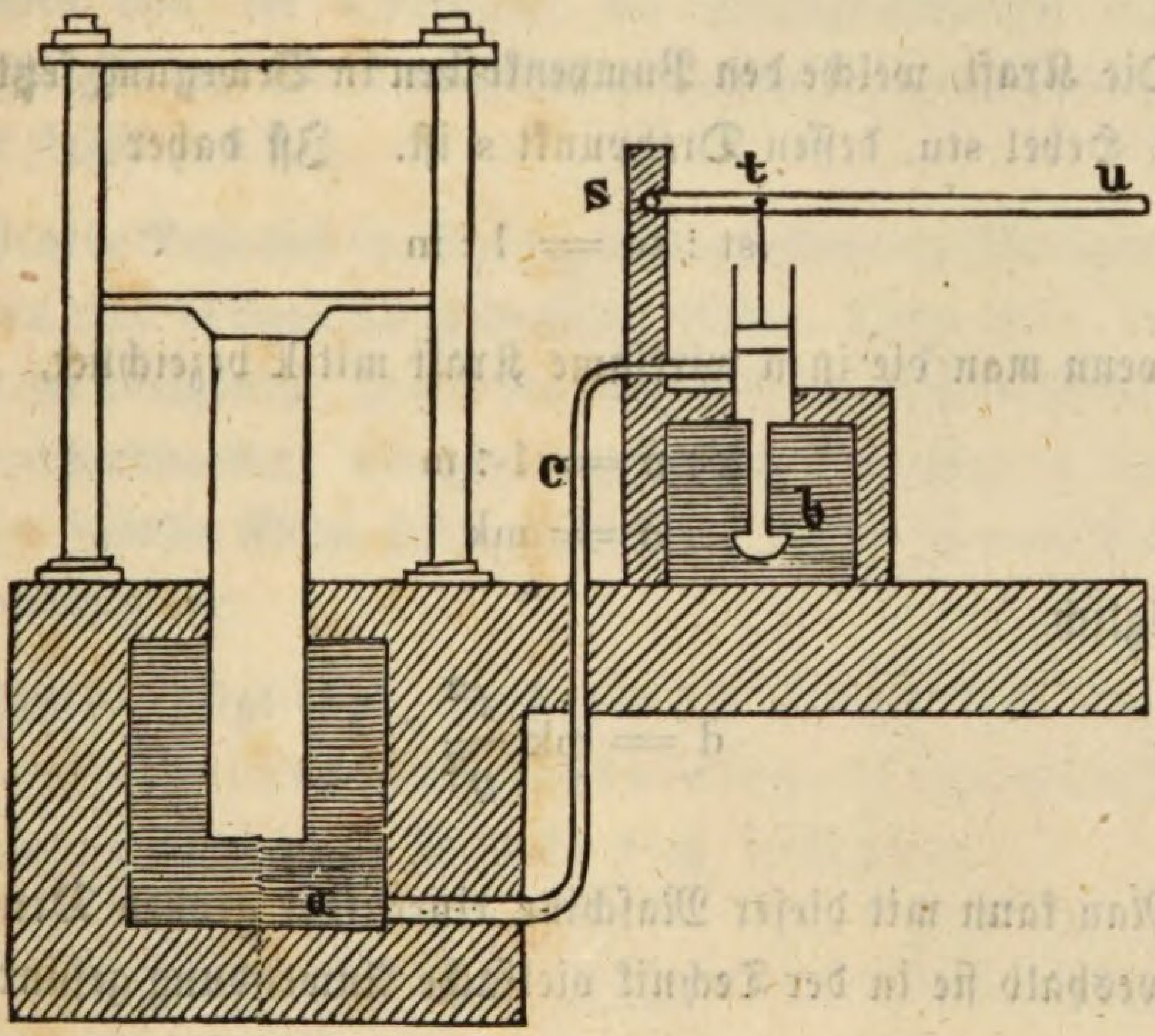
---

2. Die hydraulische Presse.

Die hydraulische Presse, Fig. 70, ist eine Maschine, welche auf dem Principe der gleichmäßigen Fortpflanzung des Druckes

durch flüssige Massen beruht. Sie besteht aus zwei Gefäßen a und b, welche mit einer Flüssigkeit, gewöhnlich Wasser, angefüllt

Fig. 70.



sind. In das Gefäß b ist die Saugröhre einer Pumpe eingesetzt, welche das Wasser durch eine enge Röhre c nach dem Gefäße a treibt, von wo es, wegen eines angebrachten Ventiles, nicht zurück kann, und mithin gegen den Preßkolben drücken und diesen heben muß.

Bezeichnet a die Grundfläche des Preßkolbens, α die des Pumpenkolbens, d den Druck, welcher gegen den Preßkolben wirkt, und δ den, welcher gegen den Pumpenkolben wirkt, so ist

$$d : \delta = a : \alpha$$

$$d = \delta \frac{a}{\alpha}$$

Bezeichnet man den Halbmesser des Preßkolbens mit r, den des Pumpenkolbens mit ϱ, so ist

$$a = r^2\pi; \quad \alpha = \varrho^2\pi$$

daher auch

$$d = \delta \frac{r^2}{\varrho^2}$$

Die Kraft, welche den Pumpenkolben in Bewegung setzt, wirkt an dem Hebel stu, dessen Drehpunkt s ist. Ist daher

$$st : su = 1 : m$$

so ist, wenn man die in u wirksame Kraft mit k bezeichnet,

$$k : \delta = 1 : m$$
$$\delta = mk$$

und folglich

$$d = mk \frac{r^2}{\varrho^2}$$

Man kann mit dieser Maschine einen sehr großen Druck ausüben, weshalb sie in der Technik vielfache Anwendung gefunden hat.

---

3. Vom Gleichgewichte rücksichtlich der Schwere.

Befindet sich in einem Gefäße eine Flüssigkeit, so hat jedes Theilchen derselben das Bestreben, nach der Erde hinzufallen, übt daher auf jedes darunter liegende Theilchen einen Druck aus, welcher sich, dem Vorhergehenden zufolge, nach allen Richtungen hin gleichmäßig fortpflanzt. Geht man daher in der Richtung der Schwere von Theilchen zu Theilchen abwärts, so muß der Druck mit zunehmender Tiefe wachsen, indem das erste Theilchen auf das zweite, das erste und zweite auf das dritte, das erste, zweite und dritte auf das vierte drückt und so weiter. Es ist daher der Abstand eines Flüssigkeitstheilchens von der Oberfläche oder dem Flüs-

sigkeitsspiegel das Maß für den Druck, welchen es auszuhalten hat. Da nun aber von jedem Theilchen dieser Druck nach allen Richtungen hin gleichmäßig fortgepflanzt wird, so müssen alle in gleichen Abständen von der Oberfläche der Flüssigkeitsmasse befindliche Theilchen gleichen Druck auszuhalten haben, wenn Ruhe und Gleichgewicht stattfinden soll.

Eine in Ruhe und im Gleichgewichte befindliche Flüssigkeitsmasse muß nun eine horizontale Oberfläche bilden. Denn wäre die Oberfläche nicht horizontal, so würden, wegen ihrer leichten Beweglichkeit und Verschiebbarkeit, die höher gelegenen Theilchen so lange wie auf einer schiefen Ebene herabgleiten, bis die horizontale Oberfläche sich gebildet hätte.

Hieraus folgt aber, daß die in einer Flüssigkeitsmasse in derselben Horizontalebene liegenden Theilchen unter gleichem Drucke sich befinden.

---

4. Vom Bodendruck.

Befindet sich in einem prismatischen Gefäße mit vertikalen Wänden eine Flüssigkeit, deren horizontale Oberfläche von dem ebenfalls horizontalen Boden um die Höhe h entfernt ist, und bezeichnet a den Flächeninhalt des Bodens, so ist ah der in dem Gefäße enthaltene Flüssigkeitskörper. Ist ferner p das Gewicht der Kubikeinheit dieser Flüssigkeit, so ist p . ah das Gewicht der im Gefäße enthaltenen Flüssigkeit. Dieses Gewicht stellt mithin den Druck dar, welchen der Boden durch die Flüssigkeit auszuhalten hat. Bezeichnet d diesen Druck, so ist

$$d = p \, . \, ah$$

Dieser Ausdruck für den Bodendruck gilt aber nicht nur für Gefäße mit vertikalen Seitenwänden, sondern für Gefäße von be-

liebiger Gestalt, Fig. 71. Denkt man sich die Flüssigkeitssäulen in n horizontale Schichten von so geringer vertikaler Ausdehnung zerlegt, daß jede ohne einen merklichen Fehler als ein Prisma angesehen werden kann; bezeichnet man die Grundflächen mit

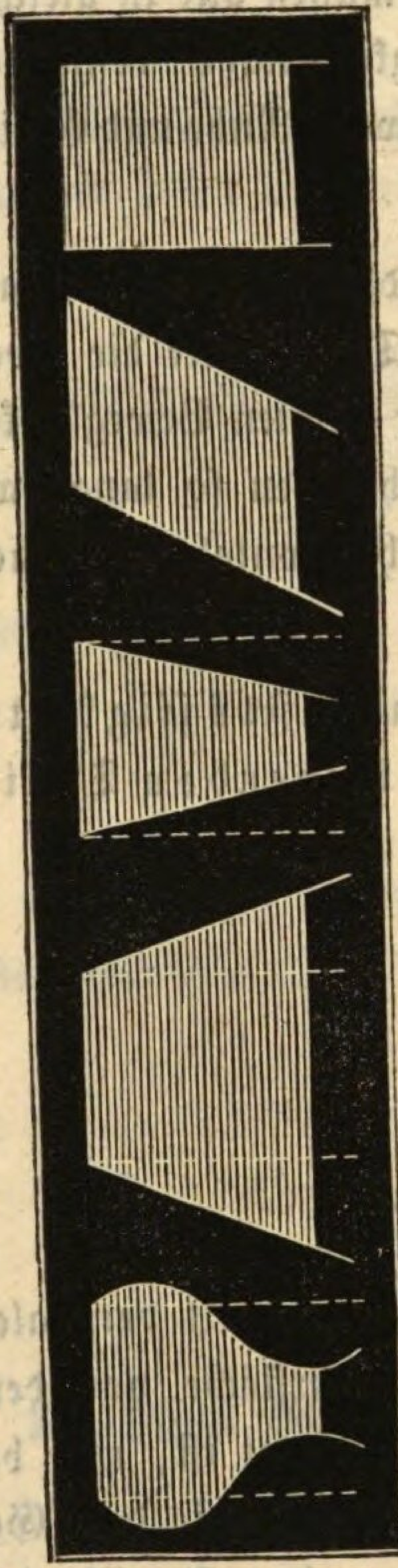


Fig. 71.

$$a_1\ a_2\ a_3 \ldots a_n$$

die zugehörigen Höhen mit

$$h_1\ h_2\ h_3 \ldots h_n$$

so wie die Drucke mit

$$d_1\ d_2\ d_3 \ldots d_n$$

so ist, wenn man mit p das Gewicht der Kubikeinheit der Flüssigkeit bezeichnet,

$$d_1 = p \cdot a_1 h_1$$

das ist der Druck, welchen die Grundfläche der ersten Schicht erleidet. Der Druck auf die Grundfläche der zweiten Schicht besteht aus dem Gewichte der zweiten Schicht und dem von der Grundfläche der ersten Schicht fortgepflanzten Druck. Bezeichnet man daher den letzteren mit x, so ist

$$d_2 = pa_2h_2 + x$$

Es ist aber

$$d_1 : x = a_1 : a_2$$

hieraus

$$x = \frac{a_2}{a_1} d_1$$

und mithin

$$d_2 = pa_2h_2 + \frac{a_2}{a_1} d_1$$

oder wenn man für d_1 seinen Werth setzt

$$d_2 = pa_2h_2 + pa_2h_1$$
$$= pa_2 (h_2 + h_1)$$

Ebenso besteht der Druck auf die Grundfläche der dritten Schicht aus dem Gewichte der dritten Schicht, und dem von der Grundfläche der zweiten Schicht fortgepflanzten Drucke. Bezeichnet man den letzteren mit y, so ist

$$d_3 = p \cdot a_3h_3 + y$$

Es ist aber

$$d_2 : y = a_2 : a_3$$

$$y = \frac{a_3}{a_2} d_2$$

daher

$$d_3 = p \cdot a_3h_3 + \frac{a_3}{a_2} d_2$$

oder wenn man für d_2 seinen Werth setzt

$$d_3 = p \cdot a_3h_3 + pa_3 (h_2 + h_1)$$
$$= p \cdot a_3 (h_3 + h_2 + h_1)$$

Fährt man auf diese Weise fort, so ist, wenn d den Bodendruck und a die Grundfläche des Gefäßes, so wie h die Höhe der Flüssigkeitssäule bezeichnet,

$$d = p \cdot ah$$

wo

$$h = h_n + h_{n-1} + \dots + h_3 + h_2 + h_1$$

Es ist daher der Bodendruck gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche den Boden zur Grundfläche und den senkrechten Abstand der Flüssigkeitsoberfläche vom Boden zur Höhe hat.

Befinden sich in einem Gefäße mehrere Flüssigkeiten, welche verschiedenes specifisches Gewicht haben, so lagern sie sich so über einander, daß diejenige, welche das größte specifische Gewicht hat, am tiefsten, und die, welche das kleinste specifische Gewicht hat, am höchsten liegt. Bezeichnet man mit h_1 h_2 h_3 ... die Höhen der einzelnen Schichten und mit p_1 p_2 p_3 ... die Gewichte der Kubik-

einheit, so ist, wenn man den Bodendruck mit d und die Bodenfläche mit a bezeichnet,

$$d = a(p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3 + \ldots)$$

---

5. Vom Drucke auf die Seitenwände.

Ist a eine der Flüssigkeitsoberfläche parallele Schicht und h ihr senkrechter Abstand von derselben, so ist, wenn man mit p das Gewicht der Kubikeinheit der Flüssigkeit bezeichnet,

$$pah$$

der Druck, welchen diese Schicht auszuhalten hat. Da sich dieser aber nach allen Richtungen hin gleichmäßig fortpflanzt, so erstreckt er sich auch auf einen Theil der Seitenfläche $= \alpha$, welcher mit der Schicht a in einer Horizonalebene liegt, und als unendlich klein, als eine sogenannte Elementarfläche betrachtet werden mag. Bezeichnet man den auf α kommenden Druck mit δ, so ist

$$pah : \delta = a : \alpha$$

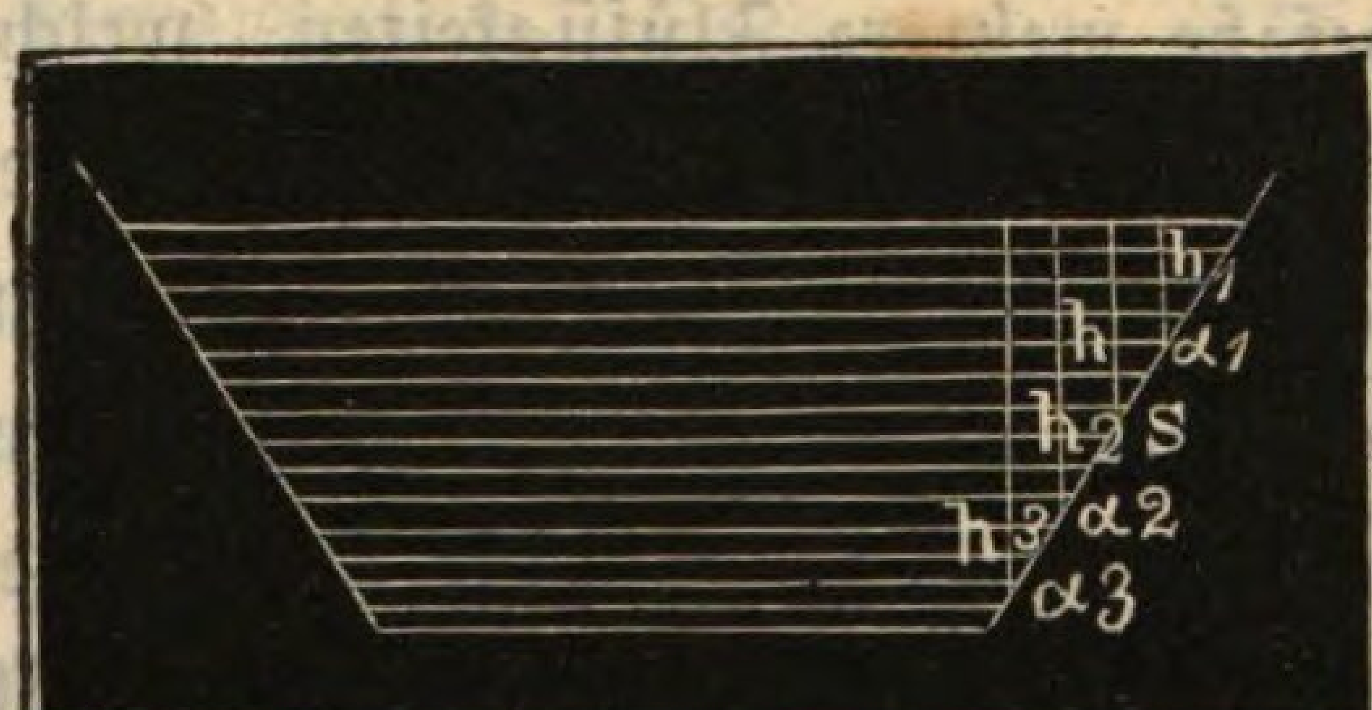
$$\delta = p\alpha h$$

Es ist daher der Druck, welchen ein elementarer Theil der Seitenwand eines Gefäßes erleidet, gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche den Flächentheil α zur Grundfläche und den senkrechten Abstand desselben vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

Dieser senkrechte Abstand der Oberfläche von der Flüssigkeit heißt die Druckhöhe.

Um den Druck für eine beliebige senkrechte oder geneigte Seitenfläche zu finden, zerlege man die Fläche in Elementarflächen $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3 \ldots$, deren Abstände vom Flüssigkeitsspiegel beziehungsweise $h_1\ h_2\ h_3 \ldots$ sind, Fig. 72, so stellen, wenn p das Gewicht der Kubikeinheit

Fig. 72.



der Flüssigkeit bezeichnet,

$$p\alpha_1 h_1,\ p\alpha_2 h_2,\ p\alpha_3 h_3, \ldots$$

die auf den Elementarflächen lastenden Drucke dar.

Da diese sämmtlich senkrecht gegen die Wand gerichtet sind, so bilden sie ein System paralleler Kräfte, deren Resultante, das ist der auf der Fläche lastende Gesammtdruck, der Summe derselben gleich ist. Bezeichnet d diesen Gesammtdruck, so ist

$$d = p\,(\alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \alpha_3 h_3 + \ldots)$$

Die Producte

$$\alpha_1 h_1,\ \alpha_2 h_2,\ \alpha_3 h_3 \ldots$$

sind aber die statischen Momente der Elementarflächen in Beziehung auf den Flüssigkeitsspiegel, so daß dieser die Ebene der fraglichen Momente ist. Es ist aber dann die Summe dieser Momente, gleich dem Momente des Schwerpunktes der Fläche; so daß, wenn man den Abstand dieses Schwerpunktes s von dem Flüssigkeitsspiegel, mit h und die Fläche selber mit a bezeichnet

$$ah = \alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \alpha_3 h_3 + \ldots$$

und mithin

$$d = pah$$

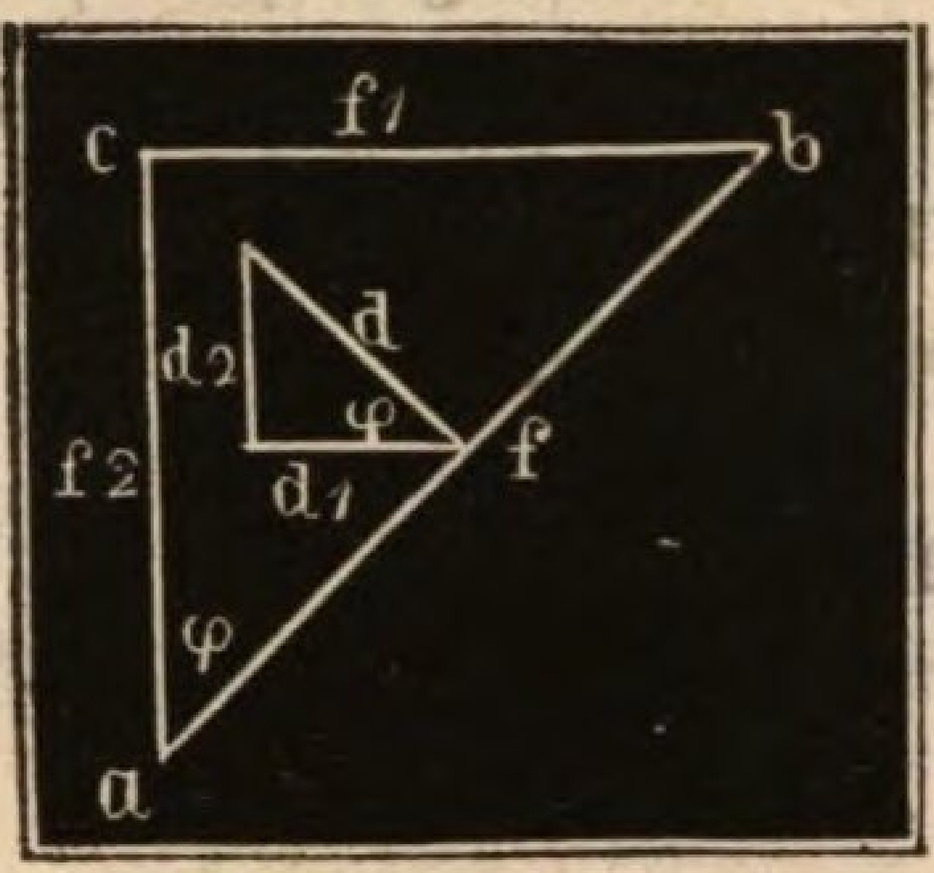
ist. Es ist daher der Normaldruck auf eine vertikale oder geneigte Seitenwand gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die Seitenwand zur Grundfläche und den senkrechten Abstand des Schwerpunktes derselben vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

Was von der ganzen Seitenwand gilt, gilt natürlich auch von jedem beliebigen Theile derselben.

6. Vom Drucke nach bestimmten Richtungen.

Um den horizontalen und vertikalen Druck zu bestimmen, den eine geneigte Wand ab, Fig. 73, erleidet, zerlege man den Normaldruck d in eine horizontale Componente d_1, und eine vertikale Componente d_2. Bezeichnet φ den Winkel, welchen die Richtung des Normaldruckes mit der horizontalen macht, so ist

Fig. 73.



$$d_1 = dd_1 \cos\varphi;\ d_2 = dd_1 \sin\varphi$$

woraus

$$\cos\varphi = \frac{d_1}{d};\ \sin\varphi = \frac{d_2}{d}$$

Bezeichnet f den Inhalt der gedrückten Fläche, f_1 ihre Horizontalprojection und f_2 ihre Vertikalprojection, so ist, weil der Winkel bac $= \varphi$

$$f_1 = f \sin\varphi;\ f_2 = f \cos\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{f_1}{f};\ \cos\varphi = \frac{f_2}{f}$$

mithin

$$\frac{d_2}{d} = \frac{f_1}{f};\ \frac{d_1}{d} = \frac{f_2}{f}$$

woraus

$$d_1 = \frac{f_2}{f} d;\ d_2 = \frac{f_1}{f} d$$

Da aber

$$d = pfh$$

ist, wenn h die Druckhöhe der gedrückten Fläche bezeichnet, so hat man

$$d_1 = pf_2h;\ d_2 = pf_1h$$

d. h. der Horizontaldruck ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die Vertikalprojection der gedrückten Fläche zur Grund-

fläche und den senkrechten Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Fläche vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

Der Vertikaldruck ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die Horizontalprojection der gedrückten Fläche zur Grundfläche und den senkrechten Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Fläche vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

Allgemein folgt hieraus: der Druck nach irgend einer beliebigen Richtung ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die Projection der gedrückten Fläche, senkrecht auf diese Richtung zur Grundfläche und die Druckhöhe der gedrückten Fläche zur Höhe hat.

---

7. Vom Mittelpunkte des Druckes.

Der Mittelpunkt des Druckes ist der Angriffspunkt der Mittelkraft sämmtlicher Druckkräfte.

Bei einer horizontalen Bodenfläche fällt der Mittelpunkt des Druckes mit dem Schwerpunkte zusammen; bei Seitenwänden liegt er aber stets tiefer als derselbe.

Denkt man sich die Fläche f in Elementarflächen $\alpha_1, \alpha_2 \ldots$ zerlegt, deren Druckhöhen $h_1, h_2 \ldots$ sind, so sind die statischen Momente dieser Elementardrucke, wenn p das Gewicht der Kubikeinheit der Flüssigkeit bezeichnet, $p\alpha_1 h_1{}^2, p\alpha_2 h_2{}^2 \ldots$ Bezeichnet h die Druckhöhe der Fläche f, und x den Abstand des Druckmittelpunktes vom Flüssigkeitsspiegel, so ist das statische Moment des Gesammtdruckes pfhx und mithin

$$pfhx = p\alpha_1 h_1{}^2 + p\alpha_2 h_2{}^2 + \ldots$$

$$x = \frac{\alpha_1 h_1{}^2 + \alpha_2 h_2{}^2 + \ldots}{fh}$$

wodurch der Abstand des Druckmittelpunktes vom Flüssigkeitsspiegel bestimmt ist. Um aber diesen Punkt selber zu bekommen, muß man noch seinen Abstand von einer andern Ebene oder Linie bestimmen. Bezeichnen $y_1\ y_2 \ldots$ die Abstände der Elementarflächen von dieser
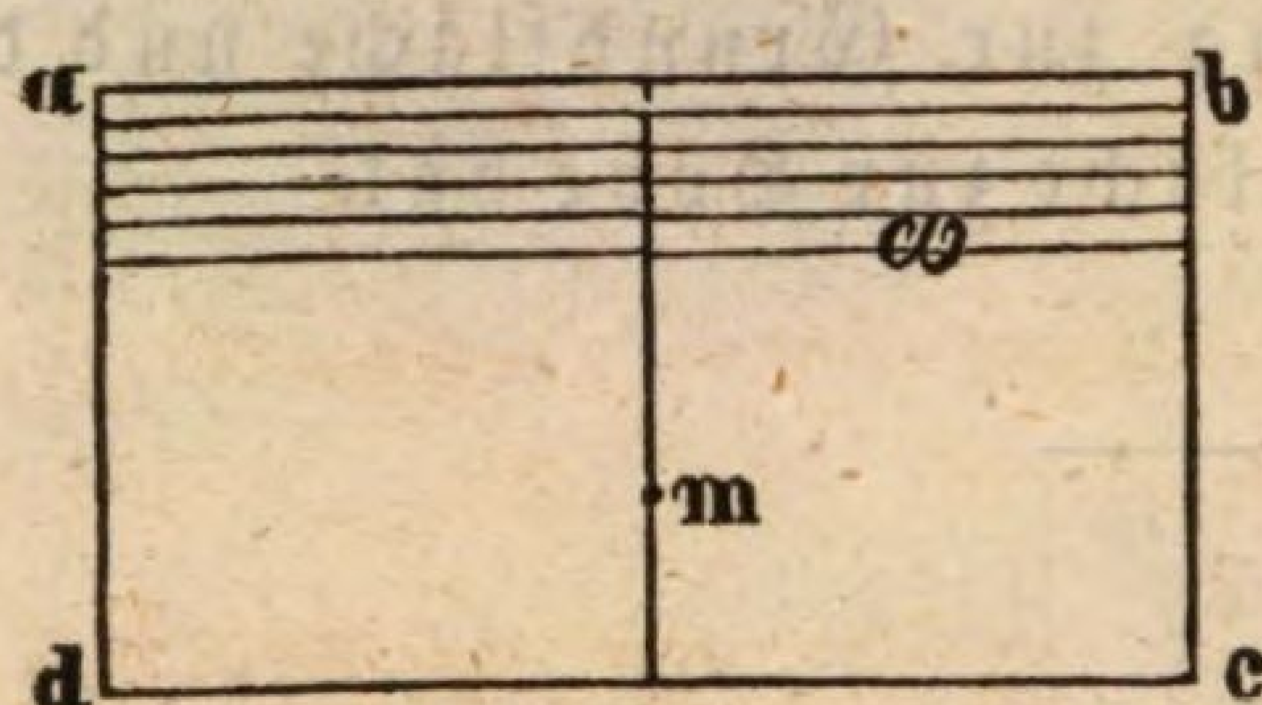
zweiten Linie oder Ebene, so wie y den Abstand des Druckmittelpunktes von derselben, so ist dem Obigen entsprechend

$$y = \frac{\alpha_1 h_1 y_1 + \alpha_2 h_2 y_2 + \ldots}{fh}$$

Wird die gedrückte Fläche durch eine gerade Linie in zwei symmetrische Theile getheilt, so liegt der Druckmittelpunkt in dieser Linie der Symmetrie.

Es sei z. B. das Rechteck abcd, Fig. 74, eine vertikale Seitenwand von der Breite b und der Höhe h. Der Flüssigkeitsspiegel liege mit der Kante ab in einer Ebene, so daß die Höhe der Flüssigkeitssäule ebenfalls gleich h ist. Denkt man sich die Wand in n Elementarrechtecke von der Breite b und der Höhe ω zerlegt, wo n eine sehr große Zahl ist, so ist der Flächeninhalt eines solchen Rechteckes ωb; und wenn p seine frühere Bedeutung hat, sind, da $\frac{\omega}{2}$ von ω nicht verschieden sein kann, die Drucke auf die kleinen Rechtecke

Fig. 74.



$$pb\omega^2,\ pb2\ \omega^2,\ pb3\omega^2, \text{ u. s. f.}$$

Die statischen Momente dieser Drucke sind aber

$$pb\omega^2 . \omega, pb2\omega^2 . 2\omega,\ pb3\omega^2 . 3\omega, \text{ u. s. f.}$$

Der Gesammtdruck auf die Fläche ist $pb\frac{h^2}{2}$. Wenn man daher den Abstand des Druckmittelpunktes m vom Flüssigkeitsspiegel mit x bezeichnet, so ist $pb\frac{h^2}{2} . x$ das Moment des Gesammtdruckes. Da nun aber dieses Moment der Summe der obigen Momente gleich sein muß, so ist

$$pb\frac{h^2}{2}x = pb\omega^3 (1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + n^2)$$

$$pb\frac{h^2}{2}x = pb\frac{\omega^3 n^3}{3} = pb . \frac{(n\omega)^3}{3}$$

und weil $n\omega = h$ sein muß, so ist

$$x = \frac{2}{3}h$$

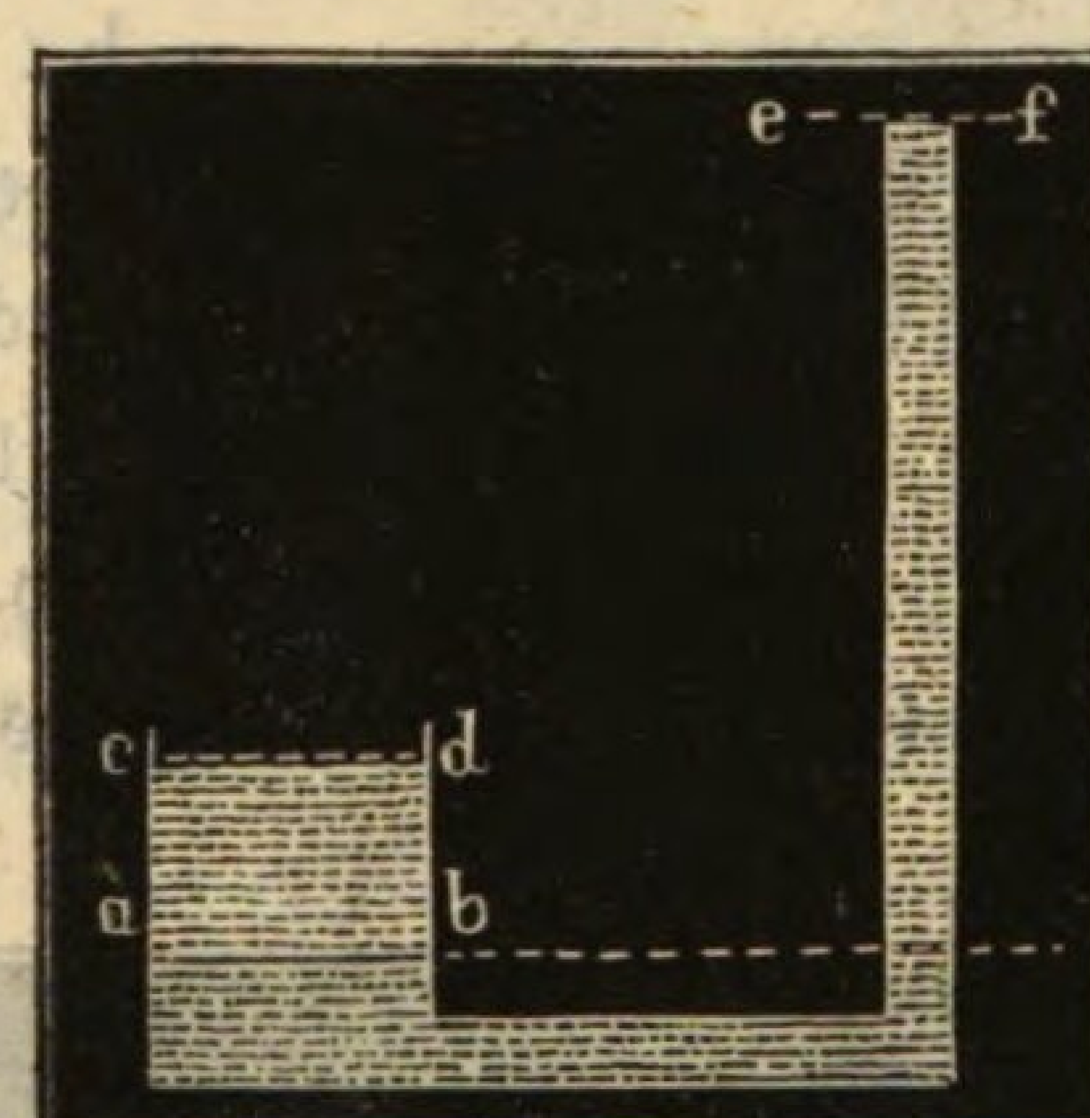
Zieht man daher in der Mitte der Seitenwand eine vertikale gerade Linie, so liegt der Mittelpunkt des Druckes in dieser geraden Linie um $^2/_3$ ihrer Länge vom Flüssigkeitsspiegel entfernt.

---

8. Von den communicirenden Gefäßen.

Wenn zwei Gefäße, Fig. 75, so mit einander verbunden sind, daß eine Flüssigkeit aus dem einen in das andere übergehen kann, so nennt man dies communicirende Gefäße. Um die Bedingung des Gleichgewichtes zu finden, sei cd der Flüssigkeitsspiegel in dem einen, ef der Flüssigkeitsspiegel in dem andern Gefäße; ferner sei ab eine beliebige Flüssigkeitsschicht, deren Flächeninhalt mit a, deren senkrechter Abstand von cd mit h und von ef mit h_1 bezeichnet werden mag. Ist die Flüssigkeit in beiden Gefäßen gleichartig und hat p seine frühere Bedeutung, so muß für den Zustand der Ruhe und des Gleichgewichtes sein

Fig. 75.



$$pah = pah_1$$

$$h = h_1$$

d. h. in communicirenden Gefäßen ist eine gleichartige Flüssigkeit im Gleichgewichte, wenn die Flüssigkeitsspiegel in derselben Horizontalebene liegen.

Communiciren zwei verschiedene Flüssigkeiten mit einander, welche nicht chemisch auf einander wirken, so sei das Gewicht der Kubikeinheit der einen p, das der andern p_1, dann ist für den Zu-

stand der Ruhe und des Gleichgewichtes, wenn a die Berührungsfläche beider bezeichnet,

$$pah = p_1 ah_1$$

$$ph = p_1 h_1$$

hieraus

$$p : p_1 = h_1 : h$$

d. h. in communicirenden Gefäßen sind ungleichartige Flüssigkeiten im Gleichgewichte, wenn sich die Höhen von der gemeinschaftlichen Berührungsfläche aus umgekehrt, wie die Gewichte der Kubikeinheit beider Flüssigkeiten verhalten.

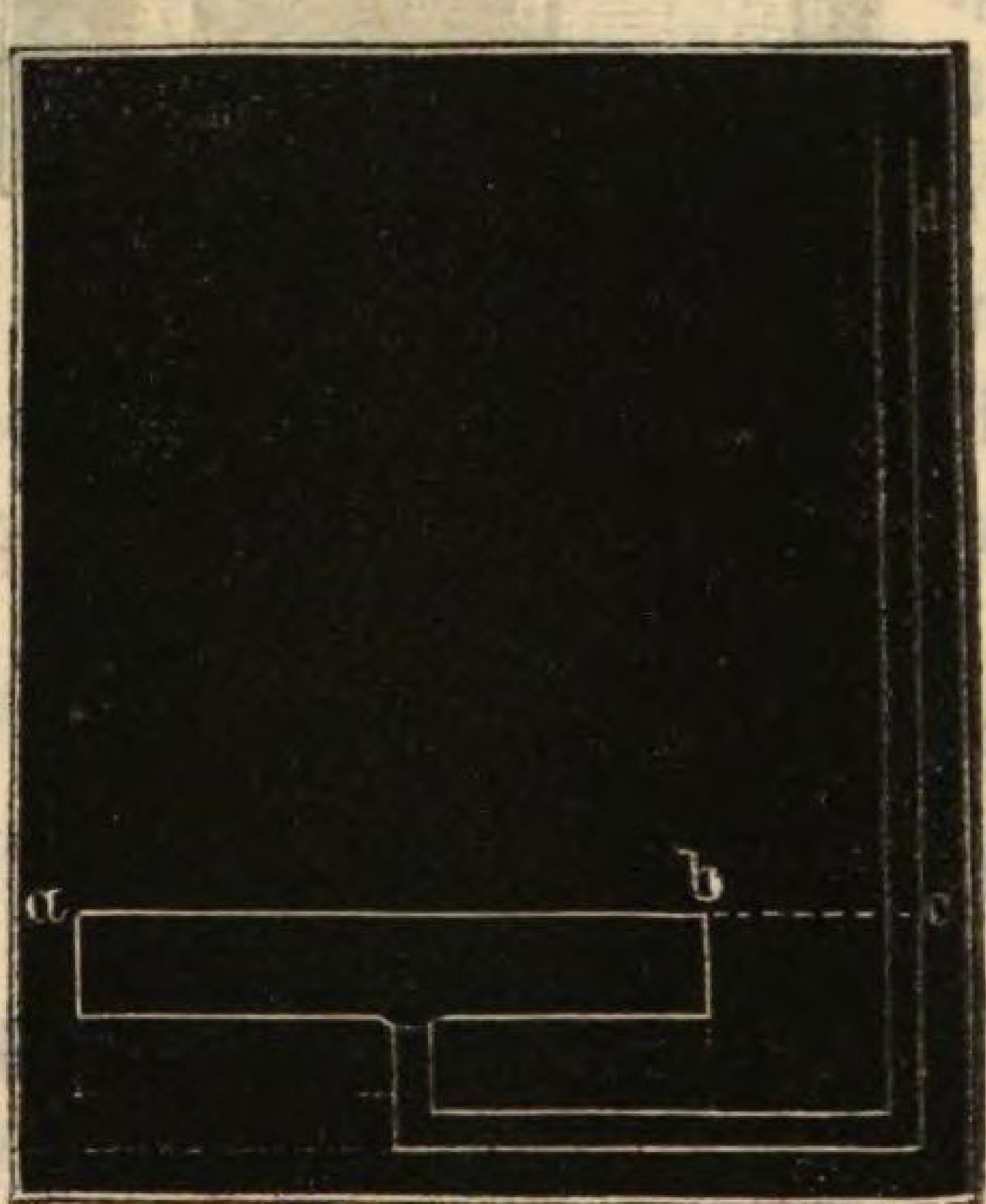
Bezeichnet man mit s und s_1 die specifischen Gewichte oder die Dichtigkeiten beider Flüssigkeiten, so ist auch

$$h : h_1 = s_1 : s$$

d. h. in communicirenden Gefäßen sind ungleichartige Flüssigkeiten im Gleichgewichte, wenn sich die Höhen über der gemeinschaftlichen Berührungsfläche umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten.

Communicirt ein enges Gefäß mit einem weiten, Fig. 76, ist ab eine feste Wand vom Flächeninhalte a, und bezeichnet man cd mit h, so wie das Gewicht der Kubikeinheit der Flüssigkeit mit p, so ist der Druck, welchen die Fläche a auszuhalten hat

Fig. 76.



$$pah$$

das ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die Fläche a zur Grundfläche und ihren senkrechten Abstand vom Flüssigkeitsspiegel in dem engen Gefäße zur Höhe hat.

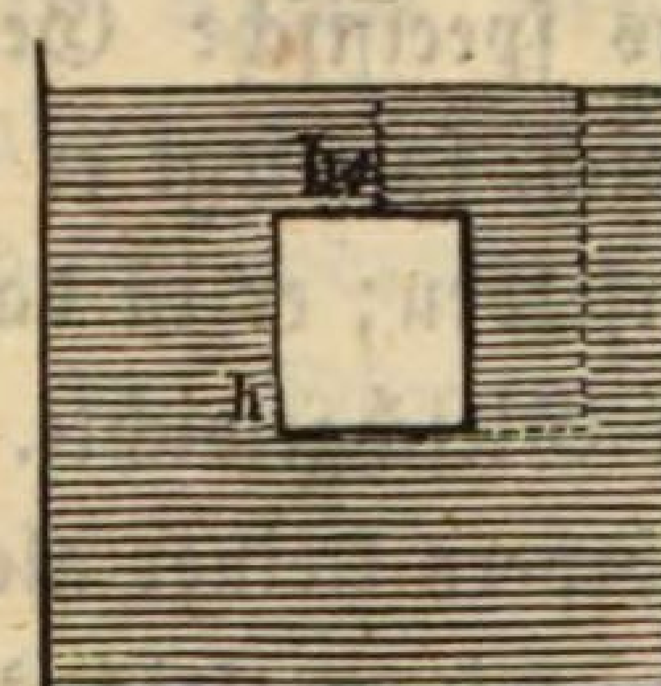
Dies ist das Princip des anatomischen Hebers und der Realschen Presse.

---

9. Vom Drucke flüssiger Körper gegen eingetauchte feste Körper.

Befindet sich in einer Flüssigkeit ein fester schwerer Körper, so erleidet dieser einen allseitigen Druck, welcher gleich demjenigen ist, den die an seiner Stelle befindlichen Flüssigkeitstheilchen zu erleiden haben würden. Um die daraus hervorgehenden Wirkungen kennen zu lernen, sei der eingetauchte Körper ein gerades Prisma, Fig. 77, dessen Grundfläche a und dessen Höhe h ist. Seine Grundflächen sollen mit dem Flüssigkeitsspiegel parallel und der Abstand seiner oberen Grundfläche vom Flüssigkeitsspiegel soll h_1 sein.

Fig. 77.



Der Druck, welcher von der Flüssigkeit auf die Seitenwände ausgeübt wird, hebt sich auf, da er überall gleich und entgegengesetzt gerichtet ist. Der Druck, welchen seine obere Grundfläche in der Richtung von oben nach unten erleidet, ist pah_1, und der Druck, welchen seine untere Grundfläche in der Richtung von unten nach oben erleidet, ist $pa(h + h_1)$, wo p seine frühere Bedeutung hat.

Zieht man den ersteren von dem letzteren Drucke ab, so erhält man den Druck, welcher das Prisma in die Höhe treibt, welcher also der Schwere entgegenwirkt, und der hydrostatische Auftrieb genannt wird. Das ist

$$pah + pah_1 - pah_1 = pah$$

Es ist aber dieses der Druck einer Flüssigkeitssäule, welche dem Prisma gleich ist, oder was dasselbe ist, das Gewicht eines dem Volumen des Prismas gleichen Volumens der Flüssigkeit.

Da nun dieser Druck der Schwere entgegenwirkt, so muß er das Gewicht des eingetauchten Prismas vermindern und das Prisma verliert daher an Gewicht so viel, als ein dem seinen gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt.

Man kann aber jeden beliebigen festen Körper in eine unend-

liche Anzahl gerader Prismen zerlegt denken, und es gilt daher allgemein der Satz:

Ein in eine Flüssigkeit eingetauchter fester Körper verliert an Gewicht so viel, als ein dem seinen gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt.

Aus Vorstehendem folgt, daß überhaupt drei Fälle möglich sind, wenn ein fester Körper in eine Flüssigkeit eintaucht.

Ist nämlich das specifische Gewicht des festen Körpers größer, als das der Flüssigkeit, so wiegt er mehr als ein ihm gleiches Volumen der letzteren; er sinkt daher in der Flüssigkeit zu Boden. Ist das specifische Gewicht des festen Körpers, dem der Flüssigkeit gleich, so wiegt er eben so viel, als ein dem seinen gleiches Volumen derselben; er ist daher überall und in jeder Lage in der Flüssigkeit im Gleichgewichte. Ist endlich das specifische Gewicht des festen Körpers kleiner als das der Flüssigkeit, so wiegt er weniger als ein dem seinen gleiches Volumen der Flüssigkeit; er taucht daher nur zum Theil in die Flüssigkeit ein, er schwimmt, und zwar taucht er so tief ein, daß das von ihm verdrängte Flüssigkeitsquantum eben so viel wiegt, als er selber.

Ist das absolute Gewicht des eingetauchten Körpers q, sein Volumen v und sein specifisches Gewicht s, das Volumen der durch seinen eingetauchten Theil verdrängten Flüssigkeitsmenge v_1, und das specifische Gewicht derselben s_1, so ist

$$q = vs = v_1 s_1$$

daher

$$v : v_1 = s_1 : s$$

d. h. das Volumen des schwimmenden Körpers verhält sich zum Volumen seines eingetauchten Theiles, wie das specifische Gewicht der Flüssigkeit zum specifischen Gewichte des festen Körpers.

Bringt man denselben festen Körper nach einander in zwei verschiedene Flüssigkeiten, deren specifische Gewichte s und s_1 sein mögen, und sein eingetauchter Theil beträgt das einemal v, das anderemal v_1, so muß auch hier sein

$$vs = v_1 s_1$$

daher

$$v : v_1 = s_1 : s$$

d. h. die Volumina, um welche ein fester Körper in verschiedenen Flüssigkeiten eintaucht, verhalten sich umgekehrt wie die specifischen Gewichte derselben.

---

10. Vom Gleichgewichte schwimmender Körper.

Auf einen in eine Flüssigkeit eingetauchten Körper wirken zwei Kräfte; das Gewicht des Körpers vertikal abwärts, dessen Angriffspunkt der Schwerpunkt des Körpers ist, und der hydrostatische Auftrieb vertikal aufwärts, dessen Angriffspunkt der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge ist.

Da beide Kräfte parallel sind, so kann der schwimmende Körper nur dann im Gleichgewichte sein, wenn die genannten Schwerpunkte in derselben vertikalen geraden Linie liegen. Denn lägen sie nicht in derselben vertikalen geraden Linie, so würden sie den Körper drehen.

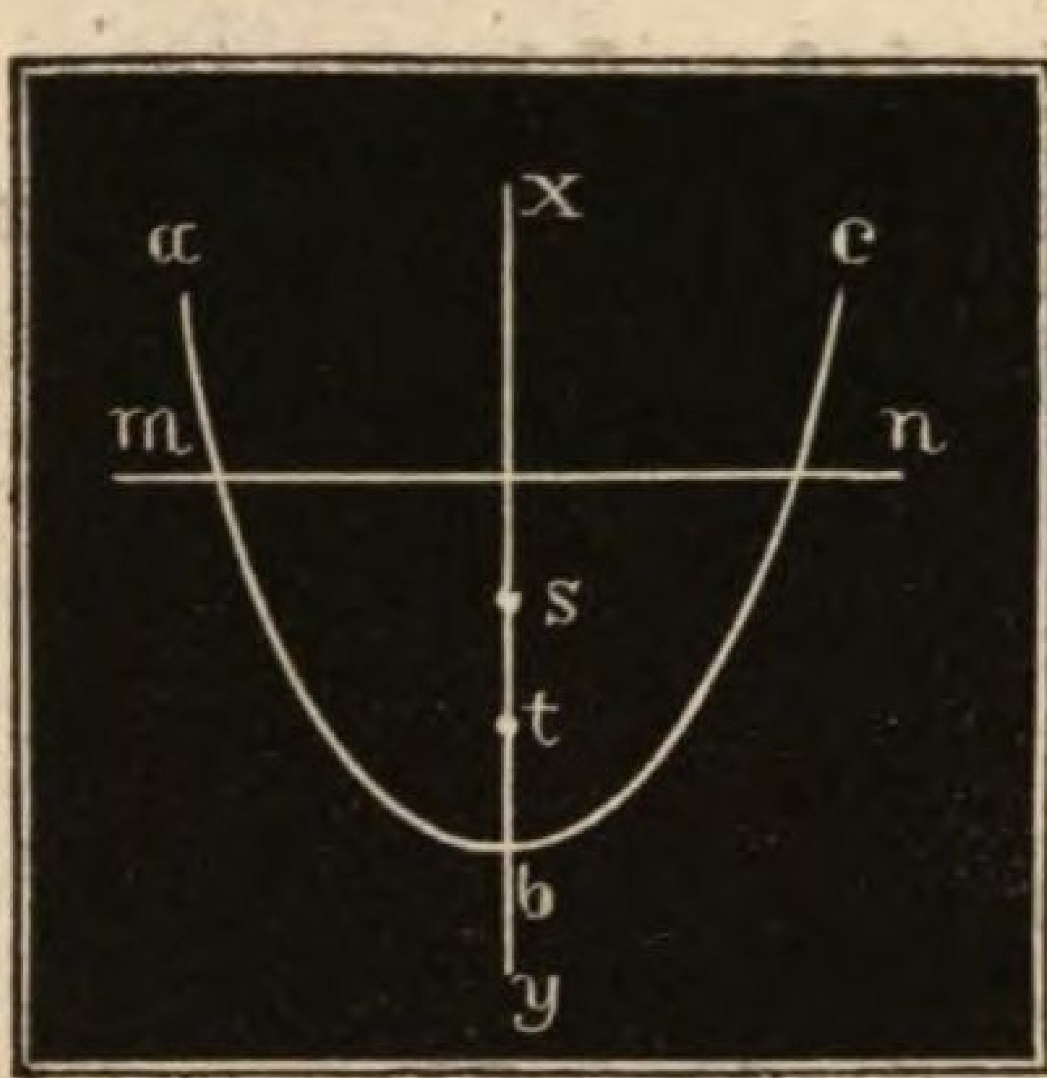
Die Verbindungslinie beider Schwerpunkte wird Schwimmaxe genannt, die Horizontalebene, in welcher der Flüssigkeitsspiegel den schwimmenden Körper schneidet, heißt Schwimmebene. Läßt sich durch die Schwimmebene eine Vertikalebene legen, welche den schwimmenden Körper in zwei symmetrische Theile theilt, so sagt man, der Körper schwimmt aufrecht, im Gegentheile schief.

Fällt der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers mit dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge zusammen, so befindet sich der Körper im indifferenten Gleichgewichte; liegt der Schwerpunkt des Körpers tiefer als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist sein Gleichgewicht stabil; liegt aber der Schwerpunkt des Körpers höher als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist das Gleichgewicht labil.

Es kann indessen ein Körper immer noch mit Stabilität schwimmen, auch wenn sein Schwerpunkt höher liegt, als der Schwerpunkt der

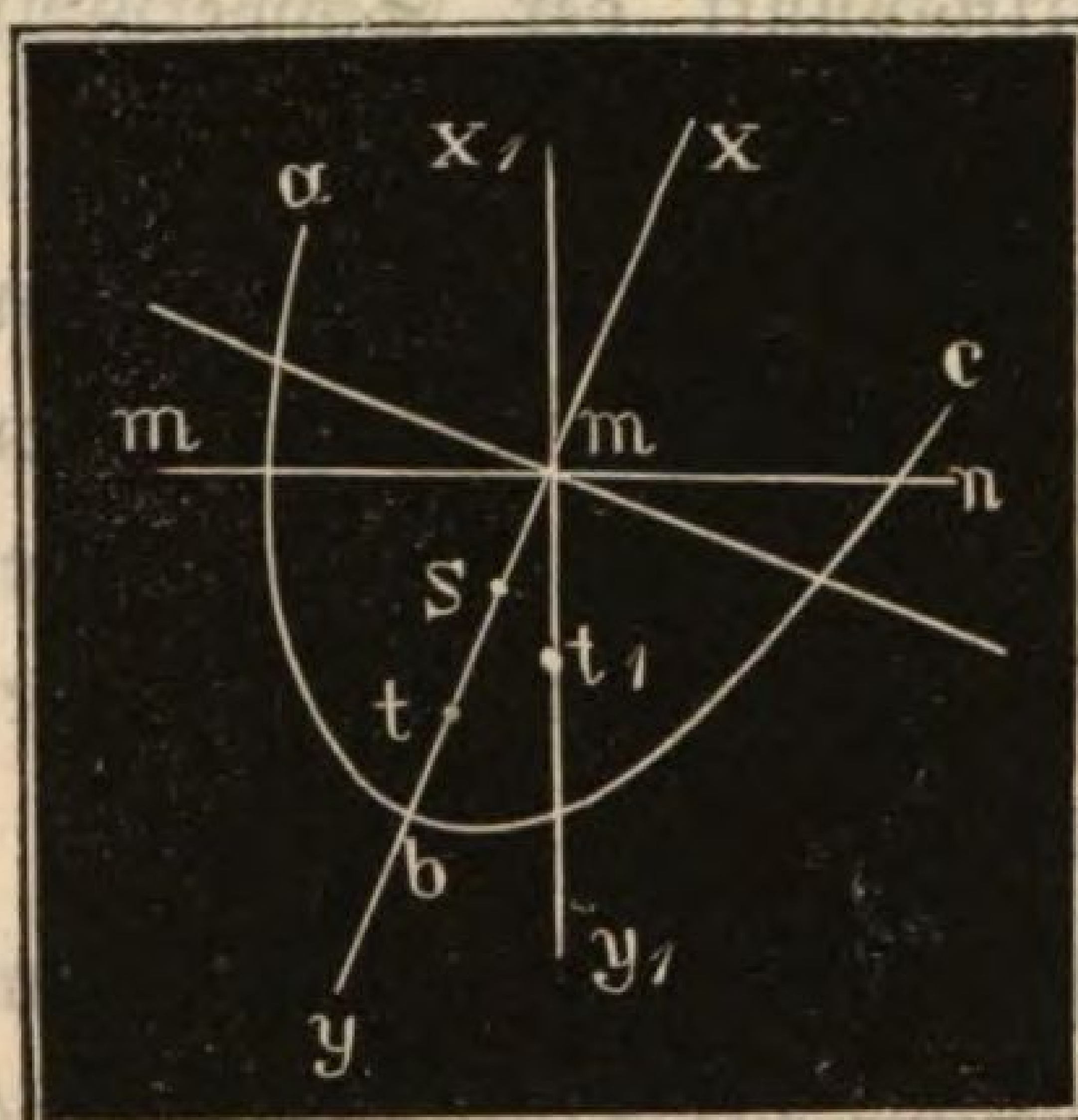
verdrängten Flüssigkeit. Es sei abc, Fig. 78, ein schwimmender Körper, mn die Schwimmebene und xy die Schwimmaxe. Eine durch die letztere gelegte Vertikalebene theile den Körper in zwei symmetrische Theile, und alle auf dieser Ebene senkrechte Schnitte des Körpers seien ähnliche Figuren. s bezeichne den Schwerpunkt des Körpers und t den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge.

Fig. 78.



Bekömmt der Körper die Lage, Fig. 79, so wird vermöge der Symmetrie der auf der einen Seite mehr eingetauchte Theil dem auf der anderen Seite herausgetretenen Theile gleich, mithin das Volumen der verdrängten Flüssigkeit dasselbe sein. Der Schwerpunkt s ist unverändert geblieben, der Schwerpunkt t aber hat seine Lage geändert, so daß er jetzt in t_1 liegen mag. Legt man durch t_1 die Vertikale $x_1 y_1$, so schneidet diese die xy im Punkte m. Dieser Punkt wird das Metacentrum genannt.

Fig. 79.



Nun wirkt im Punkte s das Gewicht des Körpers vertikal abwärts, im Punkte t_1 der hydrostatische Auftrieb vertikal aufwärts, und es werden daher diese beiden Kräfte den Körper in seine Gleichgewichtslage zurück drehen, so lange s tiefer liegt als m, ihn aber umwerfen, wenn das Gegentheil stattfindet.

Es schwimmt daher ein Körper mit Stabilität, so lange sein Schwerpunkt unter dem Metacentrum liegt.

Man kann auch Körper, welche ein größeres specifisches Gewicht haben als eine Flüssigkeit, in dieser zum Schwimmen bringen, wenn man sie aushöhlt oder mit specifisch leichteren Körpern verbindet.

11. Von den Methoden, das specifische Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen.

a. Mit der hydrostatischen Wage.

Die hydrostatische Wage ist eine empfindliche zweiarmige gleicharmige Wage, deren Wagschalen an der unteren Fläche Häkchen haben, an denen man die im Wasser zu wägenden Körper befestigen kann.

Nach dem Vorhergegangenen verliert ein in eine Flüssigkeit eingetauchter fester Körper von seinem Gewichte so viel, als ein dem seinen gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt.

Wägt man daher einen festen Körper in der Luft und ist hier sein Gewicht p, taucht man ihn hierauf in destillirtes Wasser von der Temperatur $+ 4^0$ C. und ist hier sein Gewicht q, so ist $p - q$ das Gewicht eines dem seinen gleichen Volumens Wasser; daher sein specifisches Gewicht, wenn es mit s bezeichnet wird

$$s = \frac{p}{p - q}$$

Ist der zu prüfende Körper specifisch leichter als Wasser, so muß man ihn mit einem schwereren so verbinden, daß er von diesem mit in das Wasser hineingezogen wird. Ist das Gewicht des zu prüfenden Körpers p, das Gewicht des anzuhängenden schwereren Körpers q; so wäge man zuerst den letzteren im Wasser; ist hier sein Gewicht q_1, so ist $q - q_1$ das Gewicht eines dem seinen gleichen Volumens Wasser. Verbindet man nun beide Körper mit einander und wägt sie in Wasser, und ist hier ihr Gewicht r, so ist $p + q - r$ das Gewicht eines Volumens Wasser, welches der Summe der Volumina beider Körper gleich ist. Mithin ist

$$(p + q - r) - (q - q_1) = p + q_1 - r$$

das Gewicht eines dem Volumen des zu prüfenden Körpers gleichen Volumens Wassers; daher sein specifisches Gewicht

$$s = \frac{p}{p + q_1 - r}$$

Ist der zu prüfende Körper gegen Wasser nicht chemisch indifferent, so wäge man ihn in einer andern Flüssigkeit von bekanntem specifischen Gewichte, gegen welche er sich indifferent verhält.

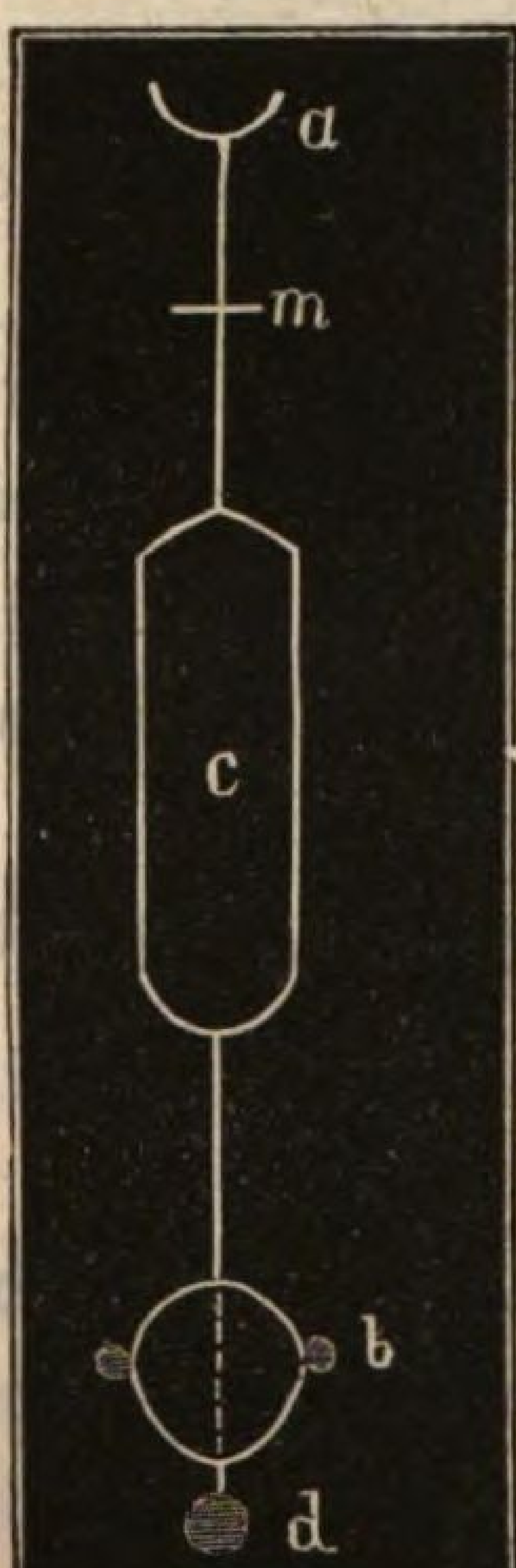
Ist sein Gewicht in der Luft p, sein Gewicht in der Flüssigkeit q und das specifische Gewicht derselben s_1, so ist das gesuchte specifische Gewicht

$$s = \frac{p}{p - q} s_1$$

Soll das specifische Gewicht einer Flüssigkeit bestimmt werden, so tauche man einen geeigneten festen Körper das eine Mal in dieselbe, das andere Mal in Wasser. Ist das Gewicht des festen Körpers in der Luft p. und in der zu prüfenden Flüssigkeit q, so ist $p - q$ das Gewicht eines dem seinen gleichen Volumens der Flüssigkeit; ist ferner sein Gewicht in Wasser r, so ist $p - r$ das Gewicht eines dem seinen gleichen Volumens Wasser und daher das gesuchte specifische Gewicht der Flüssigkeit

$$s = \frac{p - q}{p - r}$$

Fig. 80.



Man kann sich auch zur Bestimmung des specifischen Gewichtes einer Flüssigkeit eines Fläschchens mit eingeriebenem Stöpsel bedienen. Ist das Gewicht dieses Fläschchens p, mit Wasser gefüllt q und mit der zu prüfenden Flüssigkeit gefüllt r, so ist das gesuchte specifische Gewicht dieser Flüssigkeit

$$s = \frac{r - p}{q - p}$$

b. Mit dem Gewichtsaräometer.

Die Gewichtsaräometer haben im Wesentlichen die Form Fig. 80. a ist ein Schälchen, b ein Körbchen, c ein hohler Cylinder, gewöhnlich von Blech, d ein schwerer Körper und m die Marke.

Es sei p das Gewicht, welches man in das Schälchen a legen muß, damit das Instrument bis zur Marke m im Wasser einsinkt. Legt man daher auf das Schälchen a einen festen Körper, dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll, und muß man noch ein Gewicht p_1 auflegen, damit das Instrument bis zur Marke m im Wasser einsinkt, so ist offenbar

$$p - p_1$$

das absolute Gewicht des zu prüfenden Körpers. Bringt man ihn hierauf in das Körbchen b und muß man dann in das Schälchen a das Gewicht p_2 auflegen, damit das Instrument wieder bis zur Marke einsinkt, so ist

$$p - p_2$$

das Gewicht des fraglichen Körpers im Wasser und mithin

$$(p - p_1) - (p - p_2) = p_2 - p_1$$

das Gewicht eines dem seinen gleichen Volumens Wasser. Folglich ist sein specifisches Gewicht

$$s = \frac{p - p_1}{p_2 - p_1}$$

Soll das specifische Gewicht eines flüssigen Körpers bestimmt werden, so muß man das Gewicht des Instrumentes kennen. Es werde mit q bezeichnet. Ist nun ein Gewicht p nöthig, um das Instrument in Wasser, und ein Gewicht p_1, um es in der betreffenden Flüssigkeit bis zur Marke zum Sinken zu bringen, so ist

$$q + p$$

das Gewicht eines dem eingetauchten Theile des Instrumentes gleichen Volumens Wasser und

$$q + p_1$$

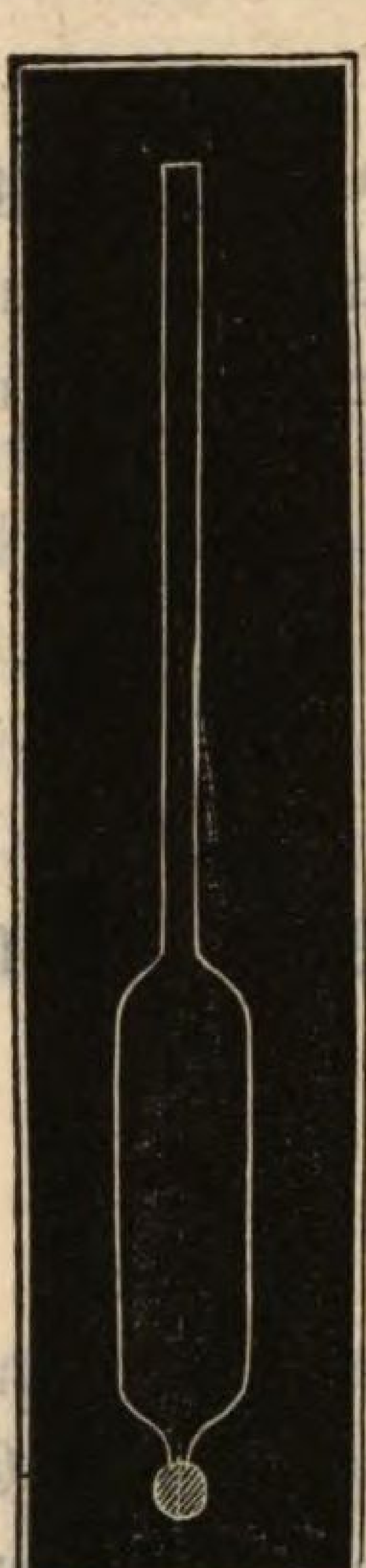
das Gewicht eines ebenso großen Volumens der betreffenden Flüssigkeit; daher das gesuchte specifische Gewicht derselben

$$s = \frac{q + p_1}{q + p}$$

c. Mit Skalenaräometern.

Die Skalenaräometer bestehen gewöhnlich aus einer cylindrischen Glasröhre, welche sich nach unten erweitert und eine mit Quecksilber gefüllte Kugel trägt, Fig. 81. Sie gründen sich auf den Satz, daß die Volumina, um welche derselbe feste Körper in verschiedenen Flüssigkeiten eintaucht, sich umgekehrt verhalten, wie die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten.

Fig. 81.



Bezeichnet v das Volumen, um welches das Instrument in Wasser, und v_1 das Volumen, um welches es in eine andere Flüssigkeit einsinkt, so wie s das specifische Gewicht derselben, so ist

$$s : 1 = v : v_1$$

$$s = \frac{v}{v_1}$$

Verzeichnet man nun an der Röhre eine Skale, so daß das zwischen zwei Theilstrichen enthaltene Volumen derselben $\frac{1}{v}$ ist, indem man von dem Punkte der Röhre ausgeht, bis zu welchem das Instrument in Wasser eintaucht, so kann man, wenn das Instrument in irgend eine Flüssigkeit eingetaucht wird, an der Skale das Volumen der verdrängten Flüssigkeit, das ist v_1, ablesen, indem es in Theilen von v gegeben ist.

Um eine solche Skale zu entwerfen, sei q das Gewicht des Instruments und p das Gewicht der Kubikeinheit Wasser; dann ist

$$q = vp$$

Bringt man hierauf das Instrument in eine andere Flüssigkeit von bekanntem specifischen Gewichte s und taucht es hier um $\frac{1}{n}v$ weniger ein als in Wasser, so ist

$$q = vps - \frac{1}{n} vps$$

$$1 = s - \frac{1}{n} s$$

$$n = \frac{s}{s - 1}$$

Wäre nun z. B. $s = 1,25$, so ist

$$n = \frac{1,25}{1,25 - 1} = 5$$

und daher das Röhrenstück, um welches das Instrument weniger eintauchte,

$$\frac{1}{5} v$$

Setzt man nun v, wie es gewöhnlich geschieht, = 100, so ist das fragliche Röhrenstück = 20.

Theilt man daher das Röhrenstück in 20 gleiche Theile und setzt die Theilung weiter fort, so hat man die Skale entworfen.

Taucht nun das Aräometer in einer Flüssigkeit bis zum 80. Skalentheile ein, so ist $v_1 = 80$, daher

$$s = \frac{100}{80} = 1,25$$

Man findet also mit einem solchen Aräometer das specifische Gewicht einer Flüssigkeit, wenn man mit derjenigen Zahl der Skale, bis zu welcher das Instrument einsinkt, in 100 dividirt.

Nach einer andern Methode bestimmt man auf der Aräometerröhre zwei Normalpunkte, indem man das Instrument nach einander in zwei verschiedene Flüssigkeiten von bekanntem specifischen Gewichte bringt, und theilt den Abstand gewöhnlich in 100 gleiche Theile. Hierauf berechnet man für beliebige specifische Gewichte, welche innerhalb der Grenzen derer liegen, durch welche die Normalpunkte bestimmt wurden, die Abstände von einem der Normalpunkte, bis zu welchen das Instrument einsinken muß. Aus einer berechneten Tabelle findet man dann das jedem Theilstriche zugehörige specifische Gewicht.

Behufs der Entwerfung einer solchen Skale mögen s und s_1 die specifischen Gewichte und v und v_1 die Volumina derjenigen Flüssigkeiten bezeichnen, welche die Normalpunkte bestimmen sollen. Ferner sei s_2 ein beliebiges specifisches Gewicht und v_2 das dazu gehörige Volumen. Es ist dann $v_1 - v$ der Abstand der Normalpunkte und $v_2 - v$ der Abstand desjenigen Theilstriches vom Normalpunkte v, welcher dem specifischen Gewichte s_2 entspricht.

Es ergeben sich aber die Proportionen

$$v_1 : v = s : s_1$$

$$v_2 : v = s : s_2$$

hieraus

$$v_1 - v : v = s - s_1 : s_1$$

$$v_2 - v : v = s - s_2 : s_2$$

und wenn man die zweite durch die erste dividirt

$$\frac{v_2 - v}{v_1 - v} : 1 = \frac{s - s_2}{s - s_1} : \frac{s_2}{s_1}$$

endlich

$$v_2 - v = v_1 - v \,.\, \frac{s - s_2}{s - s_1} \,.\, \frac{s_1}{s_2}$$

wodurch der Abstand desjenigen Theilstriches vom Normalpunkte v bestimmt ist, welcher dem specifischen Gewichte s_2 entspricht.

Wären z. B. die specifischen Gewichte, welche den Normalpunkten entsprechen, 1 und 1,8 und wollte man den Abstand von dem einen Normalpunkte für ein specifisches Gewicht 1,2 berechnen, so ist $v_1 - v = 100$; $s = 1{,}8$; $s_1 = 1$; $s_2 = 1{,}2$, daher

$$v_2 - v = 100 \,.\, \frac{1{,}8 - 1{,}2}{1{,}8 - 1} \,.\, \frac{1}{1{,}2}$$

$$v_2 - v = 62{,}5.$$

Hierbei sind überall die Röhren als genau cylindrisch vorausgesetzt worden.

Die Beobachtung mit einem solchen Instrumente wird natürlich um so schärfer, je dünner die Röhre ist, je weiter also die Theilstriche von einander abstehen. Wollte man nun Aräometer construiren, welche die specifischen Gewichte von Flüssigkeiten angeben, deren specifische Gewichte sowohl größer als auch kleiner sind

als das des Wassers, so würden die Röhren zu lang werden; deshalb entwirft man Skalen für Flüssigkeiten, welche größeres, und andere für Flüssigkeiten, welche kleineres specifisches Gewicht als Wasser haben.

Tabelle über die specifischen Gewichte fester und flüssiger Körper.

1. Feste Körper.

Namen der Körper.	Specifische Gewichte.			
	Grenzwerthe.			Mittelwerthe.
a. Metalle.				
Platin	20,857	bis	21,740	21,298
„ gemünzt . . .	—	„	—	22,1
„ gewalzt . . .	—	„	—	22,069
„ Draht . . .	—	„	—	19,267
Gold, gehämmert oder gewalzt . . .	19,362	„	19,650	19,506
„ geschmolzen . .	—	„	—	19,253
Iridium	—	„	—	18,6
Wolfram	—	„	—	17,6
Blei, gegossen . . .	11,207	„	11,445	11,326
Palladium	—	„	—	11,3
Silber, rein	10,1	„	10,4	10,25
„ gehämmert oder gewalzt . . .	10,5	„	10,7	10,6
Wismuth	—	„	—	9,822
Kupfer, gegossen . .	—	„	—	7,788
„ gehämmert . .	8,878	„	9,000	8,939
„ Draht . . .	8,785	„	8,948	8,866
Kanonengut	—	„	—	8,8
Kadmium	—	„	—	8,694
Molybdän	—	„	—	8,611
Messing, gegossen . .	8,396	„	8,71	8,553
„ Blech . . .	8,52	„	8,62	8,57
„ Draht . . .	8,34	„	8,73	8,535

Namen der Körper.	Specifische Gewichte. Grenzwerthe.			Mittelwerthe.
Arsenik	—		—	8,308
Nickel	—		—	8,279
Neusilber	8,4	bis	8,7	8,55
Uran	—	"	—	8,1
Tomback	8,788	"	9,000	8,894
Zink, geschmolzen . .	6,861	"	7,239	7,050
" gewalzt . . .	7,215	"	7,861	7,538
Zinn, rein	7,29	"	7,473	7,381
Eisen (Stabeisen) . .	7,352	"	7,912	7,632
Gußeisen, weiß . .	7,08	"	7,889	7,484
" grau . . .	6,635	"	7,65	7,147
Schmelzstahl . . .	7,5	"	7,813	7,656
Cementstahl	7,255	"	7,798	7,526
Gußstahl	7,826	"	7,919	7,872
Kobalt	—	"	—	7,812
Antimon	—	"	—	6,712
Tellur	—	"	—	6,115
Natrium	—	"	—	0,972
Kalium	—	"	—	0,865
b. Steine und mineralische Producte.				
Basalt	2,415	"	3,300	2,857
Gneis	2,394	"	2,500	2,447
Granit	2,500	"	3,063	2,781
Porphyr	2,675	"	2,793	2,734
Sandstein	1,900	"	2,699	2,299
Marmor	2,516	"	2,854	2,685
Kalkstein	2,456	"	2,837	2,646
Aetzkalk	—	"	—	1,842
Kalkmörtel	1,638	"	1,859	1,748
Ziegelstein, gewöhnlich .	1,400	"	2,200	1,800
" Klinker .	1,520	"	2,290	1,950
Gyps	—	"	—	2,168
Schiefer	—	"	—	2,853
Tuffstein	—	"	—	0,914

Namen der Körper.	Specifische Gewichte.	
	Grenzwerthe.	Mittelwerthe.
Quarz zu Mühlsteinen,		
porös	1,242 bis 1,285	1,263
dicht	2,485 „ 2,613	2,549
Feuerstein	2,581 „ 2,594	2,587
Kieselstein, grob . .	2,300 „ 2,700	2,5
Sand, grob	1,371 „ 1,458	1,414
„ fein und trocken	1,399 „ 1,638	1,518
„ „ „ feucht	1,900 „ 1,945	1,922
Mauerwerk, frisch		
aus Bruchsteinen .	2,123 „ 2,460	2,291
„ Ziegelsteinen .	1,554 „ 1,870	1,712
Schutt von Mauerwerk .	— „ —	1,947
Thon	1,800 „ 3,500	2,650
Lehm	1,516 „ 1,664	1,590
Erde, grobsandig . .	1,357 „ 1,700	1,528
„ fett, kieselerdehaltig	1,910 „ 2,290	2,100
Gartenerde	1,630 „ 2,338	1,984
Mergelerde	1,606 „ 2,400	2,003
Steinkohle	1,210 „ 1,331	1,270
Schwefel	— „ —	2,033
Anthracit	— „ —	1,800
Flintglas	3,200 „ 3,779	3,489
Spiegelglas	— „ —	2,370
Flaschenglas	— „ —	2,600
Porzellan	2.145 „ 2,495	2,320
Steinsalz	— „ —	2,143
c. Hölzer.		
Ahorn	0,645 „ 0,750	0,697
Apfelbaum	0,639 „ 0,793	0,716
Birke	0,734 „ 0,793	0,763
Birnbaum	0,646 „ 0,732	0,689
Rothbuche	0,690 „ 0,852	0,771
Weißbuche	0,728 „ 0,790	0,759
Buchsbaum	0,912 „ 1,031	0,971
Ebenholz	1,187 „ 1,331	1,259
Esche	0,540 „ 0,845	0,692

Namen der Körper.	Specifische Gewichte.			
	Grenzwerthe.			Mittelwerthe.
Fichte	0,408	„	0,698	0,558
Kiefer	0,495	„	0,763	0,629
Jacarandaholz . . .	—	„	—	0,908
Kirschbaum	0,682	„	0,715	0,698
Kork	—	„	—	0,240
Lärche	0,473	„	0,565	0,519
Linde	0,559	„	0,604	0,581
Mahagony	0,563	„	1,063	0,813
Roßkastanie	0,551	„	0,610	0,580
Tanne	0,498	„	0,746	0,622
Ulme	0,568	„	0,676	0,619
Weide	0,392	„	0,530	0,461
Pappel	—	„	—	0,383
Nußbaum	—	„	—	0,677
Erle	—	„	—	0,439
d. Sonstige feste Körper.				
Schießpulver . . .	0,863	„	1,745	1,304
Elfenbein	—	„	—	1,197
Wachs, weißes . . .	0,965	„	0,969	0,967
„ gelbes . . .	—	„	—	0,962
Butter	—	„	—	0,942
Talg	—	„	—	0,942
Zucker	—	„	—	1,606
Kohle von Eichenholz .	—	„	—	0,194
„ „ Buchenholz .	—	„	—	0,150
„ „ Fichtenholz .	—	„	—	0,157
„ „ Tannenholz .	0,100	„	0,110	0,105
Koaks	0,420	„	0,515	0,467
Eis	—	„	—	0,930

2. Flüssige Körper.

Namen der Körper.	Specifische Gewichte.	
	Grenzwerthe.	Mittelwerthe.
Quecksilber	13,550 bis 13,575	13,562
„ bei 0° gegen Wasser bei 0° . .	— „ —	13,598
Meerwasser	1,024 „ 1,029	1,026
Schwefelsäure . . .	1,841 „ 1,848	1,844
Salpetersäure . . .	— „ —	1,550
Salzsäure	— „ —	1,194
Ammoniak	— „ —	0,896
Milch	1,030 „ 1,032	1,031
Essig	1,013 „ 1,080	1,046
Wein	0,991 „ 1,081	1,036
Olivenöl, gewöhnliches Baumöl .	0,913 „ 0,919	0,916
„ feines Provenceröl .	0,905 „ 0,917	0,911
Leinöl	0,940 „ 0,953	0,946
Mohnöl	— „ —	0,929
Rüböl, roh	0,912 „ 0,919	0,915
„ raffinirt . . .	— „ —	0,915
Terpentinöl	0,870 „ 0,872	0,871
Alkohol	0,797 „ 0,835	0,816
Aether	— „ —	0,815

---

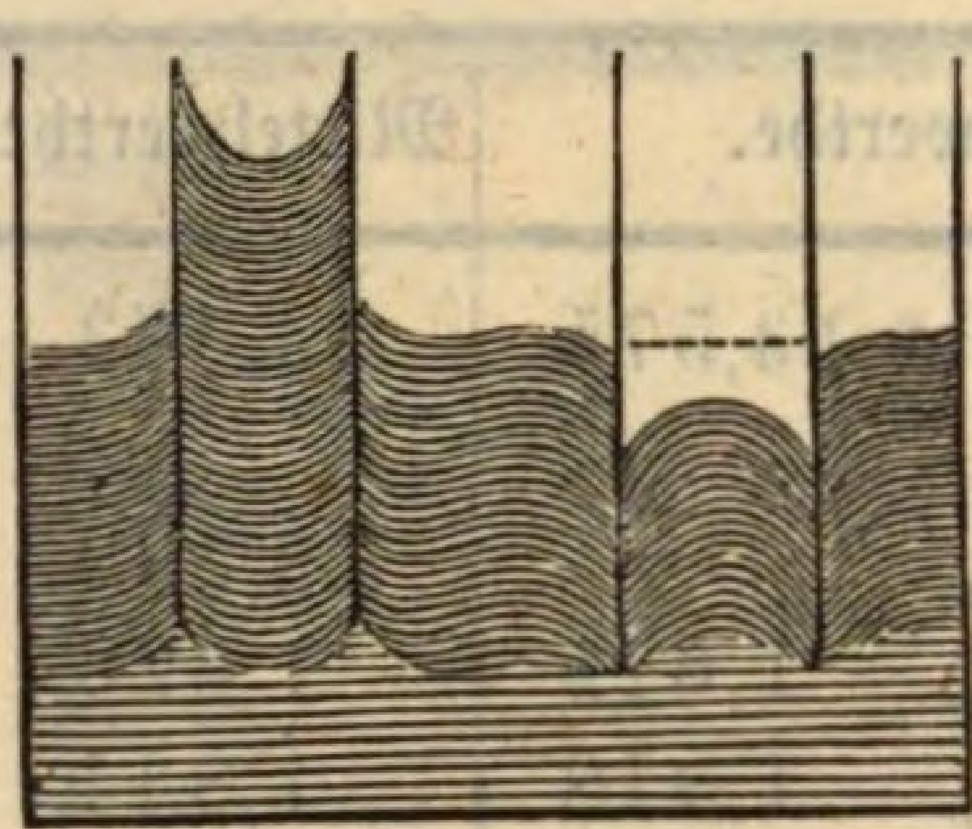
12. Von den Capillarerscheinungen.

Es gibt Erscheinungen, welche bei der Berührung fester und flüssiger Körper stattfinden und welche man, da sie besonders bei engen Röhrchen beobachtet werden, Haarröhrchen- oder Capillarerscheinungen nennt.

Taucht man ein enges Röhrchen in eine Flüssigkeit, von welcher es benetzt wird, so steigt die Flüssigkeit in demselben in die Höhe, so daß sie höher steht, als der Spiegel derselben, und bildet

einen concaven Meniskus; taucht man aber ein enges Röhrchen in eine Flüssigkeit, von welcher es nicht benetzt wird, so wird sie in demselben herabgedrückt, steht tiefer als der Spiegel derselben und bildet einen convexen Meniskus, Fig. 82. Die erstere Erscheinung nennt man eine Capillarattraction, die zweite eine Capillardepression. Die erstere findet z. B. statt, wenn man ein Glasröhrchen in Wasser, die zweite, wenn man es in Quecksilber eintaucht. Der Grund dieser Erscheinungen ist einestheils die Adhäsion, welche zwischen den festen und flüssigen Körpern, anderntheils die Cohäsion, welche zwischen den kleinsten Theilchen der flüssigen Körper stattfindet.

Fig. 82.



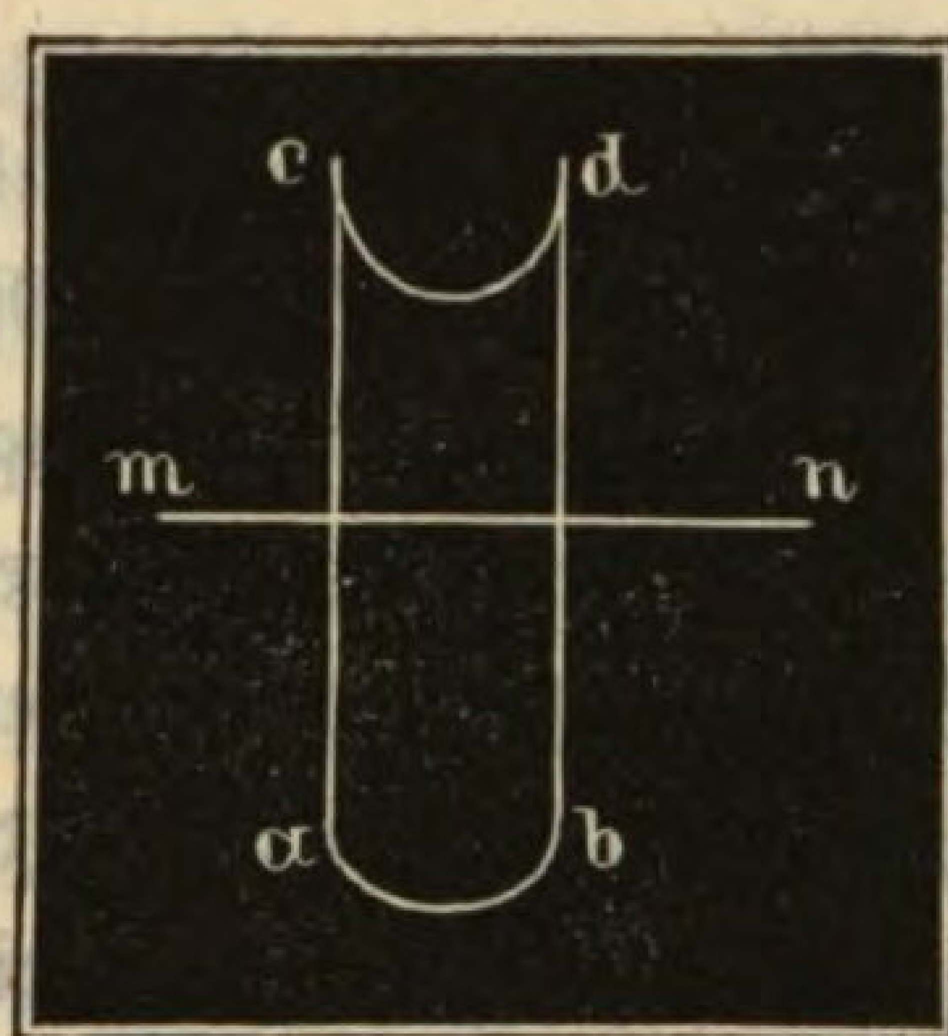
Wird ein fester Körper von einer Flüssigkeit benetzt, so ist offenbar die Adhäsion größer als die Cohäsion; findet aber keine Benetzung statt, so ist die Cohäsion größer als die Adhäsion, oder es findet überhaupt gar keine Adhäsion statt. Je größer aber die Cohäsion einer Flüssigkeit ist, oder je geringer die Adhäsion ist, welche zwischen ihr und demjenigen festen Körper stattfindet, mit welchem sie in Berührung kommt, um so größer ist das Bestreben der Flüssigkeit, Tropfen zu bilden, d. h. sich selbst ins Gleichgewicht zu setzen, was nur geschehen kann, wenn die Flüssigkeit eine Kugel bildet. Es ist dann gleichsam so, als befände sich die Flüssigkeit frei im Raume.

Bei einem in Wasser eingetauchten Glasröhrchen zieht das Glas eine concentrische Wasserschicht an, diese eine zweite, diese eine dritte u. s. w., so daß jede folgende Schicht etwas tiefer als jede vorhergehende steht und folglich der concave Meniskus sich bildet. Man kann daher die ganze in dem Röhrchen hinauf gezogene Flüssigkeitsäule aus concentrischen Flüssigkeiscylindern bestehend ansehen.

Bei einem in Quecksilber eingetauchten Glasröhrchen findet die entgegengesetzte Wirkung statt. Die dem Glase zunächst gelegene Quecksilberschicht wird vom Quecksilber mehr angezogen, als vom Glase, die folgende noch mehr u. s. w. Die Flüssigkeit hat das

Bestreben, einen Tropfen zu bilden, daher der convexe Meniskus und der Stand unter dem Spiegel der Flüssigkeit.

Fig. 83.



Ist mn, Fig. 83, die Oberfläche einer Flüssigkeit, in welche man ein Röhrchen abcd eingetaucht hat, und steigt in diesem die Flüssigkeit bis zu einer Höhe h, so wirkt hier einerseits die Adhäsion zwischen dem Materiale des Röhrchens und der Flüssigkeit, andererseits die Cohäsion der Flüssigkeit und das Gewicht der Säule h. Bezeichnet man die Kraft der Adhäsion mit a, so findet diese bei ab und cd statt, so daß man als Gesammtwirkung 2a zu setzen hat; bezeichnet man ferner das Gewicht der Säule mit q und die Cohäsion mit c, so erhält man als Bedingung des Gleichgewichts

$$2a = q + c$$

Es müssen aber die Kräfte a und c dem Umfange des Röhrchens proportional sein. Bezeichnet man daher diesen Umfang mit u, so wie mit α und γ zwei Factoren, welche von dem Materiale des Röhrchens und von der Natur der Flüssigkeit abhängen, so ist

$$a = \alpha u; \; c = \gamma u$$

Ist ferner d der Durchmesser des Röhrchens und p das Gewicht der Kubikeinheit der Flüssigkeit, so ist

$$q = \frac{pd^2\pi h}{4}; \; u = d\pi$$

Wird dieses in die obige Bedingungsgleichung eingesetzt, so hat man

$$2\alpha d\pi = \frac{pd^2\pi h}{4} + \gamma d\pi$$

$$2\alpha = \frac{pdh}{4} + \gamma$$

und hieraus

$$h = \frac{4(2\alpha - \gamma)}{pd}$$

woraus hervorgeht, daß die Höhe der Säule dem Durchmesser des Röhrchens umgekehrt proportional ist.

Ferner geht daraus hervor, daß h positiv, null oder negativ ist, je nach dem

$$2\alpha \gtreqless \gamma$$

ist, wo der positive Werth eine Erhebung, der negative eine Senkung der Flüssigkeit im Röhrchen anzeigt.

Steckt man ein engeres Röhrchen in ein weiteres, so daß ein ringförmiger Raum entsteht, so ist die Höhe der Steigung oder Senkung gleich derjenigen, welche in einem Röhrchen stattfindet, dessen Halbmesser gleich der Breite des Ringes ist.

Ist das Röhrchen ein Prisma, dessen Grundfläche ein Rechteck ist, und sind die Dimensionen der Grundfläche b und b_1, so ist sein Umfang $2\,(b + b_1)$ und seine Grundfläche bb_1, daher zufolge der obigen Gleichung

$$2\alpha \,.\, 2\,(b + b_1) = ph \,.\, bb_1 + \gamma \,.\, 2\,(b + b_1)$$

hieraus

$$h = \frac{2\,(2\alpha - \gamma)\,(b + b_1)}{p \,.\, bb_1}$$

$$h = \frac{2(2\alpha - \gamma)}{p}\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b_1}\right)$$

Wird $b_1 = \infty$, d. h. nimmt man statt des prismatischen Röhrchens zwei parallele Platten, so ist $\frac{1}{b_1} = 0$, und daher

$$h = \frac{2\,(2\alpha - \gamma)}{pb}$$

mithin die Höhe dem Abstande der Platten umgekehrt proportional.

Vergleicht man diesen Werth mit dem für das Röhrchen gefundenen, und setzt

$$b = d$$

so sieht man, daß die Steigung oder Senkung zwischen parallelen Platten nur halb so groß ist, als in einem Röhrchen, dessen Durchmesser dem Abstande der Platten gleich ist.

13. Die Endosmose.

Mit dem Namen Endosmose bezeichnet man die Erscheinung, daß ein poröser Körper, eine Thierblase, ein gebranntes unglasirtes Thongefäß und dergleichen, welcher mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten gleichzeitig in Berührung gebracht wird, die eine der Flüssigkeiten schneller hindurchläßt, als die andere.

Bringt man in eine etwas weite und unten mit einer Thierblase zugebundene Glasröhre eine concentrirte Auflösung von Kupfervitriol und taucht die Glasröhre in ein Gefäß mit Wasser, so läßt die Blase das Wasser rascher hindurch, als die Auflösung des Kupfervitriols, so daß der Flüssigkeitsspiegel in der Glasröhre steigt, während er im Waßergefäße sinkt. Das Entgegengesetzte findet statt, wenn man das Wasser in die Glasröhre und die Kupfervitriollösung in das Gefäß bringt.

Bringt man in die Glasröhre Weingeist, und in das Gefäß Wasser, so steigt der Weingeist in der Röhre in die Höhe, und es geht also das Wasser rascher durch die Blase, als der Weingeist. Derartige Beispiele gibt es noch mehr. Die Endosmose dauert in allen Fällen so lange fort, bis die Flüssigkeiten in beiden Gefäßen gleichartig geworden sind.

Im Pflanzen- und Thierkörper wird durch die Endosmose die Absorption und Verbreitung der Säfte bewirkt.

---

14. Elasticität flüssiger Körper.

Auch die flüssigen Körper sind elastisch, d. h. sie lassen sich zusammendrücken, und nehmen, wenn die drückende Kraft zu wirken aufhört, ihr ursprüngliches Volumen wieder ein; allein ihre Elasticität ist verhältnißmäßig sehr gering, und es sind große Kräfte erforderlich, wenn man sie zusammendrücken will.

Oersted construirte einen Apparat, welcher sich sehr gut zu Versuchen über die Elasticität der Flüssigkeiten eignet. Nachstehende Zahlen geben den Versuchen Oersted's zufolge an, um wie viel Milliontel ihres ursprünglichen Volumens diese Flüssigkeiten durch den Druck einer Atmosphäre zusammengedrückt werden.

Quecksilber	2,65
Schwefelkohlenstoff	31,65
Luftfreies Wasser	46,65
Alkohol	21,65
Schwefeläther bei 0°	61,65

Vierter Abschnitt.

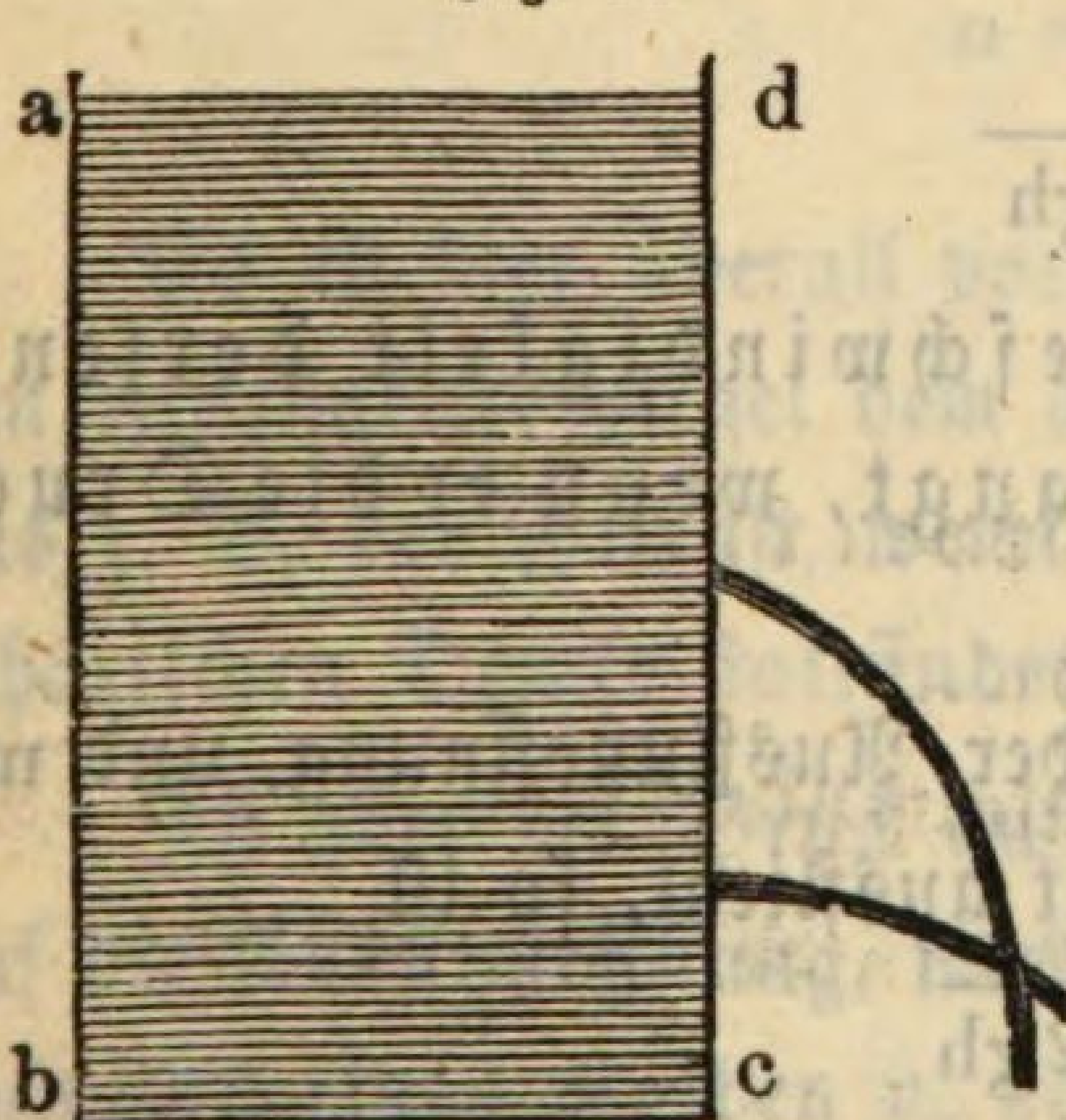
Von der Bewegung flüssiger Körper.

---

1. Vom Ausflusse flüssiger Körper aus Gefäßen.

Sind in einem Gefäße abcd, Fig. 84, zwei Oeffnungen von gleicher Größe in den Entfernungen h und h_1 vom Spiegel der Flüssigkeit, und fließt aus der einen mit der Geschwindigkeit c in der Zeit t die Masse m, aus der andern mit der Geschwindigkeit c_1 in derselben Zeit die Masse m_1, so ist offenbar

Fig. 84.



$$c : c_1 = m : m_1$$

also auch

$$c^2 : c_1{}^2 = mc : m_1c_1$$

Da aber mc, das ist das mechanische Moment, der Kraft proportional ist, im vorliegenden Falle die Kraft der Druck ist, welchen die Ausflußöffnung zu erleiden hat, und dieser Druck bei gleicher Größe der gedrückten Fläche der Druckhöhe proportional ist, so muß auch das mechanische Moment der Druckhöhe proportional sein. Folglich ist auch

$$mc : m_1c_1 = h : h_1$$

oder

$$c^2 : c_1{}^2 = h : h_1$$

so wie

$$c : c_1 = \sqrt{h} : \sqrt{h_1}$$

d. h. beim Ausflusse von Flüssigkeiten aus Gefäßen, verhalten sich unter sonst gleichen Umständen die Geschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen.

Aus der Proportion

$$c^2 : c_1{}^2 = h : h_1$$

folgt

$$\frac{c^2}{h} = \frac{c_1{}^2}{h_1}$$

Setzt man nun

$$\frac{c_1{}^2}{h_1} = 2g$$

d. h. nimmt man an, es sei c_1 die zur Fallhöhe h_1 gehörige Endgeschwindigkeit, so ist

$$c = \sqrt{2gh}$$

Es ist daher die Ausflußgeschwindigkeit derjenigen gleich, welche ein Körper erlangt, wenn er die Druckhöhe frei durchfallen hat.

Bezeichnet b den Flächeninhalt der Ausflußöffnung, und m_1 die Quantität, welche in der Zeiteinheit ausfließt, so ist

$$m_1 = b\sqrt{2gh}$$

so wie, wenn m die Ausflußmenge in t Secunden bezeichnet

$$m = tb\sqrt{2gh}$$

Hierbei ist eine constante Druckhöhe vorausgesetzt, wie sie nur in Gefäßen stattfinden kann, in welchen durch Zufluß die Flüssigkeit immer auf derselben Höhe erhalten wird.

Ist die Druckhöhe nicht constant, sondern ändert sie sich in gleicher Weise, als die Flüssigkeit ausströmt, so ändert sich auch ebenso die Geschwindigkeit der ausströmenden Flüssigkeit, da sie der Wurzel aus der Druckhöhe proportional ist. Die Bewegung ist eine gleichförmig verzögerte, und gleicht der eines schweren Kör-

pers, welcher mit einer Anfangsgeschwindigkeit, die der, der ursprünglichen Druckhöhe zugehörigen Ausflußgeschwindigkeit gleich ist, senkrecht bis zu einer der ursprünglichen Druckhöhe gleichen Höhe emporsteigt.

Es gleicht daher der Ausfluß bei constanter Druckhöhe einer gleichförmigen, bei abnehmender Druckhöhe aber einer gleichförmig verzögerten Bewegung.

Da nun ein Körper, welcher sich mit der einer gewissen Fallhöhe zugehörigen Endgeschwindigkeit gleichförmig fortbewegt, in einer der Fallzeit gleichen Zeit einen Weg zurücklegt, welcher doppelt so groß als der Fallraum ist; so ist die Ausflußmenge bei constanter Druckhöhe in derselben Zeit doppelt so groß, als die bei abnehmender Druckhöhe. Wird daher das in der Zeit t bei abnehmender Druckhöhe ausfließende Flüssigkeitsquantum mit n bezeichnet, so ist

$$n = \frac{bt\sqrt{2gh}}{2}$$

Es ist hier überall vorausgesetzt worden, daß der Druck auf den Flüssigkeitsspiegel dem auf die Ausflußöffnung gleich ist, wie das z. B. der Fall ist, wenn das Ausfließen nur unter dem atmosphärischen Drucke stattfindet.

Ist aber der Druck auf den Flüssigkeitsspiegel ein anderer als auf die Ausflußöffnung, wird z. B. der Flüssigkeitsspiegel durch ein Gewicht, einen Kolben u. dergl. gedrückt, so muß dieser Druck mit in Rechnung gebracht werden. Man kann diesen Druck, welcher mit P bezeichnet werden mag, als das Gewicht einer Flüssigkeitssäule von der Höhe h_1 ansehen. Ist daher A die gedrückte Fläche, und p das Gewicht der Kubikeinheit dieser Flüssigkeit, so ist

$$P = pAh_1 \; ; \; h_1 = \frac{P}{pA}$$

und mithin die gesammte Druckhöhe

$$h + h_1 = h + \frac{P}{pA}$$

daher die Ausflußgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2g\left(h + \frac{P}{pA}\right)}$$

Es ist aber

$$\frac{P}{A} = Q$$

der Druck, welcher auf der Flächeneinheit lastet, mithin

$$c = \sqrt{2g\left(h + \frac{Q}{p}\right)}$$

Ferner ist

$$\left(h + \frac{Q}{p}\right) p = q$$

der Druck, welchen die Flächeneinheit im Niveau der Ausflußöffnung auszuhalten hat; woraus folgt

$$\left(h + \frac{Q}{p}\right) = \frac{q}{p}$$

Dieß eingesetzt gibt

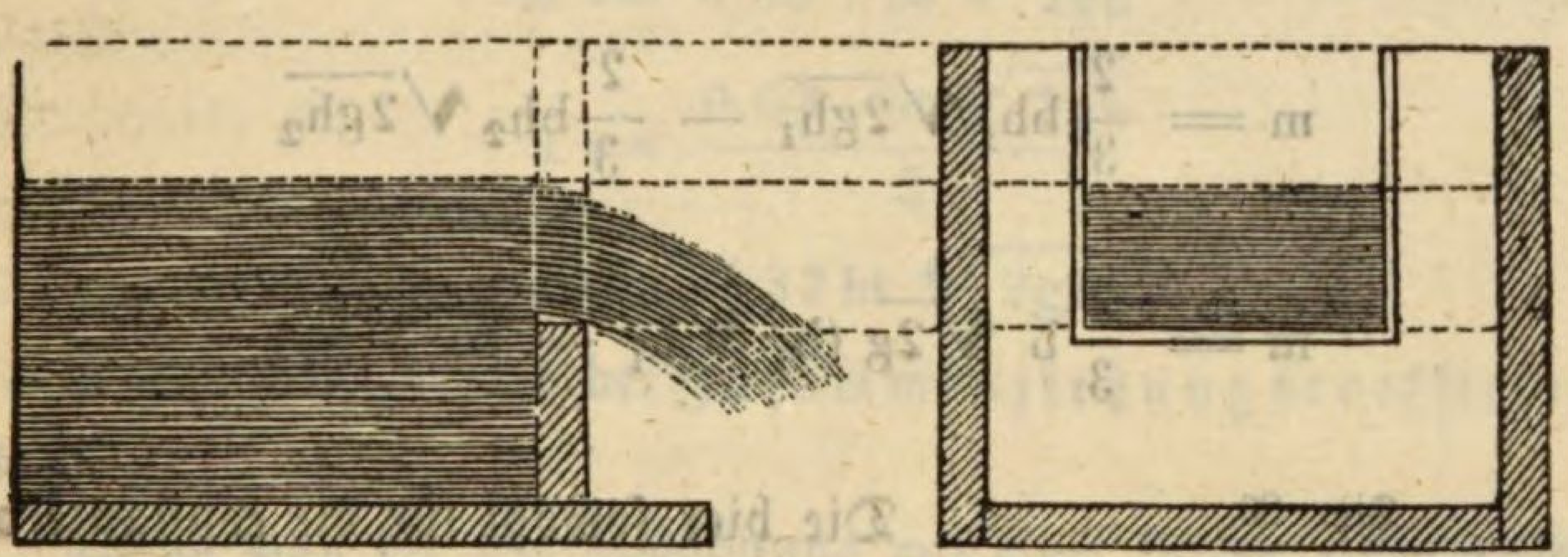
$$c = \sqrt{2g\frac{q}{p}}$$

Es ist daher die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit unter diesen Umständen ausströmt, der Wurzel aus dem Drucke auf die Flächeneinheit direct, so wie der Wurzel aus dem Gewichte der Kubikeinheit, oder dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit umgekehrt proportional.

Wenn eine Flüssigkeit aus einer größeren Seitenöffnung eines Gefäßes, z. B. das Wasser bei einem Ueberfalle, ausfließt, so erhält man nicht die ausfließende Wassermenge, wenn man die Größe der Oeffnung mit der Geschwindigkeit multiplizirt, indem die Geschwindigkeit in verschiedenen Höhen der Ausflußöffnung sehr verschieden ist. Ist die Ausflußöffnung ein Rechteck von der Breite b

und der Höhe h, Fig. 85, so kann man sich die Höhe in n Theile

Fig. 85.



getheilt denken, wo n eine sehr große Zahl ist. Man erhält dann n Streifen, für welche die Druckhöhen beziehungsweise sind

$$\frac{h}{n}, \frac{2h}{n}, \frac{3h}{n} \ldots \frac{nh}{n}$$

und mithin die denselben entsprechenden Geschwindigkeiten

$$\sqrt{2g\frac{h}{n}}, \sqrt{2g\frac{2h}{n}}, \sqrt{2g\frac{3h}{n}} \ldots \sqrt{2g\frac{nh}{n}}$$

so wie die Ausflußmengen

$$\frac{bh}{n}\sqrt{2g\frac{h}{n}}; \frac{bh}{n}\sqrt{2g\frac{2h}{n}}; \frac{bh}{n}\sqrt{2g\frac{3h}{n}} \ldots \frac{bh}{n}\sqrt{2g\frac{nh}{n}}$$

Es ist daher die gesammte Ausflußmenge

$$m = \frac{bh}{n}\sqrt{2g\frac{h}{n}}\left(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \ldots + \sqrt{n}\right)$$

Da aber n eine sehr große Zahl ist, so hat man

$$1^{1/2} + 2^{1/2} + 3^{1/2} + \ldots + n^{1/2} = \frac{n^{1 + 1/2}}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2}{3}n^{3/2} = \frac{2}{3}n\sqrt{n}$$

und folglich

$$m = \frac{bh}{n}\sqrt{2g\frac{h}{n}} \cdot \frac{2}{3}n\sqrt{n} = \frac{2}{3}bh\sqrt{2gh}$$

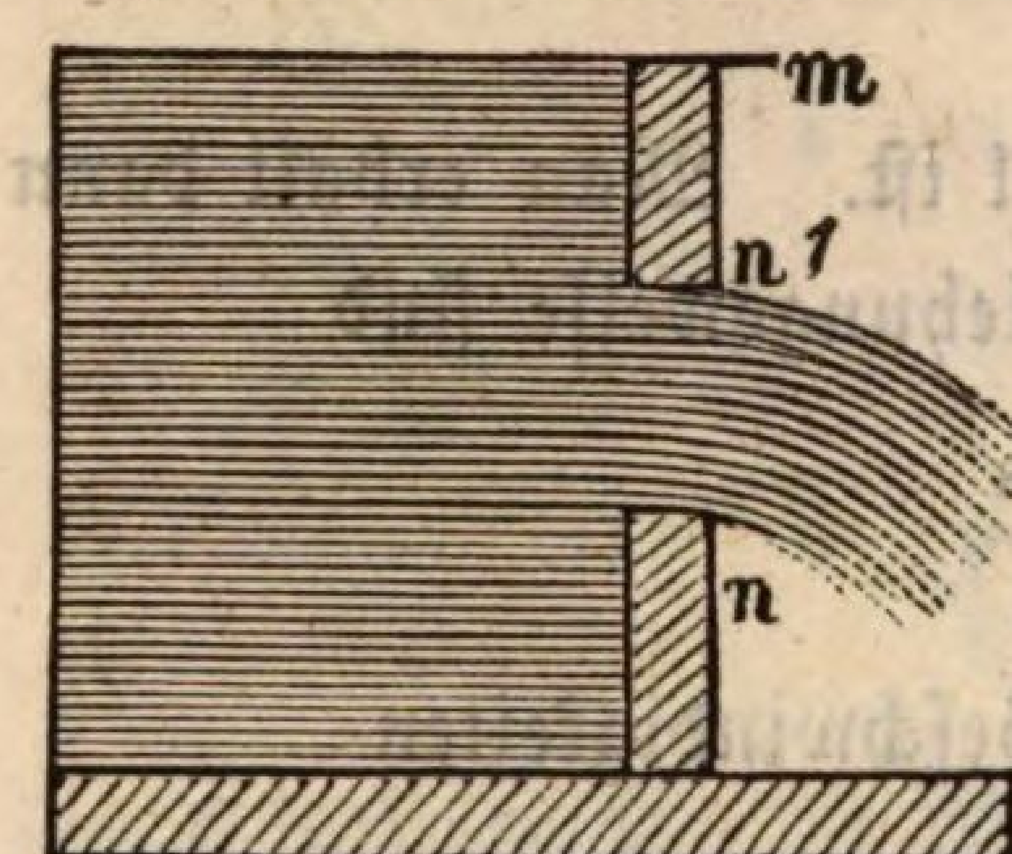
Ist die Oeffnung in der Seitenwand so angebracht, daß sie

nicht bis zum Flüssigkeitsspiegel hinaufreicht, Fig. 86, so sei $mn = h_1$ und $mn_1 = h_2$, dann ist die Ausflußmenge

$$m = \frac{2}{3} b h_1 \sqrt{2 g h_1} - \frac{2}{3} b h_2 \sqrt{2 g h_2}$$

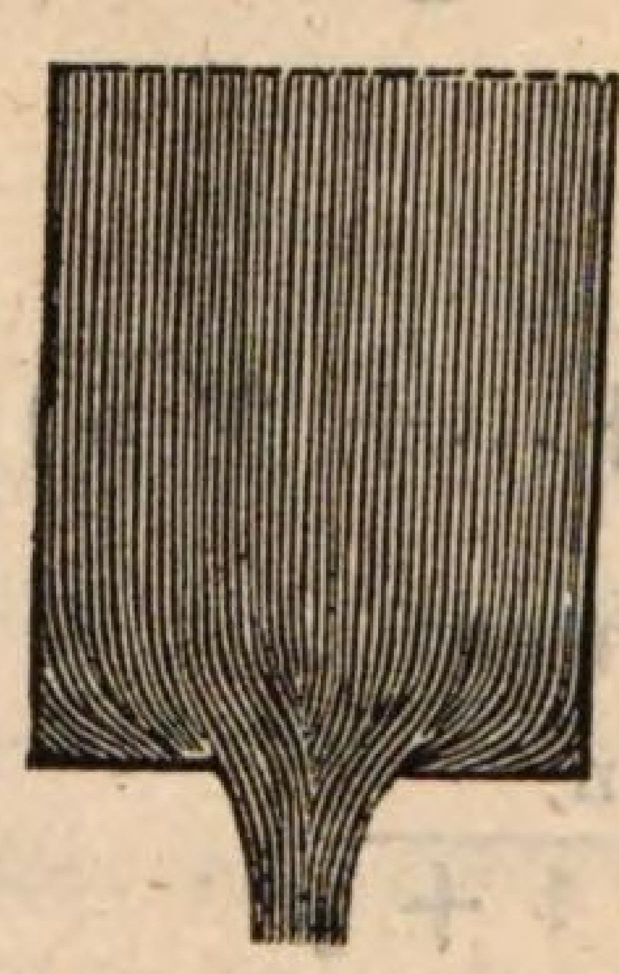
$$m = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left(h_1 \sqrt{h_1} - h_2 \sqrt{h_2}\right)$$

Fig. 86



Die hier sowohl für die constante als für die abnehmende Druckhöhe berechnete Ausflußmenge, ist größer als diejenige, welche in der Wirklichkeit erhalten wird. Der Hauptgrund hiervon liegt in einer Zusammenziehung des ausfließenden Wasserstrahles, wodurch b einen geringeren Werth bekömmt. In der Mitte der Ausflußöffnung nämlich bewegen sich die Flüssigkeitstheilchen mit der theoretischen Geschwindigkeit; allein wegen der Reibung die an den Wänden der Oeffnung stattfindet, wird hier die Geschwindigkeit vermindert, so daß die Flüssigkeitstheilchen ein Bestreben bekommen, sich von den Wänden nach der Mitte der Oeffnung hin zu bewegen, wodurch die Zusammenziehung des Strahles herbeigeführt wird, Fig. 87. Bezeichnet man den Querschnitt des Strahles, welcher der größten Zusammenziehung entspricht mit b_1, so ist

Fig. 87.



$$m = b_1 t \sqrt{2gh}$$

$$n = \frac{b_1 t \sqrt{2gh}}{2}$$

Durch Versuche hat man gefunden, daß ungefähr

$$b : b_1 = 1 : 0{,}63$$

woraus

$$b_1 = 0{,}63 \, . \, b$$

Führt man dieses ein, so erhält man

$$m = 0{,}63 \,.\, bt \sqrt{2gh}$$

$$n = \frac{0{,}63 \,.\, bt \sqrt{2gh}}{2}$$

$$n = 0{,}32\, bt \sqrt{2gh}$$

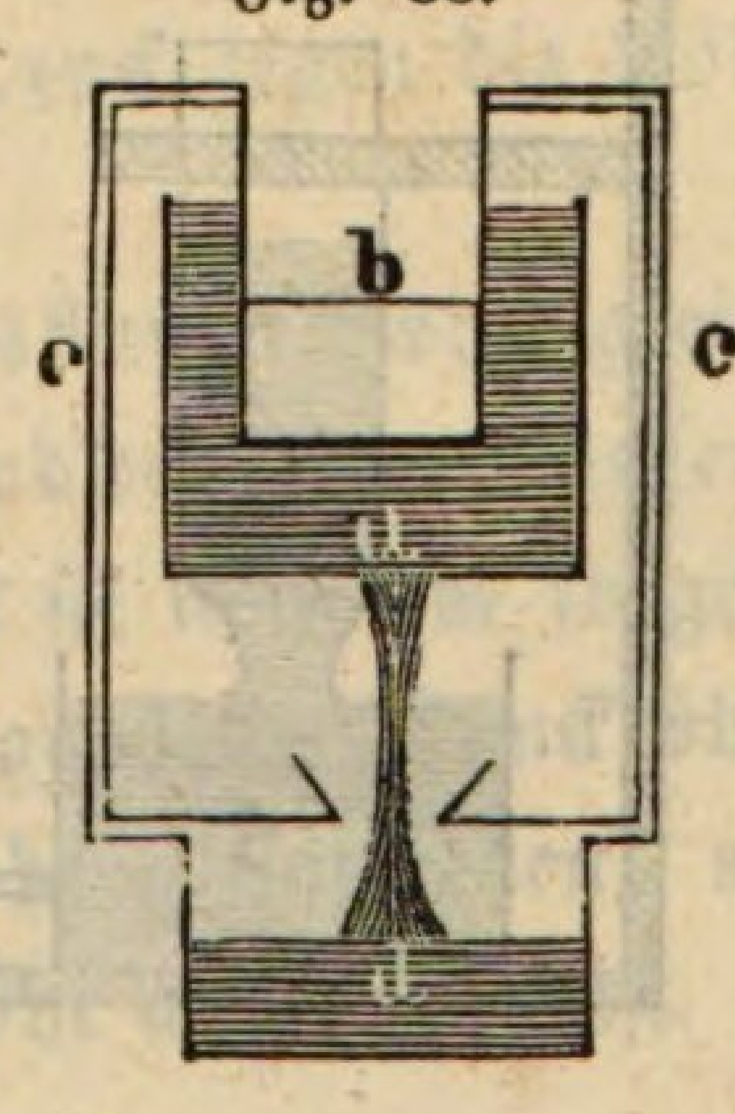
Die Zahl 0,63 wird der Zusammenziehungscoefficient genannt.

Wenn man die Ausflußöffnung mit einer kurzen cylindrischen oder conischen Ansatzröhre versieht, so wird die Ausflußmenge vergrößert, indem sich die Flüssigkeit an die Röhrenwände anhängt, und die ganze Röhre ausfüllt, so daß die Zusammenziehung des Strahles wegfällt oder doch vermindert wird. Durch den Versuch hat man gefunden, daß die Vermehrung der Ausflußmenge am größten ist, wenn die Länge der Ansatzröhre $\frac{5}{2}$ mal so groß ist, als der Durchmesser der Ausflußöffnung.

Auch hat es Einfluß auf die Ausflußmenge, ob die Zusammenziehung bei viereckigen Oeffnungen, auf einer, zwei oder drei Seiten stattfindet. Findet die Zusammenziehung auf drei Seiten statt, so ist der Coefficient 0,652; findet sie auf zwei Seiten statt, so ist er 0,675; findet sie auf einer Seite statt, so ist er 0,709; und findet sie endlich auf keiner Seite statt, so ist er 0,84. Für kurze cylindrische Ansatzröhren kann man den Coefficienten = 0,815 setzen.

Will man Behufs der Beobachtung eine constante Druckhöhe herstellen, so kann man sich des Schwimmers von Prony, der Mariott'schen Flasche oder der Sturzflasche bedienen.

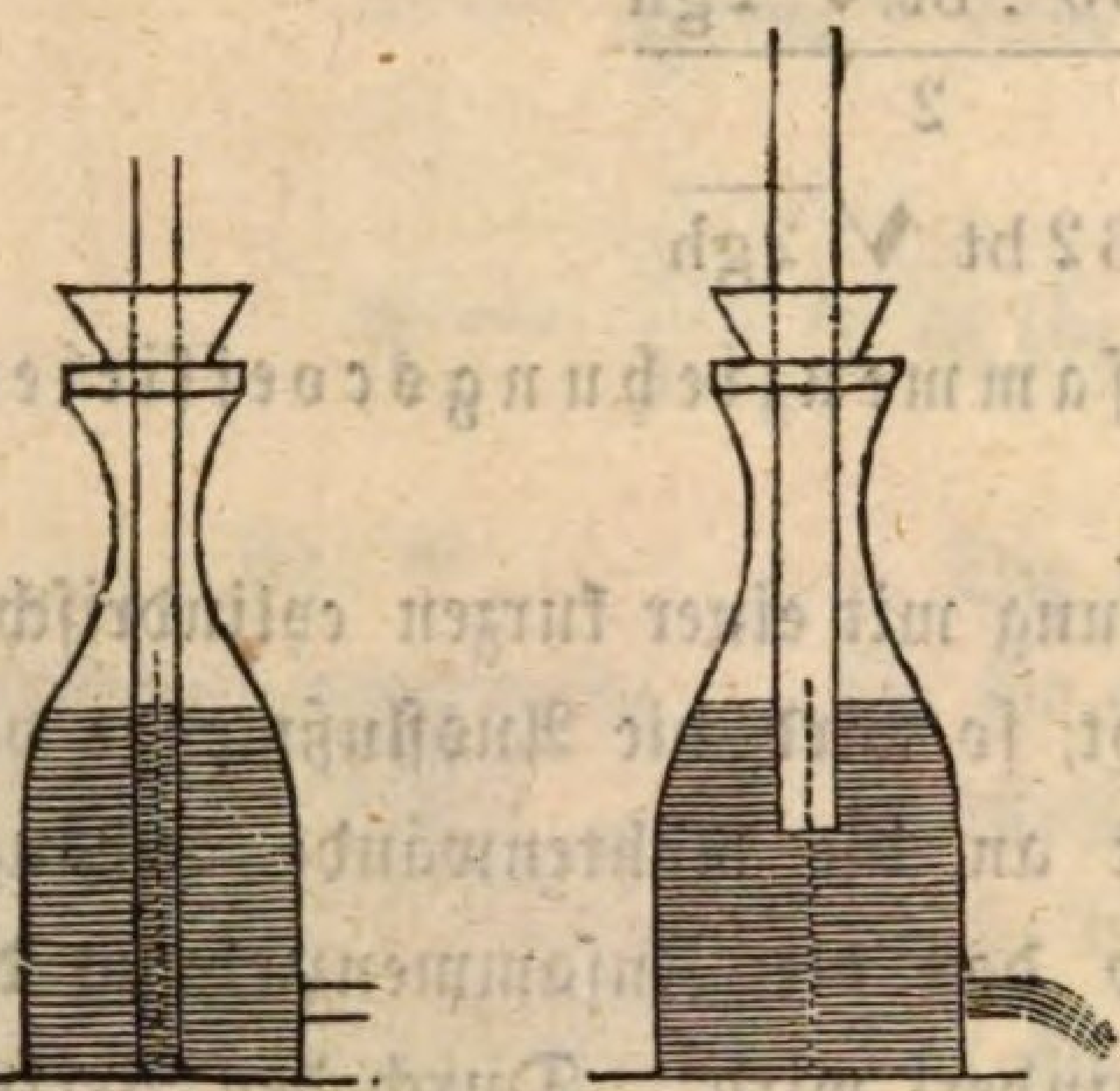
Fig. 88.



Der Schwimmer von Prony hat die Einrichtung, Fig. 88. In dem Ausflußgefäße a schwimmt ein Kasten b, welcher mit Stäben c versehen ist, an welchen das Gefäß d hängt, wohin die aus a ausströmende Flüssigkeit gelangt. Das Gewicht der aus a ausströmenden und in d sich ansammelnden Flüssigkeit, wirkt aber auf den Kasten b, so daß dieser fortwährend so weit einsinken muß, als das Volu-

men der ausgeflossenen Flüssigkeit beträgt. Daher bleibt in a der Flüssigkeitsspiegel constant.

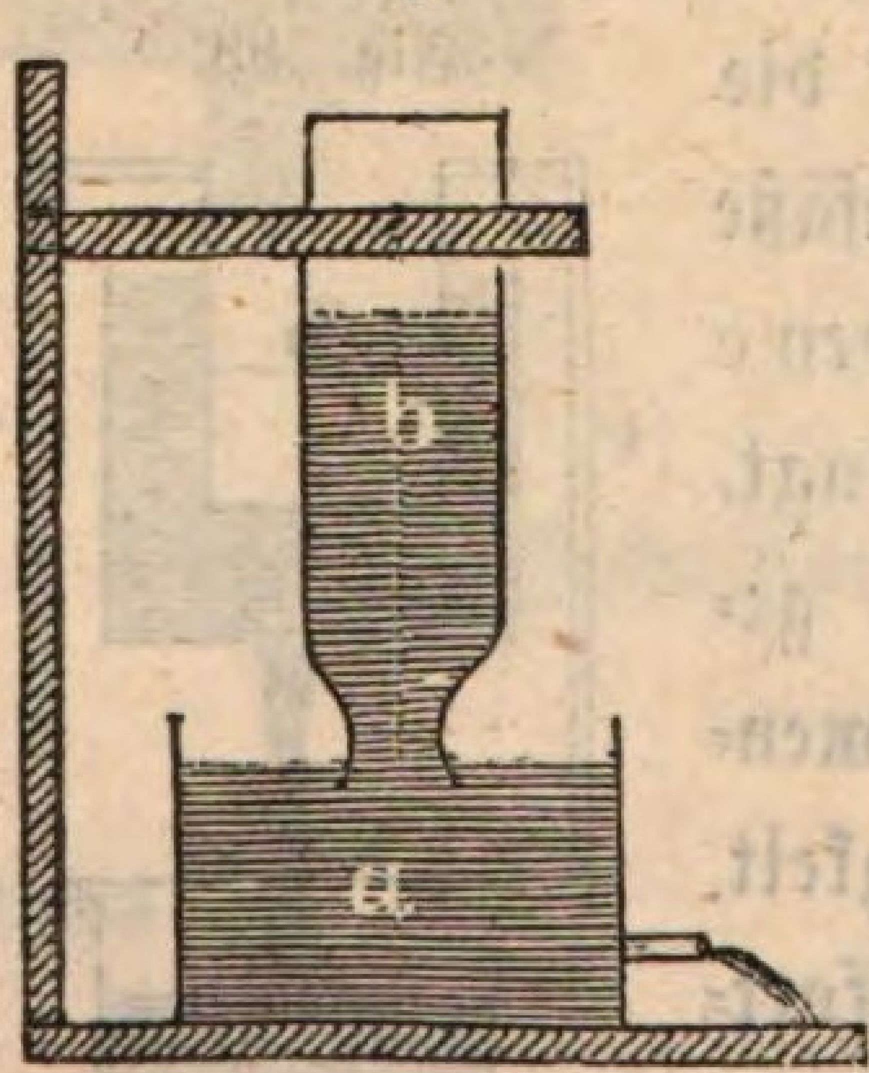
Fig. 89.



Die Mariott'sche Flasche, Fig. 89, ist mit einem Korke luftdicht verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre geht, welche beliebig in die Höhe gezogen und herabgedrückt werden kann. Ist das untere Ende der Röhre tiefer als die Ausflußöffnung, und steht ursprünglich die Flüssigkeit im Röhrchen und in der Flasche gleich hoch, so findet das Ausfließen so lange statt, bis der Flüssigkeitsspiegel im Röhrchen mit der Ausflußöffnung in einer Horizontalebene liegt; was indessen nur sehr kurze Zeit dauert. Zieht man nun das Röhrchen in die Höhe, so daß die untere Oeffnung desselben um die Entfernung h höher steht als die Ausflußöffnung, so beginnt das Ausfließen sofort wieder, und zwar mit einer constanten Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe h entspricht, indem fortwährend durch das Röhrchen Luftblasen in die Flasche eintreten. Ist der Flüssigkeitsspiegel in der Flasche bis zum untern Ende des Röhrchens herabgesunken, so hört die constante Ausflußgeschwindigkeit auf.

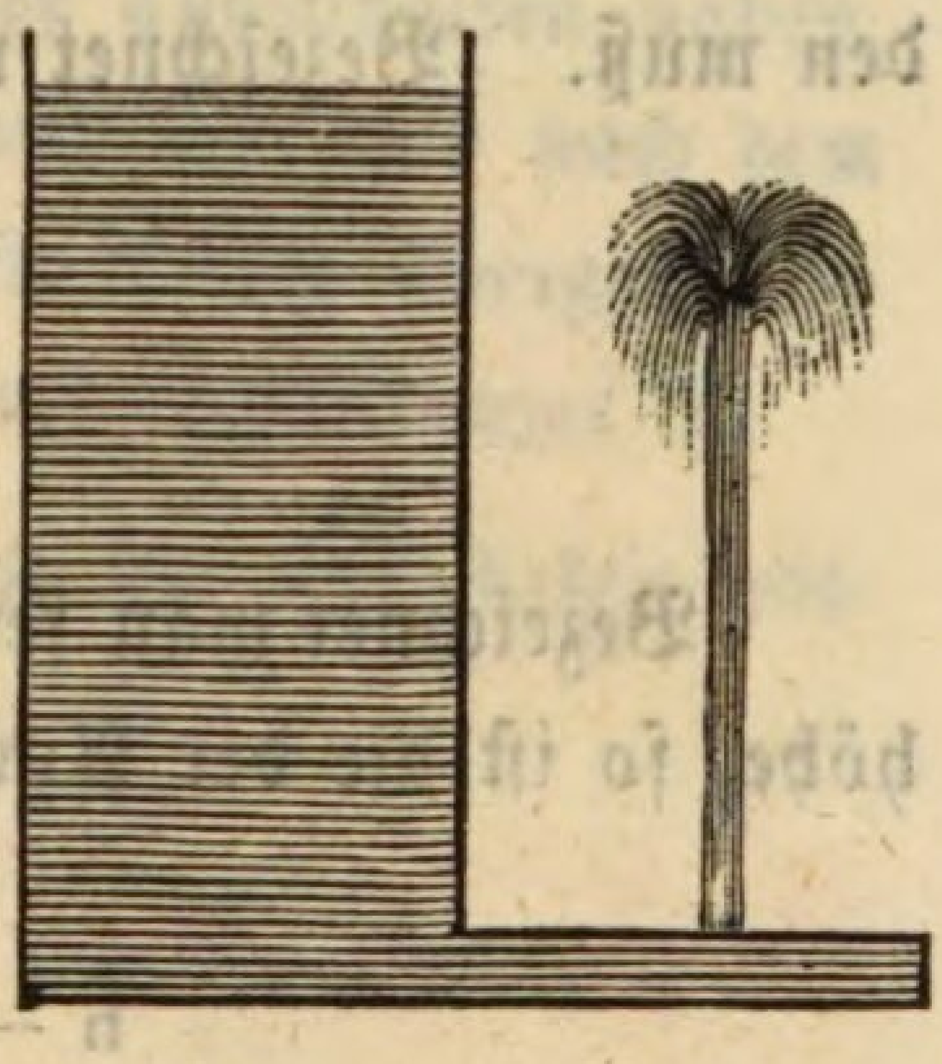
Die Sturzflasche, Fig. 90, gründet sich im Wesentlichen auf dasselbe Princip. Die Halsöffnung der Flasche b trifft mit dem Spiegel der in a befindlichen Flüssigkeit zusammen. Fließt nun aus a Flüssigkeit aus, so tritt Luft in die Flasche b und treibt aus dieser ein gleiches Volumen der Flüssigkeit heraus, welche die Oeffnung der Flasche b einen Augenblick verschließt. Sobald aber der Spiegel wieder bis zur Oeffnung gesunken ist, wiederholt sich dasselbe u. s. f.

Fig. 90.



Wenn eine Flüssigkeit im Boden des Gefäßes austritt, so bewegt sich der Strahl nach dem Gesetze frei fallender Körper senkrecht abwärts; tritt sie horizontal aus einer Seitenöffnung aus, so beschreibt der Strahl eine halbe Parabel, und tritt sie schief aus, eine ganze. Ist die Oeffnung nach oben gerichtet, so steigt der Strahl senkrecht in die Höhe, Fig. 91. Es sollte derselbe eigentlich eine Höhe erreichen, welche der Druckhöhe gleich ist, da seine Anfangsgeschwindigkeit derselben entspricht; allein wegen der Reibung an der Ausflußöffnung, des Widerstandes der Luft und des Druckes der wieder herabfallenden Wassertheilchen, ist die Höhe des aufsteigenden Strahles geringer, als die Druckhöhe.

Fig. 91.



Auf den letzteren Fall gründet sich der Springbrunnen.

2. Vom Ausflusse flüssiger Körper durch lange Röhren, und dem Drucke gegen die Seitenwände derselben.

Wenn eine Flüssigkeit aus einem Gefäße durch eine lange Röhre ausfließt, so findet zwischen den Flüssigkeitstheilchen und den Röhrenwänden Reibung statt, wodurch einestheils die Ausflußgeschwindigkeit vermindert, anderntheils ein Druck gegen die Röhrenwände ausgeübt wird.

Was zunächst die Verzögerung der Ausflußgeschwindigkeit anlangt, so ist diese der Länge der Röhre direct und dem Durchmesser derselben umgekehrt proportional; außerdem ist sie noch um so größer, je größer die der Ausflußgeschwindigkeit zugehörige Druckhöhe ist. Man kann diese Verzögerung einer Druckhöhe gleich setzen, welche dann von der wirklich vorhandenen Druckhöhe abzuziehen ist.

Bezeichnet l die Länge, d den Durchmesser der Röhre, und c die Ausflußgeschwindigkeit, so wie h_1 die der Verzögerung entsprechende Druckhöhe, so ist

$$h_1 = \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

welcher Ausdruck noch mit einem Erfahrungsfactor multiplicirt werden muß. Bezeichnet man diesen mit $\varkappa$, so ist

$$h_1 = \varkappa \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Bezeichnet man ferner mit h die wirklich vorhandene Druckhöhe, so ist die der Ausflußgeschwindigkeit entsprechende Druckhöhe

$$h - h_1 = h - \varkappa \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Es ist aber

$$h - \varkappa \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g}$$

$$h = \frac{c^2}{2g}\left(1 + \varkappa \frac{l}{d}\right)$$

daher

$$c = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \varkappa \frac{l}{d}}}$$

Ist l sehr groß, so kann 1 gegen $\varkappa \frac{l}{d}$ vernachlässigt werden. In diesem Falle ist

$$c = \sqrt{\frac{2ghd}{\varkappa l}}$$

Nach Weißbach ist für Metermaaß

$$\varkappa = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{c}}$$

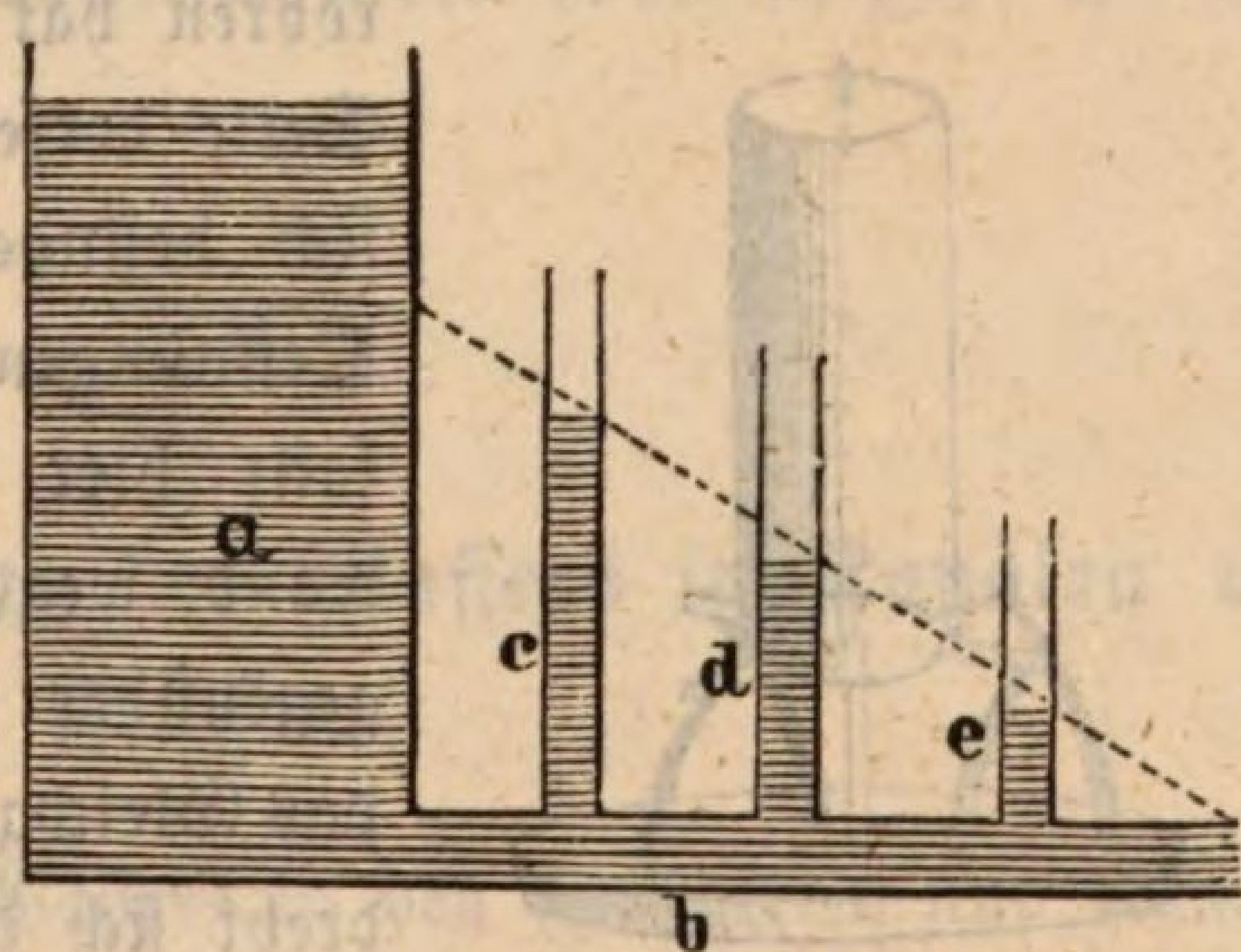
und für preußisches Maaß

$$\varkappa = 0{,}01439 + \frac{0{,}016921}{\sqrt{c}}$$

Der Druck, welchen die Röhrenwände auszuhalten haben, ist an der Ausflußöffnung = 0 und wächst von hier aus nach dem Gefäße zu, aus welchem die Flüssigkeit in die Röhre übergeht, so daß er der Entfernung von der Ausflußöffnung proportional ist.

Ist a, Fig. 92, das Gefäß, in welchem die Flüssigkeit enthalten ist und b die Ausflußröhre; verbindet man mit letzterer die Glasröhren c, d und e, so steigen in diesen Flüssigkeitssäulen in die Höhe, deren Druck daher gleich demjenigen sein muß, welchen an den betreffenden Stellen die Röhrenwände auszuhalten haben würden. Die Höhen dieser Flüssigkeitssäulen sind constant; auch bewegt sich die Flüssigkeit nicht auf und nieder, sondern befindet sich in Ruhe; endlich liegen die Gipfel der Flüssigkeitssäulen in einer geraden Linie, welche die Ausflußöffnung und den Gipfel irgend einer dieser Säulen verbindet.

Fig. 92.



Röhren wie c, d und e, welche dazu dienen, den Druck auf die Röhrenwände zu messen, werden Piezometer genannt.

Haben die Röhren c, d und e die gleiche Grundfläche α und bezeichnen h_1 h_2 h_3 die in denselben aufsteigenden Flüssigkeitssäulen, so wie d_1 d_2 d_3 die diesen Säulen entsprechenden Drucke, so ist, wenn p seine frühere Bedeutung hat.

$$d_1 = p\alpha h_1\,;\quad d_2 = p\alpha h_2\,;\quad d_3 = p\alpha h_3$$

und daher

$$d_1 : d_2 : d_3 = h_1 : h_2 : h_3$$

Bezeichnet man mit b_1 b_2 und b_3 die Entfernungen der Piezometer von der Ausflußöffnung, so ist auch

$$h_1 : h_2 : h_3 = b_1 : b_2 : b_3$$

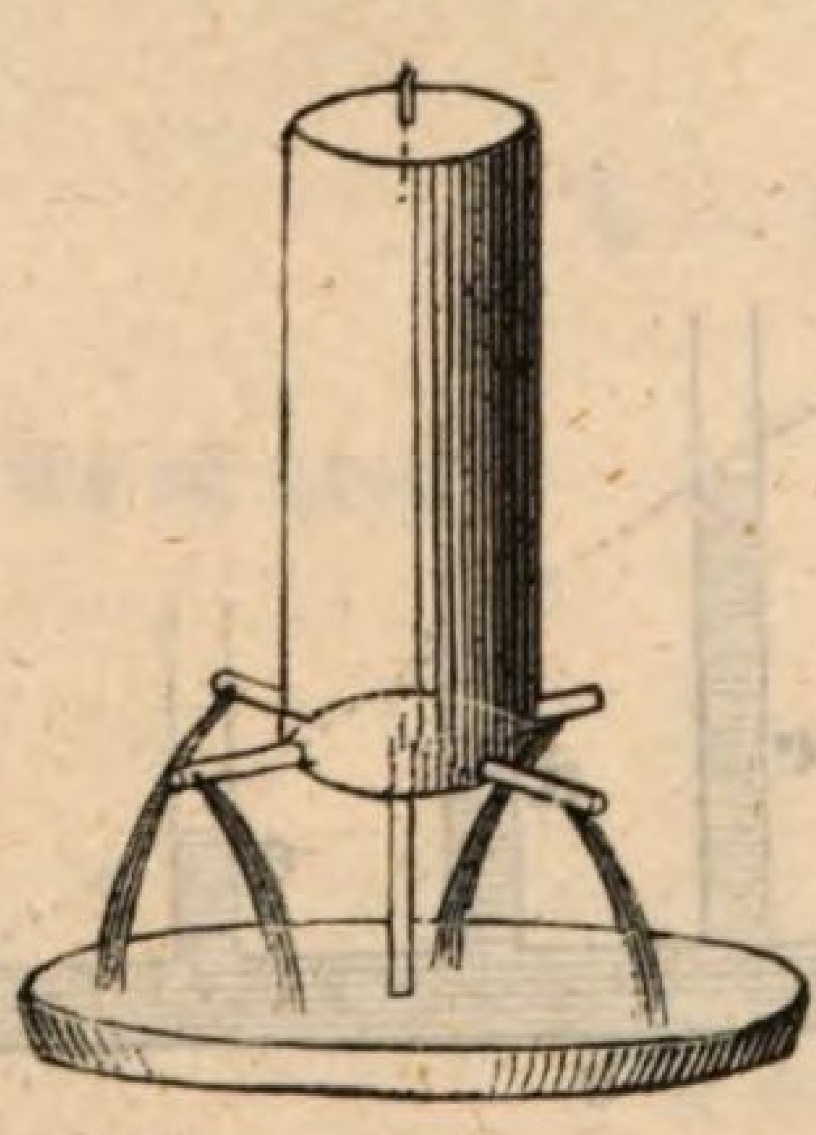
daher

$$d_1 : d_2 : d_3 = b_1 : b_2 : b_3$$

Es ist also der Druck auf die Röhrenwände der Entfernung von der Ausflußöffnung proportional.]

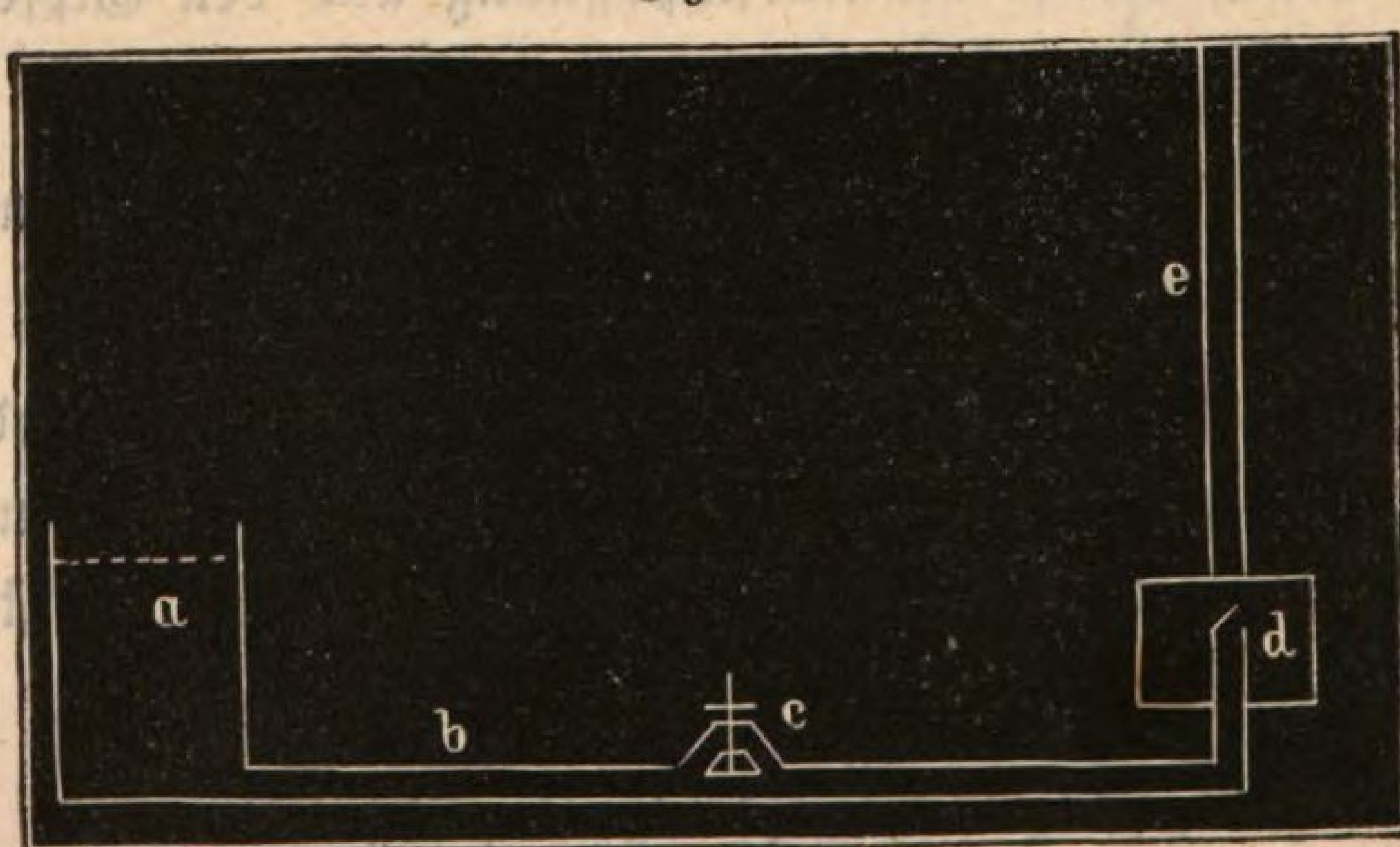
Das Segner'sche Wasserrad, Fig. 93, ist ein cylindrisches, um eine vertikale Axe drehbares Gefäß, welches dicht über dem Boden einige horizontale Ausflußröhren hat, deren Oeffnungen an der Seite derselben nach einerlei Richtung sich befinden. Wenn nun aus diesen Oeffnungen die Flüssigkeit austritt, so fällt hier der Druck gegen die Röhrenwand weg, während er der Oeffnung gegenüber noch stattfindet. Es ist also das Gleichgewicht gestört und das Gefäß dreht sich daher in der Richtung dieses Druckes oder was dasselbe ist, in entgegengesetzter Richtung der ausfließenden Strahlen um seine Axe.

Fig. 93.



Der Stoßheber oder hydraulische Widder. Es ist a, Fig. 94, ein Gefäß, in welchem eine Flüssigkeit, z. B. Wasser sich befindet; b ist eine lange Röhre, in welcher ein Metallstöpsel

Fig. 94.



c auf- und abwärts beweglich ist; die Mündung der Röhre b hat eine Klappe d, welche zu der langen Röhre e führt.

Der Druck, welchen das aus a kommende Wasser auf die Wand der Röhre b ausübt, drückt den Stöpsel c in die Höhe und die Klappe d auf. Der Stöpsel fällt aber durch sein Gewicht bald wieder herab und drückt das Wasser in b theils nach a zurück, theils gegen d. Hat er seinen tiefsten Punkt erreicht, so hört der dadurch hervorgebrachte Druck auf; die Klappe d schließt sich. Aber sofort wirkt der Druck von a aus wieder und hebt den Stöpsel in die Höhe, welcher im nächsten Augenblicke wieder herabfällt und einen Druck erzeugt, der die Klappe d hebt, so daß das Wasser in die Röhre e einfließt. Die Stöße folgen sehr rasch auf einander, und das Wasser kann auf diese Weise in e viel höher steigen, als es in a steht.

---

3. Von der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

Die Bewegung des Wassers in den Flußbetten und Kanälen ist eine Folge der Neigung derselben, indem das Wasser wie auf einer schiefen Ebene herabläuft. Ist die Länge eines Kanales l und der Winkel, welchen er mit der Horizontalen macht, α, so ist die Geschwindigkeit des Wassers am Ende des Kanales, das ist

$$c = \sqrt{2gl \sin \alpha}$$

oder weil

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

$$c = \sqrt{2gh}$$

wo h den senkrechten Abstand des höchsten und tiefsten Punktes des Kanales bezeichnet.

Ist m die Wassermenge, welche in der Zeit t den Querschnitt eines Kanales, dessen benetzter Theil mit b bezeichnet wird, durchströmt, so ist

$$m = bt\sqrt{2gl \sin\alpha}$$

Die Geschwindigkeit des Wassers ist an verschiedenen Stellen des Querprofiles sehr verschieden. Sie ist in der Regel und namentlich bei geraden Wasserleitungen in der Mitte des Bettes und an der Oberfläche des Wassers am größten; nimmt aber sowohl gegen die Ufer, als auch gegen den Boden hin ab. Diese Geschwindigkeitsverminderung ist ebenfalls eine Folge der Reibung des Wassers an den Seitenwänden und dem Boden des Bettes. Die mittlere Geschwindigkeit ergibt sich zu

$$c = \frac{m}{b}$$

wo b der Inhalt des Querprofiles und m dasjenige Wasserquantum ist, welches das Querprofil in einer Secunde durchströmt.

Da der Geschwindigkeitsverlust eine Folge der Reibung ist, diese aber mit der Berührungsfläche wächst, so wird dieser Geschwindigkeitsverlust um so kleiner, je kleiner der Umfang des benetzten Querschnittes im Verhältnisse zu seinem Inhalte ist. Daher ist der Halbkreis das vortheilhafteste Flußbette. Für gerade Kanäle ist es das halbe Quadrat und für tropezoidale Kanäle das halbe regelmäßige Sechseck.

---

4. Vom Stoße flüssiger Körper gegen feste.

Der Druck, welchen fließendes Wasser auf einen festen Körper ausübt, ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die gedrückte Fläche zur Basis und die der Geschwindigkeit zugehörige Fallhöhe zur Höhe hat.

Wird der Druck mit q bezeichnet, die gedrückte Fläche mit b und die Fallhöhe mit h, so ist

$$q = p \,.\, bh$$

Es ist aber

$$h = \frac{c^2}{2g}$$

folglich

$$q = p \,.\, \frac{bc^2}{2g}$$

Macht die gedrückte Fläche mit der Richtung des Stromes den Winkel α, so ist der Normaldruck

$$q = p \,.\, \frac{bc^2 \sin \alpha^2}{2g}$$

Fünfter Abschnitt.

Vom Gleichgewichte gasförmiger Körper.

1. Vom atmosphärischen Drucke.

Die Gase unterscheiden sich von den tropfbaren Flüssigkeiten besonders durch ihr Bestreben, sich fortwährend auszudehnen und durch ihre Zusammendrückbarkeit. Die kleinsten Theilchen ziehen sich nicht gegenseitig an, wie dies bei festen und flüssigen Körpern geschieht, sondern sie stoßen sich ab. Zufolge dieser Eigenschaft üben Gase auf die Wände desjenigen Gefäßes, in welchem sie sich befinden, so wie auf jeden Körper, durch welchen sie zusammengedrückt werden, nach allen Richtungen hin einen Druck aus. Die Kraft, durch welche dieß geschieht, nennt man die Elasticität, Spannkraft oder Expansivkraft der Gase.

Eine in einem Gefäße eingeschlossene Luftmasse kann daher rücksichtlich der Expansivkraft nur dann im Gleichgewichte sein, wenn jedes Lufttheilchen denselben Druck auszuhalten hat.

Es wirken aber auf die Gase nicht nur die Molekularkräfte, sondern, da es schwere Körper sind, so wirkt auf sie auch die Anziehungskraft der Erde. Es muß daher hier wie bei flüssigen Körpern der Druck von oben nach unten wachsen, da auf jede Schicht das Gewicht sämmtlicher über ihr liegenden Schichten drückt.

Eine Luftmasse kann daher nur dann im Gleichgewichte sein, wenn alle in derselben Horizontalebene liegende Theilchen einen gleichen Druck auszuhalten haben.

Zugleich folgt hieraus, daß die Dichtigkeit gasförmiger Körper von oben nach unten zunimmt.

Um zu beweisen, daß gasförmige Körper schwer sind, nehme man einen Glasballon, welcher so eingerichtet ist, daß er luftleer gemacht werden kann; wäge ihn, wenn er mit dem Gase gefüllt ist, ziehe sodann dieses Gas aus und wäge ihn wieder. Die Differenz beider Gewichte ist das Gewicht desjenigen Volumens des Gases, welches der Ballon faßt.

Der Repräsentant aller Gase ist die atmosphärische Luft. Sie ist nicht ein Gas, sondern ein Gemenge mehrerer Gase. Die Hauptbestandtheile sind Sauerstoffgas und Stickstoffgas und zwar so, daß 100 Raumtheile atmosphärische Luft nahe 21 Raumtheile Sauerstoff und 79 Raumtheile Stickstoff enthalten; ein Verhältniß, welches an allen Orten der Atmosphäre gleich ist. Außerdem enthält die atmosphärische Luft noch etwas Kohlensäure und Wassergas.

Die atmosphärische Luft umgibt die Erde bis zu einer Entfernung von ungefähr 6 bis 7 Meilen von der Oberfläche an gerechnet und nimmt an der Axendrehung der Erde mit Theil.

Fig. 95.



Vermöge ihres Gewichtes übt die atmosphärische Luft auf die Erdoberfläche, so wie auf alle darauf befindliche Körper einen Druck aus, welcher der atmosphärische Druck genannt wird.

Um diesen atmosphärischen Druck zu messen, nehme man eine, etwas über 30 Zoll lange und nur an einer Seite offene Glasröhre, Fig. 95, fülle sie mit Quecksilber, schließe die Oeffnung mit dem Finger und führe sie in ein Gefäß, in welchem Quecksilber sich befindet. Zieht man hierauf den Finger hinweg, so sinkt das Quecksilber in der

Röhre so, daß es ungefähr 28 pariser Zoll oder 760 Millimeter über der Oberfläche des im Gefäße befindlichen Quecksilbers steht.

Hieraus folgt in Verbindung mit dem Gesetze communicirender Gefäße, daß der atmosphärische Druck gleich dem einer Quecksilbersäule von 28 pariser Zoll oder 760 Millimeter ist.

Nimmt man einen andern Körper, z. B. Wasser, so findet man, daß eine Säule von ungefähr 32 Fuß nöthig ist, um dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht zu halten.

Da sich nun bei communicirenden Gefäßen die Höhen der Säulen verschiedenartiger Flüssigkeiten von der Berührungsfläche an gerechnet im Zustande des Gleichgewichtes umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten, so muß sein, wenn x das specifische Gewicht des Quecksilbers bezeichnet,

$$384 : 28 = x : 1$$

woraus

$$x = 13{,}8$$

welches nahe das specifische Gewicht des Quecksilbers ist.

Welche Flüssigkeiten man immerhin nehmen mag, so findet man unter sonst gleichen Umständen den atmosphärischen Druck gleich.

Das Gesetz communicirender Gefäße gilt daher auch für Gase.

Es sind 28 pariser Zoll gleich 76 Centimeter. Hat die Glasröhre eine Grundfläche von 1 Quadratcentimeter, so ist die Quecksilbersäule gleich 76 Kubikcentimeter. Nun wiegt ein Kubikcentimeter Quecksilber 13,59 Gramm; also ist das Gewicht der Quecksilbersäule 1032,84 Gramm und folglich dieses Gewicht gleich der Größe des atmosphärischen Druckes auf ein Quadratcentimeter. Bestimmt man die Oberfläche eines Körpers und multiplicirt sie mit obigem Gewichte, so erhält man den Druck, welchen der Körper auszuhalten hat.

Dieser Druck nimmt, aus dem oben angegebenen Grunde ab, jemehr man sich von der Erdoberfläche entfernt.

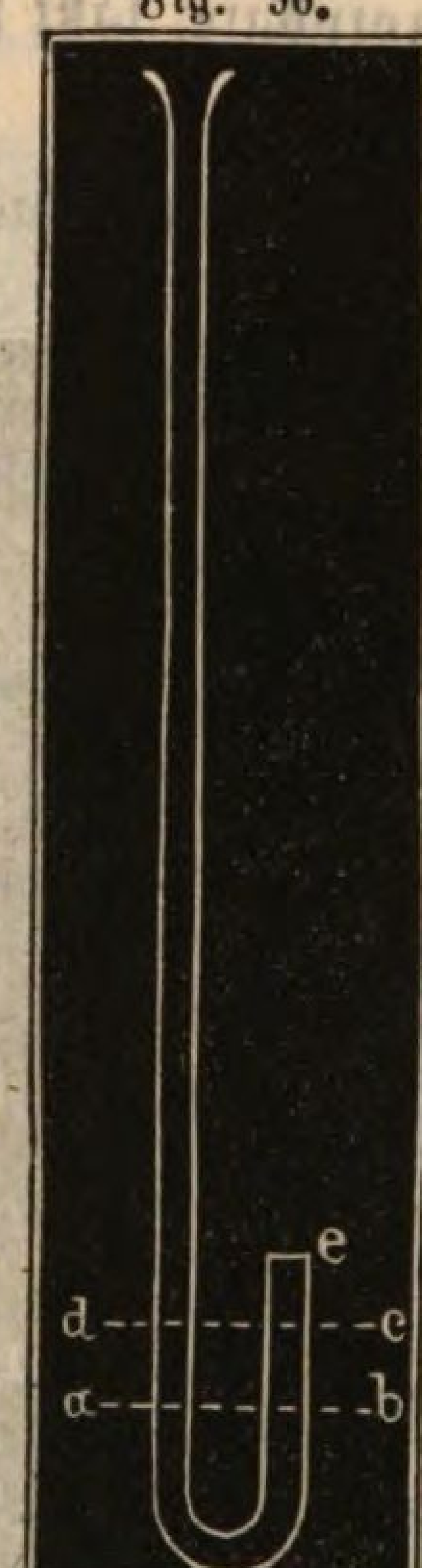
Man nennt den Druck von 28 pariser Zoll oder 760 Millimeter den **mittleren atmosphärischen Druck**. Er dient allgemein als Maaß für die Expansivkraft der Gase und Dämpfe, indem man ihn = 1 setzt und eine **Atmosphäre** nennt.

---

2. Das Mariott'sche Gesetz.

Nimmt man eine gebogene Glasröhre mit einem langen und einem kurzen Schenkel, Fig. 96, und füllt etwas Quecksilber hinein, so steht dieses im Zustande des Gleichgewichtes in beiden Schenkeln gleich hoch, z. B. in der Horizontalebene ab. Verschließt man hierauf den kurzen Schenkel luftdicht, so ist in beiden der auf dem Quecksilber lastende Druck gleich dem einer Atmosphäre. Füllt man hierauf in den längeren Schenkel Quecksilber, und zwar so lange, bis die Säule von d aus gerechnet, welches mit c in derselben Horizontalebene liegt, 28 Zoll beträgt, so findet man, daß die ursprüngliche Luftsäule be, nur noch die Größe ce hat, und daß bc = ce ist. Hieraus folgt, daß die Luft auf die Hälfte ihres Volumens zusammengedrückt worden ist.

Fig. 96.



Es ist aber der Druck, welcher auf dem Luftquantum ce lastet, gleich dem doppelten Drucke einer Atmosphäre, woraus hervorgeht, daß die auf die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens zusammengedrückte Luft einem Drucke das Gleichgewicht hält, welcher gleich dem doppelten des ursprünglichen Druckes ist.

Ist die Röhre lang genug, so findet man, daß 3, 4, 5 . . . . Atmosphären die Luft auf $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ . . . . ihres ursprünglichen Volumens zusammendrücken; oder was dasselbe ist, daß die Luft beim dritten, vierten, fünften Theile ihres ursprünglichen Volumens dem drei-, vier- fünffachen Drucke das Gleichgewicht hält.

Allgemein läßt sich das Gesetz so aussprechen: **der Druck, welchen dieselbe Luftmenge ausübt, ist ihrem Volumen umgekehrt proportional.**

Sind v und v_1 die Volumina, und d und d_1 die Drucke, so ist

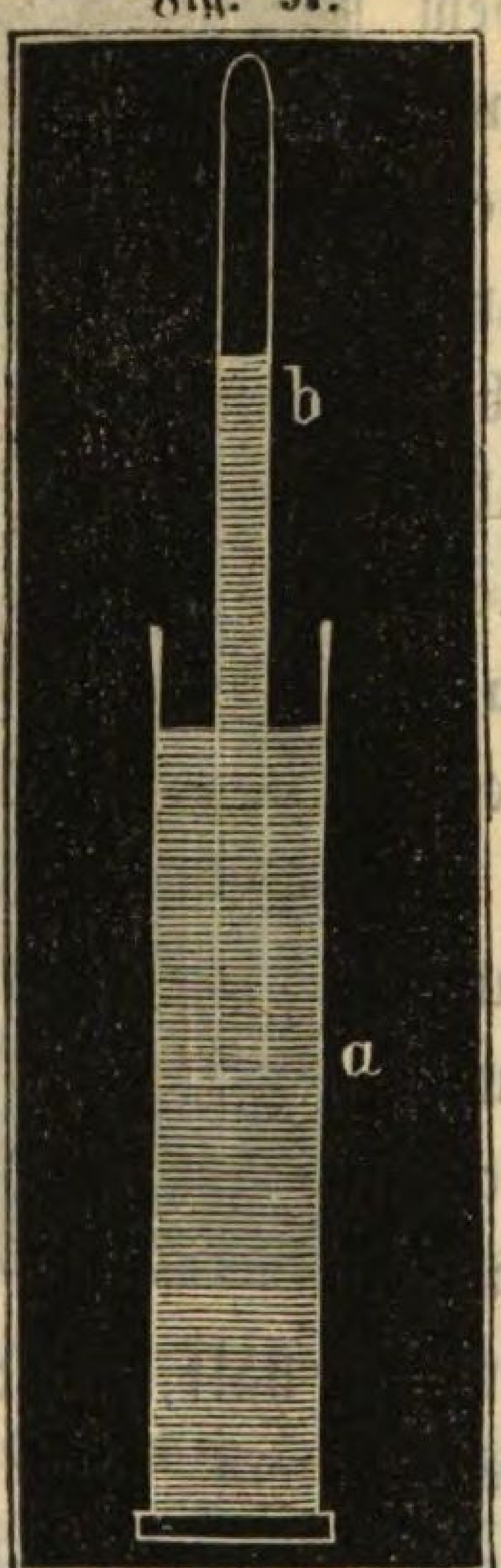
$$d : d_1 = v_1 : v$$

Da sich aber auch die Dichten und specifischen Gewichte umgekehrt wie die Volumina verhalten, so verhalten sich die Dichten und specifischen Gewichte der Gase direct wie die auf ihnen lastenden Drucke.

Auch für einen Druck, welcher kleiner ist als der einer Atmosphäre, läßt sich das Mariott'sche Gesetz durch den Versuch nachweisen.

Eine Glasröhre a, Fig. 97, welche hinlänglich weit ist, wird mit Quecksilber gefüllt; hierauf nimmt man eine engere an dem einen Ende verschlossene Glasröhre b, und füllt diese zum Theil mit Quecksilber. Schließt man das offene Ende dieser Röhre mit dem Finger, und kehrt sie um, so tritt die Luft in den oberen Theil derselben. Taucht man nun die Röhre b mit ihrem offenen Ende in das Quecksilber der Röhre a, und zieht den Finger hinweg, so wird die Quecksilbersäule in der Röhre b bis zu einem bestimmten Punkte herabsinken. Die Höhe dieser Säule beträgt aber nicht 28 Zoll, sondern sie ist wegen der darüber befindlichen Luft geringer. Drückt man die Röhre b in die Röhre a so tief ein, bis das in beiden befindliche Quecksilber mit seinen Oberflächen in derselben Horizontalebene liegt, so hat die in der Röhre b befindliche Luft den Druck einer Atmosphäre auszuhalten. Es sei nun die Länge dieser Luftsäule = n. Hebt man die Röhre b so lange in die Höhe, bis die Luftsäule, welche sich dabei ausdehnt, 2n beträgt, so ist die in der Röhre b befindliche Quecksilbersäule halb so groß als diejenige, welche eben

Fig. 97.



dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält; folglich hat die abgesperrte Luft nur dem halben atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht zu halten. Da sie dabei um das doppelte Volumen sich ausgedehnt hat, so ist auch hierdurch das Mariott'sche Gesetz bestätigt.

---

3. Vom Barometer und der Höhenmessung.

Nimmt man eine gebogene Glasröhre von der Form, Fig. 98, deren langer Schenkel verschlossen, deren kurzer Schenkel aber offen ist, füllt diese Röhre mit Quecksilber und kehrt sie dann um, so daß in dem langen Schenkel über der Quecksilbersäule ein luftleerer Raum entsteht, so hat man eine Barometerröhre. Bringt man nun noch eine Skale an, so daß man die Höhe der Quecksilbersäule ablesen kann, so nennt man ein solches Instrument ein Barometer.

Fig. 98.



Im Allgemeinen unterscheidet man Gefäßbarometer und Heberbarometer. Bei den ersteren hat der kurze Schenkel die Form eines Gefäßes und ist weiter als der lange; bei letzterem sind beide Schenkel von gleicher Weite.

Die Anforderungen an ein gutes Barometer sind folgende:

1) Das Quecksilber muß rein sein. Man behandelt es zu diesem Zwecke mit verdünnter Salpetersäure, und wäscht es hierauf mit destillirtem Wasser aus.

2) Es darf beim Füllen weder Luft noch Feuchtigkeit in der Röhre bleiben. Man kocht deshalb während des Füllens das

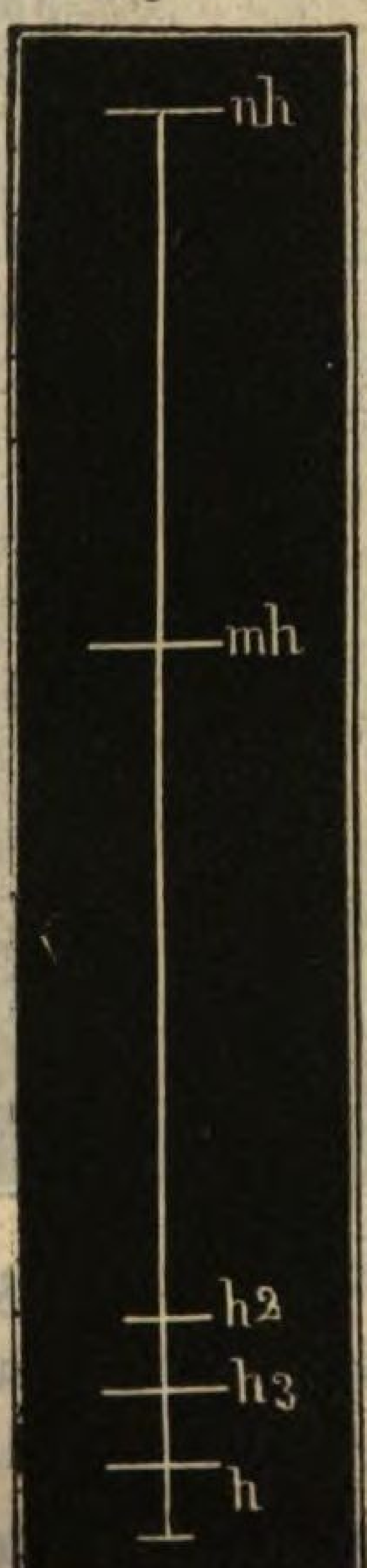
Quecksilber in der Röhre, um Luft und Feuchtigkeit auszutreiben. Dies Kochen darf indessen nicht zu lange fortgesetzt werden, weil sich sonst Quecksilberoxyd bildet, welches sich an die Glasröhre anhängt.

3) Die Glasröhre muß hinlänglich weit sein. Denn der Fehler, welcher daraus hervorgeht, wenn etwas Luft in den leeren Raum über der Quecksilbersäule eindringt, ist um so kleiner, je größer dieser leere Raum ist.

4) Die Skale muß so eingerichtet sein, daß man den Barometerstand genau ablesen kann.

Seine wichtigste Anwendung findet das Barometer bei Höhenmessungen. Denn da der atmosphärische Druck mit der Entfernung von der Erdoberfläche abnimmt, so wird, je höher wir steigen, die Quecksilbersäule immer kleiner werden, und man kann aus der Höhendifferenz der Quecksilbersäulen die Höhendifferenz zweier Orte finden, wenn man das Gesetz kennt, nach welchem der atmosphärische Druck abnimmt.

Fig. 99.



Denken wir uns die Atmosphäre in Schichten von gleicher Höhe h getheilt, Fig. 99, und nehmen wir h so klein, daß die Dichtigkeit der Luft innerhalb derselben Schicht als gleich angesehen werden kann; bezeichne ferner q_0 das Gewicht aller Luftschichten, oder den atmosphärischen Druck auf die Meeresoberfläche, so wie $q_1, q_2, q_3 \ldots q_n$, die Gewichte, welche auf der ersten, zweiten, dritten u. s. w. nten Luftschicht lasten, oder den atmosphärischen Druck in der Höhe h, h2, h3, ... nh; endlich bezeichne $p_1, p_2, p_3 \ldots p_n$ den Gegendruck oder die Expansivkraft der ersten, zweiten, dritten u. s. w. nten Schicht; so ist nach dem Mariott'schen Gesetze

$$p_1 : p_2 = q_1 : q_2$$

da die Expansivkraft der drückenden Kraft proportional ist. Hieraus

$$p_1 : q_1 = p_2 : q_2$$

$$p_1 + q_1 : q_1 = p_2 + q_2 : q_2$$

Es ist aber

$$p_1 + q_1 = q_0$$
$$p_2 + q_2 = q_1$$

daher

$$q_0 : q_1 = q_1 : q_2$$

Auf gleiche Weise ist aber auch

$$q_1 : q_2 = q_2 : q_3$$

mithin allgemein

$$q_0 : q_1 = q_1 : q_2 = q_2 : q_3 = \ldots$$

Da dieses das Gesetz einer geometrischen Reihe ist, so bilden die Größen

$$q_0, q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$$

eine geometrische Reihe. Da nun die Größen

$$h, 2h, 3h, \ldots nh$$

eine arithmetische Reihe darstellen, so folgt hieraus:

Wenn die Entfernungen von der Erdoberfläche in einer arithmetischen Reihe wachsen, so nehmen die dazu gehörigen atmosphärischen Drucke in einer geometrischen Reihe ab.

Kennt man den Druck für die Höhe o und die Höhe h, das ist q_0 und q_1, so hat man

$$\frac{q_1}{q_0} = q$$

welches mithin der Exponent der geometrischen Reihe ist. Es ist daher

$$\begin{aligned} q_1 &= q_0 q \\ q_2 &= q_0 q^2 \\ q_3 &= q_0 q^3 \\ &\vdots \\ q_n &= q_0 q^n \end{aligned}$$

Bezeichnet man den zur Höhe mh gehörigen Druck mit q_m, und den zur Höhe nh gehörigen Druck mit q_n, so ist

$$q_m = q_0 q^m \,;\; q_n = q_0 q^n$$

daher, wenn $n > m$

$$\frac{q_n}{q_m} = q^{n-m}$$

$$\log q_n - \log q_m = (n - m) \log q$$

$$n - m = \frac{\log q_n - \log q_m}{\log q}$$

Setzt man nun

$$nh - mh = H$$

so ist

$$H = h \cdot \frac{\log q_n - \log q_m}{\log q}$$

Es ist aber q_n der Druck, welchem die in der Höhe nh beobachtete Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält, und q_m der Druck, welchem die in der Höhe mh beobachtete Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält. Bezeichnet man die erstere Quecksilbersäule mit b, die letztere mit b_1, so ist

$$q_n = b \text{ und } q_m = b_1$$

daher auch

$$\log q_n = \log b \text{ und } \log q_m = \log b_1$$

und mithin

$$H = h \cdot \frac{\log b - \log b_1}{\log q}$$

Man nimmt als h diejenige Höhe an, bei welcher die Quecksilbersäule um 1 Millimeter sinkt. Da nun dieses bei einer Höhe von 11,5 Meter geschieht, so ist h = 11,5 Meter.

Es ist ferner

$$q_0 = 760^{mm} \text{ und } q_1 = 759^{mm}$$

daher

$$q = \frac{759}{760} = 0{,}99868^{mm}$$

$$q = 0{,}00099868 \text{ Meter.}$$

Natürlich müssen b und b_1 dann ebenfalls in Metern gegeben sein.

Die vorstehende Formel gilt für eine Temperatur von 0°C und setzt voraus, daß die Temperatur in allen Luftschichten dieselbe

ist. Es muß daher bei Beobachtungen, die beobachtete Quecksilbersäule auf eine solche von $0^{0}C$ reducirt, auch wegen der in den verschiedenen Luftschichten herrschenden verschiedenen Temperaturen, die erforderliche Correction angebracht werden.

Behufs der Reduction der beobachteten Quecksilbersäule auf eine solche von $0^{0}C$ sei b_1 die bei einer Temperatur t beobachtete, und b die auf die Temperatur 0 reducirte Quecksilbersäule. Da sich das Quecksilber für jeden Grad C um $\frac{1}{5550}$ seines Volumens ausdehnt, so ist

$$b_1 = b + \frac{bt}{5550}$$

$$b_1 = b\left(1 + \frac{t}{5550}\right)$$

wo t positiv oder negativ, je nachdem die beobachtete Temperatur über oder unter 0 ist.

Was die Correction wegen der verschiedenen Lufttemperaturen anlangt, so wird die Luft in höheren Temperaturen weniger dicht, also specifisch leichter, in niederen Temperaturen dagegen dichter, also specifisch schwerer. Bei Temperaturen über null ist daher die beobachtete Quecksilbersäule zu klein, bei Temperaturen unter null dagegen zu groß. Man wird daher bei Temperaturen über null höher und bei Temperaturen unter null weniger hoch als 11,5 Meter steigen müssen, damit die Quecksilbersäule um 1 Millimeter sinkt. Man setzt nun voraus, daß die Temperatur von unten nach oben in einer arithmetischen Reihe abnimmt, weshalb man das arithmetische Mittel aus den beobachteten Temperaturen nimmt.

Ist h die Höhe für 0^{0} und h_1 die Höhe, welche der Temperatur $\frac{t + t_1}{2}$ entspricht, wo t und t_1 die beobachteten Temperaturen sind, so ist, da die Luft bei jedem Grade C um $\frac{1}{274}$ ihres Volumens sich ausdehnt

$$h_1 = h \pm \frac{h\,(t + t_1)}{2\,.\,274}$$

$$h_1 = h\left(1 \pm \frac{(t + t_1)}{2\,.\,274}\right)$$

je nachdem $\frac{t + t_1}{2}$ größer oder kleiner als null ist.

Bei sehr sorgfältigen Beobachtungen muß auch der Feuchtigkeitszustand der Luft, so wie die Ausdehnung der Skale berücksichtigt werden.

---

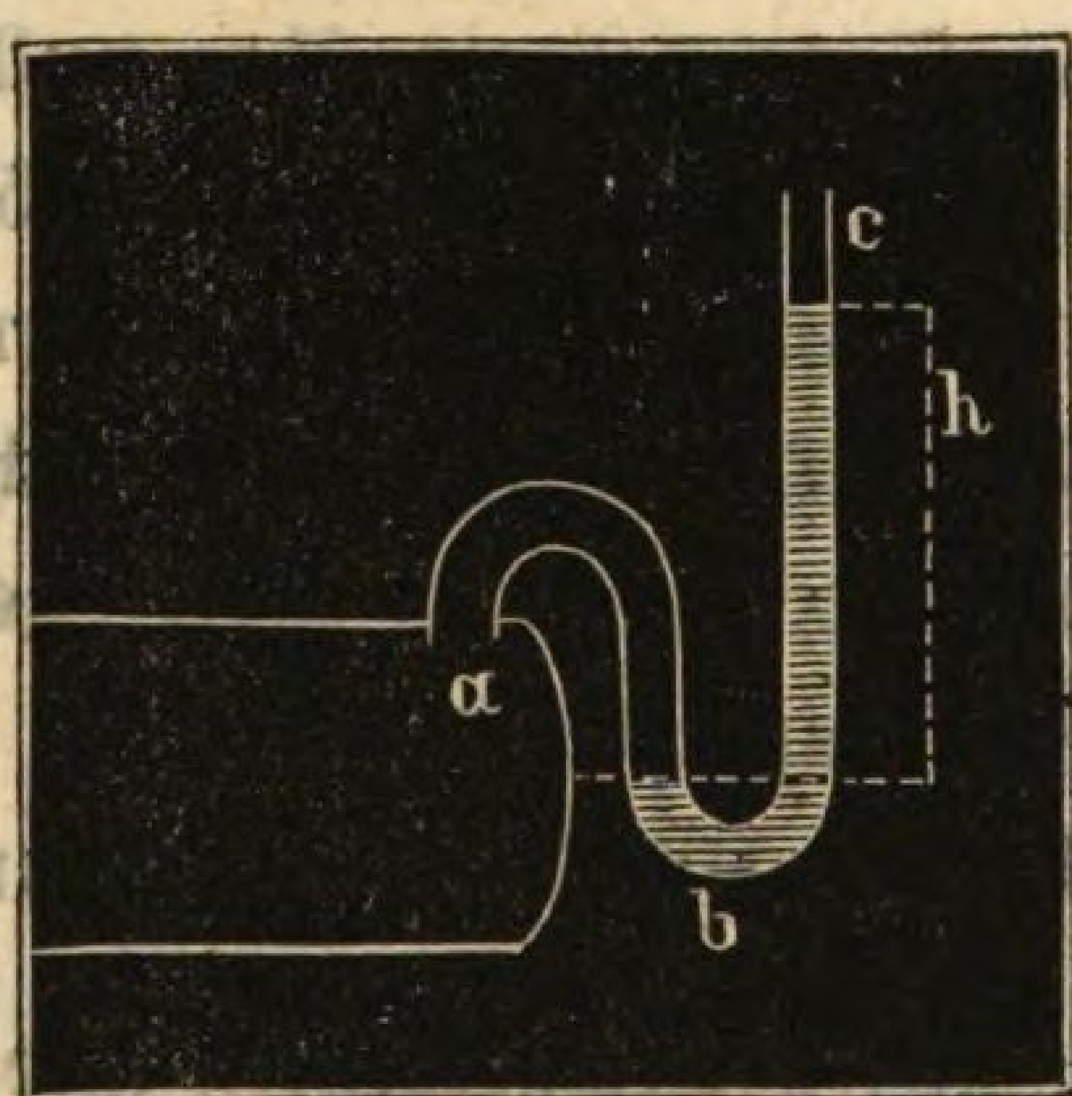
4. Vom Manometer.

Die Manometer sind Instrumente, welche dazu dienen, mittelst einer Quecksilber- oder Wassersäule die Spannung eingeschlossener Gase oder Dämpfe zu messen.

Die Glasröhren, deren man sich bedient, sind entweder oben offen, so daß sich die Gase oder Dämpfe mit dem atmosphärischen Drucke und einer Quecksilber- oder Wassersäule ins Gleichgewicht zu setzen haben, oder die Glasröhren sind oben geschlossen und entweder luftleer, wie beim Barometer, oder mit Luft gefüllt.

Das einfachste Manometer ist eine heberförmig gebogene, an beiden Enden offene Röhre abc, Fig. 100, in welcher Quecksilber oder Wasser sich befindet. Das eine Ende a communicirt mit dem eingeschlossenen Gase oder Dampfe, das andere Ende c mit der atmosphärischen Luft. Bezeichnet h den Unterschied der Quecksilberstände, b den atmosphärischen Druck, und s die Spannung des Gases oder Dampfes, so ist

Fig. 100.



$$s = b + h$$

wo b ebenfalls durch eine Quecksilbersäule gemessen ist.

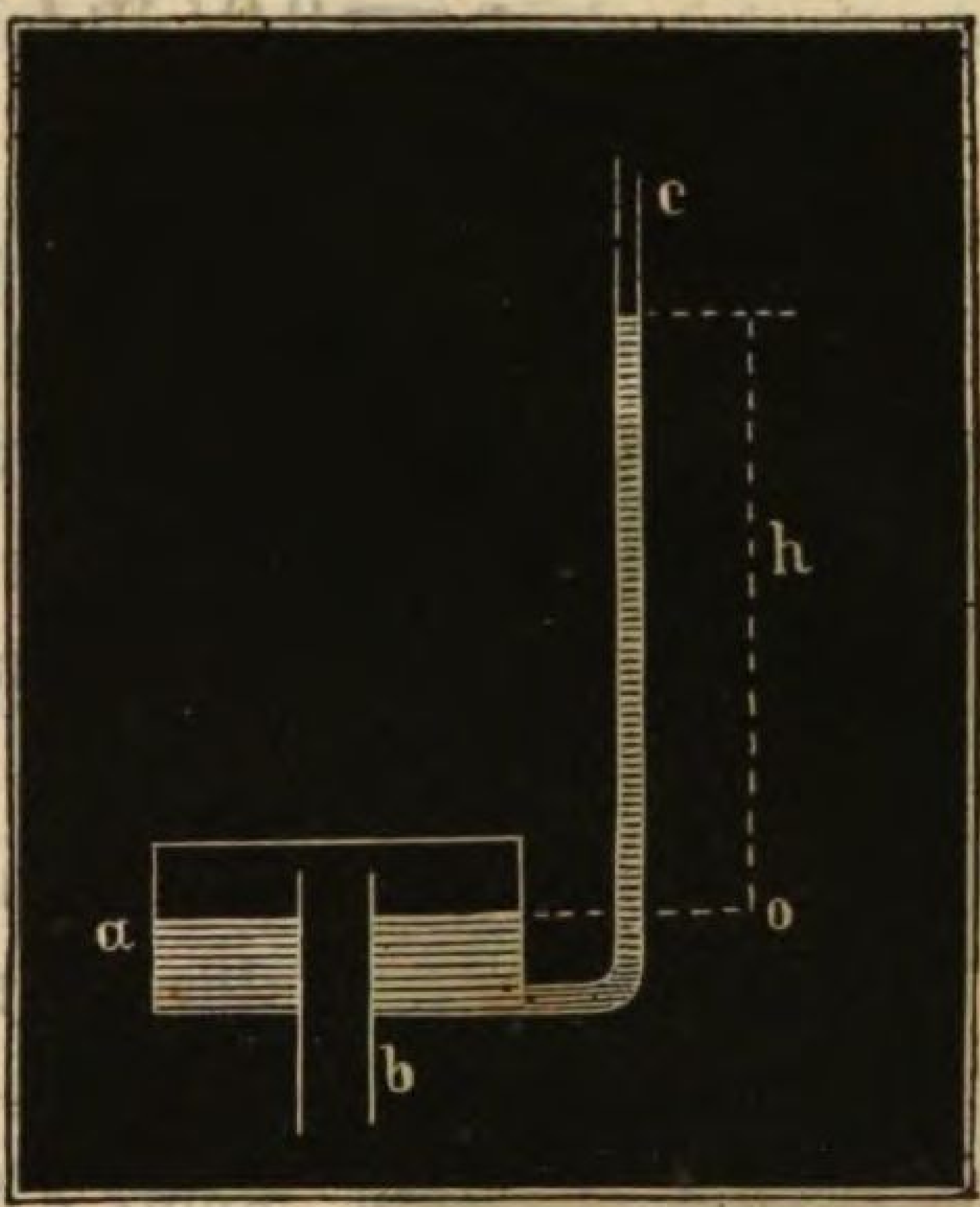
Da ein Cubikcentimeter Quecksilber 0,0136 Kilogramme wiegt, so ist, wenn man das Gewicht der obigen Quecksilbersäule auf ein Quadratcentimeter Grundfläche mit p bezeichnet

$$p = 0{,}0136\ (b + h)\ \text{Kilogramme}.$$

Das Gefäßmanometer besteht aus einem luftdichten Gefäße a,

Fig. 101, in welchem sich Wasser oder Quecksilber befindet. In dieses Gefäß geht bis über den Flüssigkeitsspiegel hinaus die Röhre b, welche mit dem Gase oder Dampfe in Verbindung steht, dessen Spannung gemessen werden soll, während die enge oben offene Röhre c, mit der atmosphärischen Luft communicirt. Ist der Druck im Innern des Gefäßes dem atmosphärischen Drucke gleich, so steht die Flüssigkeit im Rohre c auf dem Nullpunkte der Theilung. Wird aber der Druck im Gefäße

Fig. 101.



größer, so steigt die Flüssigkeit im Rohre c in die Höhe. Wegen der geringen horizontalen Ausdehnung der Röhre c gegen die des Gefäßes a, ändert sich im letzteren der Flüssigkeitsspiegel so wenig, daß dieses unberücksichtigt bleiben kann. Ist die Höhe der Säule vom Nullpunkte ausgerechnet h, und der Barometerstand b, so ist die Spannung des Gases oder Dampfes

$$s = b + h$$

oder

$$p = 0{,}0136\ (b + h)\ \text{Kilogr.}$$

Kann aber die Aenderung des Flüssigkeitsspiegels im Gefäße a nicht vernachlässigt werden, so ist, wenn man die Senkung desselben mit H, den Durchmesser des Gefäßes mit D und den der Röhre mit d bezeichnet

$$h : H = D : d$$

$$H = \frac{d}{D} h$$

und daher

$$s = b + h + \frac{d}{D} h$$

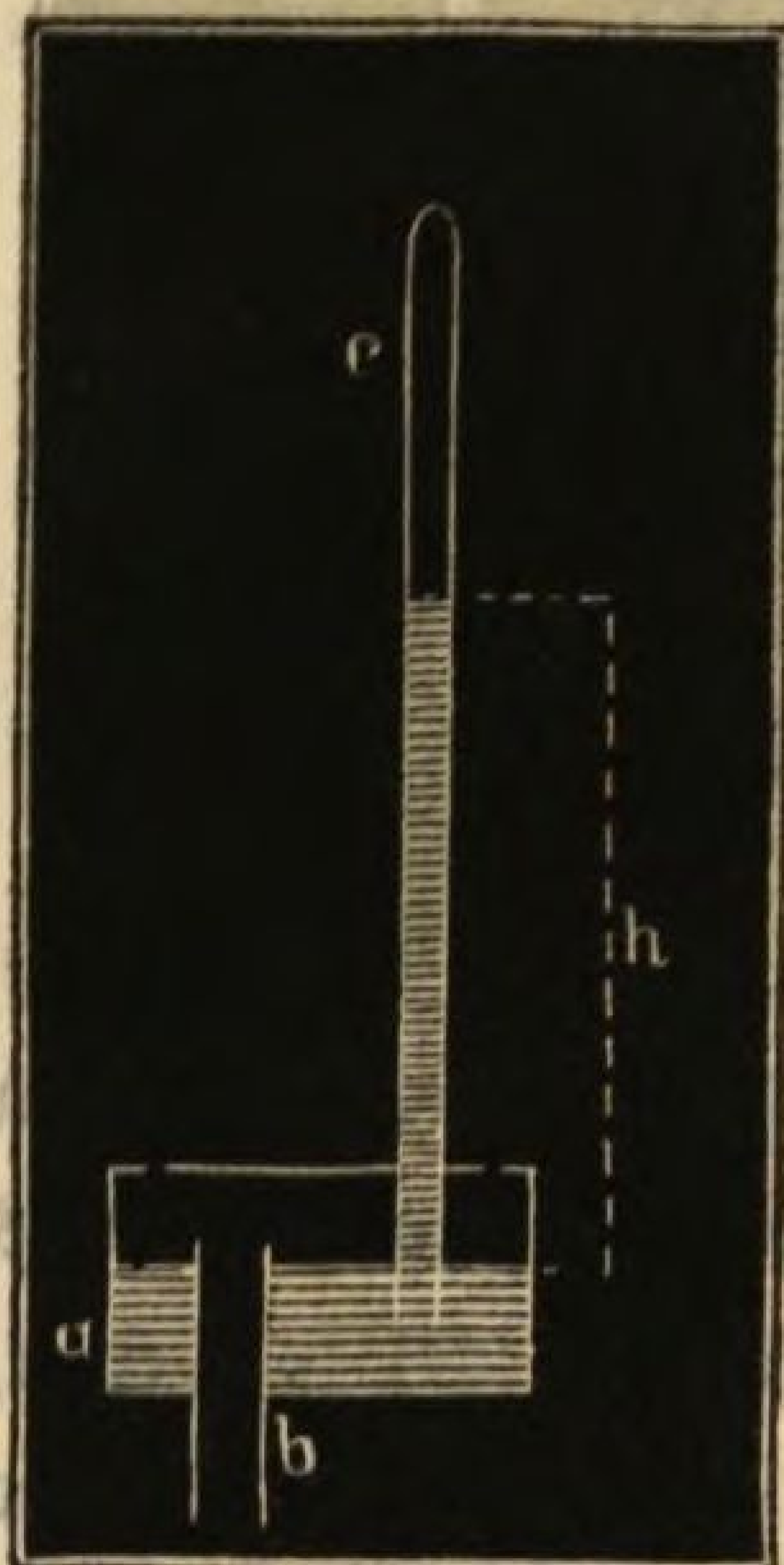
$$= b + \left(\frac{D + d}{D}\right) h$$

so wie

$$p = 0{,}0136\left(b + \frac{D+d}{D}h\right)$$

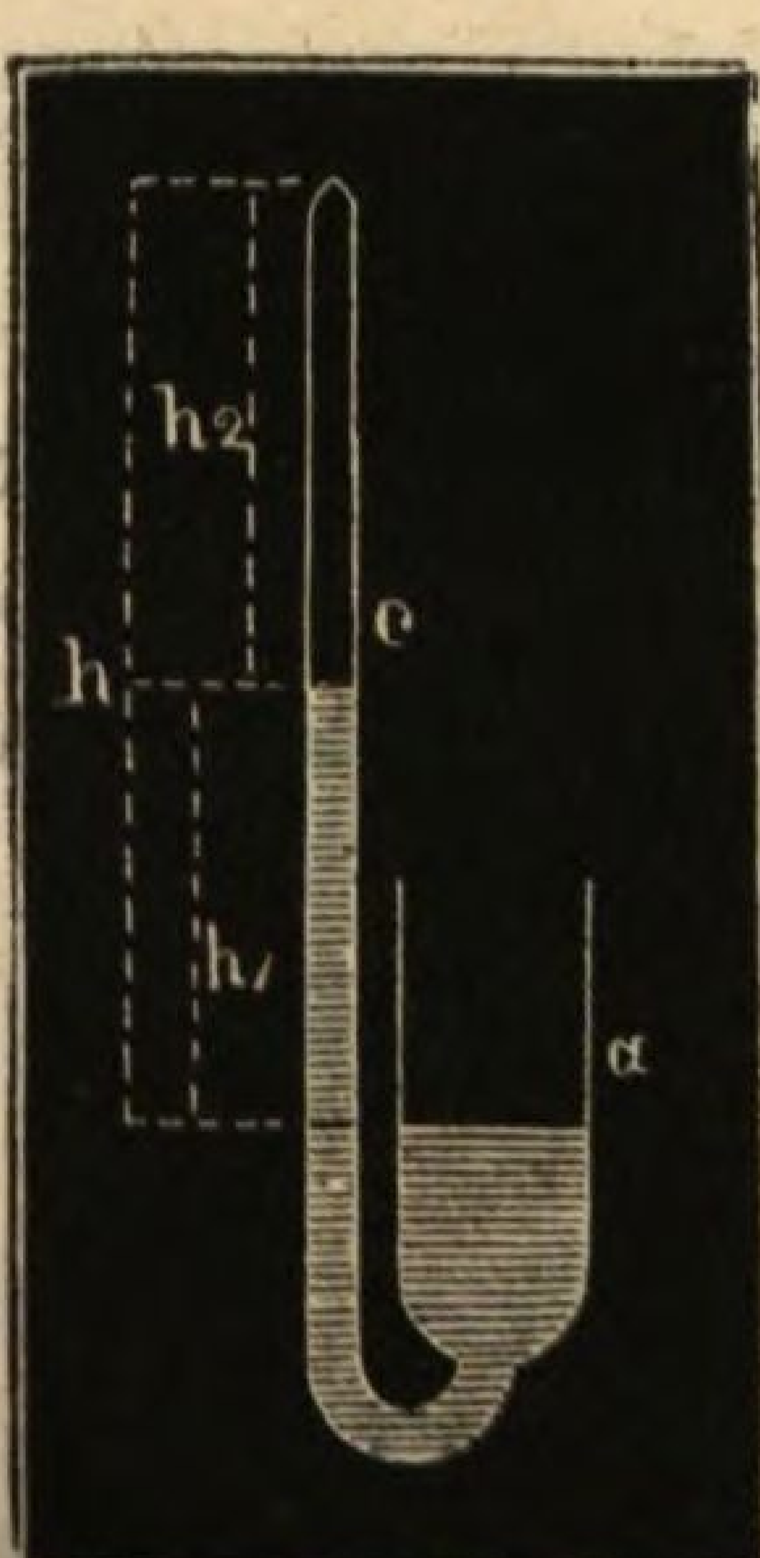
Das Manometer mit dem luftleeren Raume, Fig. 102, ist eigentlich ein Barometer. In das Gefäß a, in welchem sich Quecksilber befindet, geht bis über den Quecksilberspiegel das Rohr b, welches mit dem Gase oder Dampfe communicirt. c ist die Glasröhre mit dem luftleeren Raume. In dieser steigt eine Quecksilbersäule auf, welche den Druck mißt.

Fig. 102.



Beim Luftmanometer befindet sich in der Röhre c Luft, Fig. 103. Das Instrument ist gewöhnlich so eingerichtet, daß das Quecksilber in a und c gleich hoch steht, wenn der Druck in a gleich dem mittleren Barometerdrucke ist, und wenn die Temperatur der eingeschlossenen Luft 10° beträgt. Bezeichnet man den mittleren Barometerdruck allgemein mit b, und die Höhe der eingeschlossenen Luftsäule mit h, so ist auch die Spannung dieser Luftsäule = b. Ist nun für einen andern Druck, bei welchem in der Röhre eine Quecksilbersäule h_1 in die Höhe steigt, die Höhe der Luftsäule h_2, und bezeichnet man ihre Spannung mit σ, so ist

Fig. 103.



$$b : \sigma = h_2 : h$$

$$\sigma = \frac{h}{h_2} b$$

Da nun die Spannkraft des Gases oder Dampfes dieser Spannung sowohl als dem Drucke der Quecksilbersäule h_1 das Gleichgewicht halten muß, so ist, wenn man mit s die Spannkraft des Gases oder Dampfes bezeichnet

$$s = h_1 + \frac{h}{h_2} b$$

und mit Berücksichtigung der Aenderung des Quecksilberspiegels im Gefäße a, ist

$$s = \frac{D + d}{D} h_1 + \frac{h}{h_2} b$$

Aendert sich außerdem noch die Temperatur, so daß sie von t^0 auf $t_1{}^0$ steigt, so ist

$$s = \frac{D + d}{D} h_1 + (1 + 0{,}00366\, [t_1 - t]) \frac{h}{h_2} b$$

Setzt man der Kürze wegen $\frac{D + d}{D} = \mu$ und $1 + 0{,}00366\, (t_1 - t) = \nu$, so ist

$$s = \mu h_1 + \nu \frac{h}{h_2} b$$

Da nun aber immer ist

$$h_1 + h_2 = h$$

$$h_1 = h - h_2$$

so ist auch

$$s = \mu (h - h_2) + \nu \frac{h}{h_2} b$$

$$s h_2 = \mu h h_2 - \mu h_2{}^2 + \nu h b$$

$$h_2{}^2 = \left(\frac{\mu h - s}{\mu}\right) h_2 + \frac{\nu}{\mu} h b$$

woraus

$$h_2 = \frac{\frac{\mu h - s}{\mu} \pm \sqrt{4 \frac{\nu}{\mu} h b + \left(\frac{\mu h - s}{\mu}\right)^2}}{2}$$

oder

$$h_2 = \frac{\mu h - s \pm \sqrt{4 \mu \nu h b + (\mu h - s)^2}}{2 \mu}$$

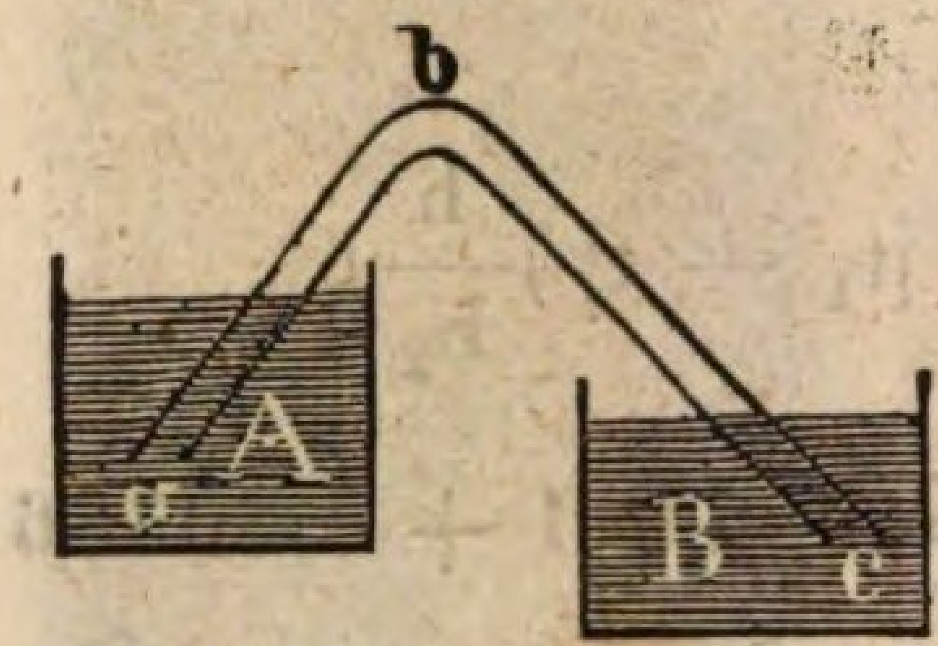
Will man nun eine Skale nach Atmosphären berechnen, so braucht man nur für s den entsprechenden Werth zu setzen, um den Werth von h_2, das ist die Höhe der Luftsäule zu bestimmen.

---

5. Von den auf das Gesetz des Luftdruckes sich gründenden Apparaten.

1) Der Heber ist in seiner einfachsten Gestalt eine winkelförmig gebogene Röhre abc, Fig. 104. Taucht er mit dem einen Schenkel in ein mit einer Flüssigkeit gefülltes Gefäß A und saugt man an der Oeffnung c, so steigt die Flüssigkeit in dem Heber in die Höhe und fließt in das Gefäß B über. Dieses dauert so lange, bis der Flüssigkeitsspiegel bis zur Oeffnung a gesunken ist und nun wieder Luft in a eindringt, oder bis nach dem Gesetze communicirender Gefäße die Flüssigkeitsspiegel in beiden Gefäßen in derselben Horizontalebene liegen, mithin Ruhe und Gleichgewicht eintritt.

Fig. 104.

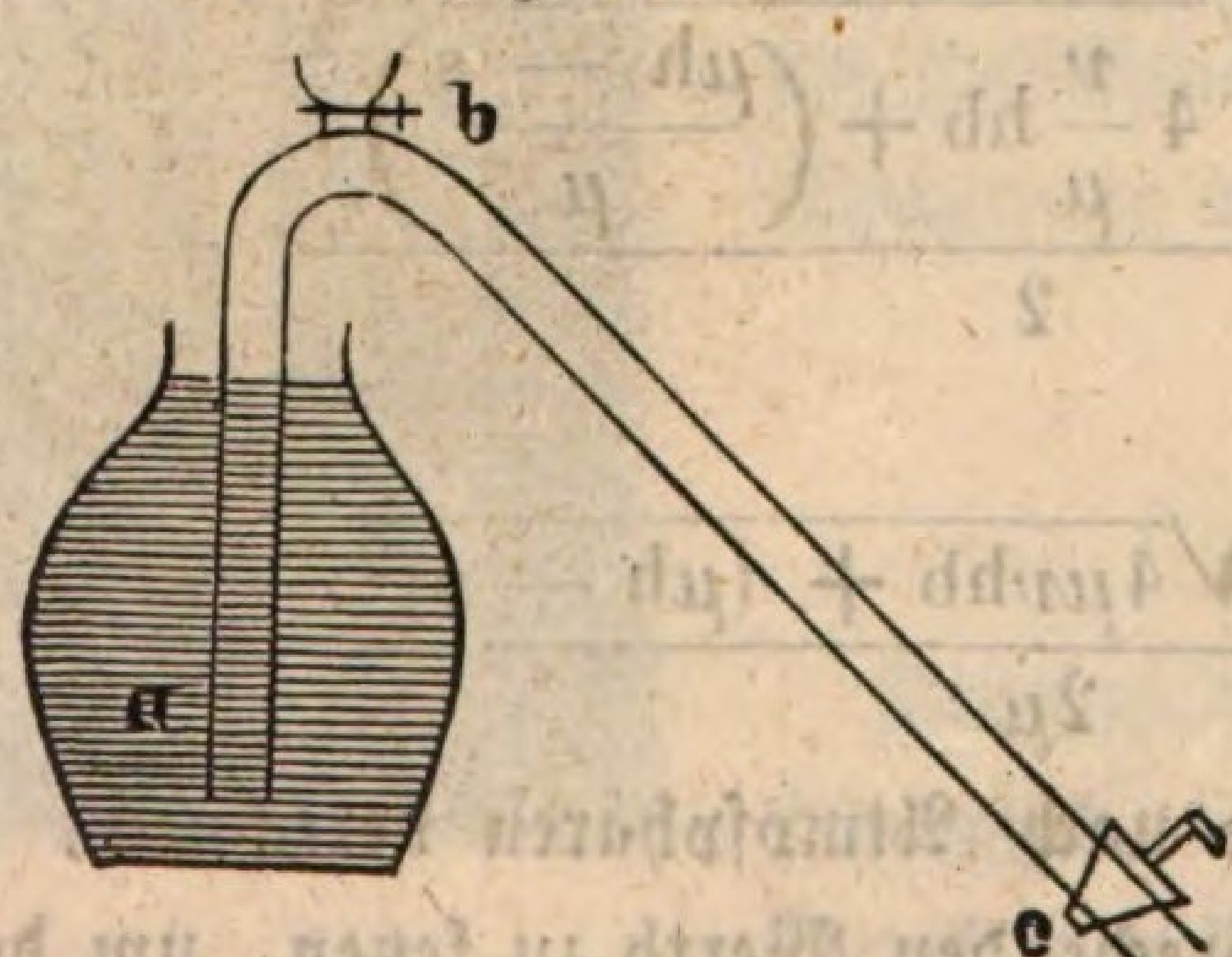


Die Flüssigkeit kann aus dem Gefäße A höchstens so hoch steigen, als die Säule der betreffenden Flüssigkeit ist, welche dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält.

Um das Saugen zu vermeiden, kann man auch den Heber mit der Flüssigkeit füllen, die Oeffnungen zuhalten und die eine in das Gefäß A bis unter den Flüssigkeitsspiegel eintauchen. Zieht man hierauf die Finger hinweg, so beginnt das Ausfließen.

Ist die Flüssigkeit von der Art, daß man weder saugen noch die Finger damit in Berührung bringen kann, so hat der Heber die Form Fig. 105. Mit dem Schenkel a wird er in das mit der abzulassenden Flüssigkeit angefüllte Gefäß gebracht, während man den Hahn c schließt. Hierauf gießt man von derselben Flüssigkeit bei b so lange ein, bis der Heber gefüllt ist, schließt den Hahn bei b und öffnet den bei c.

Fig. 105.



2) Der Stechheber hat gewöhnlich die Form Figur 106. Er dient dazu, eine kleine Quantität Flüssigkeit aus einem Gefäße zu heben. b ist eine enge Oeffnung, mit welcher der Heber in die Flüssigkeit gebracht wird. Saugt man bei a, so dringt die Flüssigkeit in den Heber ein, und verschließt man die Oeffnung a mit dem Daumen, so kann man den Heber mit der darin befindlichen Flüssigkeit herausnehmen und diese in ein anderes Gefäß bringen, indem die Flüssigkeit aus dem Heber erst dann ausfließt, wenn man den Daumen bei a hinwegnimmt.

Fig. 106.



3) Der Heronsball besteht aus einem luftdicht schließenden Gefäße von beliebiger Form, Fig. 107, in welchem eine oben enge Röhre bis ziemlich auf den Boden herabreicht. Das Gefäß ist zum Theil mit einer Flüssigkeit gefüllt. Wird die über der Flüssigkeit befindliche Luft verdichtet oder erwärmt, so drückt sie auf die Flüssigkeit und treibt sie durch das Rohr heraus.

Fig. 107.

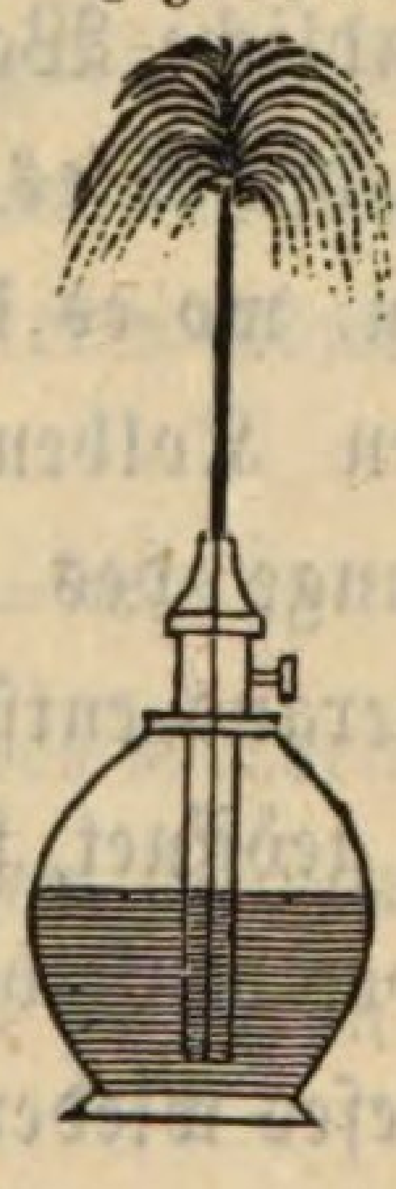
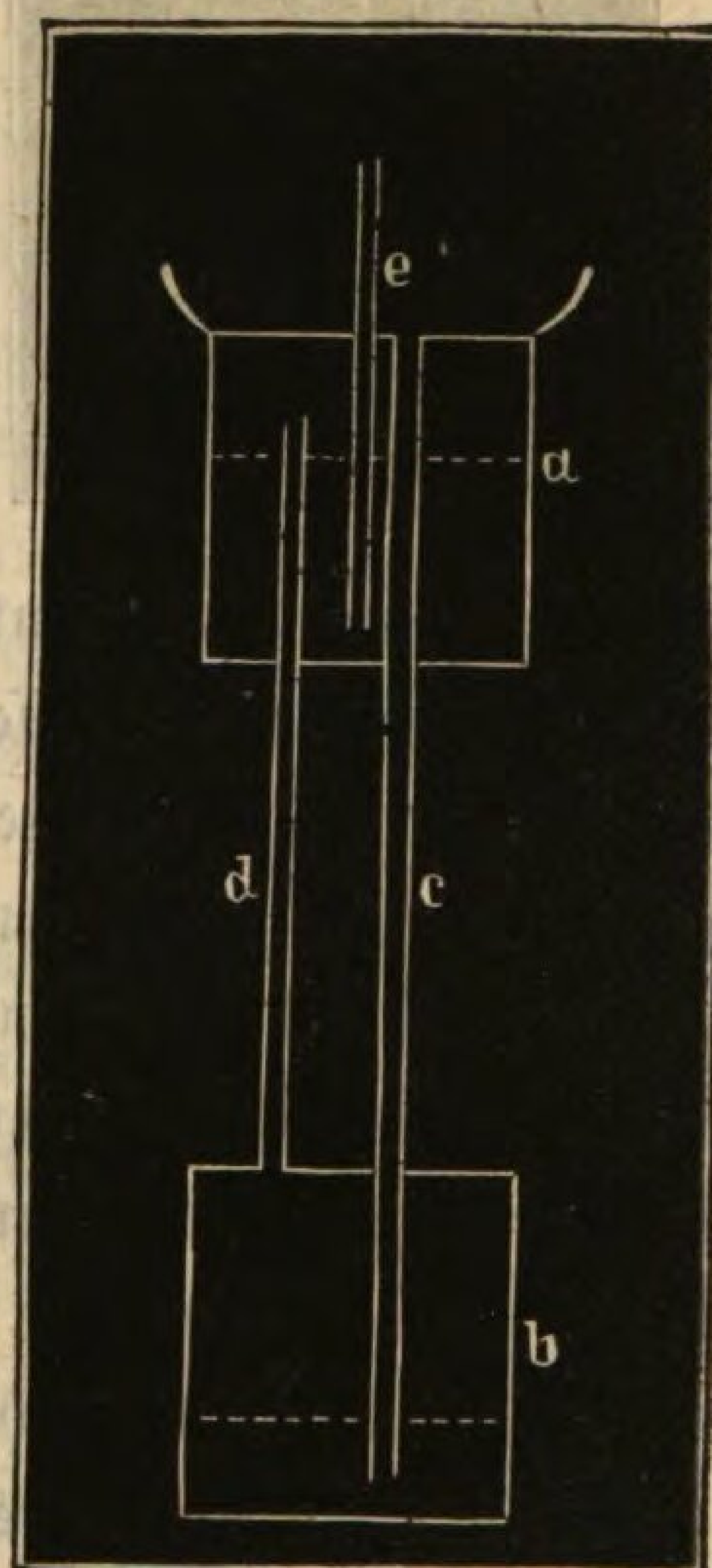


Fig. 108.

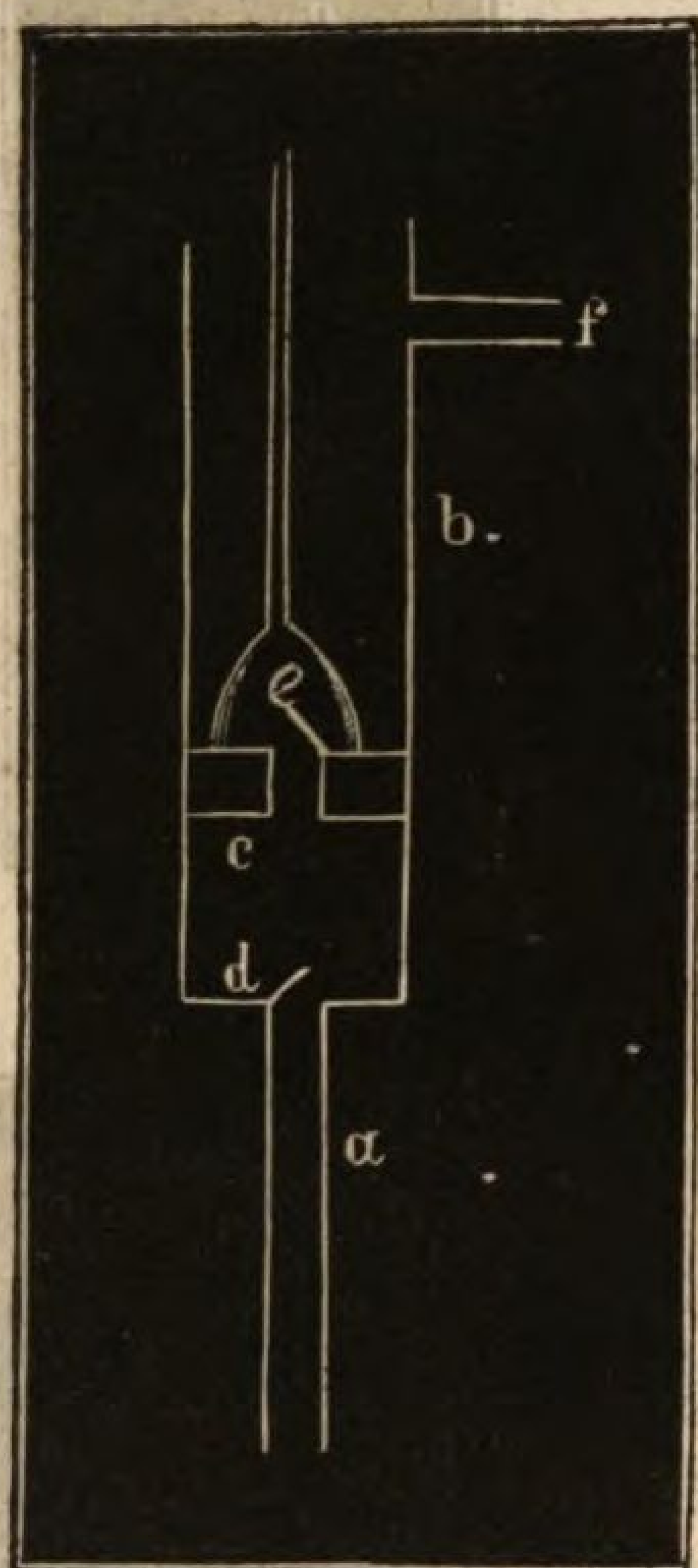


4) Der Heronsbrunnen, Fig. 108, besteht aus dem Heronsball a und dem Gefäße b, welches durch die Röhren c und d mit dem Heronsballe verbunden ist. Durch c geht nach b Wasser und durch d die aus b verdrängte Luft nach a, welche hier auf das Wasser drückt und dieses dadurch zur Röhre e hinaustreibt.

5) Die Saugpumpe, Fig. 109 (a. f. S.), besteht aus dem Saugrohre a und dem Stiefel b, in welchem der Kolben c auf

und ab bewegt werden kann. Da wo Saugrohr und Stiefel zusammenstoßen, befindet sich ein Ventil d, welches sich nach oben öffnet, und im Kolben befindet sich ein zweites Ventil e, welches sich ebenfalls nach oben öffnet. Das Saugrohr a taucht mit seinem untern Ende in einen Wasserbehälter ein.

Fig. 109.



Ist aus der Pumpe alle Luft entfernt und ist sie im Gange, so treibt der atmosphärische Druck das Wasser im Saugrohre in die Höhe. Wird der Kolben gehoben, so entsteht im Stiefel ein leerer Raum; das im Saugrohre befindliche Wasser drückt gegen das Ventil d, öffnet es und strömt in den Stiefel ein, wo es den ganzen Raum bis unter den Kolben ausfüllt. Beim Niedergange des Kolbens wird durch den hieraus entstehenden Druck das Ventil d geschlossen und das Ventil e geöffnet, so daß das vorher unter dem Kolben befindliche Wasser über denselben kommt, und beim nächsten Kolbenhube, wo sich alles dieses wiederholt, durch die Ausflußröhre f aus dem Stiefel hinausgetrieben wird.

Es ist ein nothwendiges Erforderniß, daß der Kolben auf dem Boden des Stiefels möglichst luftdicht schließt, damit der Zwischenraum, welcher hier unter allen Umständen bleibt, und welcher der schädliche Raum der Pumpe genannt wird, so klein als möglich wird. Die im schädlichen Raume verbleibende Luft dehnt sich beim Heben des Kolbens aus und setzt dem eindringenden Wasser einen gewissen Widerstand entgegen, welcher natürlich um so geringer ist, je kleiner das Luftquantum war, welches zwischen dem Kolben und dem Boden des Stiefels sich befand.

Der Abstand des Kolbens bei seinem höchsten Standpunkte von der Oberfläche des Wasserspiegels darf höchstens 32 Fuß betragen, indem eine Wassersäule von dieser Höhe dem atmosphärischen

Drucke das Gleichgewicht hält, das Wasser also höchstens 32 Fuß in der Pumpe steigen kann. Allein wegen des schädlichen Raumes ist eine solche Höhe nicht möglich, weshalb das Maximum 28 Fuß beträgt.

Um die Wassermenge m zu finden, welche eine solche Pumpe in der Zeit t gibt, sei r der Halbmesser des Kolbens; so ist $r^2\pi$ seine Grundfläche. Bezeichnet ferner h die Hubhöhe, das ist der Abstand des höchsten und tiefsten Standpunktes des Kolbens, so ist

$$r^2\pi h$$

die Wassermenge bei jedem Hube. Macht also in der Zeit t die Pumpe n Hübe, so ist

$$m = n \,.\, r^2\pi h$$

Da aber auch bei guten Ventilen und Kolbenliderungen immer etwas Wasser zurückgeht, so stellt der vorstehende Ausdruck nicht die wirkliche Menge dar, weshalb er noch mit einem Erfahrungscoefficienten multiplicirt werden muß. Dieser ist 0,875 bis 0,90, so daß man erhält

$$m = 0{,}875 \,.\, nr^2\pi h$$

Die Geschwindigkeit des Kolbens darf nicht zu groß sein, weil sonst das Wasser nicht folgen kann und ein leerer Raum entsteht. Man nimmt gewöhnlich bei größeren Pumpen die Geschwindigkeit zu 1 Meter per Secunde.

Die Saugröhren dürfen nicht zu weit sein, weil sie sonst, namentlich wenn sie lang sind, das Wasser leicht fallen lassen. Es beträgt daher der Durchmesser der Saugröhre $\frac{2}{3}$ bis höchstens $\frac{5}{7}$ vom Durchmesser des Stiefels.

Die Ventile müssen weit genug sein, damit das Wasser ungehindert hindurch gehen kann.

Um den Widerstand w zu bestimmen, welcher sich dem Aufziehen des Kolbens entgegensetzt, sei a die Grundfläche des Kolbens, h die Höhe derjenigen Wassersäule, welche dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält und h_1 die Höhe der über dem Kolben bis zur Ausflußöffnung stehenden Wassersäule, so ist

$$pah + pah_1 = pa\,(h + h_1)$$

der Druck auf die obere Grundfläche des Kolbens. Bezeichnet ferner h_2 die Höhe der Saugröhre über dem Wasserspiegel, so ist

$$pah - pah_2 = pa(h - h_2)$$

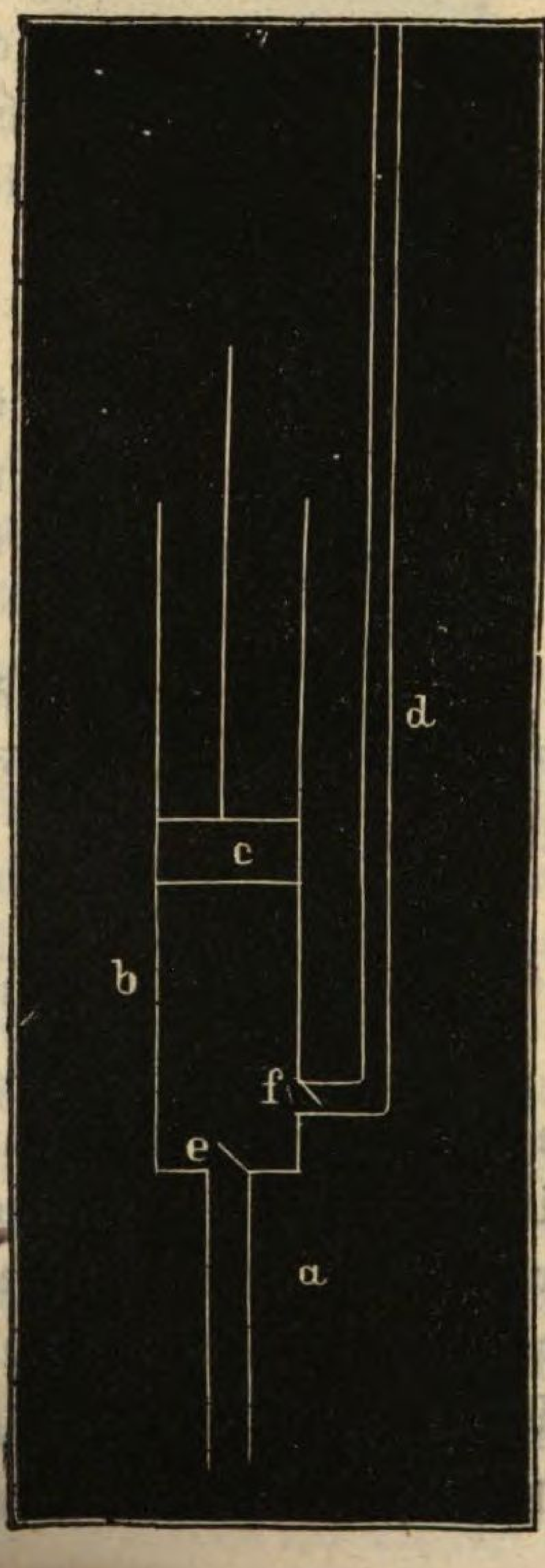
der Druck auf die untere Grundfläche des Kolbens.

Da nun der Widerstand, welcher sich dem Aufziehen des Kolbens entgegensetzt, gleich ist dem Drucke auf die obere Grundfläche des Kolbens, vermindert um den Druck auf die untere Grundfläche desselben, so ist

$$w = pa(h + h_1) - pa(h - h_2)$$
$$w = pa(h_1 + h_2)$$

das ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Grundfläche des Kolbens zur Grundfläche und den Abstand der Ausflußröhre vom Wasserspiegel zur Höhe hat.

Fig. 110.



Außerdem ist noch als Widerstand die Kolbenreibung, so wie die Reibung des Wassers an den Röhrenwänden und den Ventilöffnungen in Rechnung zu bringen.

6) **Die Saug- und Druckpumpe**, Fig. 110, besteht aus dem Saugrohre a, dem Stiefel b, in welchem der Kolben c sich bewegt und dem Steigrohre d. Saugrohr und Stiefel communiciren durch das Ventil e, welches sich nach oben öffnet, und Stiefel und Steigrohr durch das Ventil f, welches so beschaffen ist, daß das Wasser aus dem Stiefel in das Steigrohr, aber nicht wieder zurück treten kann.

Beim Heben des Kolbens tritt das Wasser aus dem Saugrohre in den Stiefel, und beim Herabdrücken des

Kolbens wird es durch das Ventil f in das Steigrohr gepreßt.

Die Wassermenge, welche eine solche Pumpe liefert, wird auf dieselbe Weise berechnet, wie bei der Saugpumpe. Da hier über dem Kolben keine Wassersäule steht, also $h_1 = 0$ ist, so ist der Widerstand, welcher sich dem Aufziehen des Kolbens entgegensetzt,

$$w = p \cdot ah_2$$

das ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Grundfläche des Kolbens zur Grundfläche und die Höhe das Saugrohres über dem Wasserspiegel zur Höhe hat.

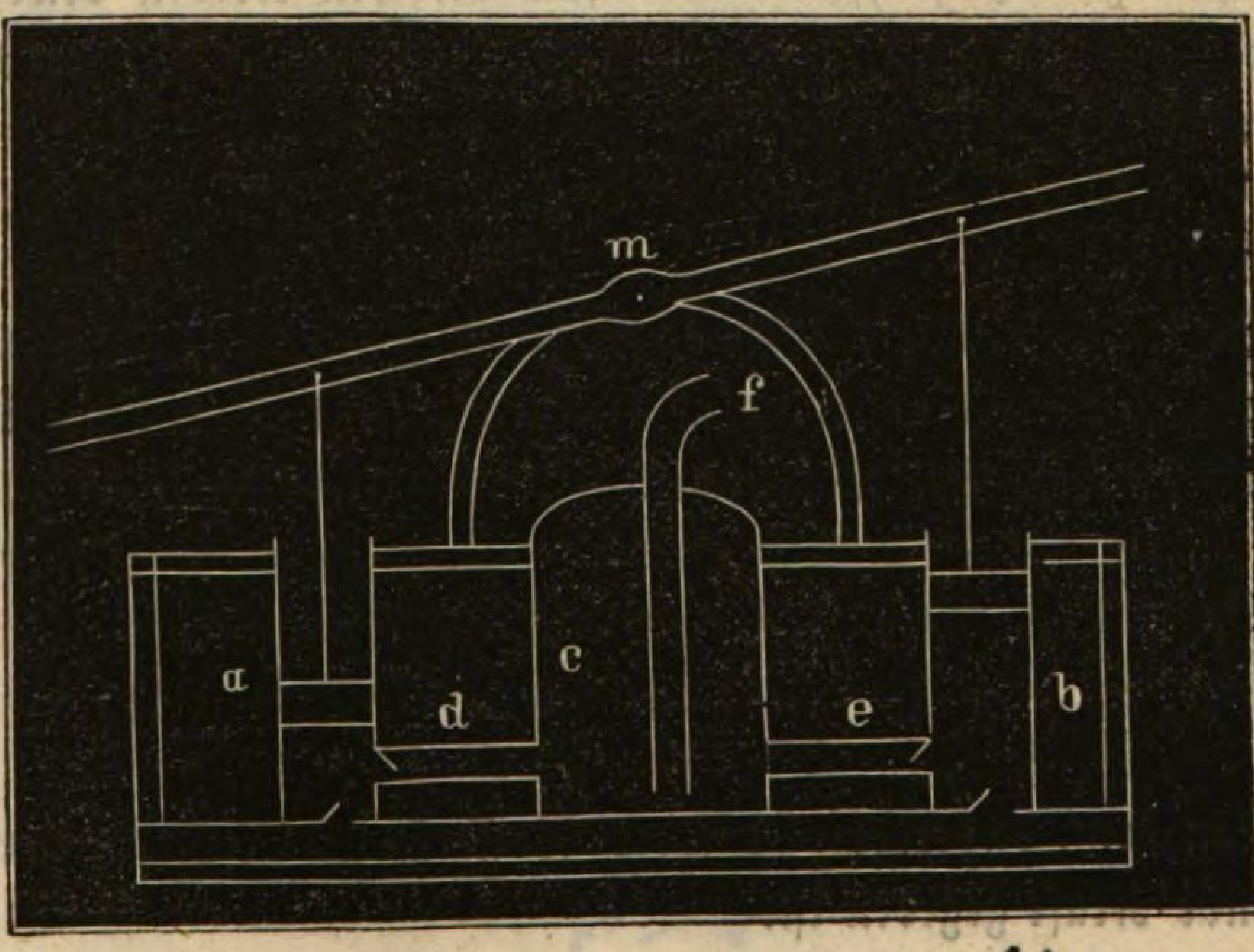
Da nun der Kolben beim Herabgehen das im Stiefel befindliche Wasser in das Steigrohr pressen und die in demselben befindliche Wassersäule fortbewegen muß, so ist, wenn man mit h_3 den senkrechten Abstand der Grundfläche des Kolbens von der Ausflußöffnung im Steigrohre bezeichnet, der hier stattfindende Widerstand

$$w_1 = p \cdot ah_3$$

das ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Grundfläche des Kolbens zur Grundfläche und den senkrechten Abstand derselben von der Ausflußöffnung im Steigrohre zur Höhe hat.

7) Die Feuerspritze, Fig. 111, besteht aus zwei Saug- und Druckpumpen a und b und dem Windkessel c, mit welchem die

Fig. 111.



Pumpenstiefel durch die Rohre d und e, von denen jedes ein nach dem Windkessel zu sich öffnendes Ventil hat, verbunden sind. Die Kolbenstangen sind mit einem Hebel, dessen Drehpunkt m ist, so verbunden, daß der eine Kolben gehoben wird, wenn man den andern niederdrückt. Es ist daher die Feuerspritze ein doppeltes Pumpenwerk und folglich das Wasserquantum, welches in einer gewissen Zeit dem Windkessel zugeführt wird, doppelt so groß als dasjenige, welches eine einfache Pumpe in derselben Zeit liefert. Der Windkessel ist ein Heronsball. Die in demselben befindliche Luft wird durch das eintretende Wasser zusammengedrückt und treibt das Wasser mit einer diesem Drucke proportionalen Geschwindigkeit durch das Rohr f oder jedes andere mit dem Windkessel verbundene Rohr. An das Rohr f ist ein kurzes Rohr mit einer engen Oeffnung angeschraubt, wodurch man einen aufsteigenden Wasserstrahl erhält, dessen Bewegung um so gleichförmiger sein muß, je größer der Windkessel ist.

Der Druck, welchen die im Windkessel befindliche Luft auf das Wasser ausübt, ist gleich demjenigen, mit welchem der Kolben das Wasser in den Windkessel treibt. Dieser Druck ist aber offenbar gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Grundfläche des Kolbens zur Grundfläche und die Höhe des aufsteigenden Wasserstrahles zur Höhe hat. Da nun die den Kolben bewegende Kraft diesem Drucke in jedem Augenblicke das Gleichgewicht zu halten hat, so ist

$$k = pah$$

wenn man mit k die drückende Kraft, mit a die Grundfläche des Kolbens, mit h die Höhe des Wasserstrahles und mit p das Gewicht der Kubikeinheit Wasser bezeichnet.

Hieraus

$$h = \frac{k}{pa}$$

Man kann daher die Höhe des Wasserstrahles finden, wenn die drückende Kraft gegeben ist.

Wegen des Widerstandes der Luft und anderer Hindernisse der Bewegung wird aber diese Höhe nicht erreicht.

---

5. Vom Luftballon.

Das Gesetz, nach welchem ein in eine Flüssigkeit eingetauchter fester Körper so viel von seinem Gewichte verliert, als ein dem seinen gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt, gilt auch für feste Körper, welche in Gase eingetaucht sind. Ein fester Körper, welcher in der Luft gewogen wird, verliert stets so viel von seinem Gewichte, als ein dem seinen gleiches Volumen der Luft wiegt. Daher sind Wägungen in der Luft nur dann richtig, wenn beide Körper, das Gewicht und der zu wägende Gegenstand, gleiches Volumen haben. Außerdem verliert der größere Körper mehr, der kleinere weniger von seinem Gewichte. Ein großer und ein kleiner Körper, welche in der Luft im Gleichgewichte sind, sind es im leeren Raume nicht mehr.

Ein Körper wird demnach in der Luft fallen, wenn sein specifisches Gewicht größer ist als das der Luft; er wird in der Luft schweben, wenn sein specifisches Gewicht gleich dem specifischen Gewichte der Luft ist; er wird endlich in der Luft in die Höhe steigen, wenn sein specifisches Gewicht kleiner ist als das der Luft.

Der aerostatische Auftrieb, das ist die Kraft, mit welcher ein specifisch leichterer Körper als die atmosphärische Luft in dieser in die Höhe steigt, ist gleich der Differenz zwischen dem Gewichte des festen Körpers und dem Gewichte eines dem seinen gleichen Volumens der Luft. Ist das Gewicht des festen Körpers q und sein Volumen v, wiegt die Kubikeinheit der atmosphärischen Luft p, so ist pv das Gewicht eines dem Volumen des festen Körpers gleichen Volumens Luft. Soll nun der feste Körper in der Luft in die Höhe steigen, so muß sein

$$pv > q$$

und es ist demnach

$$pv - q$$

der aerostatische Auftrieb.

Auf dieses Gesetz gründen sich die **Luftballons**, **Aerostaten** oder **Luftschiffe**.

Im Wesentlichen bestehen dieselben aus einer Hohlkugel, welche aus einem sehr leichten Stoffe wie Goldschlägerhaut, Seidenzeug und dergl. gefertigt ist, und die man mit einem Gase füllt, welches leichter als die atmosphärische Luft ist.

Den ersten Luftballon construirten die Brüder **Montgolfier** zu Anonay im Jahre 1783 und füllten ihn mit erwärmter atmosphärischer Luft, indem sie unter der Oeffnung des Ballons ein Gefäß anbrachten, in welchem ein brennender Körper sich befand. Später füllte Professor **Charles** zu Paris den Ballon mit Wasserstoffgas, dessen specifisches Gewicht 0,0668 ist, und in neuerer Zeit füllt ihn **Green** mit dem aus Steinkohlen bereiteten Leuchtgase, dessen specifisches Gewicht ungefähr 0,65 ist, wenn man das der atmosphärischen Luft als Einheit annimmt.

Um die Steigkraft eines solchen Ballons zu berechnen, sei d der Durchmesser der Kugel, so ist $\frac{d^3\pi}{6}$ das Volumen und $d^2\pi$ die Oberfläche derselben. Wiegt nun die Kubikeinheit desjenigen Gases, mit welchem der Ballon gefüllt ist, q und die Kubikeinheit der atmosphärischen Luft p, so ist

$$(p-q)\,\frac{d^3\pi}{6}$$

die Gewichtsdifferenz beider Gase.

Wiegt die Quadrateinheit desjenigen Zeuges, aus welchem die Kugelhülle gefertigt ist, s, so ist

$$sd^2\pi$$

das Gewicht derselben. Bezeichnet man endlich mit Q das Gewicht der Seile, des Schiffchens und der darin befindlichen Gegenstände, so ist die Steigkraft

$$k = (p - q)\frac{d^3\pi}{6} - sd^2\pi - Q$$

$$k = d^2\pi\left(\frac{d}{6}(p - q) - s\right) - Q$$

Da die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft fortwährend abnimmt, je mehr man sich von der Erdoberfläche entfernt, so nimmt die Steigkraft fortwährend ab, bis sie für eine gewisse Höhe gleich Null wird.

---

6. Von der Diffusion der Gase.

Wenn man mehrere Gase, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, in ein Gefäß bringt, so lagern sich diese nicht wie Flüssigkeiten nach ihren specifischen Gewichten über einander, sondern sie mengen sich, indem jedes Gas sich in dem ganzen Raume so ausbreitet, als ob die andern nicht vorhanden wären. Die Ausbreitung geschieht nur langsamer, als im leeren Raume, so daß die andern Gase nur als ein mechanisches Hinderniß wirken. Die Spannkraft eines solchen Gasgemenges ist dann gleich der Summe der Spannkräfte aller einzelnen Gase, welche jedes haben würde, wenn es den Raum allein ausfüllte. Hieraus erklärt sich die Mengung des Wassergases mit der atmosphärischen Luft bei der Verdunstung und der erhöhte Barometerdruck, je mehr die Atmosphäre mit Wassergas angefüllt ist.

Wenn zwei Gase durch eine poröse Scheidewand getrennt sind, so mengen sie sich, indem sie beide durch die Scheidewand hindurchgehen. Die Scheidewand läßt auch ein Gas rascher hindurch, als ein anderes, und zwar hat man durch Versuche gefunden, daß die Geschwindigkeit, mit welcher ein Gas eine solche Scheidewand durchzieht, der Wurzel aus seiner Dichte umgekehrt proportional ist.

Sechster Abschnitt.

Von der Bewegung gasförmiger Körper.

1. Vom Ausströmen der Gase aus Gefäßen.

Wenn in einem Gefäße irgend ein Gas unter einem stärkeren Drucke sich befindet, als der atmosphärische ist, so wird, wenn das Gefäß eine Oeffnung hat, aus dieser das Gas so lange ausströmen, bis der Druck außerhalb und innerhalb des Gefäßes gleich ist. Die Geschwindigkeit, mit welcher dieses geschieht, muß aber der Differenz zwischen dem innern und äußern Drucke proportional sein.

Strömt bei einem fortwährend gleichbleibenden Drucke aus irgend einem Gefäße mit der Geschwindigkeit v in der Zeit t die Luftmenge m, und aus einem andern Gefäße mit der Geschwindigkeit v_1 in derselben Zeit die Luftmenge m_1, so ist, wenn beide Oeffnungen gleich groß sind

$$v : v_1 = m : m_1$$
$$v^2 : {v_1}^2 = mv : m_1 v_1$$

Da nun die mechanischen Momente den Kräften proportional sind; die Kräfte aber in gegenwärtigem Falle die Differenzen zwischen dem innern und äußern Drucke sind; so ist, wenn man diese Druckdifferenzen mit p und p_1 bezeichnet

$$mv : m_1 v_1 = p : p_1$$
$$v^2 : {v_1}^2 = p : p_1$$
$$v : v_1 = \sqrt{p} : \sqrt{p_1}$$

d. h. die Geschwindigkeit, mit welcher ein Gas ausströmt, ist der Wurzel aus demjenigen Drucke proportional, durch welchen die Ausströmung bewirkt wird.

Ein solcher Druck kann aber durch eine Quecksilber- oder Wassersäule gemessen werden. Bezeichnet man die Höhen dieser Säulen mit h und h_1, so ist auch

$$v : v_1 = \sqrt{h} : \sqrt{h_1}$$

$$v^2 = \frac{v_1^2}{h_1} h$$

Es ist aber

$$\frac{v_1^2}{h_1} = 2g$$

wenn v_1 die zur Fallhöhe h_1 gehörige Endgeschwindigkeit ist. Mithin ist

$$v = \sqrt{2gh}$$

Um für die Quecksilber- oder Wassersäule diejenige Gassäule zu finden, welche ihr das Gleichgewicht hält, bezeichne x die gesuchte Höhe der Gassäule und d die Dichtigkeit des Gases; dann ist, wenn man die Dichte des Quecksilbers mit s bezeichnet

$$x : h = s : d$$

$$x = \frac{hs}{d}$$

und

$$v = \sqrt{2g\frac{hs}{d}}$$

Es ist daher die Ausströmungsgeschwindigkeit eines Gases der Wurzel aus seiner Dichte umgekehrt proportional.

Für Wasser ist $s = 1$, und daher

$$v = \sqrt{2g\frac{h}{d}}$$

Bezeichnet man allgemein mit p den Druck innerhalb des Gefäßes, und mit p_1 den Druck außerhalb desselben, so ist $p - p_1$

derjenige Druck, durch welchen das Ausströmen des Gases bewirkt wird.

Wird dieser Druck durch eine Quecksilbersäule gemessen, und ist d die Dichte des Gases bei 0^0 und einem Drucke von 0,76 Meter, so wie d_1 die Dichte desselben bei t^0 und dem Drucke p; so ist, wenn man die Quecksilbersäule $p - p_1$ auf eine Luftsäule bei 0^0 und einen Druck von 0,76 Meter reduciren will, die Höhe dieser Luftsäule

$$\frac{(p - p_1)\ 13{,}59}{0{,}0013}$$

wo 13,59 das specifische Gewicht des Quecksilbers und 0,0013 die Dichte der atmosphärischen Luft bei 0^0 und einen Barometerdruck von 0,76 Meter ist. Wird diese auf eine Gassäule von der Dichte d_1 und der Temperatur 0^0 reducirt, so ist die Höhe derselben

$$\frac{(p - p_1)\ 13{,}59}{0{,}0013\ d_1}$$

Für die Temperatur t^0 und den Druck p ist aber

$$d_1 = \frac{pd}{0{,}76\ (1 + 0{,}00366t)}$$

daher hat man

$$h = \frac{13{,}59 . 0{,}76\ (p - p_1)}{0{,}0013\ dp}\ (1 + 0{,}00366t)$$

so wie

$$v = \sqrt{2g . \frac{13{,}59\ .\ 0{,}76\ (p - p_1)}{0{,}0013\ dp}\ (1 + 0{,}00366\ t)}$$

Setzt man für g seinen Werth 9,8088 ein, so ist

$$v = 39{,}4 \sqrt{\frac{p - p_1}{pd}\ (1 + 0{,}00366\ t)}\ \text{Meter.}$$

Ist $p_1 = o$, so ist

$$v = 39{,}4 \sqrt{\frac{1}{d}\ (1 + 0{,}00366\ t)}\ \text{Meter.}$$

d. h. strömt ein Gas in den leeren Raum aus, so ist die Geschwindigkeit für jeden Druck dieselbe, da sie von

dem Drucke unabhängig ist; sie ist vielmehr bei derselben Temperatur der Wurzel aus der Dichte des Gases umgekehrt proportional.

Ist die Größe der Oeffnung a, so ist die in der Zeit τ ausströmende Luftmenge

$$m = 39{,}4\, a\tau \sqrt{\frac{p - p_1}{pd}(1 + 0{,}00366\, t)}$$

Ebenso wie beim Ausströmen tropfbarflüssiger Körper, ist auch hier die wirkliche Ausflußmenge kleiner als die berechnete, und kann ebenso wie dort durch Ansatzröhren vergrößert werden. Der Coefficient, mit welchem in diesem Falle der Ausdruck multiplizirt werden muß, ist von der Druckhöhe abhängig. Nach einer von Buff aufgestellten Formel, ist dieser Coefficient

$$0{,}626\,(1 - 0{,}789\,\sqrt{h})$$

welcher mit der Erfahrung sehr nahe übereinstimmt.

Nach Versuchen von Daubuisson ist 0,65 der Contractionscoefficient für eine Oeffnung in einer dünnen Wand, 0,93 für eine kurze cylindrische Ansatzröhre, und 0,95 für eine kurze kegelförmige Ansatzröhre.

Wenn die Luft durch eine lange Röhre ausströmt, so findet ein Reibungswiderstand statt, welcher die Ausströmungsgeschwindigkeit vermindert.

Nach Daubuisson ist dieser Widerstand der Länge der Röhre und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct, so wie dem Durchmesser der Röhre umgekehrt proportional.

Bezeichnet p den im Gefäße vorhandenen Druck, und p_1 den der Geschwindigkeit entsprechenden Druck, beide durch Gassäulen von der Dichte des eingeschlossenen Gases ausgedrückt. Bezeichnet ferner l die Länge und d den Durchmesser der Röhre, so wie δ den Durchmesser der Oeffnung des Gefäßes, und v die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft ausströmt; so kann man die mittlere Geschwindigkeit der Luft in der Röhre $= v\frac{\delta^2}{d^2}$ setzen.

Man hat dann

$$v = \sqrt{2gp_1}$$

so wie, wenn man mit k den Reibungscoefficienten bezeichnet

$$p - p_1 = k\frac{lv^2\delta^4}{d^5}$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$v = \sqrt{\frac{1}{k\delta^4}}\sqrt{\frac{pd^5}{1 + \frac{1}{2gk} \cdot \frac{d^5}{\delta^4}}}$$

Bezeichnet man die Ausflußmenge mit m, so ist

$$m = \frac{v\pi\delta^2}{4}$$

und daher mit Berücksichtigung des Contractionscoefficienten 0,93

$$m = 0{,}93\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{1}{k}}\sqrt{\frac{pd^5}{1 + \frac{1}{2gk} \cdot \frac{d^5}{\delta^4}}}$$

Nach Daubuisson ist

$$m = 2279\sqrt{\frac{pd^5}{1 + 42\frac{d^5}{\delta^4}}}$$

wo p durch eine Quecksilbersäule gemessen ist. Wird p dagegen durch eine Luftsäule gemessen, so ist

$$m = 22{,}34\sqrt{\frac{pd^5}{1 + 42\frac{d^5}{\delta^4}}}$$

Der Werth von k läßt sich aus folgenden beiden Gleichungen bestimmen

$$0{,}93\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{1}{k}} = 22{,}34$$

und

$$\frac{1}{2gk} = 42$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$k = 0{,}0012$$

Demnach ist

$$v = 29 \frac{1}{\delta^2} \sqrt{\frac{pd^5}{1 + 42 \frac{d^5}{\delta^4}}}$$

und für $\delta = d$

$$v = 29 \sqrt{\frac{pd}{1 + 42d}}$$

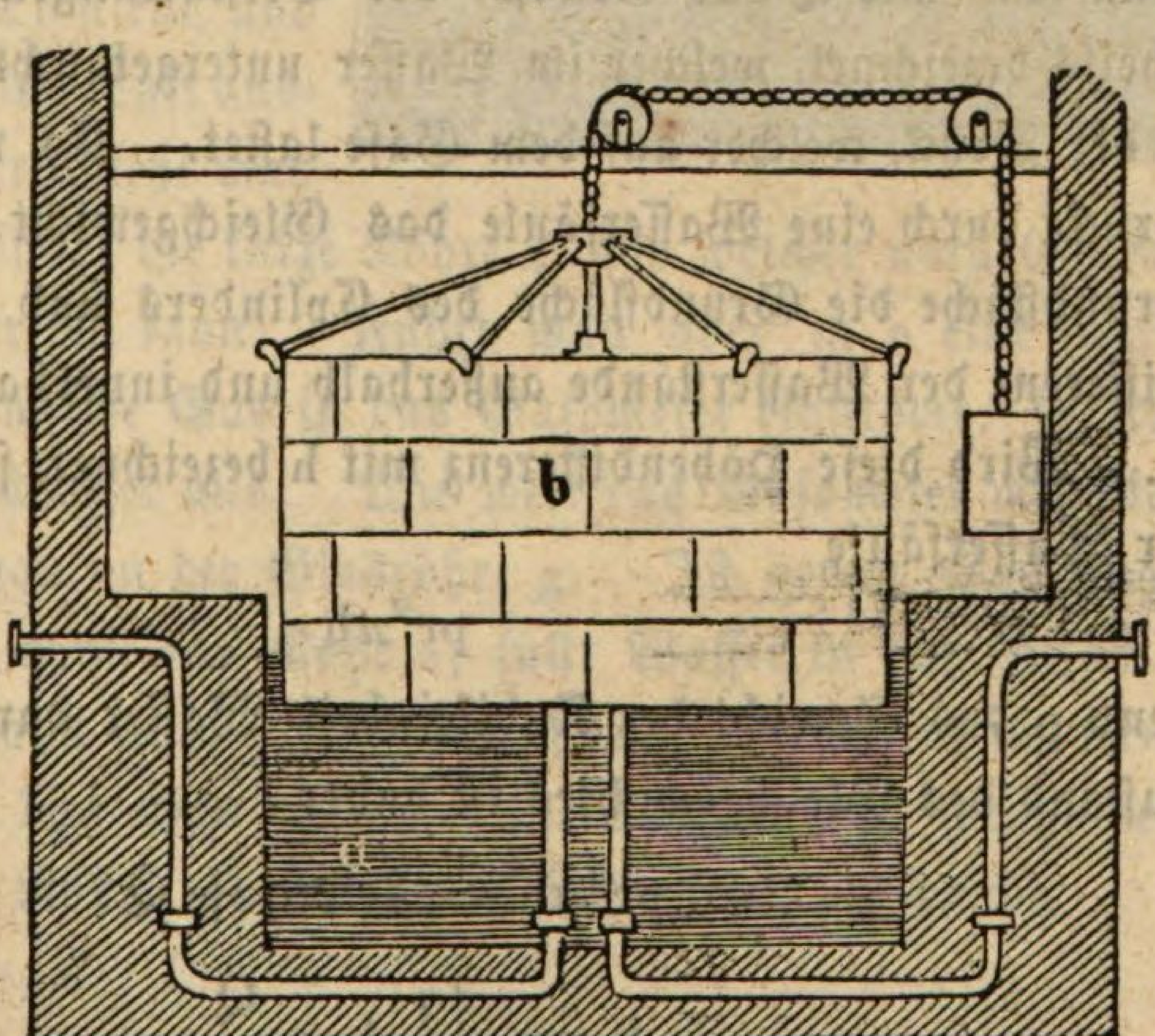
---

2. Von dem Gasometer.

Die Gasometer haben einestheils den Zweck, das Gas aufzunehmen, anderntheils einen gleichmäßigen Druck auf dasselbe auszuüben, damit es mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit ausströmt.

Die großen Gasometer, welche in den Leuchtgasbereitungsanstalten gebraucht werden, bestehen aus einem Wasserbehälter a, Fig. 112, in welchem ein, gewöhnlich aus Eisenblech zusammen genietetes cylindrisches Gefäß b, umgekehrt eintaucht, so daß seine Oeffnung unter das Wasser kommt, seine Bodenfläche aber sich oben befindet. Dieses Gefäß ist an Ketten aufgehangen, welche über Rollen führen und am andern Ende ein Gegengewicht tragen. In das Gasometer führen unter dem Wasser hinweg zwei Röhren; die eine leitet das

Fig. 112.



Gas hinein und die andere leitet es heraus. Beim Einströmen von Gas hebt sich der Cylinder zum Theil aus dem Wasser heraus und beim Ausströmen von Gas sinkt er tiefer ein. Man gibt dem Cylinder gewöhnlich eine solche Höhe, daß der Theil, welcher bei seinem höchsten Stande aus dem Wasser herausragt, also mit Gas gefüllt ist, dem Halbmesser der Grundfläche gleich ist, weil bei diesem Verhältnisse der körperliche Inhalt am größten ist.

Soll das Gasometer bei seinem höchsten Stande k Kubikfuß Gas halten, so muß sein, wenn man den Halbmesser der Grundfläche mit r bezeichnet

$$k = r^3\pi$$

und daher

$$r = \sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$$

Bezeichnet man das Gewicht der Quadrateinheit desjenigen Materials, aus welchem das Gasometer gefertigt ist, mit q, so wiegt das Gasometer bei seinem höchsten Stande

$$3r^2\pi q + Q$$

wenn man mit Q das Gewicht der Verstärkungen und desjenigen Theils bezeichnet, welcher im Wasser untergetaucht bleibt. Dieses ist der Druck, welcher auf dem Gase lastet. Es wird aber diesem Drucke durch eine Wassersäule das Gleichgewicht gehalten, deren Grundfläche die Grundfläche des Cylinders und deren Höhe die Differenz der Wasserstände außerhalb und innerhalb des Cylinders ist. Wird diese Höhendifferenz mit h bezeichnet, so ist das Gewicht der Wassersäule

$$pr^2\pi h$$

wenn p das Gewicht der Kubikeinheit Wasser darstellt. Für den Zustand des Gleichgewichtes ist daher

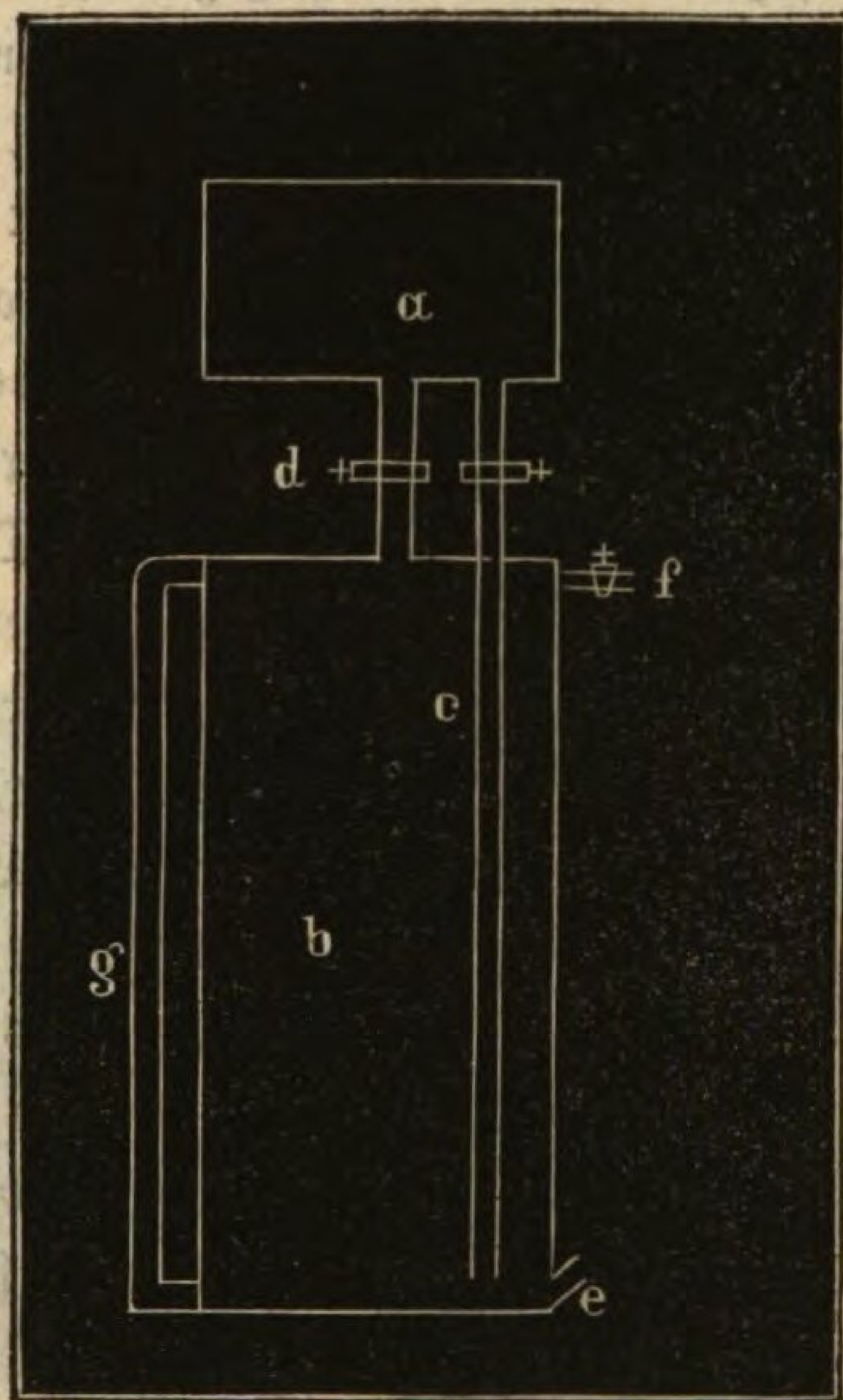
$$pr^2\pi h = 3r^2\pi q + Q$$

$$h = \frac{3q}{p} + \frac{Q}{pr^2\pi}$$

Die Höhe h bestimmt die Geschwindigkeit, mit welcher das Gas aus dem Gasometer ausströmt.

Kleinere Gasometer, wie sie gewöhnlich in chemischen Laboratorien gebraucht werden, sind anders eingerichtet. Fig. 113, zeigt einen vertikalen Durchschnitt. Der obere Cylinder a ist mit dem untern b durch zwei Röhren c und d verbunden, von denen c bis ziemlich auf den Boden von b reicht. Jede dieser Röhren ist mit einem Hahne versehen. e ist eine schräg nach unten gerichtete kurze und enge Röhre, welche mit einer Schraube verschlossen werden kann. f ist eine kurze enge Röhre mit einem Hahne, und g ist eine Glasröhre.

Fig. 113.

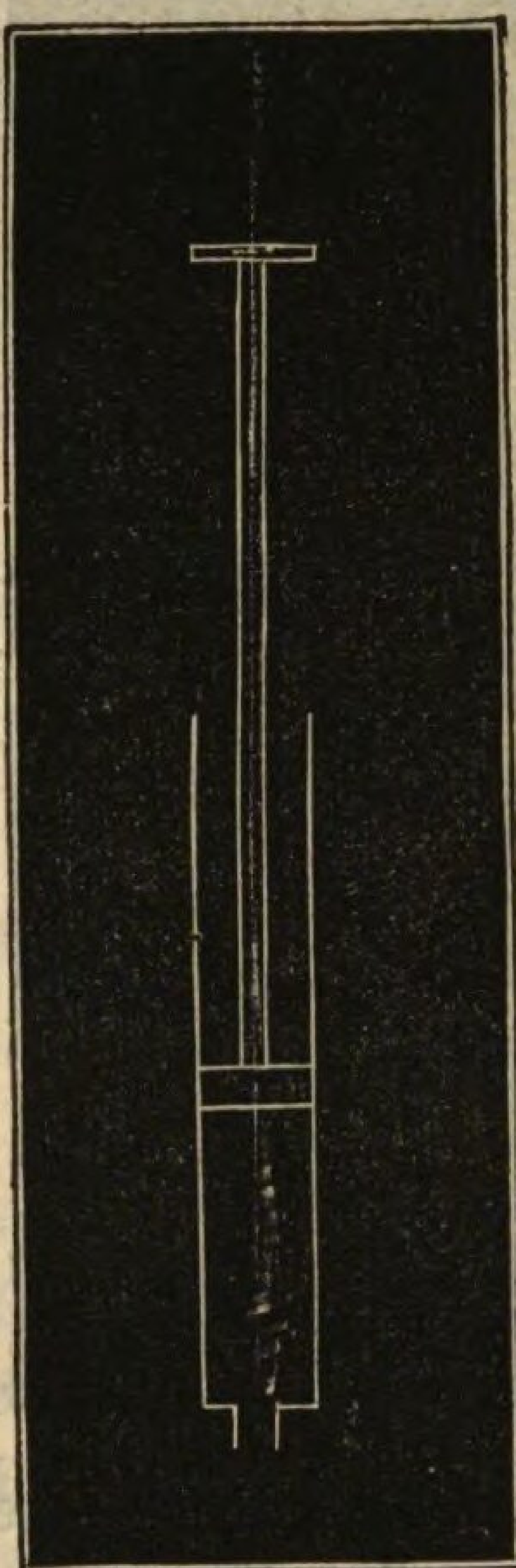


Soll das Gasometer gefüllt werden, so öffnet man die Hähne, und gießt Wasser in a, welches durch die Röhren c und d in den Cylinder b fließt, und alle darin befindliche Luft austreibt. Hierauf verschließt man die Hähne, und öffnet die kurze Röhre e, aus welcher natürlich das Wasser nicht austreten kann. Führt man aber in e eine engere Röhre ein, durch welche Gas in das Gasometer einströmt, so tritt neben dieser das Wasser aus. Wie weit das Gasometer mit Gas gefüllt ist, sieht man an der Glasröhre g. Ist genug Gas eingeleitet, so schließt man das Rohr e, füllt Wasser in das Gefäß a, und öffnet den Hahn in c. Aus dem Hahne f strömt dann, wenn er geöffnet wird, das Gas mit einer Geschwindigkeit, welche dem Drucke der in der Röhre c befindlichen Wassersäule entspricht.

3. Die Compressionspumpe.

Es ist dieses eine Maschine, mit welcher man Luft in einem Gefäße verdichten kann, Fig. 114. Der Stiefel hat ein Ventil, welches sich nur nach außen öffnet, und ein kleines Loch, wodurch er mit der atmosphärischen Luft in Verbindung steht. Der Stiefel ist so eingerichtet, daß er an das Gefäß, in welchem die Luft verdichtet werden soll, angeschraubt werden kann.

Fig. 114.



Um die Dichtigkeit zu berechnen, welche die nach einer gewissen Anzahl von Kolbenstößen comprimirte Luft erlangt, bezeichne d_1 diese Dichte, und d die Dichte der atmosphärischen Luft. Ferner bezeichne a den Rauminhalt des Gefäßes, b die Grundfläche des Kolbens und h seine Hubhöhe, so wie endlich n die Anzahl der Kolbenstöße.

Nach n Kolbenstößen ist das in das Gefäß übergeführte Luftquantum nbh, welches jedoch die Dichte der atmosphärischen Luft voraussetzt; da nun vorher schon das Luftquantum a darinnen war, so ist jetzt ein Luftquantum

$$a + nbh$$

von der Dichte der atmosphärischen Luft in dem Gefäße enthalten. Es nimmt aber dieses Luftquantum nur den Raum a ein; daher hat man nach dem Mariott'schen Gesetze

$$d_1 : d = (a + nbh) : a$$

woraus

$$d_1 = \frac{(a + nbh)\,d}{a}$$

Diese Verdichtung wird aber theils wegen des schädlichen Raumes, theils deshalb, weil immer etwas Luft zurückgeht, nicht erreicht, weshalb der vorstehende Ausdruck noch mit einem Erfah-

rungscoefficienten multiplicirt werden muß. Nennt man diesen Coefficienten μ, so ist

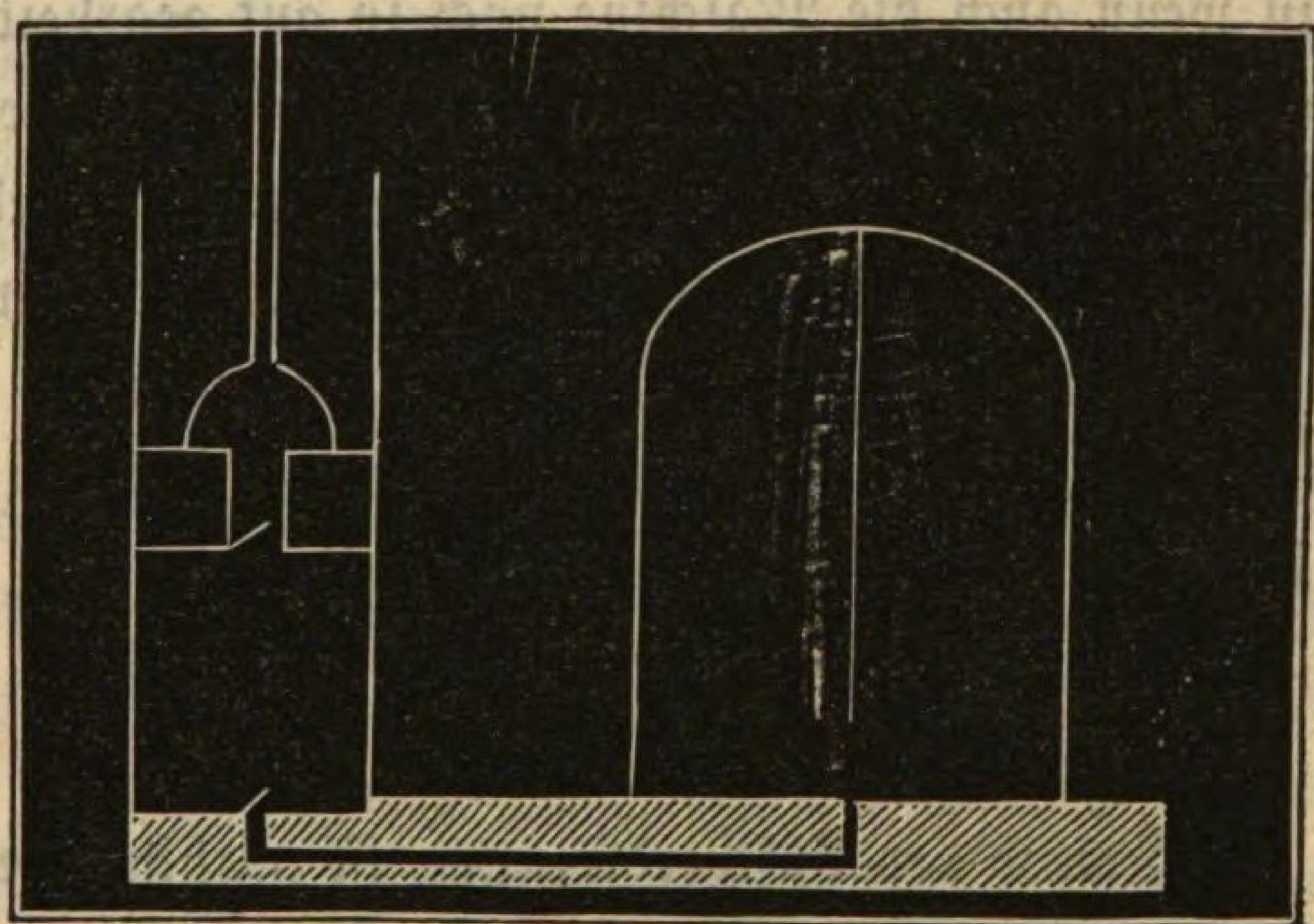
$$d_1 = \mu \left(\frac{a + nbh}{a}\right) d$$

---

4. Die Luftpumpe.

Diese Maschine, Fig. 115, dient dazu, Luft in einem Gefäße zu verdünnen. Das fragliche Gefäß heißt Recipient. Der Recipient steht durch ein Rohr mit einem Stiefel in Verbindung, in welchem ein Kolben sich bewegt. Der Stiefel hat ein Ventil, welches sich nach innen öffnet,

Fig. 115.



und der Kolben hat ein Ventil, welches sich nach außen öffnet. Hebt man den Kolben, so dringt Luft aus dem Recipienten in den Stiefel, und stößt man den Kolben nieder, so entweicht diese Luft dann durch das Ventil des Kolbens.

Um die Größe der Luftverdünnung zu berechnen, sei die Grundfläche des Kolbens b, seine Hubhöhe h, dann ist hb dasjenige Luftquantum, welches bei jedem Kolbenzuge aus dem Recipienten in den Stiefel übergeht. Sei der Raum des Recipienten mit Einschluß der Verbindungsröhre a, die Dichte der atmosphärischen Luft d, und die Dichte der Luft im Recipienten nach dem ersten Kolbenzuge d_1, nach dem zweiten d_2, nach dem dritten d_3 u. s. f., nach dem nten Kolbenzuge d_n, so ist

nach dem ersten Kolbenzuge $d : d_1 = (a + bh) : a$
„ „ zweiten „ „ $d_1 : d_2 = (a + bh) : a$
„ „ dritten „ „ $d_2 : d_3 = (a + bh) : a$
⋮ ⋮ ⋮
„ „ nten „ „ $d_{n-1} : d_n = (a + bh) : a$

hieraus

$$d : d_n = (a + bh)^n : a^n$$

und mithin

$$d_n = \left(\frac{a}{a + bh}\right)^n d$$

Diese Luftverdünnung kann aber nicht bis ins Unendliche fortgesetzt werden, sondern sie erreicht sehr bald eine gewisse Grenze. Denn wenn auch die Maschine noch so gut gearbeitet ist, so hat sie doch einen schädlichen Raum, in welchem stets etwas Luft von der Dichte der atmosphärischen Luft zurückbleibt. Hebt man nun den Kolben, so dehnt sich die im schädlichen Raume befindliche Luft aus, und füllt den ganzen Stiefel an. Bezeichne α den schädlichen Raum, und δ die Dichte der darin eingeschlossenen Luft, wenn sie sich im ganzen Stiefel verbreitet hat, so ist

$$\delta = \frac{\alpha}{bh} d$$

und die Grenze der Luftverdünnung ist mithin erreicht, wenn

$$d_n = \delta$$

geworden ist, denn dann kann keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen. Zugleich sieht man, daß die Luftverdünnung um so größer sein wird, je größer bh gegen α ist, d. h. je kleiner der schädliche Raum im Verhältniß zum Raume des Stiefels ist.

Gewöhnlich beobachtet man den Grad der Luftverdünnung an einer kleinen Barometerröhre, welche sich in einer kleinen Glasglocke befindet, die mit dem Recipienten in Verbindung steht. Das Quecksilber fängt hier erst dann an zu sinken, wenn der Druck der Luft im Recipienten ein gewisser Bruchtheil vom atmosphärischen Drucke geworden ist.

Außer der gewöhnlichen Luftpumpe mit einem Stiefel, hat man auch solche mit zwei Stiefeln. Sie sind so eingerichtet, daß der eine Kolben gehoben wird, wenn der andere niedergeht, und gewähren mehrere Vortheile. Derselbe Zweck wird in der Hälfte der Zeit erreicht, welche man bei einer Luftpumpe mit einem Stiefel braucht. Der Kraftaufwand ist weit geringer. Denn bei der Luftpumpe mit einem Stiefel muß bei jedem Kolbenzuge nicht nur die Reibung des Kolbens, sondern auch der Druck der Atmosphäre auf die Kolbenfläche überwunden werden; bei der Luftpumpe mit zwei Stiefeln bleibt nur die Kolbenreibung zu überwinden übrig, da der atmosphärische Druck sich aufhebt, indem er den einen Kolben mit derselben Kraft niederdrückt, welche er der Hebung des andern entgegensetzt. Endlich kann die Luftverdünnung über die oben angegebene Grenze noch fortgesetzt werden. Zu diesem Zwecke ist außer dem Kanale, welcher beide Stiefel mit dem Recipienten verbindet, noch ein zweiter Kanal vorhanden, welcher beide Stiefel mit einander verbindet. Durch beide Kanäle geht ein Hahn, welcher so gebohrt ist, daß er den einen Stiefel nur mit dem Recipienten oder nur mit dem andern Stiefel verbindet. Anfänglich steht der Hahn so, daß beide Stiefel mit dem Recipienten verbunden sind; ist aber auf diese Weise die Grenze der Luftverdünnung erreicht, so wird der Hahn so gestellt, daß nur der eine Stiefel mit dem Recipienten in Verbindung steht, und beide Stiefel mit einander verbunden sind. Es entweicht nun die Luft aus dem mit dem Recipienten verbundenen Stiefel nicht durch das Kolbenventil, sondern geht in den andern Stiefel über, wodurch bewirkt wird, daß im schädlichen Raume des ersten Stiefels nicht Luft von der Dichtigkeit der atmosphärischen, sondern von einer weit geringeren Dichtigkeit zurückbleibt. Natürlich erreicht auch diese Luftverdünnung nach einigen Kolbenzügen ihre Grenze.

---

5. Von der Anziehung zwischen festen und gasförmigen und zwischen flüssigen und gasförmigen Körpern.

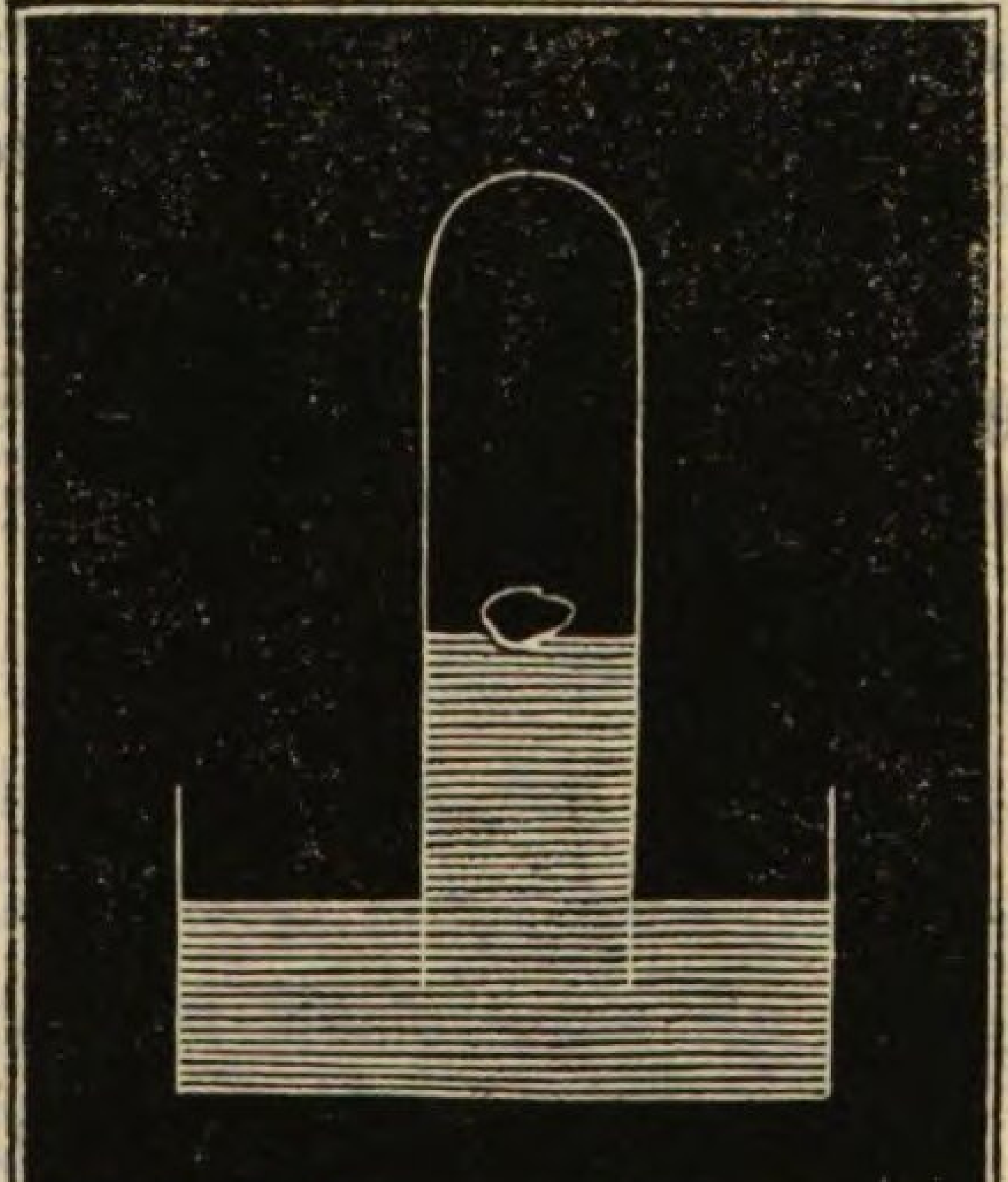
Zwischen den festen und gasförmigen Körpern findet in so fern eine Anziehung statt, als die festen Körper mehr oder weniger das Bestreben haben, Gase an ihrer Oberfläche oder in ihren Poren zu verdichten, welche Erscheinung stets von einer Wärmeentwickelung begleitet ist.

Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metallischer Oberfläche in ein Gemenge von Wasserstoffgas und Sauerstoffgas bringt, so werden diese Gase an der Oberfläche des Platins so stark verdichtet, daß sie sich zu Wasser verbinden.

Bei porösen Körpern oder bei solchen, welche im fein zertheilten Zustande sich befinden, erfolgt die Anziehung mit größerer Energie. Der Platinschwamm am Döbereiner'schen Feuerzeuge absorbirt Sauerstoff aus der Luft. Trifft nun der Strom Wasserstoffgas dagegen, so verbinden sich beide Gase und erzeugen eine so hohe Temperatur, daß der Platinschwamm glüht und das Wasserstoffgas entzündet.

Das Glas hat stets auf seiner Oberfläche eine Schicht verdichteter atmosphärischer Luft; denn wenn man Wasser in ein Glasgefäß gießt und es erwärmt, so steigen an der Gefäßwand eine Menge kleiner Luftbläschen in die Höhe. Auf gleiche Weise ist jeder feste Körper von einer Gasschicht eingehüllt.

Fig. 116.



Ein ganz vorzügliches Absorptionsvermögen besitzt die frisch geglühte Kohle. Sperrt man in einer Glasröhre über Quecksilber Kohlensäure ab, Fig. 116, und bringt dann ein Stückchen Kohle hinein, dessen Volumen etwa 20mal kleiner ist, als das von der Kohlensäure eingenommene Volumen der Glasröhre, so wird in

wenigen Augenblicken die gesammte Kohlensäure von der Kohle absorbirt, indem sich die Röhre ganz mit Quecksilber füllt. Wenn man die Kohle glüht oder in den Recipienten der Luftpumpe bringt, so entweichen die absorbirten Gase wieder.

Wegen dieses Verhaltens wird die Kohle in der Technik vielfach angewendet, z. B. bei der Raffination des Zuckers, der Entfuselung des Alkohols u. dergl. mehr.

Körper, welche Wassergas aus der Atmosphäre anziehen und verdichten, so daß sie selbst dadurch feucht werden, wenn sie vorher trocken waren, nennt man hygroskopische Körper. Es gehören hierher Holz, Haare, Fischbein u. dergl., so wie ganz besonders mehrere Salze, wie Chlorcalcium, Chlornatrium, Pottasche u. dergl. mehr. Man bedient sich des Chlorcalciums namentlich, um trockene Luft zu bekommen.

Ebenso wie die festen Körper, haben auch die flüssigen Körper mehr oder weniger das Bestreben, Gase zu absorbiren. Es gehört hierher namentlich die Erscheinung, daß im Quellwasser und ganz besonders in manchen Mineralwässern oft sehr viel Kohlensäure enthalten ist. Ferner enthalten diejenigen Getränke, welche aus dem Prozesse der geistigen Gährung hervorgehen, viel Kohlensäure. Der Champagner, das Bier.

Siebenter Abschnitt.

Vom Schalle.

---

1. Von den Schwingungen.

Es gibt Bewegungen, welche an festen, flüssigen und gasförmigen Körpern wahrgenommen werden und welche man Schwingungen nennt. Sie gehen bei allen Körpern aus einer Störung des Gleichgewichtszustandes der kleinsten Theilchen hervor und bestehen darin, daß diese kleinsten Theilchen ihre Gleichgewichtslage wieder einzunehmen streben. Bei den festen Körpern ist es die Elasticität, bei den flüssigen das Bestreben, eine horizontale Oberfläche zu bilden, und bei den gasförmigen das Bestreben, sich rücksichtlich des Druckes überall ins Gleichgewicht zu setzen, wodurch diese Bewegungen erzeugt werden.

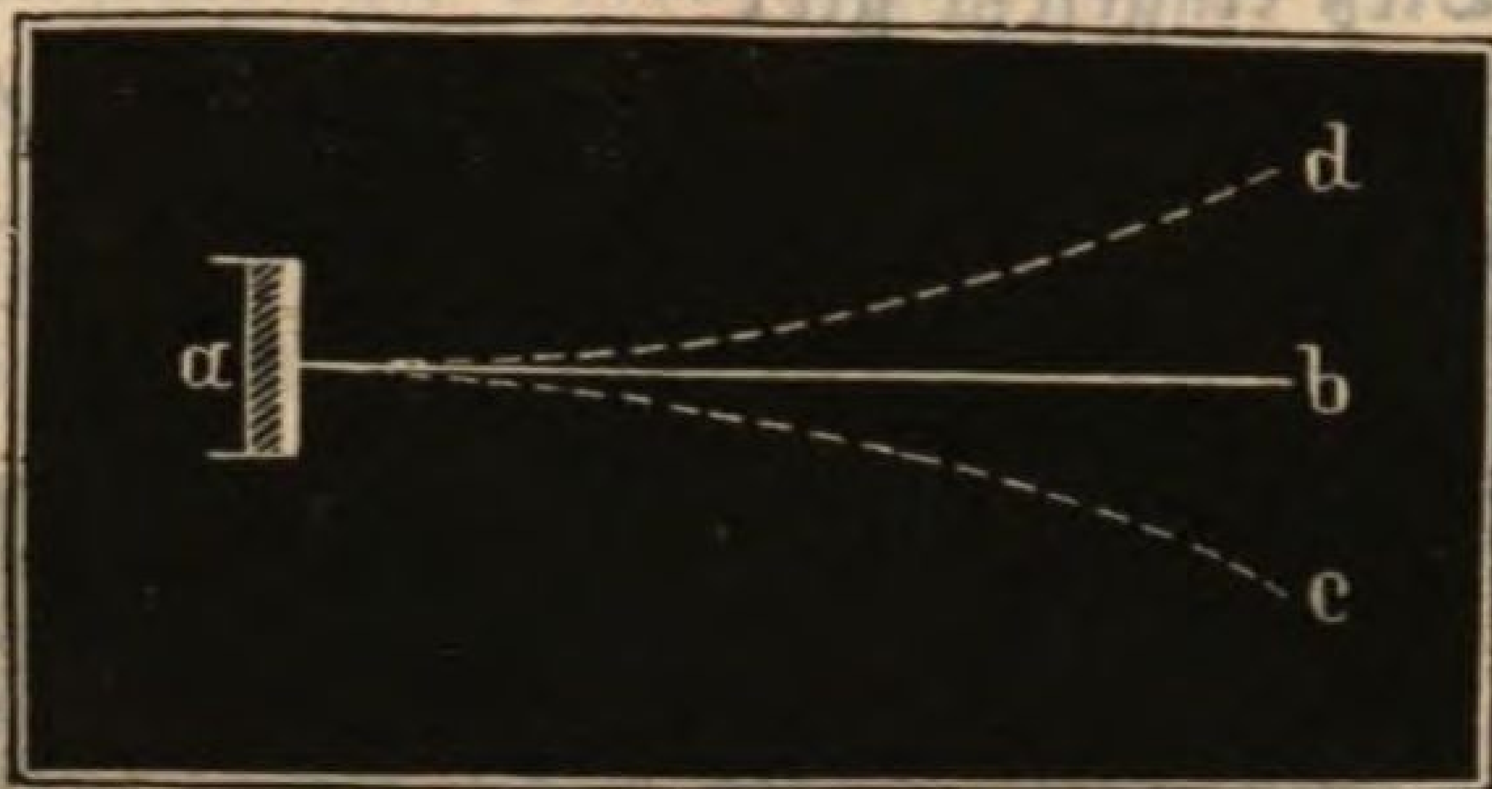
a. Schwingungen fester Körper.

Bei den Schwingungen fester Körper unterscheidet man Longitudinalschwingungen, Transversalschwingungen und Torsionsschwingungen. Die ersteren entstehen, wenn man einen Körper der Länge nach spannt und dann die Spannung aufhebt, wenn man ihn reibt und dergl.; die zweiten entstehen, wenn man eine gespannte Saite, einen elastischen Stab quer mit dem Fiedelbogen streicht oder überhaupt seitlich ausbiegt; die dritten entstehen, wenn man einen an dem einem Ende befestigten Stab

an dem andern Ende um seine Axe dreht und ihn dann sich selbst überläßt.

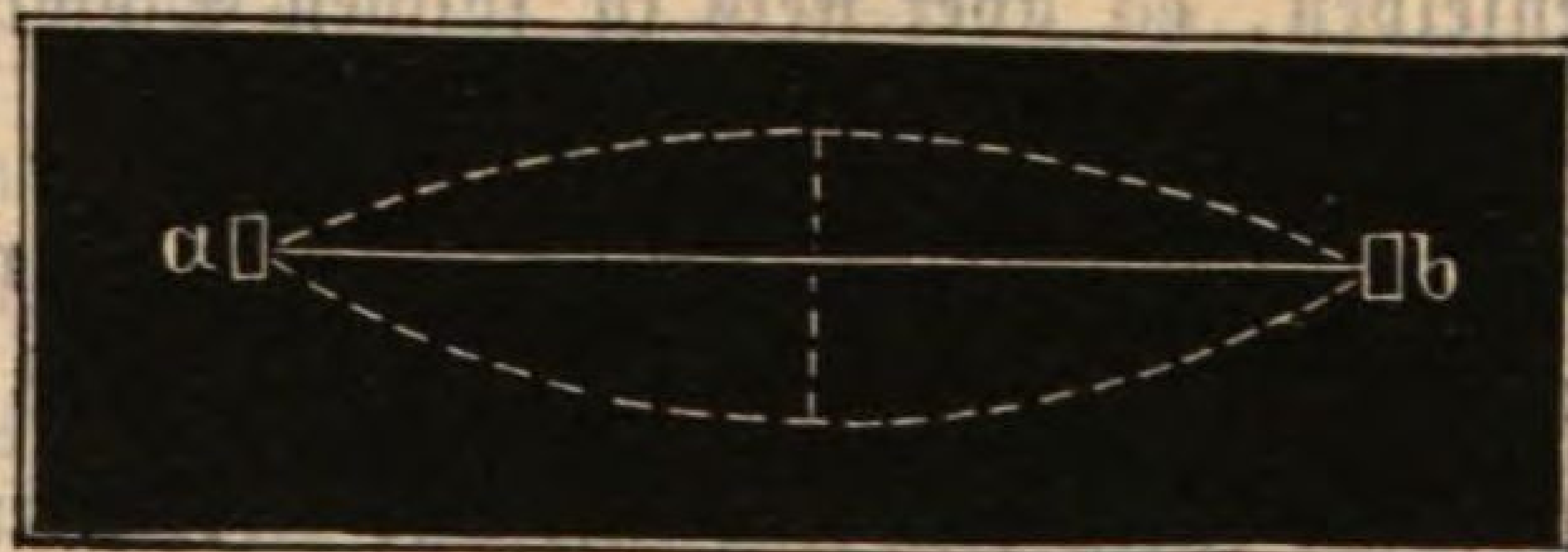
Wenn ein an dem einen Ende befestigter Stab ab, Fig. 117, aus seiner Gleichgewichtslage z. B. in die ac gebracht und dann sich selbst überlassen wird, so gelangt er in die Lage ad und schwingt so lange hin und her, bis er seine Gleichgewichtslage wieder eingenommen hat. Sämmtliche Theilchen beginnen ihre Schwingungen gleichzeitig und vollenden sie gleichzeitig. Man nennt solche Schwingungen stehende. Bei Stäben von verschiedenen Längen verhalten sich die in gleichen Zeiten gemachten Schwingungen umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den schwingenden Längen.

Fig. 117.



Ist eine Saite ab, Fig. 118, an beiden Enden befestigt und gespannt, und wird sie in der Mitte mit einem Fiedelbogen angestrichen, so machen ihre Theilchen ebenfalls isochrone stehende Schwingungen. Die des mittleren Theilchens sind am größten; nach beiden Enden zu nehmen sie gleichmäßig ab. Die Form einer solchen Bewegung nennt man eine **stehende Seilwelle**.

Fig. 118.



Ist l die Länge einer solchen Saite, p ihr Gewicht, q ihre Spannung, welche ebenfalls durch ein Gewicht dargestellt wird, und n die Anzahl der Schwingungen, welche sie in einer Secunde macht, so ist analytischen Untersuchungen zufolge

$$n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{gq}{pl}}$$

wo g die Beschleunigung der Schwere ist.

Es ist daher die Anzahl der Schwingungen der Wurzel aus dem spannenden Gewichte direct und der Wurzel aus dem Gewichte und der Länge der Saite umgekehrt proportional.

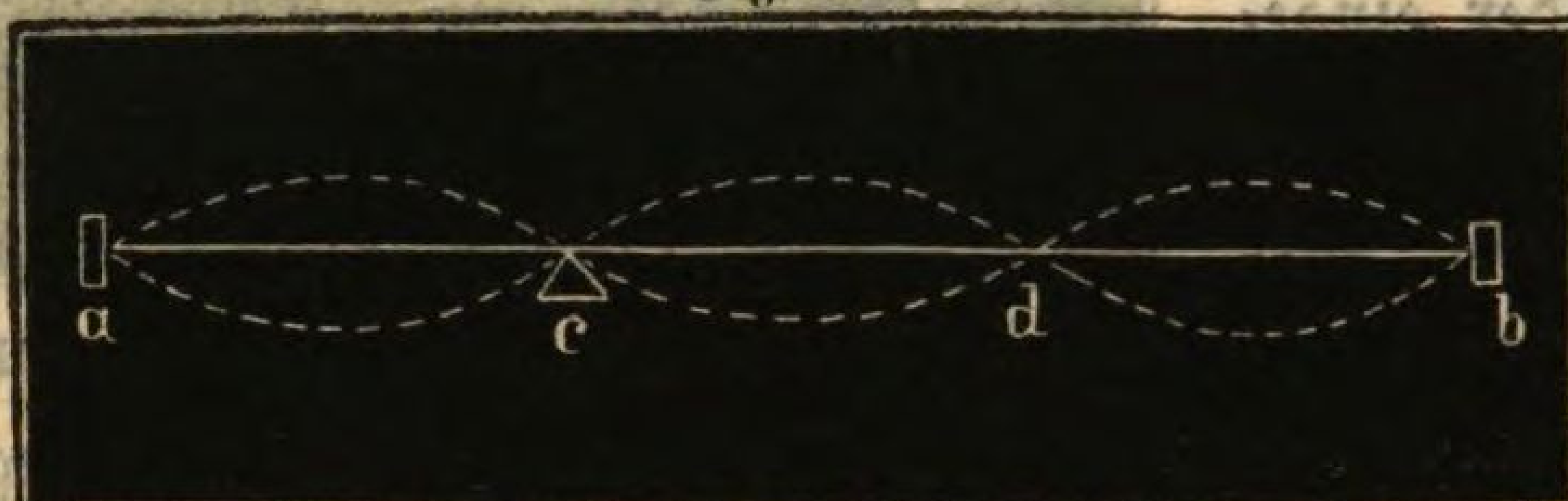
Für cylindrische Saiten ist

$$p = \frac{1}{4} d^2 \pi l s$$

wenn d der Durchmesser und s das specifische Gewicht der Saite ist. Dieß eingesetzt gibt

$$n = \frac{1}{ld} \sqrt{\frac{gq}{\pi s}}$$

Fig. 119.



Geht eine gespannte Saite ab über den Steg c, Fig. 119, und ist cb = 2ac, so nimmt, wenn man die Saite in der Mitte von ac streicht, c an der schwingenden Bewegung nicht Theil, allein die Vibrationen pflanzen sich über c hinaus längs der Saite fort, so daß auch die zwischen c und d und d und b gelegenen Theile der Saite Schwingungen machen; und zwar befinden sich ac und db in denselben, cd aber stets in solchen Schwingungszuständen, welche denen von ac und db entgegengesetzt sind. Der Punkt d, welcher nicht mit schwingt, heißt Knotenpunkt, während man die zwischen zwei Knotenpunkten gelegenen Theile Bäuche nennt. Es hat daher cb einen Knotenpunkt und zwei Bäuche. Wäre cb = 3ac, so hätte cb zwei Knotenpunkte und drei Bäuche, so daß, wenn allgemein cb = n . ac ist, n — 1 Knotenpunkte und n Bäuche entstehen.

Diese abwechselnden Bäuche und Knotenpunkte entstehen dadurch, daß die dem Theile ac mitgetheilte seitliche Bewegung sich längs der ganzen Seite fortpflanzt, so daß nach und nach alle Theilchen derselben in Schwingungen gerathen, und daß die Bewegung, wenn sie bei b angekommen ist, in gleicher Weise nach a zurückkehrt. Durch das Zusammenwirken der fortschreitenden und der reflectirten Wellen werden die stehenden Wellen gebildet. Es ist hierbei ac = cd = db = $\frac{1}{4}$l, wenn man mit l die Länge der Welle bezeichnet.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer solchen fortschreitenden Seilwelle findet ihren Ausdruck in der Formel

$$c = \sqrt{\frac{glq}{p}}$$

wo die Buchstaben die oben angegebenen Bedeutungen haben.

Wenn man eine gespannte Saite in der Richtung ihrer Länge ausdehnt, was dadurch geschehen kann, daß man sie mit dem Fiedelbogen unter einem sehr spitzen Winkel streicht, so macht sie Longitudinalschwingungen, d. h. sie wird sich abwechselnd ausdehnen und zusammenziehen.

Die Anzahl der Schwingungen, welche die Saite auf diese Weise in einer Secunde macht, wird durch die Formel ausgedrückt

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

wo l die Länge der Saite, g die Beschleunigung der Schwere und λ die Verlängerung ist, welche die Längeneinheit der Saite erleidet, wenn sie durch ein dem ihrigen gleiches Gewicht gespannt wird.

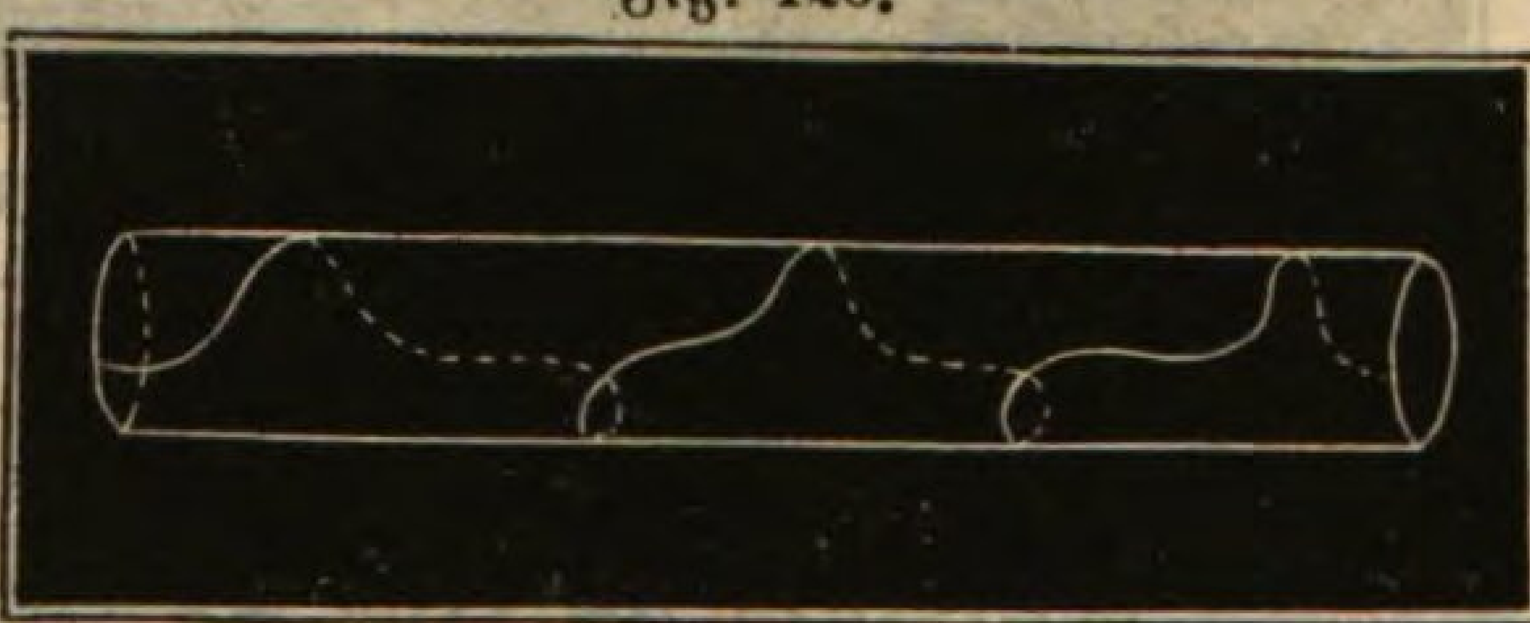
Auch bei longitudinalen Schwingungen können Knotenpunkte gebildet werden, wenn man die Saite bei $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... ihrer Länge hält. Die Geschwindigkeit, mit welcher derartige Schwingungen sich fortpflanzen, wird ausgedrückt durch

$$c = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

wo die Buchstaben die obige Bedeutung haben.

Wenn man Glasröhren in longitudinale Schwingungen versetzt, so entstehen Knotenlinien, welche die Form von Schraubenlinien haben, aber unregelmäßig gewunden sind, Fig. 120.

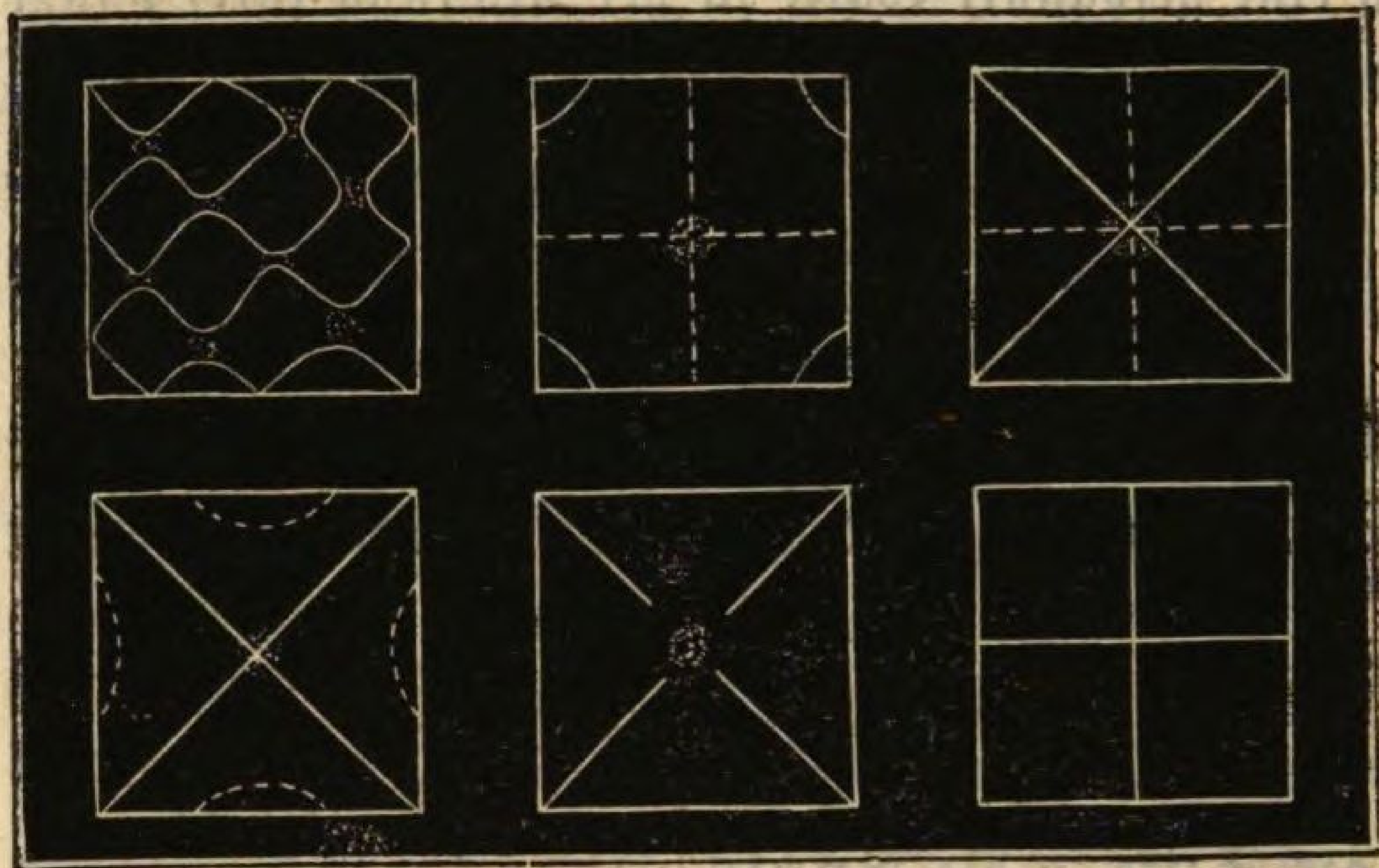
Fig. 120.



Ebenso wie Saiten und Stäbe können auch dünne Membranen und Platten so wie gekrümmte Flächen, Glocken, in Schwingungen

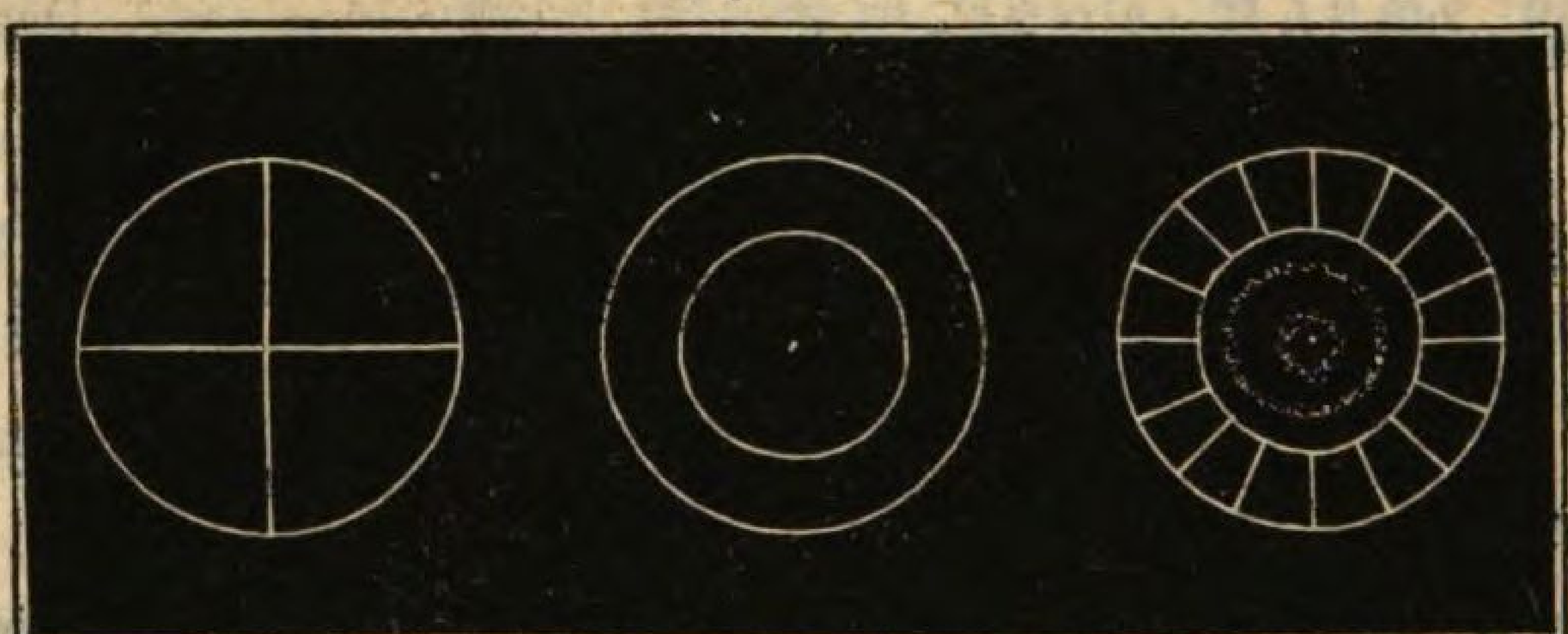
versetzt werden, wobei ebenfalls Knotenlinien entstehen, indem die zu beiden Seiten derselben liegenden Flächentheile in entgegengesetzten Schwingungszuständen sich befinden. Diese Knotenlinien stellen Figuren, die sogenannten **Klangfiguren** dar, welche man sichtbar machen kann, wenn man die Platten mit feinem Sande bestreut, Figur 121. Mit derselben Platte können sehr verschiedene Figuren erzeugt werden; und zwar hängt dieses von der Art der Unterstützung der Platte, von dem Orte, wo man sie anstreicht, von der größeren oder geringeren Stärke oder Geschwindigkeit ab, mit welcher sie gestrichen wird und dergl. mehr.

Fig. 121.



Bei runden Platten unterscheidet man im Allgemeinen drei Systeme von diesen Figuren, Fig. 122. Das **diametrale**, wo die Knotenlinien Durchmesser sind; das **concentrische**, wo die Knotenlinien Kreise sind, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Platte zusammenfällt; das **gemischte**, welches aus Kreisen, geraden und krummen Linien besteht.

Fig. 122.



Glocken theilen sich beim Schwingen in eine Anzahl gleicher Segmente, welche man sichtbar machen kann, wenn man eine Glocke oder ein Glas mit einem Fuße zum Theil mit Wasser oder Quecksilber füllt und mit einem Fiedelbogen streicht.

b. Schwingungen flüssiger Körper.

In tropfbar flüssigen Körpern werden Schwingungen erregt, wenn das Gleichgewicht der Theilchen, wie es rücksichtlich der Schwere besteht, irgendwie gestört wird. Wirft man z. B. in ruhiges Wasser einen Stein, so bilden sich rings um den Ort, wo der Stein die Wasserfläche traf, abwechselnd kreisförmige Erhöhungen und Vertiefungen, welche sich fortwährend vergrößern und nach allen Richtungen hin gleichmäßig fortschreiten. Diese abwechselnden Erhöhungen und Vertiefungen heißen Wellen und die fortschreitende Bewegung heißt Wellenbewegung.

Diese Wellenbewegung ist eine Folge der Schwingungen der Wassertheilchen, indem jedes Wassertheilchen seine Bewegung dem nächsten mittheilt. Die Wassertheilchen selbst nehmen an der fortschreitenden Bewegung keinen Theil; sie schwingen in kreisförmigen elliptischen, bald geschlossenen, bald ungeschlossenen Bahnen, welche in einer Vertikalebene liegen um ihre Gleichgewichtslage herum. (Webers Wellenlehre.)

Nimmt man an, die Schwingungsbahn eines Wassertheilchens sei ein Kreis, so kann man sich diesen Kreis in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt denken. Denkt man sich nun in gleichen Abständen eben so viel Wassertheilchen hintereinander, in der Fortpflanzungsrichtung der Wellenbewegung, so ist jedes folgende Theilchen um einen Theil der Schwingungsbahn gegen jedes vorhergehende zurück.

Ist die Schwingungsbahn z. B. in 12 gleiche Theile getheilt, Fig. 123 (a. f. S.), und hat das Theilchen o seine Schwingungsbahn vollendet, so ist das Theilchen 1 in 11, das Theilchen 2 in 10, das Theilchen 3 in 9 u. s. w. seiner Schwingungsbahn, während das Theilchen 12 eben seine Oscillation beginnt. Verbindet man die entsprechenden Theilpunkte der Schwingungsbahnen der Wassertheilchen, so erhält man die Wellenlinie, das ist, der senkrechte Durchschnitt der Oberfläche in der Fortpflanzungsrichtung der Wellenbewegung, deren Form von der Form der Schwingungsbahnen abhängig ist.

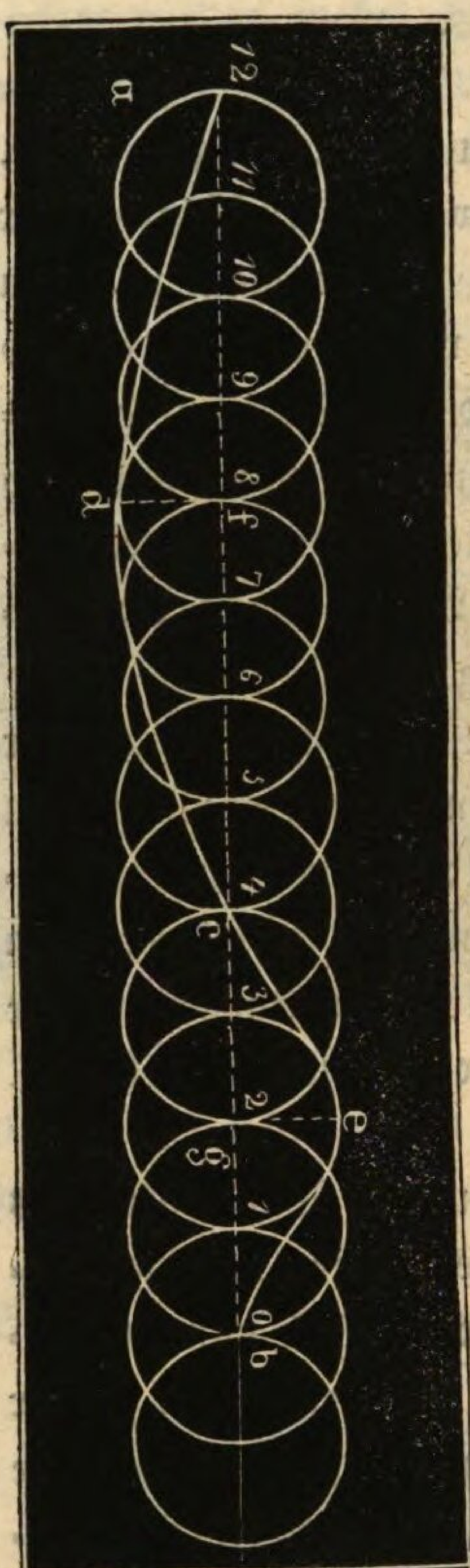


Fig. 123.

ab ist die Länge der Welle, ac das Wellenthal, ad der Vordertheil, dc der Hintertheil und df die Tiefe desselben; cb der Wellenberg, ce der Vordertheil, eb der Hintertheil und eg die Höhe desselben. Der verticale Durchmesser der Schwingungsbahn ist gleich der Höhe der ganzen Welle; der horizontale Durchmesser steht aber zur Länge der Welle in keinem Verhältnisse.

In derselben Zeit also, wo ein Theilchen seine Oscillation vollendet, schreitet die Bewegung um eine Wellenlänge fort, so daß je zwei Theilchen, zwischen denen eine Wellenlänge enthalten ist, in gleichen Schwingungszuständen sich befinden. Es ist daher auch eine Wellenlänge der Abstand zweier Theilchen, welche in gleichen Schwingungszuständen sich befinden. Theilchen, welche um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt sind, befinden sich in entgegengesetzten Schwingungszuständen.

Während das Theilchen 0 eine ganze Oscillation vollendet hat, befindet sich das Theilchen 6 in der Hälfte seiner Bahn; währrend das Theilchen 3 den Gipfel des Wellenberges einnimmt, befindet sich das Theilchen 9 im tiefsten Punkt des Wellenthals u. s. f. Es haben daher alle Theilchen, welche um eine Wellenlänge von einander abstehen, gleiche Schwingungszustände, und Theilchen, welche um eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge von einander abstehen, entgegengesetzte Schwingungszustände.

Jedes Theilchen wiederholt seine Schwingungen mehrmals, und es entstehen daher ebensoviel Wellen, als ein Theilchen Schwin-

gungen macht. Dabei werden aber die Schwingungsbahnen immer kleiner, weßhalb die Wellen sich fortwährend abflachen.

Während in der Richtung der Wellenfortpflanzung die Theilchen ihre Schwingungen nach und nach beginnen, beginnen die senkrecht übereinander liegenden Theilchen ihre Schwingungen gleichzeitig; allein die Bahnen der tiefer liegenden Theilchen werden immer kleiner; namentlich nimmt der Verticaldurchmesser rascher ab, als der Horizontaldurchmesser; so daß in einer gewissen Tiefe die Theilchen nur hin und her schwingen.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen hängt im Allgemeinen von der Oscillationsgeschwindigkeit der Theilchen ab. Ferner wird die Geschwindigkeit vermindert, wenn die Länge der Welle zu-, ihre Höhe also abnimmt. Dies findet statt bei den Kreiswellen, welche auf einer ruhigen Wasserfläche sich bilden, wenn man einen schweren Körper hineinfallen läßt. Umgekehrt wird die Geschwindigkeit vermehrt, wenn die Länge der Welle ab-, ihre Höhe also zunimmt. Dieß findet statt bei den Kreiswellen, welche vom Rande eines runden Gefäßes nach der Mitte zu fortschreiten, wenn das Gefäß angestoßen wird.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird ausgedrückt durch

$$c = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

wo g die Beschleunigung der Schwere ist und λ die Verkürzung bedeutet, welche eine Flüssigkeitssäule erleidet, wenn sie durch ein dem ihrigen gleiches Gewicht zusammengedrückt wird.

Wenn in zwei verschiedenen Punkten einer Flüssigkeit gleichzeitig Wellen erregt werden, so müssen sich diese in entgegengesetzten Richtungen durchkreuzen. Kommen hierbei zwei Wellenberge zusammen, so entsteht ein Wellenberg von fast doppelter Höhe; kommen zwei Wellenthäler zusammen, so entsteht ein Wellenthal von fast doppelter Tiefe; trifft aber ein Wellenberg und ein Wellenthal zusammen, so entsteht eine horizontale Fläche, indem die entgegengesetzten Bewegungen sich gegenseitig aufheben. Diese Erscheinung heißt Interferenz der Wellen. Bei der Durchkreuzung entsteht

eine kleine Verzögerung in der Bewegung; allein nach der Durchkreuzung bewegt sich jede Welle in ihrer ursprünglichen Richtung und mit der ursprünglichen Geschwindigkeit fort.

Sind a und b, Fig. 124, zwei Punkte einer horizontalen ruhigen Wasserfläche, in welchen Wellen erregt werden, und stellen die ausgezogenen Kreise die Wellenberge, die gestrichelten Kreise die Wellenthäler dar, indem der Abstand je zweier Kreise gleich einer halben Wellenlänge ist, so schneiden sich diese Kreise. Verbindet man nun die Durchschnittspunkte zweier Wellenberge mit den Durchschnittspunkten zweier Wellenthäler, so wie die Durchschnittspunkte eines Wellenberges und eines Wellenthales, so erhält man ein System von Linien. Die mittlere ist eine gerade Linie; die zu beiden Seiten aber sind gleichseitige Hyperbeln, deren Brennpunkte diejenigen Punkte sind, in welchen die Wellen erregt wurden. In den Linien, welche die Durchschnittspunkte eines Wellenberges und eines Wellenthales mit einander verbinden, ist die Wasseroberfläche in Ruhe und im Gleichgewichte.

Fig. 124.

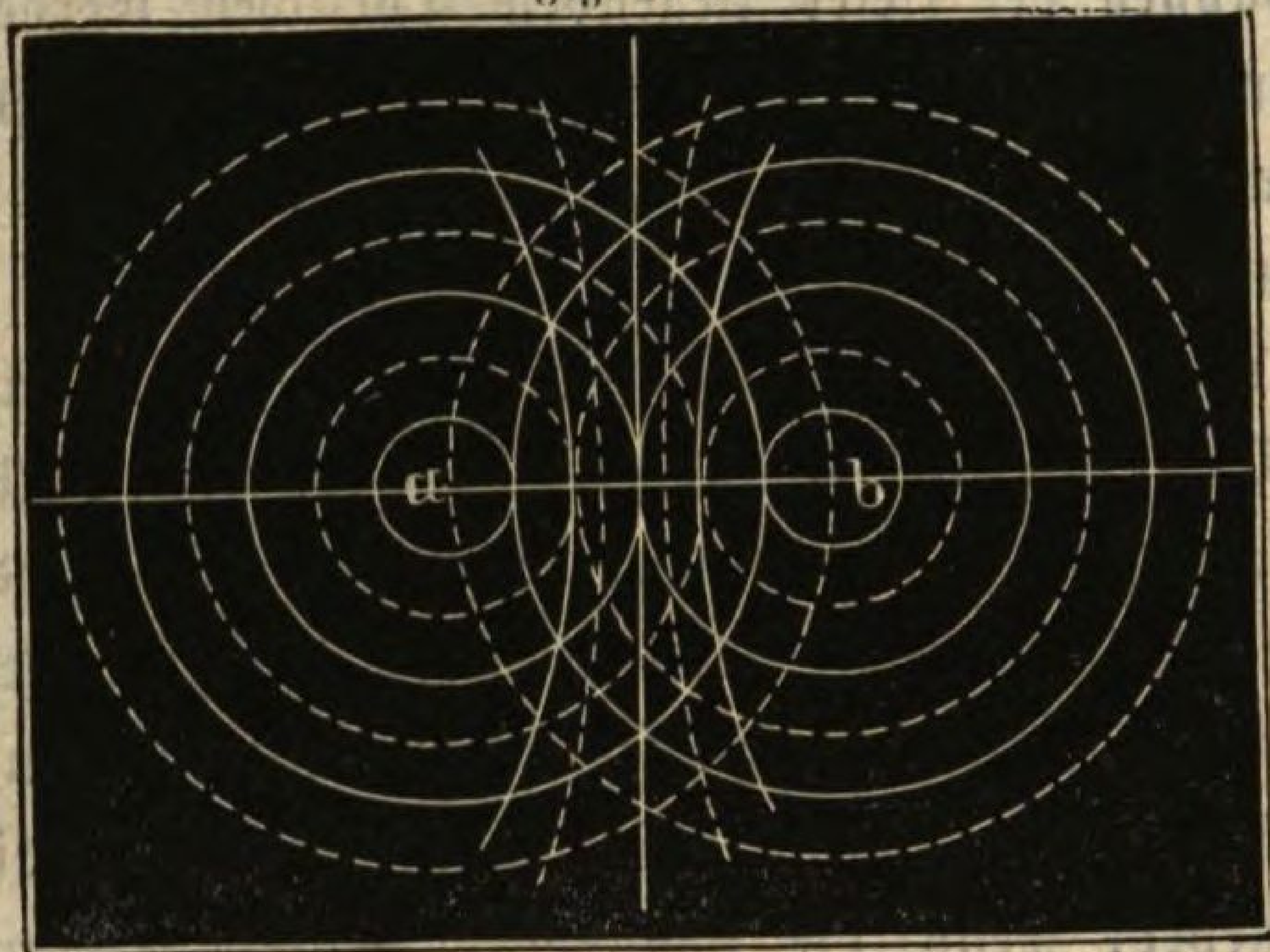
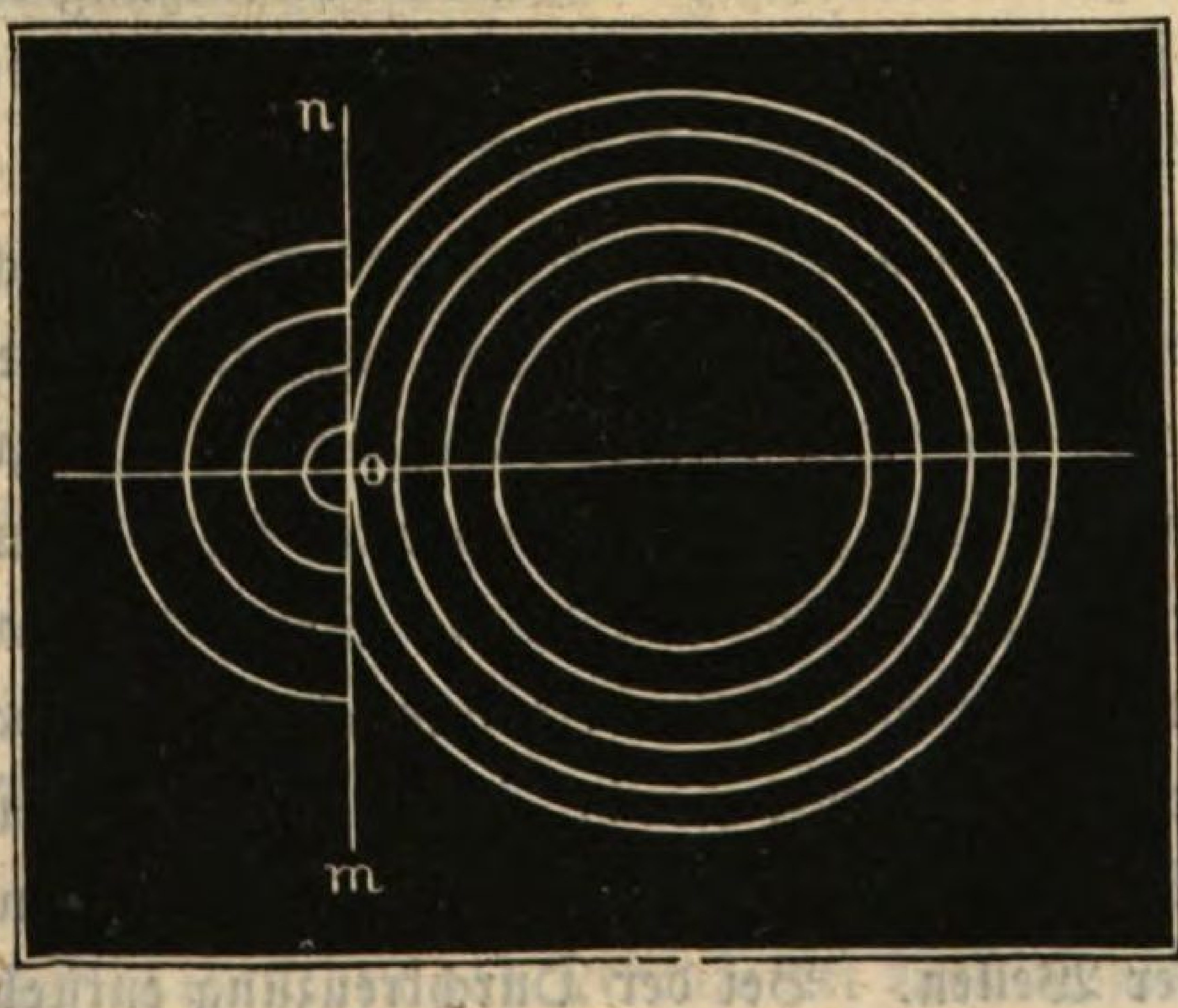


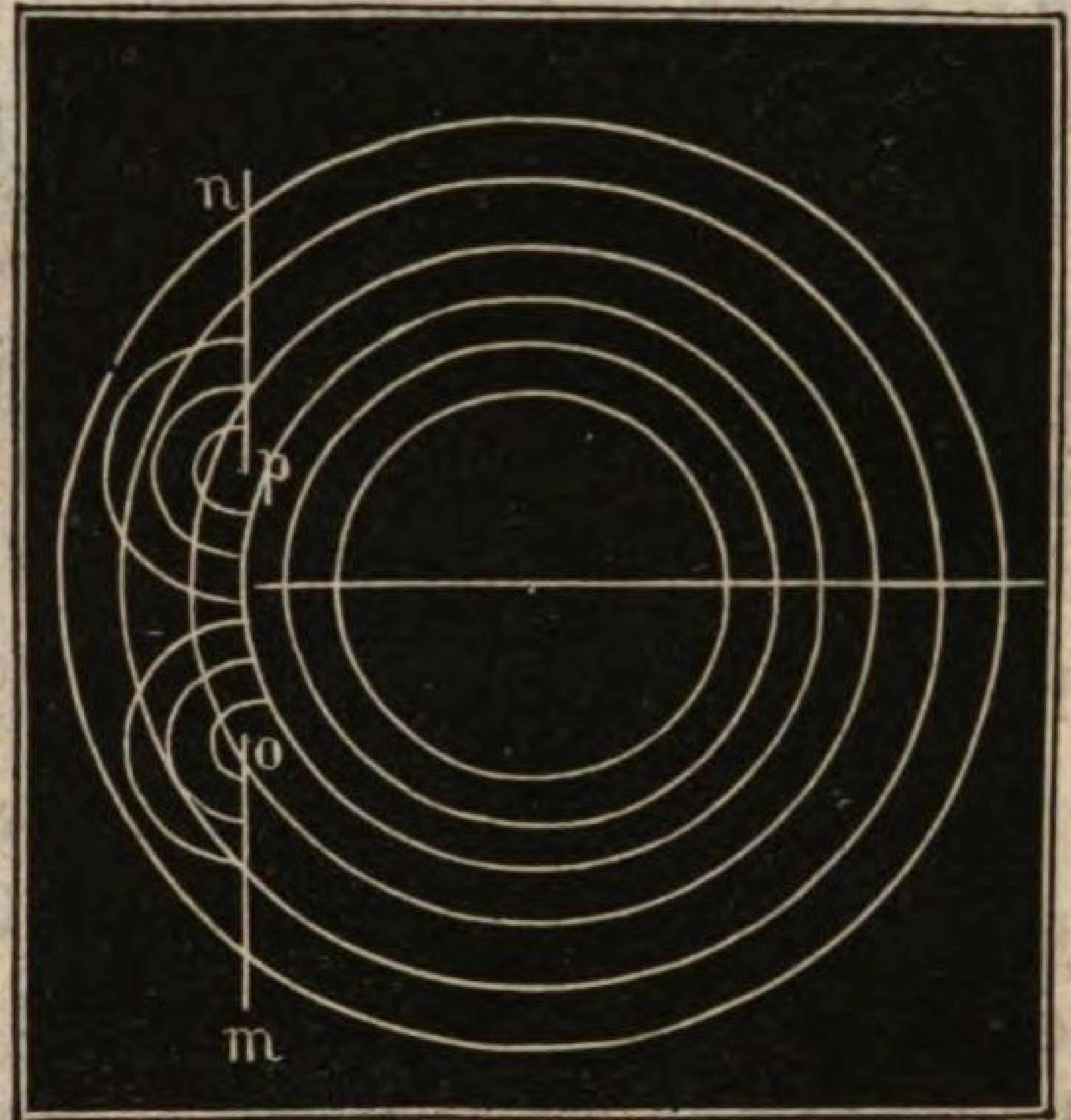
Fig. 125.



Trifft eine Welle eine feste Wand mn, in welcher sich eine kleine Oeffnung o befindet, Fig. 125, so wird diese der Mittelpunkt eines neuen Wellensystems

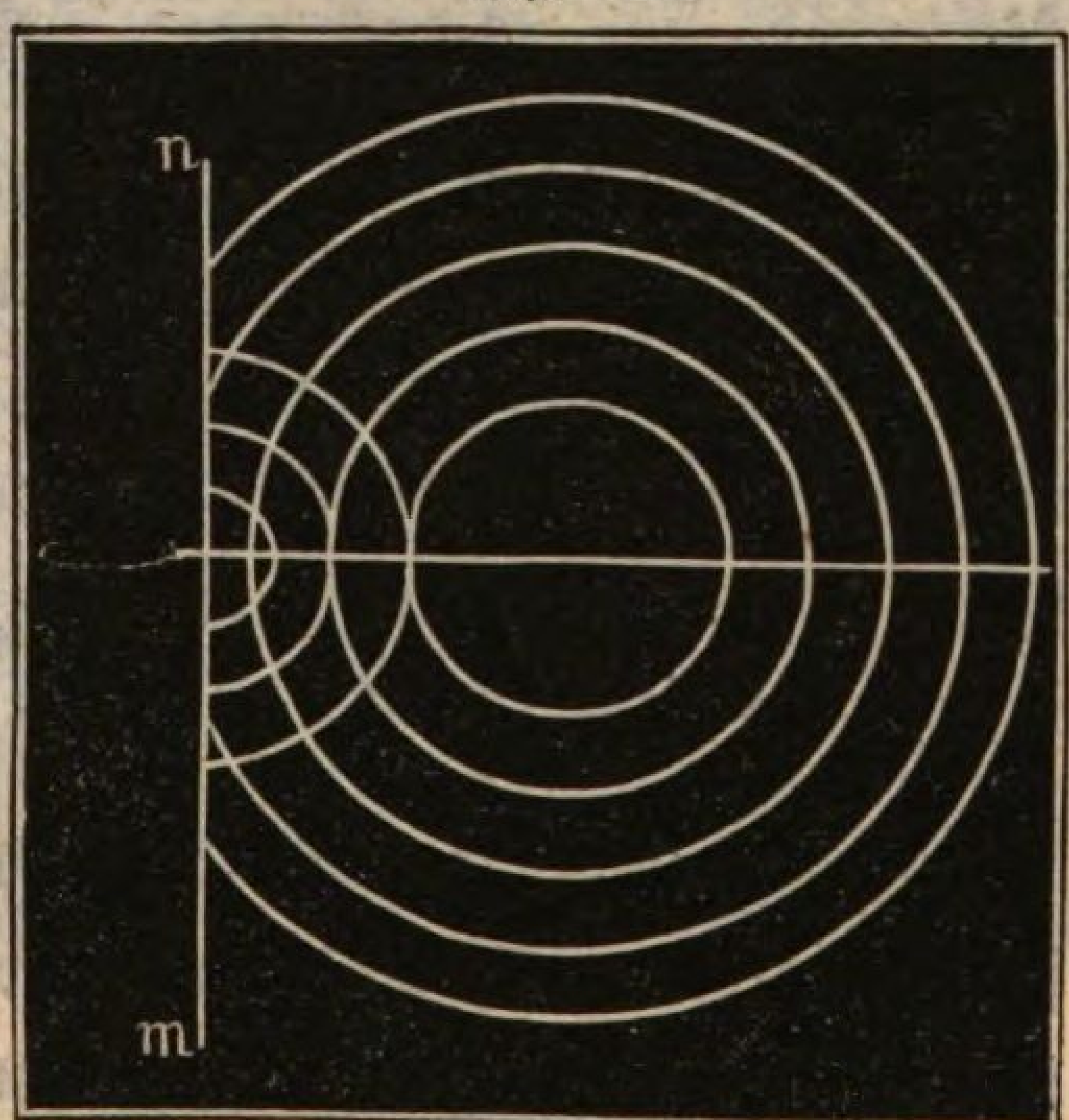
welches auf der andern Seite der Wand fortschreitet; ist aber die Oeffnung größer, so schreitet die ursprüngliche Wellenbewegung durch die Oeffnung fort, während zugleich an beiden Rändern der Oeffnung neue Wellensysteme entstehen, die unter sich und mit der ursprünglichen Wellenbewegung Interferenzerscheinungen herbeiführen, Fig. 126. Man nennt diese Erscheinung **Beugung** oder **Inflexion** der Wellen.

Fig. 126.



Wenn Wellen gegen eine feste Wand stoßen, so werden die oscillirenden Theilchen, wie elastische Körper zurückgeworfen. Es müssen daher zufolge dieser Zurückwerfung Wellen entstehen, die den einfallenden gleich und entgegengesetzt sind und welche daher mit den einfallenden sich durchkreuzen müssen, Fig. 127. Zufolge dieser Durchkreuzung werden stehende Wellen erzeugt, indem sich die Wellenberge abwechselnd in Wellenthäler verwandeln und umgekehrt, während die Interferenzlinien die Knotenlinien darstellen.

Fig. 127.



c. Schwingungen gasförmiger Körper.

In luftförmigen Körpern werden Schwingungen erregt, wenn das Gleichgewicht rücksichtlich des Druckes, den die Lufttheilchen gegenseitig auf einander ausüben, gestört wird.

Wird z. B. an einem Orte durch einen schwingenden festen Körper die Luft abwechselnd verdichtet und verdünnt, so pflanzen sich diese Verdichtungen und Verdünnungen nach der Richtung des ursprünglichen Druckes fort, indem immer eine Luftschicht auf die folgende drückt, und immer eine nach der andern ihre ursprüngliche Lage wieder einnimmt, also hin und zurück schwingt.

Der Einfachheit der Betrachtung wegen sei in einer Röhre eine Luftsäule von gleichförmiger Dichte, und es werde von der einen Seite her ein Kolben rasch ein Stück in die Röhre hineingeschoben und wieder zurückgezogen, so pflanzt sich der Druck des Kolbens nach und nach auf alle folgenden Luftschichten fort.

Denkt man sich die Zeit, welche zu einem Hin- und Hergange des Kolbens erforderlich ist, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt, und nimmt man ebenso viel gleiche hintereinander liegende Luftschichten in der Röhre an, so wird jede folgende Luftschicht ihre Bewegung um einen Zeittheil später beginnen, als jede vorhergehende.

Theilt man z. B. die Schwingungszeit in 12 gleiche Theile, so daß 6 Theile auf den Hingang und 6 Theile auf den Hergang kommen, so muß die Luftschicht 12 eben die Bewegung beginnen, wenn der Kolben sie geendet hat, während die Luftschichten 1, 2, 3, 4, ... 11, beziehungsweise $\frac{11}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{8}{12}$ . . . . $\frac{1}{12}$ ihrer Schwingungszeiten zurückgelegt haben.

Die Bewegung des Kolbens ist aber nicht gleichförmig; seine Geschwindigkeit wächst und nimmt wieder ab, so daß sie in der Hälfte der Bahn am größten, an den Enden derselben aber $= 0$ ist. Dasselbe findet beim Rückgange statt. Man findet den jedem Zeittheile zugehörigen Weg, wenn man über der Schwingungsweite einen Halbkreis beschreibt, diesen in 6 gleiche Theile theilt und von den Theilpunkten Perpendikel auf den Durchmesser fällt; die zwischen zwei Perpendikeln gelegenen Abschnitte desselben entsprechen dann den den Zeiten zugehörigen Wegen.

Ist ag, Fig. 128, die Schwingungsweite des Kolbens, sind ab, bc, cd u. s. w. die den Zeiten zugehörigen Wege, und stellt die Röhre A den Gleichgewichtszustand der Luftschichten dar, so stellt die Röhre B die gegenseitige Lage der Luftschichten nach einem Hin- und Hergange des Kolbens dar. Es ist nämlich

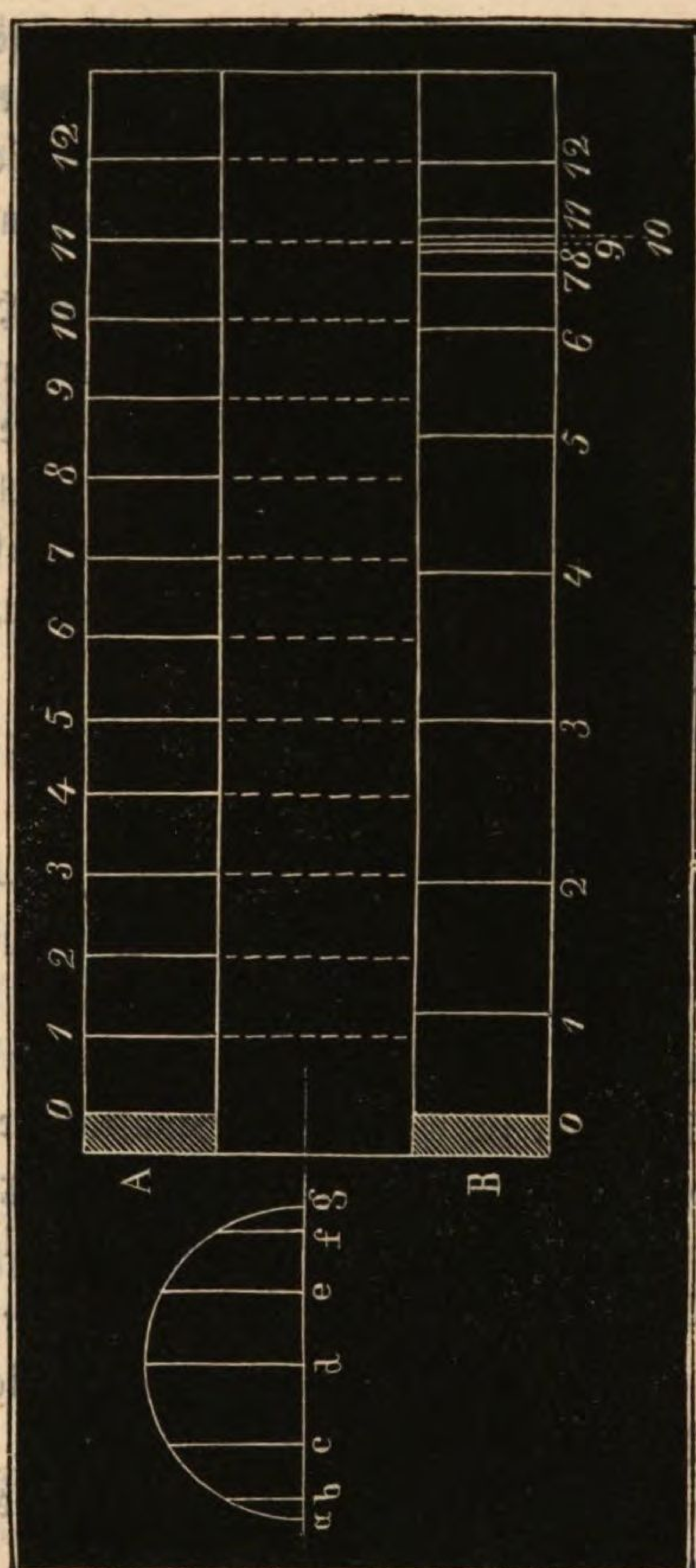


Fig. 128.

die Luftschicht	1	um	ab
„	„	2	„	ac
„	„	3	„	ad
„	„	4	„	ae
„	„	5	„	af
„	„	6	„	ag
„	„	7	„	af
„	„	8	„	ae
„	„	9	„	ad
„	„	10	„	ac
„	„	11	„	ab
„	„	12	„	o

von ihrer Gleichgewichtslage entfernt. Die Luftschichten 1, 2, 3, 4, 5 sind auf dem Rückgange, die Luftschichten 7, 8, 9, 10, 11, auf dem Hingange begriffen, die Luftschichten 6 und 12 aber sind momentan in Ruhe, indem 6 seinen Hingang vollendet hat, also seinen Rückgang beginnen wird, während 12 sich überhaupt erst zu bewegen anfängt. Das Maximum der Verdichtung ist bei 9, das Maximum der Verdünnung bei 3. Eine solche Bewegung heißt nun ebenfalls eine Wellenbewegung, und die durch einen Hin- und

Rückgang des Kolbens in Bewegung gesetzte Luftsäule, Welle. Die Verdichtung entspricht dem Wellenberge, die Verdünnung dem Wellenthale. Zwischen zwei in gleichen Schwingungszuständen befindlichen Luftschichten liegt eine Wellenlänge.

Bleibt der Kolben nach einem Hin- und Hergange in Ruhe, so kommen nach und nach auch die Luftschichten wieder in Ruhe, während nach der andern Seite hin die Wellenbewegung sich fortpflanzt. Die Geschwindigkeit, mit welcher dieses geschieht, ist von der Oscillationsgeschwindigkeit der Lufttheilchen unabhängig; sie hängt vielmehr von der Spannkraft und von der Dichtigkeit der Luft ab.

Es ist für irgend ein Gas die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung

$$c = \sqrt{\frac{gh}{d} . k}$$

wo g die Beschleunigung der Schwere und h die Höhe der Quecksilbersäule ist, welche die Spannkraft der Luft bei 0^0 C mißt, d aber die Dichte des Gases, und k den Exponenten des Verhältnisses der specifischen Wärme des Gases bei gleichem Drucke zur specifischen Wärme bei gleichem Volumen darstellt.

Die Dichte eines Gases ändert sich aber mit der Temperatur. Das Volumen, welches bei 0^0 gleich 1 ist, wird bei t^0 $1 + \alpha t$, wo α den Ausdehnungscoefficienten des Gases bezeichnet. Es ist daher nach dem Mariott'schen Gesetze

$$d : d_1 = 1 + \alpha t : 1$$

$$d_1 = \frac{d}{1 + \alpha t}$$

wo d_1 die veränderte Dichte bezeichnet, und mithin wird

$$c = \sqrt{\frac{ghk\ (1 + \alpha t)}{d}}$$

Die atmosphärische Luft ist für einen Barometerstand von 0,76 Meter und eine Temperatur von 0° 10466,82mal leichter als Quecksilber; daher ist für einen beliebigen Barometerstand h

$$d = \frac{h}{0{,}76 \,.\, 10466{,}82}$$

Da nun g = 9,8088 Meter und k = 1,421 ist, so ist

$$c = \sqrt{9{,}8088 \,.\, 0{,}76 \,.\, 10466{,}82 \,.\, 1{,}421\,(1 + \alpha t)}$$

$$c = 332{,}98\sqrt{(1 + \alpha t)} \text{ Meter}$$

für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung in der atmosphärischen Luft.

Während ein Lufttheilchen eine Schwingung vollendet, schreitet die Bewegung um eine Wellenlänge fort. Je langsamer daher ein Lufttheilchen schwingt, um so länger muß die Welle werden, und umgekehrt, je schneller ein Lufttheilchen schwingt, um so kürzer muß die Welle werden.

Ist die Oscillationsgeschwindigkeit eines Lufttheilchens doppelt so groß, als die eines andern, so erzeugt es auch innerhalb derselben Zeitgrenzen doppelt so viel Wellen als jenes.

Wenn eine Welle eine feste Wand trifft, so wird sie zurückgeworfen. Es müssen daher die fortschreitenden und zurückgeworfenen Wellen sich durchkreuzen und Interferenzerscheinungen erzeugen. Ist die Reflexion von der Art, daß je ein Dichtigkeitsmaximum der zurückgeworfenen Welle mit einem Dichtigkeitsmaximum der fortschreitenden zusammentrifft, wo denn auch die Dichtigkeitsminima beider Wellen zusammentreffen müssen; so sind die Luftschichten 3, 9, 15, 21 . . . von gleichen und entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt; sie müssen daher in Ruhe sein, Knoten bilden, während die dazwischen liegenden Schichten abwechselnd hin und her schwingen, Bäuche bilden; so daß bei 3, 9, 15, 21 . . . abwechselnd Dichtigkeitsmaxima und Dichtigkeitsminima entstehen.

Sollen daher in einer an dem einen Ende geschlossenen Röhre stehende Schwingungen sich bilden, so sieht man, daß ihre Länge $\frac{1}{4}$ oder ein ungerades Vielfache von $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge betragen muß.

---

2. Vom Schalle.

Wenn die Schwingungen eines Körpers zu unserem Ohre gelangen, so erzeugen sie die Empfindung, welche wir Schall nennen.

Es können daher alle Körper den Schall erzeugen und fortpflanzen, welche eine Wellenbewegung erzeugen und fortpflanzen können. Das gewöhnliche Mittel für die Fortpflanzung des Schalles ist die atmosphärische Luft.

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch irgend ein Mittel sich fortpflanzt, ist gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung in demselben. Mit der größten Geschwindigkeit pflanzt sich der Schall in festen Körpern fort, mit geringerer Geschwindigkeit in flüssigen Körpern, und mit der kleinsten Geschwindigkeit in gasförmigen Körpern.

Durch Versuche ist die Geschwindigkeit des Schalles in der atmosphärischen Luft zu 340,88 Meter in der Secunde gefunden worden, wobei die Temperatur der Luft 16° und der Barometerstand 756,5 Millimeter betrug.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Wasser wurde ebenfalls durch Versuche bestimmt, und zu 1435 Meter in der Secunde gefunden.

Folgende Tabelle enthält die Geschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Mitteln.

a. Feste Körper.

Hierbei ist die Schallgeschwindigkeit in der Luft = 1 gesetzt.

Fischbein	6,666 . .
Zinn	7,50
Silber	9,0

Nußbaumholz	10,666...
Taxusholz	10,666...
Messing	10,666...
Eichenholz	10,666...
Pflaumenbaumholz . .	10,666...
Irdene Pfeifenröhren . .	10 bis 12
Kupfer	12
Birnbaumholz	12,5
Rothbuchenholz . . .	12,5
Ahornholz	12,333...
Akazienholz	14,4
Ebenholz	14,4
Hagebuchenholz . . .	14,4
Ulmenholz	14,4
Erlenholz	14,4
Birkenholz	14,4
Lindenholz	15
Kirschbaumholz . . .	15
Weidenholz	16
Pinienholz	16
Glas	16,666...
Eisen und Stahl . . .	16,666...
Tannenholz	18

b. Flüssige Körper.

Schallgeschwindigkeit in einer Secunde in Metern.

Aether	1039
Alkohol	1157
Chlorwasserstoffäther	1171
Terpentinöl	1276
Wasser	1453
Quecksilber	1484
Salpetersäure	1535
Wasser mit Ammoniak gesättigt	1842

c. Gase.

Hierbei ist die Schallgeschwindigkeit in der Luft = 1 gesetzt.

Kohlensäure	0,786
Stickstoffgas	0,787
Oelbildendes Gas	0,943
Sauerstoffgas	0,952
Kohlenoxydgas	1,013
Wasserstoffgas	3,812

Wenn durch die Schwingungen eines festen Körpers die ihn umgebenden Lufttheilchen ebenfalls in Schwingungen versetzt werden, so finden diese letzteren nach allen Richtungen hin statt, so daß die abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen concentrische Kugelschalen bilden, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt der schwingende Körper ist. Die Schwingungen der Lufttheilchen finden hierbei in der Richtung der Halbmesser statt. Einen solchen Halbmesser nennt man Schallstrahl.

Die Intensität der Schwingungen, und folglich auch die Intensität des Schalles muß in gleicher Weise abnehmen, in welcher die Kugeloberflächen wachsen, d. h. es muß die Intensität den Kugeloberflächen umgekehrt proportional sein. Da sich nun Kugeloberflächen wie die Quadrate der zugehörigen Halbmesser verhalten, so folgt hieraus, daß die Intensität des Schalles dem Quadrate der Entfernung vom schallenden Körper umgekehrt proportional ist.

Jede Wellenbewegung wird, wenn sie eine feste Wand trifft, von dieser reflectirt; dasselbe gilt daher auch vom Schalle, welcher dann in der Richtung der reflectirten Strahlen wahrgenommen wird. Treffen die Schallstrahlen die reflectirende Fläche rechtwinkelig, so werden sie in derselben Richtung wieder zurückgeworfen, und es geht dann der Schall zu seinem Ursprunge zurück. Diese Erscheinung nennt man das Echo.

Ein gutes Ohr vermag 9 Laute in der Secunde deutlich zu unterscheiden. Es kommt daher auf einen Laut $\frac{1}{9}$ Secunde. Wenn nun der reflectirte Laut von dem gesprochenen sich unterscheiden, ihm aber auch unmittelbar folgen soll, so braucht er, um zur reflec-

tirenden Fläche hin und zurück zu kommen, $\frac{1}{9}$ Secunde; also zum Hingange $\frac{1}{18}$ Secunde, und zum Rückgange $\frac{1}{18}$ Secunde. Da nun die mittlere Geschwindigkeit des Schalles 1050 Fuß in der Secunde ist, so muß die reflectirende Fläche vom Beobachter $\frac{1050}{18} = 58{,}4$ Fuß ungefähr entfernt sein. Eine Wand in 58,4 Fuß Entfernung gibt daher ein einsylbiges Echo. Zu einem zweisylbigen Echo sind 2.58,4 Fuß, so wie allgemein zu einem nsylbigen Echo n.58,4 Fuß erforderlich. Ein vielfaches Echo entsteht, wenn ein reflectirter Laut noch ein- oder mehrmals reflectirt wird.

Hat ein Gewölbe die Form eines Ellipsoides, so wird nach geometrischen Gesetzen ein in dem einen Brennpunkte leise ausgesprochenes Wort in dem andern Brennpunkte deutlich gehört, auch wenn man es nur wenige Schritte vom Sprecher nicht würde hören können.

Auf die Reflexion des Schalles gründen sich das Sprachrohr und das Hörrohr. Das erstere ist kegelförmig, und besteht aus einer möglichst unelastischen Substanz, welche die Schallstrahlen reflectirt, so daß sie verstärkt und parallel zur Axe austreten, sich daher mit einer größeren Intensität weiter fortpflanzen. Das letztere, welches den Zweck hat, ein mangelhaftes Gehörorgan zu unterstützen, ist so eingerichtet, daß die in das weitere Ende einfallenden Schallstrahlen alle nach einem Punkte reflectirt werden, woraus eine bedeutende Verstärkung hervorgeht.

Der Schall ist außerordentlich verschieden, und es hat daher auch die Sprache einen großen Reichthum von Worten, wo jedes einen specifischen Unterschied des Schalles bezeichnet. Im allgemeinen heißt er Knall, wenn er von einer plötzlichen nicht wiederkehrenden Verdichtung der Luft herrührt; er heißt Ton, wenn er durch gleiche und regelmäßige Schwingungen erzeugt und fortgepflanzt wird; er heißt endlich Geräusch, wenn die Schwingungen, welche ihn erzeugen und fortpflanzen, ungleich und unregelmäßig sind.

Das Ohr, in welchem der Schall sich erzeugt, hat drei Hauptabtheilungen. Das äußere Ohr, die Trommelhöhle und das Labyrinth. Das erstere besteht aus der Ohrmuschel und

dem Gehörgang, welcher durch das Trommelfell von der Trommelhöhle geschieden ist. In der Trommelhöhle befinden sich mehrere zusammenhängende Knöchelchen; der Hammer, der Ambos, der Steigbügel und das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius. Die Verbindung derselben ist folgende: der Griff des Hammers ist an das Trommelfell angewachsen, während der Kopf desselben auf dem Ambos liegt, wo ein Gelenk beide verbindet. Der längere Schenkel des Ambos trägt an seinem Ende das linsenförmige Knöchelchen des Silvius, an welches der Steigbügel sich ansetzt. Das Labyrinth besteht aus dem Vorhofe, den drei halbkreisförmigen Kanälen und der Schnecke. Es hat zwei Oeffnungen, durch welche es mit der Trommelhöhle in Verbindung steht, das ovale und das runde Fenster. Das erstere wird durch die Basis des Steigbügels verschlossen, während das letztere mit einem zarten Häutchen überzogen ist. In den halbkreisförmigen Kanälen befindet sich eine Flüssigkeit, während die Schnecke, ein spiralförmig gewundener Kanal, mit Marksubstanz gefüllt ist.

Der Gehörnerv, welcher in das Labyrinth eintritt, verbreitet sich über alle Theile desselben, und zwar in der Schnecke strahlenartig mit büschelförmigen Enden. Das ganze Gehörorgan ist sehr geschützt, indem es in einem sehr festen Knochen, dem Felsenbein liegt, während der Gehörgang durch das Schläfenbein nach der Ohrmuschel geht. Die in der Trommelhöhle befindliche Luft communicirt fortwährend mit der äußeren Luft durch einen Kanal, die eustachische Röhre, welche die Trommelhöhle mit der Mundhöhle verbindet.

---

3. Von den Tönen.

Wenn ein Körper so schwingt, daß seine Schwingungen in Beziehung auf Größe und Schwingungszeit gleich sind und diese Schwingungen werden von unserm Gehörorgan wahrgenommen, so nennen wir dieses einen Ton.

Es kann daher jeder Körper, der in regelmäßige Schwingungen sich versetzen läßt, Töne erzeugen und fortpflanzen.

Die Höhe oder Tiefe eines Tones hängt von der Anzahl der Schwingungen ab, welche der tönende Körper in einer Secunde macht, indem die Höhe des Tones der Anzahl der Schwingungen direct proportional ist. Es ist aber die Anzahl der Schwingungen, welche eine Saite in einer Secunde macht

$$n = \frac{1}{dl}\sqrt{\frac{gq}{\pi s}}$$

Also ist die Höhe eines Tones der Wurzel aus dem spannenden Gewichte direct, und der Wurzel aus dem specifischen Gewichte, sowie der Länge und dem Durchmesser der Saite umgekehrt proportional. Man nennt n die Schwingungszahl oder den Zahlenwerth eines Tones.

Diejenigen Töne, deren Zahlenwerthe sich verhalten, wie

$$1 : \tfrac{9}{8} : \tfrac{5}{4} : \tfrac{4}{3} : \tfrac{3}{2} : \tfrac{5}{3} : \tfrac{15}{8} : 2$$

oder wie

$$24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 : 48$$

werden in der Musik mit

C, D, E, F, G, A, H, c

bezeichnet; und zwar heißt C Grundton, D Secunde, E Terz, F Quarte, G Quinte, A Sexte, H Septime, c Octave. Sie bilden die sogenannte diatonische Tonleiter.

Werden diese Töne mit derselben Saite hervorgebracht, so verhalten sich unter sonst gleichen Umständen die Längen derselben beziehungsweise wie

$$1 : \tfrac{8}{9} : \tfrac{4}{5} : \tfrac{3}{4} : \tfrac{2}{3} : \tfrac{3}{5} : \tfrac{8}{15} : \tfrac{1}{2}$$

Berechnet man die Exponenten der Verhältnisse je zweier auf einander folgender Schwingungszahlen, so erhält man folgende:

$$\tfrac{9}{8}, \tfrac{10}{9}, \tfrac{16}{15}, \tfrac{9}{8}, \tfrac{10}{9}, \tfrac{9}{8}, \tfrac{16}{15}.$$

Diese Exponenten werden die Intervalle oder Tonstufen je zweier auf einander folgender Töne genannt, weil sie die

Höhendifferenz zweier auf einander folgender Töne, oder die Größe der Steigung angeben, welche zwischen zwei auf einander folgenden Tönen stattfindet, und zwar wird $\frac{9}{8}$ das Intervall eines großen ganzen Tones, $\frac{10}{9}$ das Intervall eines kleinen ganzen Tones, und $\frac{16}{15}$ das Intervall eines halben Tones genannt. Bei gleichschwebender Temperatur geben die ersten beiden Exponenten eine große Tonstufe, während der dritte Exponent eine kleine Tonstufe darstellt.

Wenn man von einem andern Tone als C nach denselben Intervallen oder Tonstufen fortschreiten will, indem man diesen als Grundton annimmt, so reichen die vorstehenden Töne nicht aus, weil die Stufenfolge: 2 große 1 kleine, 3 große 1 kleine Stufe nicht möglich ist, und es müssen je nach Bedürfniß zwischen C und D, D und E, F und G, G und A, A und H halbe Töne oder kleine Tonstufen eingeschaltet werden, welche, wenn man sie aufwärts fortschreitend nimmt, d. h. den Ton erhöht, durch Cis, Dis, Fis, Gis, Ais bezeichnet werden, so daß Cis aus C, Dis aus D, Fis aus F u. s. w. hervorgeht; wenn man sie aber abwärts fortschreitend nimmt, d. h. den Ton erniedrigt, durch Des, Es, Ges, As, b bezeichnet werden, so daß Des aus D, Es aus E, Ges aus G u. s. w. hervorgeht.

Stellt man alle diese Töne zusammen, so erhält man folgende Tonreihe:

C, Cis (Des), D, Dis (Es), E, F, Fis (Ges), G, Gis (As),
A, Ais (b), H, c,

welche die chromatische Tonleiter genannt wird.

Wenn man von C ausgeht, so heißt hier E große Terz, und Es kleine Terz. Bei den Durtonarten geben Grundton, große Terz und Quinte, und bei den Molltonarten Grundton, kleine Terz und Quinte den Accord.

Der Exponent des Verhältnisses der Schwingungszahl der großen Terz zur Schwingungszahl der kleinen Terz, das ist

$$\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$$

ist das Intervall eines kleinen halben Tons; und der Exponent des Verhältnisses der Schwingungszahl eines großen ganzen

Tones zur Schwingungszahl eines kleinen ganzen Tones, das ist

$$\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$$

wird ein Comma genannt.

Es ist indessen auch bei dieser Tonleiter nicht möglich, nach reinen Verhältnissen fortzuschreiten. Es ist E die Terz von C, Gis die Terz von E und c die Terz von As, wo As die enharmonische Verwechselung des Gis ist. Da sich nun der Grundton zur Terz verhalten muß, wie 1 : $\frac{5}{4}$, so muß sein

$$C : E : As : c = 1 : \frac{5}{4} : \frac{5}{4} . \frac{5}{4} : \frac{5}{4} . \frac{5}{4} . \frac{5}{4}$$
$$= 1 : \frac{5}{4} : \frac{25}{16} : \frac{125}{64}$$

Es ist also hiernach

$$C : c = 1 : \frac{125}{64}$$

Da aber gemäß der Octaven auch sein muß

$$C : c = 1 : 2 = 1 : \frac{128}{64}$$

so sieht man, daß zwischen der reinen Terz und reinen Octave eine Differenz von $\frac{3}{64}$ statt findet; daß man also unreine Octaven bekommt, wenn man nach reinen Terzen fortschreitet, und unreine Terzen, wenn die Octaven rein sein sollen. Vertheilt man diese Unreinheit so, daß sie wegen der Kleinheit der Fehler unmerkbar wird, so nennt man dies den Tönen eine Schwebung geben, sie temperiren. Geschieht die Vertheilung gleichmäßig, so heißt dies eine gleichschwebende Temperatur, geschieht sie aber ungleichmäßig, so heißt dies eine ungleichschwebende Temperatur.

Wenn man zwei Töne gleichzeitig vernimmt, und ihr Zusammentönen bringt eine angenehme Empfindung hervor, so nennt man sie consonirend; im entgegengesetzten Falle aber dissonirend. Im allgemeinen sind Töne um so mehr consonirend, je einfacher das Verhältniß ihrer Zahlenwerthe ist. Grundton und Octave, so wie Grundton und Quinte sind consonirend; aber Grundton und Secunde, so wie Grundton und Septime sind dissonirend.

Wenn ein elastischer Stab in der Mitte gehalten und an dem einen Ende der Länge nach gerieben wird, so daß er Longitudinalschwingungen macht, so gibt er seinen tiefsten Ton. Wird die Schwingungszahl desselben = 1 gesetzt, so verhalten sich die Schwingungszahlen aller übrigen Töne, welche er zu geben vermag, wie die natürlichen Zahlen; der Stab mag hierbei frei oder an beiden Enden befestigt sein. Ist der Stab aber nur an dem einen Ende befestigt, so verhalten sich die Schwingungszahlen wie die ungeraden Zahlen.

Eine in einer Röhre befindliche Luftsäule kann zum Tönen gebracht werden entweder durch Schwingungen eines festen Körpers, welchen man vor die Oeffnung der Röhre bringt, wodurch die in der Röhre befindliche Luft ebenfalls in Schwingungen versetzt wird und denselben Ton gibt, welchen der Körper erzeugt, wenn ihre Länge zur Wellenlänge des einfallenden Tones in einem richtigen Verhältnisse steht, oder dadurch, daß gegen die Röhre ein Luftstrom geführt wird, welcher die Luftsäule in Schwingungen versetzt und zum Tönen bringt.

Die Länge der Röhre oder die Länge der Luftsäule, welche zum Tönen gebracht wird, steht immer mit der dem Tone zugehörigen Wellenlänge in einem einfachen Verhältnisse.

In einer an dem einen Ende geschlossenen Röhre oder sogenannten gedeckten Pfeife können sich nur dann stehende Schwingungen bilden, und also auch nur Töne erzeugen, wenn ihre Länge $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$ . . . der dem Tone zugehörigen Wellenlänge beträgt. Ihre Länge ist also der vierte Theil der Wellenlänge des tiefsten Tones, welchen sie zu geben vermag. Die höheren Töne gibt sie, wenn ihre Länge $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$ . . . der Wellenlänge des Tones beträgt. Daher verhalten sich die Schwingungszahlen aller Töne, welche eine solche Pfeife hervorbringt, wie die ungeraden Zahlen.

Eine an beiden Enden offene Pfeife gibt ihren tiefsten Ton, wenn ihre Länge der halben Wellenlänge gleich ist, welche diesem Tone entspricht. Es bildet sich dabei in der Mitte der Röhre ein Schwingungsknoten. Die nächst höheren Töne gibt sie bei $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{8}{4}$, . . . Wellenlänge, wo sich dann 2, 3, 4 . . . Schwingungsknoten

bilden. Bezeichnet man die Schwingungszahl des tiefsten Tones mit 1, so verhalten sich die den Tönen zugehörigen Schwingungszahlen wie die natürlichen Zahlen. Auch muß eine offene Pfeife doppelt so lang sein, als eine gedeckte, wenn sie mit ihr denselben Ton geben soll.

Der tiefste Ton $\underline{\underline{C}}$, welcher in der Musik gebräuchlich ist, wird durch eine gedeckte Pfeife von 16 Fuß, oder durch eine offene von 32 Fuß hervorgebracht. Es ist daher die diesem Tone zugehörige Wellenlänge 64 Fuß. Da sich nun der Schall um 1050 Fuß in der Secunde fortpflanzt, so ist $\frac{1050}{64} = 16$ der Zahlenwerth dieses Tones; d. h. dieser Ton wird bei 16 Oscillationen in einer Secunde erzeugt.

Aus Vorstehendem ergibt sich eine Methode, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung in irgend einem festen Körper zu bestimmen. Denn da

$$1050 = 2 \,.\, 16 \,.\, 32$$

so heißt dieses: Es ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich dem doppelten Producte aus der Schwingungszahl des tiefsten Tones in die Röhrenlänge.

Ist allgemein c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft, l die Länge der Röhre und n die Schwingungszahl ihres tiefsten Tones, so ist

$$c = 2nl$$

Nun gibt aber ein Stab seinen tiefsten Ton, wenn er in der Mitte gehalten, und an dem einen Ende gerieben wird. Ist daher die Länge dieses Stabes ebenfalls gleich l, die seinem tiefsten Tone zugehörige Schwingungszahl n_1, und bezeichnet man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung in dem Materiale des Stabes mit c_1, so ist auch

$$c_1 = 2n_1 l$$

daher

$$c : c_1 = 2nl : 2n_1 l$$

$$c_1 = c\,\frac{n_1}{n}$$

Durch Versuche hat man gefunden, daß das menschliche Ohr alle Töne vernehmen kann, deren Schwingungszahlen zwischen 7 und 24000 liegen.

Die Resonanzböden der Saiteninstrumente gründen sich auf die Mittheilung der Wellenbewegung, indem im Resonanzboden sich ebenfalls stehende Schwingungen erzeugen, welche den ursprünglichen Ton verstärken.

Wenn zwei Wellensysteme, von denen jedes einen Ton erzeugt, gleichzeitig mit einander fortgehen, so werden sich die, beiden Wellensystemen entsprechenden Schwingungen abwechselnd gegenseitig schwächen und verstärken, indem dieselben Lufttheilchen abwechselnd von beiden Wellen gleichnamig und entgegengesetzt afficirt werden. Hierdurch wird aber ein periodisch wechselndes Anschwellen und Nachlassen der Töne herbeigeführt. Die gegenseitige Verstärkung sowohl als die Schwächung der Schwingungszustände wird abwechselnd ein Maximum und ein Minimum erreichen. Das Maximum der Verstärkung ist das Minimum der Schwächung und umgekehrt. Das Maximum der Verstärkung findet da statt, wo dasselbe Lufttheilchen von beiden Wellen gleichzeitig in denselben Schwingungszustand versetzt wird; das Maximum der Schwächung findet da statt, wo dasselbe Lufttheilchen von beiden Wellen gleichzeitig in entgegengesetzte Schwingungszustände versetzt wird.

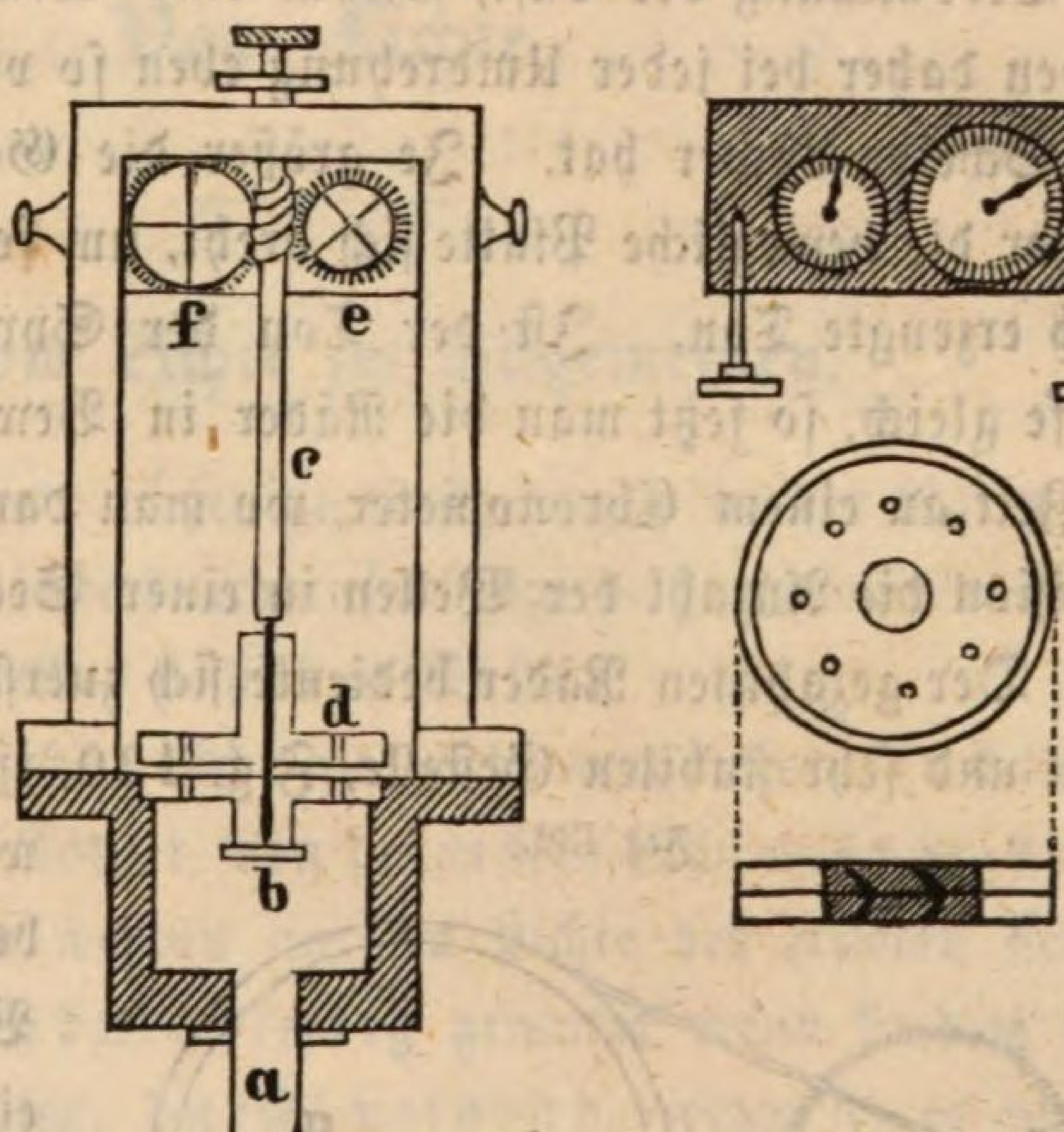
Eine solche Periode von einem Minimum der Verstärkung bis zum andern nennt man einen Stoß. Der Stoß entspricht daher der Zeit, nach welcher das eine Wellensystem eine Welle mehr als das andere erzeugt hat. Es stellt aber eine solche Periode selbst wieder eine Welle dar, und die aufeinander folgenden Stöße bilden ein Wellensystem. Folgen daher die Stöße so rasch hintereinander, daß ihre Anzahl in einer Secunde der Schwingungszahl eines Tones gleich kommt, so erzeugen diese Stöße einen dritten, von den beiden ursprünglichen Tönen verschiedenen tieferen Ton, welchen man den Combinationston nennt. So erzeugt z. B. ein Ton mit seiner Quinte, seine nächst tiefere Octave als Combinationston.

4. Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne.

Die absolute Schwingungszahl der Töne wird entweder mit der Syrene oder mit gezahnten Rädern bestimmt.

Die Syrene von Cagniard la Tour hat folgende Einrichtung. Eine Röhre a, Fig. 129, führt in eine cylindrische Büchse b von Messing, welche 2 bis 3 Zoll Durchmesser hat, und etwa 1 Zoll hoch ist.

Fig. 129.



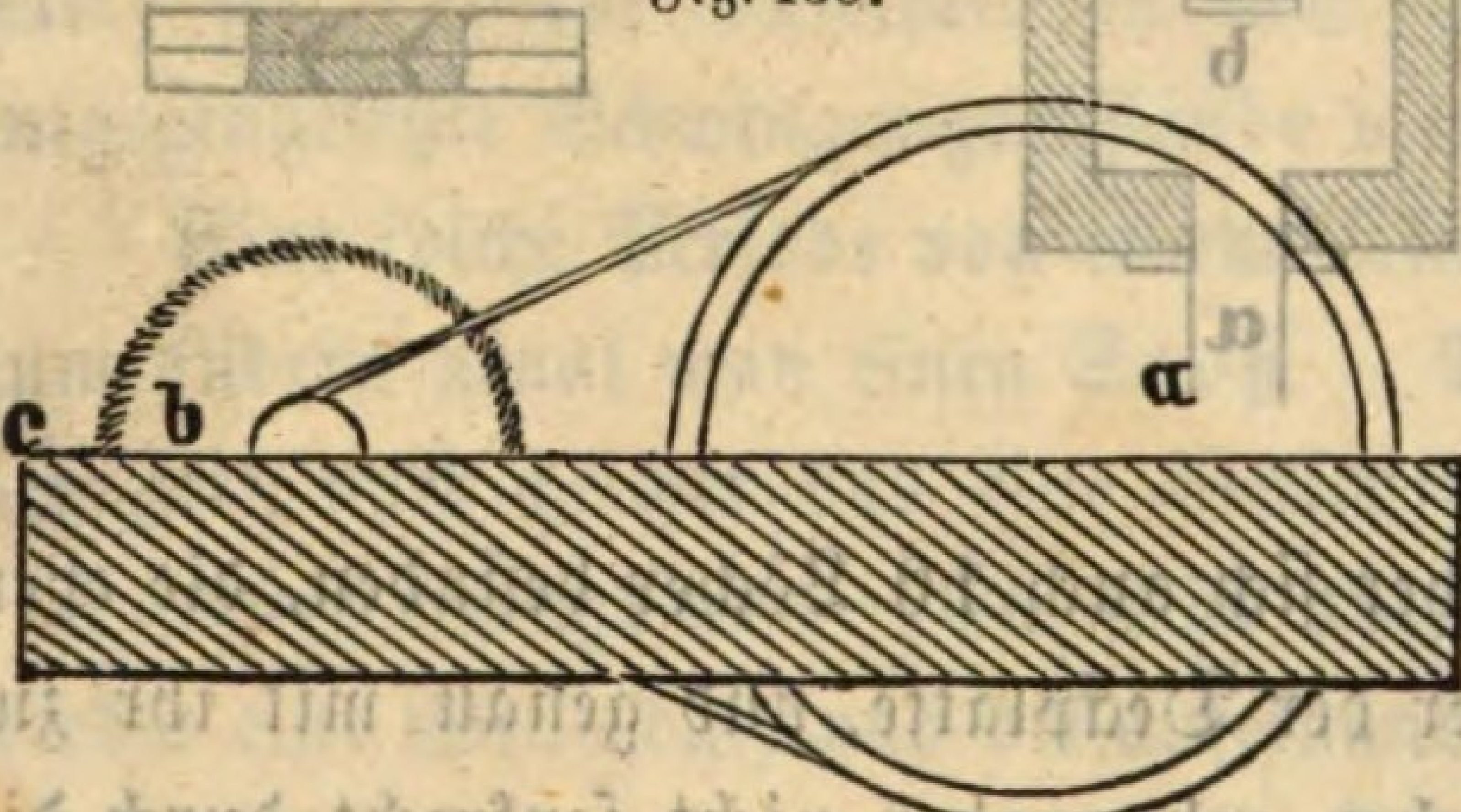
In der Deckplatte dieser Büchse befinden sich in einer Kreislinie etwa 10 Löcher, welche in Zwischenräumen von einander abstehen, die etwas größer sind, als die Löcher selbst. Auf dieser Deckplatte und concentrisch mit ihr ist an einer verticalen Welle c eine Scheibe d, ebenfalls von Messing, in welcher sich auch 10 Löcher befinden, die eben so groß sind, als die Löcher der Deckplatte, und genau mit ihr zusammenfallen. Diese Löcher gehen aber nicht senkrecht durch die Platten, sondern schief so daß je ein Loch der oberen mit je einem Loche der unteren einen Winkel bildet. An der Welle c ist eine Schraube ohne Ende, welche in ein Zahnrad e von 100 Zähnen eingreift. Mit diesem steht ein zweites Zahnrad f in Verbindung, welches eine Umdrehung macht, wenn e 100 Umdrehungen macht. Diese Zahnräder können beliebig in Bewegung gesetzt und arretirt werden; jedes trägt einen Zeiger, welche auf getheilten Kreisscheiben

sich bewegen, so daß man die Anzahl der Umdrehungen ablesen kann.

Die Syrene wird mit der Röhre a auf einen Windkasten gesetzt, auf welchen man gleichzeitig eine Röhre bringt, die denjenigen Ton gibt, dessen Schwingungszahl ermittelt werden soll. Der Wind, welcher durch die Röhre a in die Büchse b kommt, kann nur durch die Löcher der Scheiben entweichen, und da diese einen Winkel mit einander bilden, so wird die obere Scheibe in Rotation versetzt. Hierdurch werden aber alle Löcher abwechselnd gleichzeitig geöffnet und gleichzeitig geschlossen, so daß jedesmal eine Verdichtung und eine Verdünnung der Luft, mithin eine Welle erzeugt wird. Es werden daher bei jeder Umdrehung eben so viel Wellen erzeugt, als eine Scheibe Löcher hat. Je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher die bewegliche Platte sich dreht, um so höher wird der hierdurch erzeugte Ton. Ist der Ton der Syrene mit dem Tone der Pfeife gleich, so setzt man die Räder in Bewegung und beobachtet die Zeit an einem Chronometer, wo man dann durch eine einfache Division die Anzahl der Wellen in einer Secunde bekommt.

Der gezahnten Räder bediente sich zuerst Savart. In einem festen und sehr stabilen Gestelle, Fig. 130, ist ein größeres Rad a, welches durch eine Kurbel gedreht werden kann. Von diesem Rade geht ein Riemen ohne Ende über die Welle des Zahnrades b. Während das Rad a eine Umdrehung macht, macht das Rad b 10 Umdrehungen. Das Zahnrad ist von Metall und hat etwa 600 Zähne. Diese Zähne stoßen nun, wenn das Rad gedreht wird, gegen ein elastisches Plättchen c, so daß jeder Zahn eine Schwingung erzeugt. Mit der Welle b ist ein Zähler in Verbindung, so daß man die Anzahl der Umdrehungen ablesen kann.

Fig. 130.



Achter Abschnitt.

Vom Lichte.

1. Vom Lichte im Allgemeinen.

Licht nennen wir diejenige Erscheinung in der Natur, vermöge welcher Gegenstände durch unser Auge wahrgenommen werden. Die Wahrnehmung selber heißt das Sehen.

Körper, von welchen Licht ausgeht, nennt man leuchtende, während man andere Körper, von denen kein Licht ausgeht, dunkle nennt. Die letzteren werden nur im Lichte der ersteren sichtbar. Ferner werden Körper durchsichtig genannt, wenn sie dem Lichte den Durchgang gestatten, durchscheinend, wenn sie es nur unvollkommen und undurchsichtig, wenn sie es gar nicht thun.

Zu den leuchtenden Körpern gehören vorzugsweise die Fixsterne, die glühenden und phosphorescirenden Körper. Auch der electrische Funke leuchtet, ferner leuchten verschiedene Thier- und Pflanzenstoffe, wenn sie dem Processe der Verwesung unterliegen.

Man nimmt allgemein an, daß die leuchtenden Körper sich in besonderen Zuständen befinden, zufolge deren sie den Aether, einen durch den ganzen Weltenraum verbreiteten feinen und so außerordentlich elastischen Stoff, daß er sich der Einwirkung der Schwere entzieht, in schwingende Bewegungen versetzen, welche sich mit einer sehr großen Geschwindigkeit wellenförmig fortpflanzen.

Dunkle Körper sind daher solche, welche den Aether nicht in diesen Zustand versetzen können. Bei durchsichtigen Körpern sind die Aethertheilchen zu den materiellen Theilchen so geordnet, daß sie in Schwingungen gerathen und die Wellenbewegung fortpflanzen können; bei durchscheinenden Körpern geschieht dieß nur unvollkommen und bei undurchsichtigen Körpern geschieht es gar nicht.

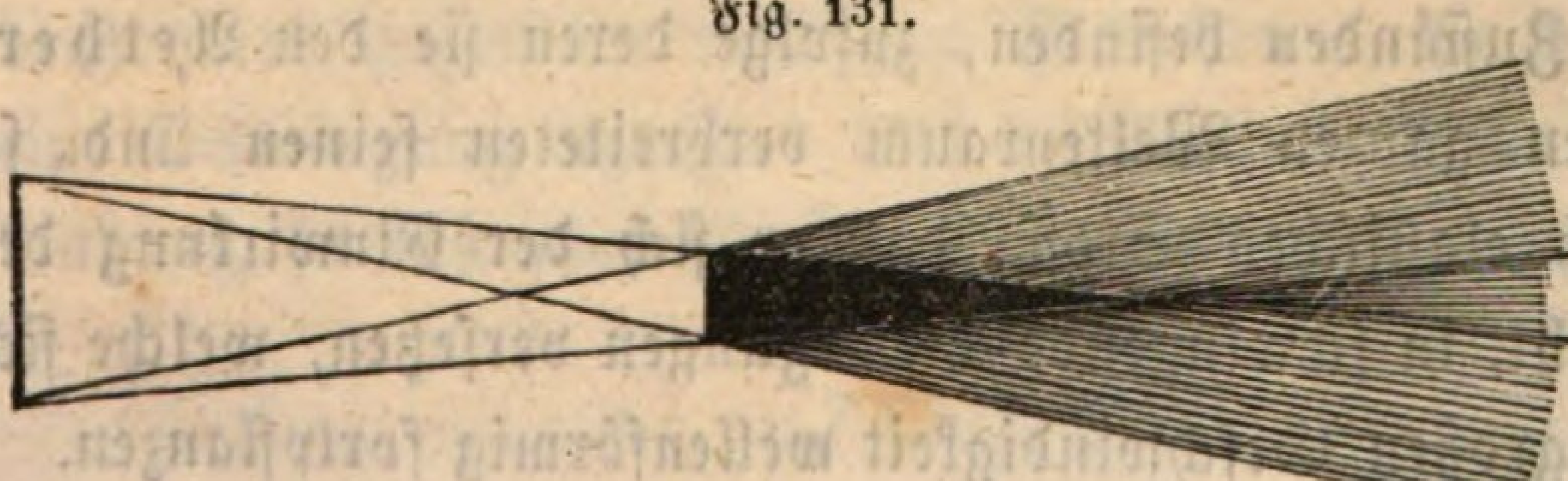
Von jedem leuchtenden Körper oder leuchtenden Punkte verbreitet sich das Licht durch dasselbe Mittel nach allen Richtungen gleichmäßig, indem die Lichtwellen als concentrische Kugelflächen fortschreiten, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt der leuchtende Punkt ist. Es kann daher der leuchtende Punkt von jedem Punkte einer solchen Kugelfläche aus wahrgenommen werden. Jeder Kugelhalbmesser heißt Lichtstrahl; er zeigt die Richtung an, in welcher das Licht sich verbreitet, und ist diejenige gerade Linie, welche die Schwingungsbahnen derjenigen Aethertheilchen, die den Lichtstrahl erzeugen, halbirt. Die Schwingungsbahnen liegen nicht in derselben Ebene, sondern in allen möglichen Richtungen, welche auf der Richtung des Strahles senkrecht stehen.

Je größer die Fläche ist, auf welcher dasselbe Lichtquantum sich ausbreitet, um so geringer muß seine Intensität sein. Da nun Kugeloberflächen sich wie die Quadrate ihrer Halbmesser verhalten, so muß auch die Intensität des Lichtes unter sonst gleichen Umständen dem Quadrate der Entfernung vom leuchtenden Punkte umgekehrt proportional sein.

Ein für das Licht undurchdringlicher Körper hindert die Verbreitung desselben. Es entsteht daher hinter diesem Körper ein lichtleerer Raum, welches man Schatten nennt.

Die Gestalt des Schattens hängt von der des dunklen Körpers ab, und ist verschieden, je nachdem der leuchtende Körper größer oder kleiner als der beleuchtete oder gleich dem beleuchteten ist. Im ersten Falle entsteht ein Kernschatten und ein Halbschatten, Fig. 131; der

Fig. 131.



Kernschatten endet mit einer Spitze. Im zweiten Falle geht der Schatten mit wachsendem und im dritten Falle mit gleichem Durchmesser fort, Fig. 132 und 133. Der Schatten eines Körpers, welcher einen andern Körper trifft, heißt Schlagschatten.

Fig. 132.

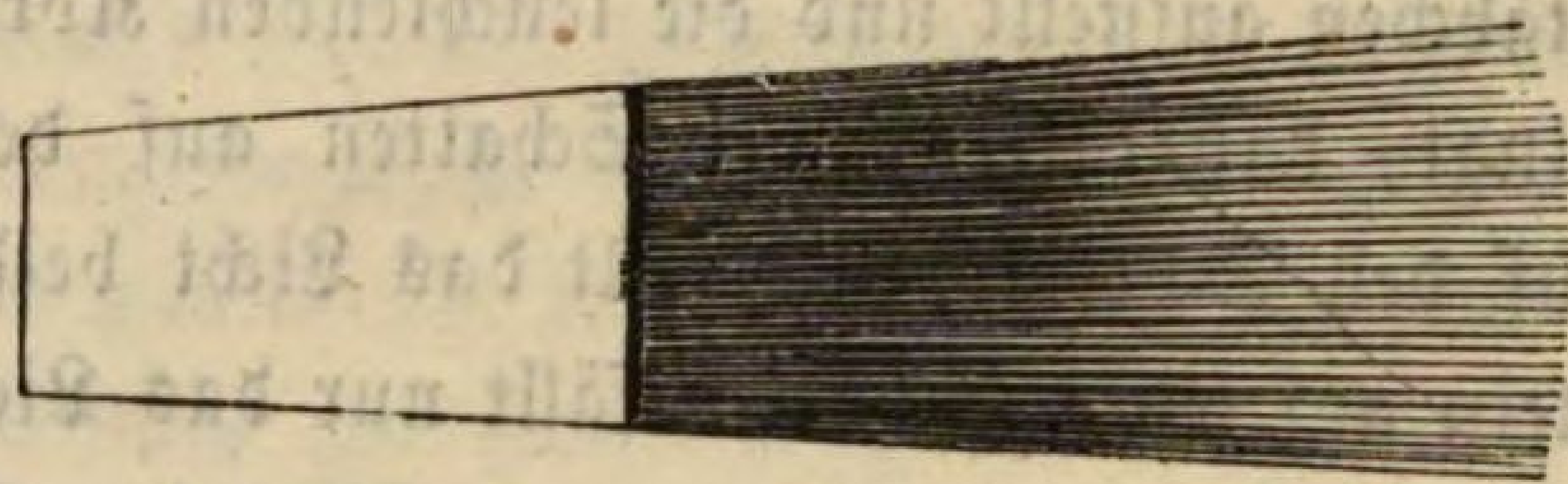
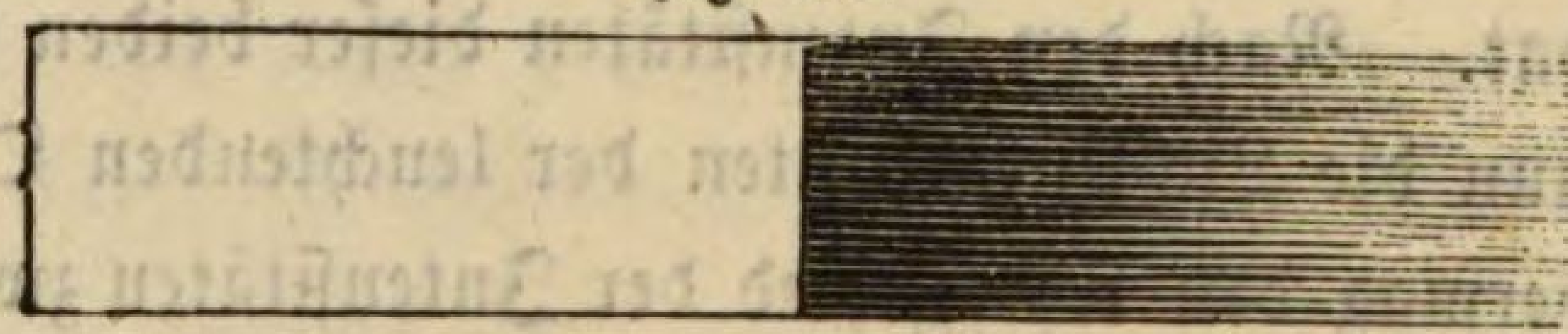


Fig. 133.



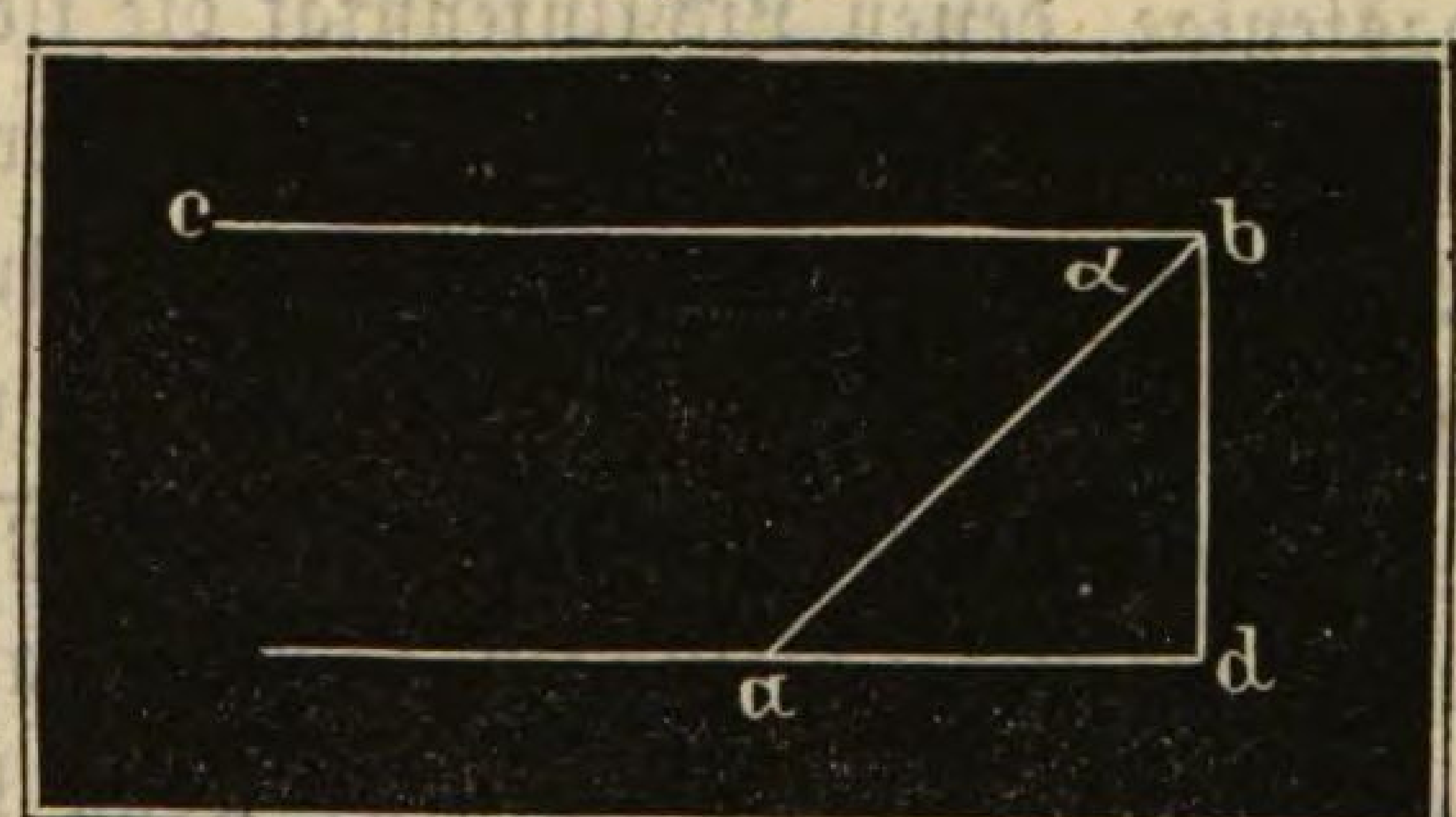
Wenn eine Ebene von Lichtstrahlen getroffen wird, so ist die Intensität der Beleuchtung dem Sinus des Winkels proportional, welchen die einfallenden Strahlen mit der Ebene machen.

Ist ab, Fig. 134, die beleuchtete Ebene, bc die Richtung der auf fallenden Strahlen und zieht man bd auf bc senkrecht, so würde, wenn ab nicht vorhanden wäre, bd dieselbe Quantität Licht bekommen, welche ab bekömmt. Es ist aber

$$ab : bd = 1 : \sin\alpha$$

wenn α den Winkel bezeichnet, unter welchem die Lichtstrahlen die Fläche treffen.

Fig. 134.



Bezeichnet nun i die Lichtintensität auf bd und i_1 die Lichtintensität auf ab, so hat man, weil die Intensitäten den Flächen umgekehrt proportional sind,

$$i : i_1 = ab : bd$$

daher auch

$$i : i_1 = 1 : \sin\alpha$$
$$i_1 = i \sin\alpha$$

Eine Fläche wird also am intensivsten beleuchtet, wenn die Lichtstrahlen senkrecht sie treffen.

Umgekehrt folgt hieraus, daß die von einer Ebene ausgehende Erleuchtung dem Sinus des Ausstrahlungswinkels proportional ist.

Apparate, welche dazu dienen, die Lichtintensität durch Experimente zu bestimmen, werden **Photometer** genannt. Das gebräuchlichste besteht darin, daß man vor einem weißen Schirme ein Stäbchen aufstellt und die leuchtenden Körper so vor das Stäbchen bringt, daß dieses zwei Schatten auf den Schirm werfen muß. Auf den Schirm selbst fällt das Licht beider leuchtender Objecte; allein auf jeden Schatten fällt nur das Licht eines leuchtenden Objectes und zwar desjenigen, welches den Schatten nicht veranlaßt hat. Nach den Intensitäten dieser beiden Schatten beurtheilt man nun die Lichtintensitäten der leuchtenden Objecte; denn das Auge vermag den Unterschied der Intensitäten zweier Schatten weit besser zu beurtheilen, als den Unterschied der Intensitäten zweier beleuchteter Objecte.

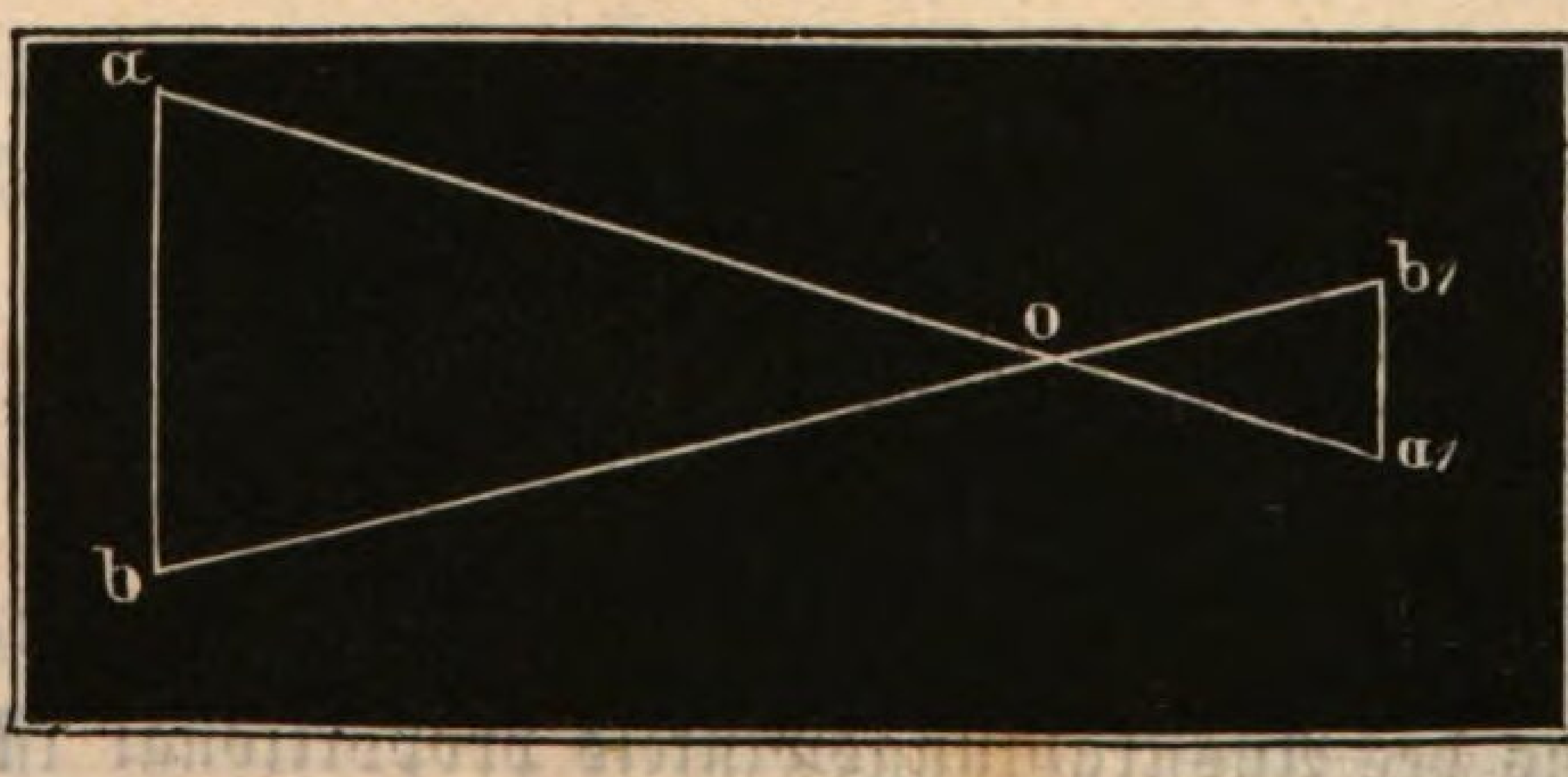
Sind die Lichtintensitäten gleich, so sind beide Schatten gleich dunkel, sind sie ungleich, so erzeugt dasjenige leuchtende Object, dessen Lichtintensität die größere ist, einen dunkleren Schatten als dasjenige, dessen Lichtintensität die kleinere ist.

Versuche mit diesem Photometer bestätigen den Satz, daß die Lichtintensität unter sonst gleichen Umständen dem Quadrate der Entfernung vom leuchtenden Objecte umgekehrt proportional ist.

Läßt man z. B. in einer gewissen Entfernung das Stäbchen von einer Kerze beleuchten, so muß man in der doppelten Entfernung vier solcher Kerzen aufstellen, wenn beide Schatten gleich dunkel sein sollen.

Wenn im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers eine kleine Oeffnung von beliebiger Gestalt sich befindet, so erhält man auf der gegenüberstehenden Wand von jedem vor der Oeffnung außerhalb des Zimmers befindlichen leuchtenden Körper ein umgekehrtes Bild. Ist o, Fig. 135, die Oeffnung, ab der Gegenstand und $a_1 b_1$ das Bild, so folgt

Fig. 135.



aus der geradlinigen Verbreitung des Lichtes, daß ein von a aus durch die Oeffnung o gehender Strahl in a_1 und ein von b aus durch die Oeffnung o gehender Strahl in b_1 die Wand treffen muß. Die Strahlen kreuzen sich also in o und es muß daher die Lage von $a_1 b_1$ der Lage von ab entgegengesetzt sein. Zugleich sieht man, daß die Größe des Bildes zur Größe des Gegenstandes sich verhält wie die Entfernung des Bildes zur Entfernung des Gegenstandes von der Oeffnung.

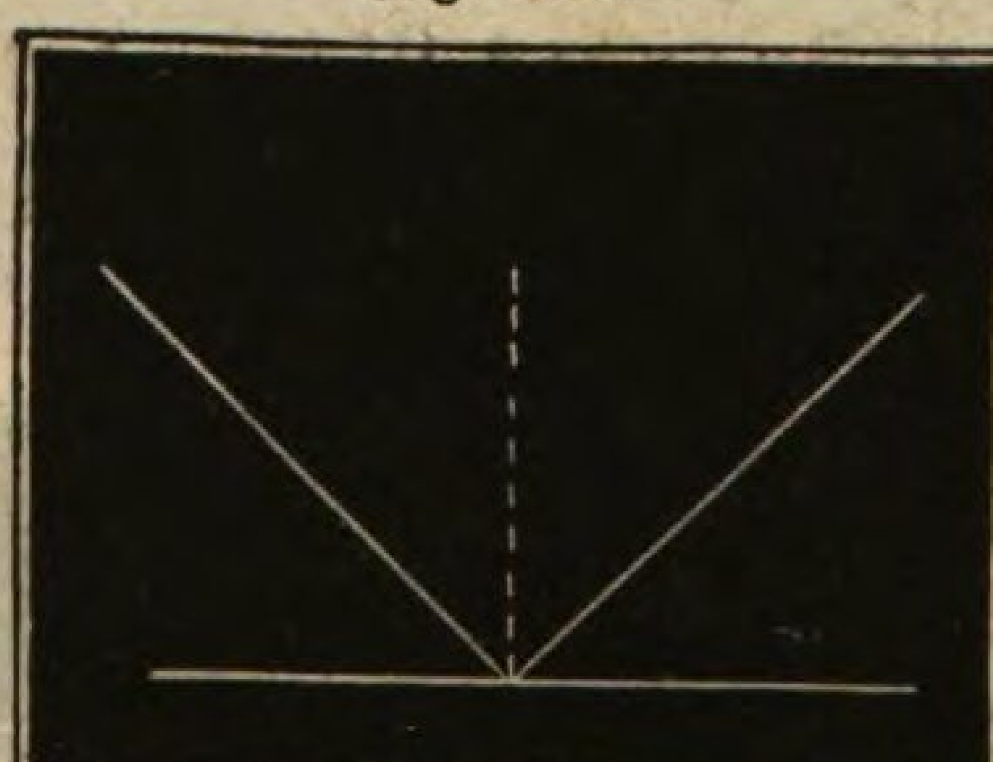
Die Geschwindigkeit des Lichts wurde zuerst von O. Römer aus Beobachtungen der Jupiterstrabanten berechnet und zu 42000 Meilen in einer Secunde bestimmt.

---

2. Von der Reflexion oder Spiegelung des Lichtes.

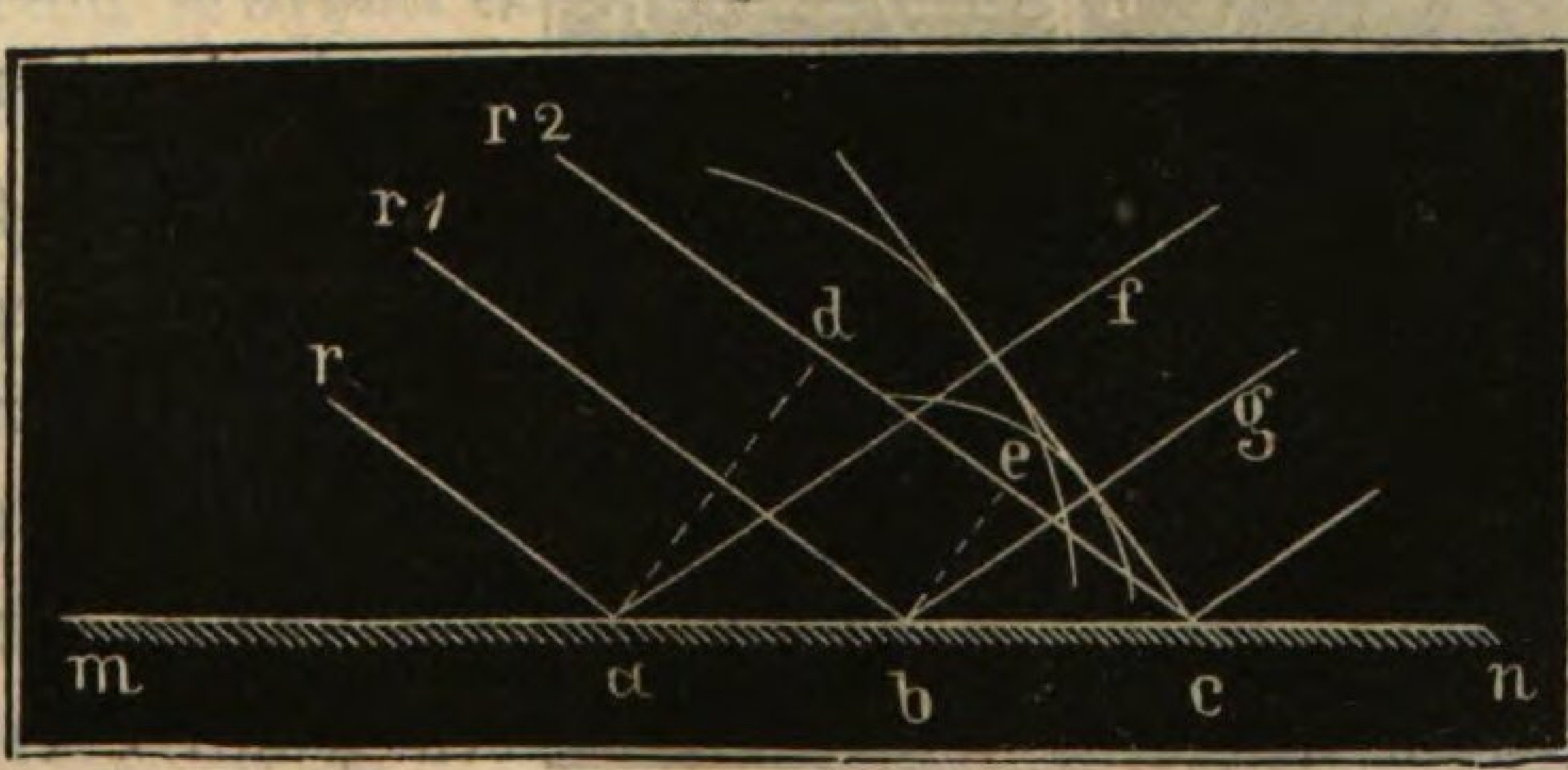
Wenn eine Lichtwelle eine glatte Fläche trifft, so wird sie von dieser zurückgeworfen. Errichtet man im Punkte, wo ein Lichtstrahl die Fläche trifft, ein Perpendikel, so liegt dieses mit dem einfallenden und zurückgeworfenen Strahle in einer Ebene, welche auf der spiegelnden Ebene senkrecht steht, und halbirt den Winkel, welchen beide Strahlen mit einander machen. Fig. 136. Den einen nennt man den Einfallswinkel, den andern den Zurückwerfungswinkel. Es ist daher der Zurückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich.

Fig. 136.



Sind r, r_1, r_2 parallele Strahlen, welche die Fläche mn in a, b und c treffen, Fig. 137; zieht man die Perpendikel ad und

Fig. 137.



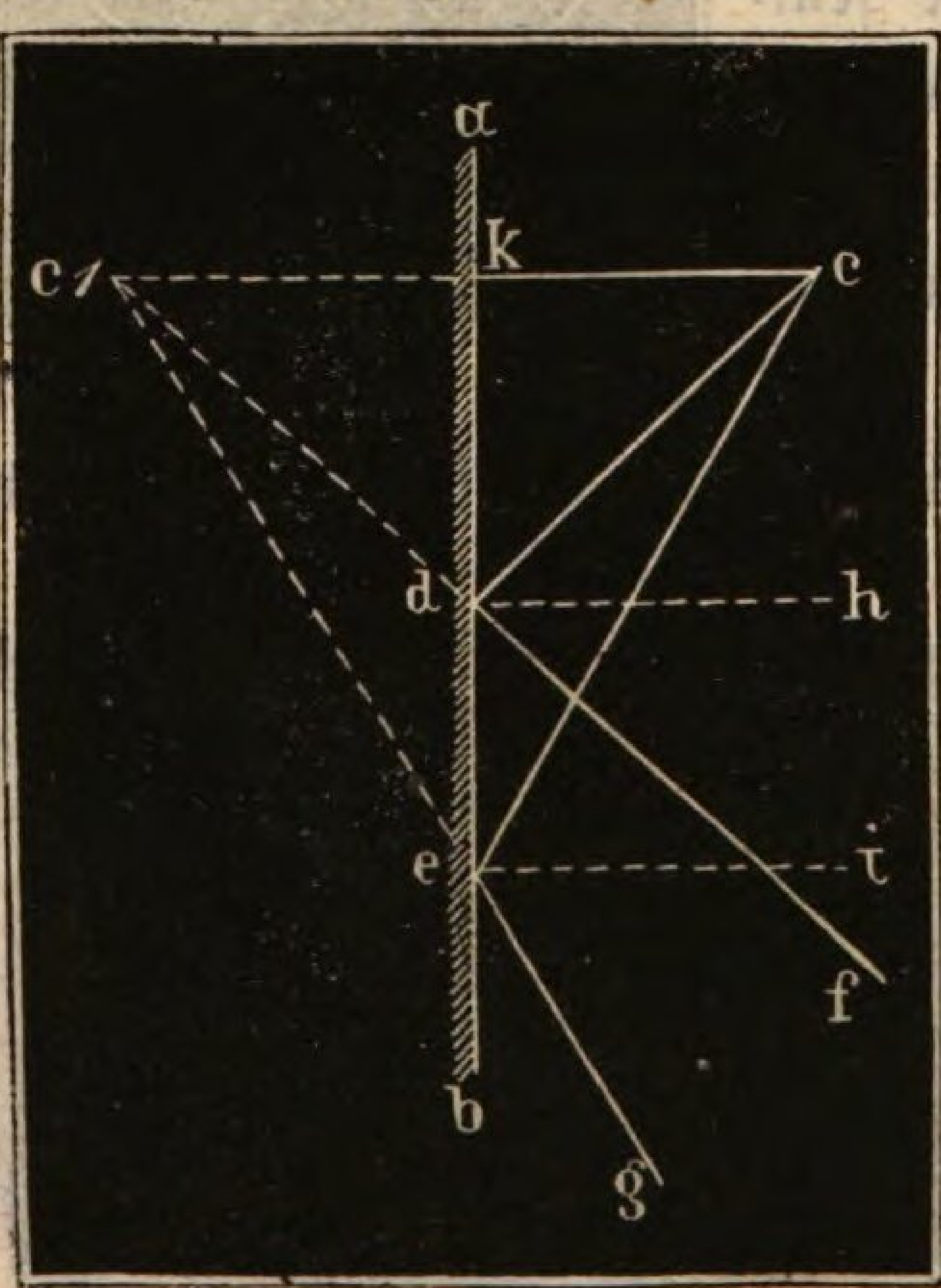
be, so muß, während r_2 von d nach c fortschreitet, r nach der Reflexion um ein gleiches Stück fortgeschritten sein, da sich die Strahlen fortwährend in demselben Mittel bewegen, also ihre Geschwindigkeit nicht ändern; ferner muß, während r_2 sich von e nach c bewegt, r_1 aus demselben Grunde nach der Reflexion ein gleiches Stück fortgeschritten sein. Beschreibt man daher von a mit cd und von b mit ce Kreise und legt an diese von c aus eine gemeinschaftliche Tangente, so sind die Halbmesser af und bg die reflectirten Strahlen.

Da af = cd; ac = ac; f = d = 90°; so ist Dreieck afc $\cong$ cda und folglich fac = dca. Es machen mithin die einfallenden und reflectirten Strahlen mit der spiegelnden Ebene gleiche Winkel; daher sind auch, wenn man in den Einfallspunkten Perpendikel errichtet, die Einfalls- und Zurückwerfungswinkel gleich.

Was von diesen Strahlen gilt, gilt natürlich von allen und folglich auch von der Welle selber, welche die Summe aller Strahlen ist.

Da es keine absolut glatte Flächen gibt, so wird zufolge der Unebenheiten etwas Licht unregelmäßig reflectirt, welches man dann zerstreutes Licht nennt. Die Lichtzerstreuung ist um so größer, je unebener die Fläche ist; daher ist auch die Reflexion um so unvollständiger, je unvollständiger die Politur der Fläche ist.

Fig. 138.

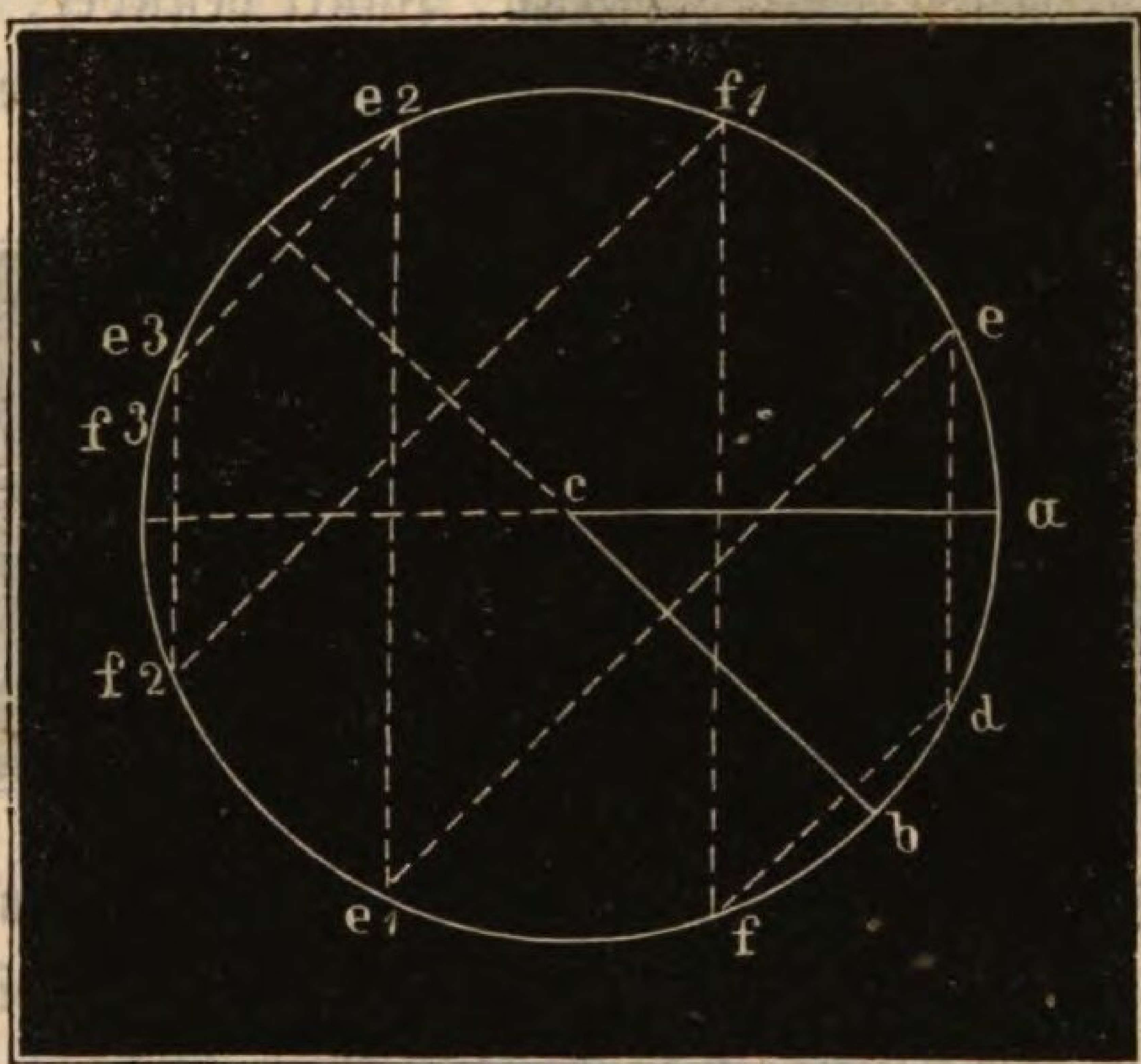


Ist ab, Fig. 138, ein Spiegel und c ein leuchtender Punkt vor demselben, sind cd und ce Strahlen, welche den Spiegel treffen; so errichte man die Perpendikel dh und ei und mache Winkel fdh = cdh so wie gei = cei, dann sind df und eg die reflectirten Strahlen. Ein in g oder f befindliches Auge wird daher in der Richtung ge oder fd den leuchtenden Punkt c erblicken. Werden

ge und fd rückwärts verlängert, so schneiden sie die von c auf ab gefällte und verlängerte Senkrechte in c_1, und es ist daher c_1 der Ort des Bildes von c, welches im Spiegel gesehen wird.

Da nun cdk = $c_1$dk; ckd = $c_1$kd; dk = dk; so ist Dreieck cdk ≅ $c_1$dk und mithin ck = c_1k, d. h. es erscheint dem Auge das Bild im Spiegel so, als befände es sich so weit hinter demselben, als der leuchtende Punkt vor demselben sich befindet.

Fig. 139.



Ist acb, Fig. 139, ein Winkelspiegel und befindet sich in d ein Gegenstand, so erscheint in ca das Bild e und in cb das Bild f. Diese Bilder erzeugen aber wieder Bilder; e erzeugt e_1, e_2, e_3 und f erzeugt f_1, f_2, f_3; e_3 und f_3 fallen zusammen.

Die Anzahl der Bilder, welche überhaupt entstehen, hängt von der Größe des Winkels ab. Hat allgemein der Winkel n Grade, so ist

$$\frac{360}{n} - 1$$

die Anzahl der Bilder.

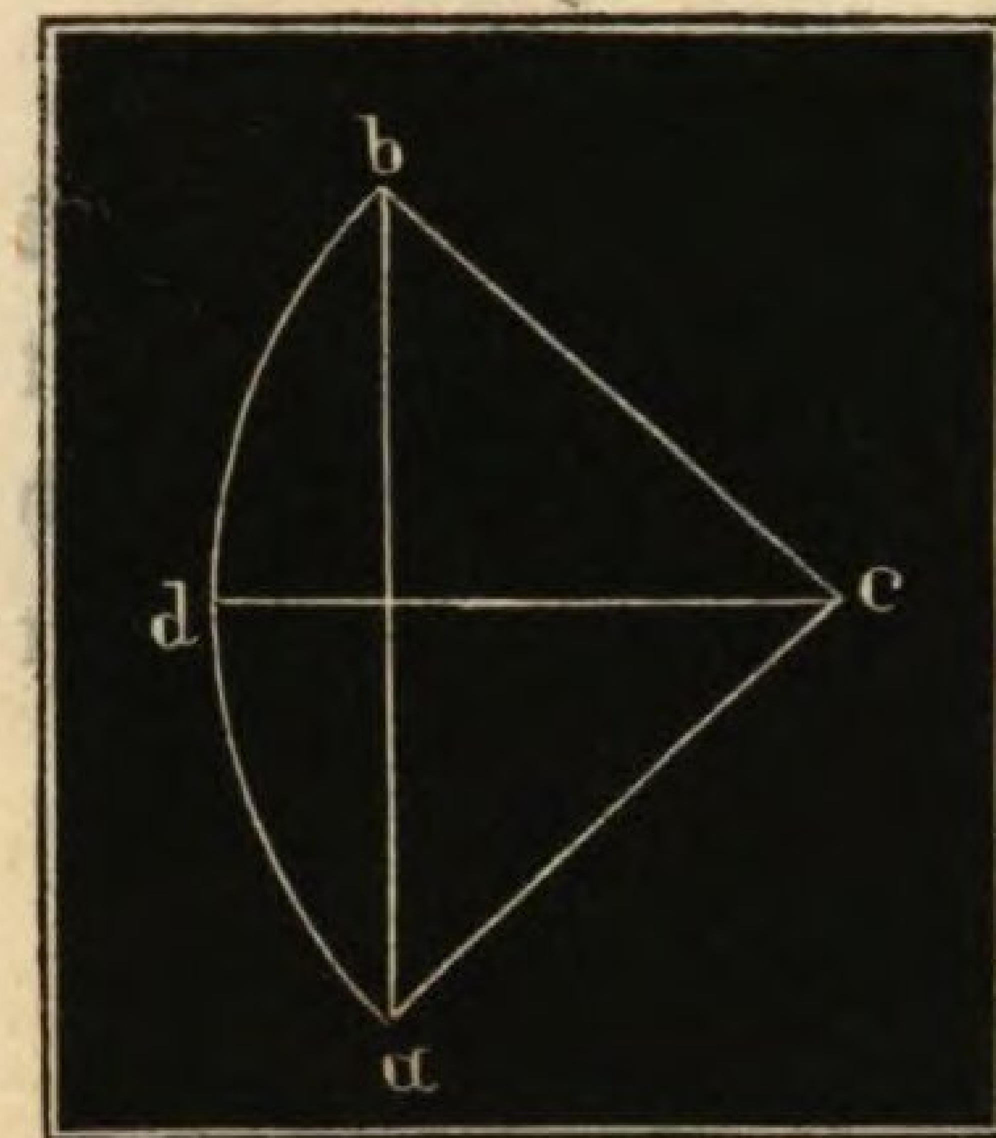
Ist n = 180, so erhält man ein Bild, denn dann hat man einen Planspiegel.

Ist n = 0, so erhält man unendlich viele Bilder, denn dann sind ac und bc parallel.

Wenn man eine Kugel mittelst einer Ebene schneidet, so erhält man einen sphärischen Spiegel. Man nennt den Spiegel hohl oder erhaben, je nachdem die spiegelnde Fläche die hohle oder erhabene ist.

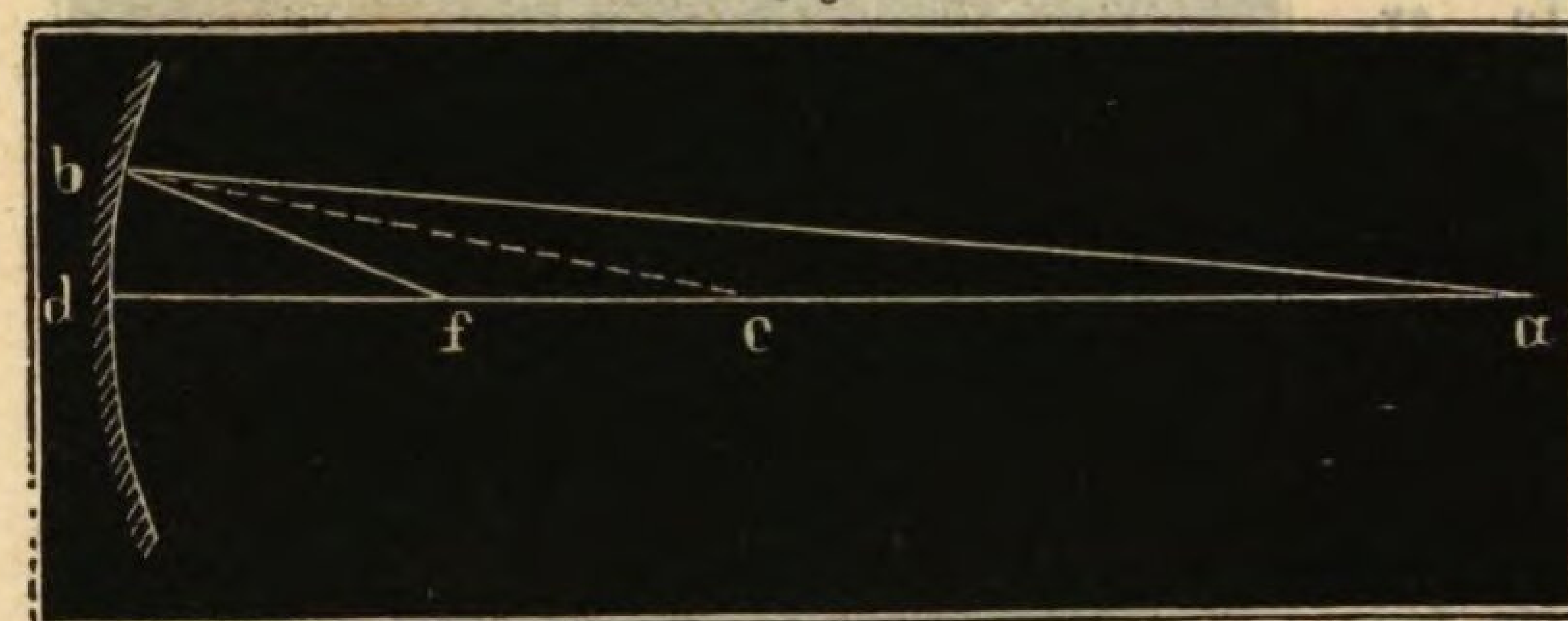
Ist c, Fig. 140, der Mittelpunkt einer Kugel, von welcher man mittelst der Ebene ab das Stück adb abgeschnitten hat; so stellt dieses einen sphärischen Spiegel dar. c heißt **Mittelpunkt der Krümmung**, cd die **Axe**, der Winkel acb die **Oeffnung** und ab der **Durchmesser** des Spiegels.

Fig. 140.



Wenn in der Axe des Spiegels, z. B. in a, Fig. 141, sich ein leuchtender Punkt befindet, so stellt das Strahlenquantum, welches auf den Spiegel fällt, einen Kegel dar, dessen Spitze a und dessen Basis der Spiegel ist.

Fig. 141.



Ist ab ein beliebiger Strahl, so wird dieser nach f reflectirt, wenn abc = fbc ist. Denn das Einfallsloth bei einem sphärischen Spiegel ist der Halbmesser.

Es ergibt sich aber die Proportion

$$ab : bf = ac : fc$$

Nimmt man nun an, der Punkt b liege dem Punkte d sehr nahe, so kann man ohne merklichen Fehler ab = ad und fd = fb setzen. Bezeichnet man ab mit a, fd mit α und dc mit 2p, so geht die obige Proportion in folgende über:

$$a : \alpha = (a - 2p) : (2p - \alpha)$$

$$\alpha\ (a - 2p) = a\ (2p - \alpha)$$

$$\alpha a - 2\alpha p = 2ap - \alpha a$$

$$\alpha a = \alpha p + ap$$

dividirt man mit αap, so folgt

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

oder

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

so wie

$$\alpha = \frac{ap}{a - p}$$

Ist $a = \infty$, so ist $\alpha = p$

d. h. fallen die Strahlen parallel auf den Spiegel, so werden sie so reflectirt, daß sie sich in einem Punkte schneiden, welches der Mittelpunkt zwischen c und d ist.

Dieser Punkt heißt Hauptbrennpunkt, und wird gewöhnlich mit f bezeichnet.

Ist $a = p$, so ist $\alpha = \infty$

d. h. befindet sich der leuchtende Punkt im Hauptbrennpunkte des Spiegels, so werden die Strahlen parallel mit der Axe reflectirt.

Ist $a = 2p$, so ist $\alpha = a = 2p$

d. h. befindet sich der leuchtende Punkt im Krümmungsmittelpunkte, so fallen alle Strahlen senkrecht auf den Spiegel, und werden also auch wieder nach dem Mittelpunkte reflectirt.

So lange $a > p$, ist α positiv, d. h. so lange der leuchtende Punkt vom Spiegel weiter absteht als der Hauptbrennpunkt, gibt es jedesmal einen Punkt vor dem Spiegel, in welchem die reflectirten Strahlen die Axe des Spiegels scheiden.

Wird $a < p$, so ist α negativ, d. h. befindet sich der leuchtende Punkt dem Spiegel näher als der Hauptbrennpunkt, so werden die Strahlen so reflectirt, als kämen sie von einem Punkte hinter dem Spiegel her.

Für erhabene Spiegel muß p negativ gesetzt werden. Man erhält dann

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p} - \frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{a}\right)$$

$$\alpha = -\frac{ap}{a + p}$$

d. h. solche Spiegel haben einen eingebildeten Brennpunkt, welcher sich auf der rückwärts verlängerten Axe befindet.

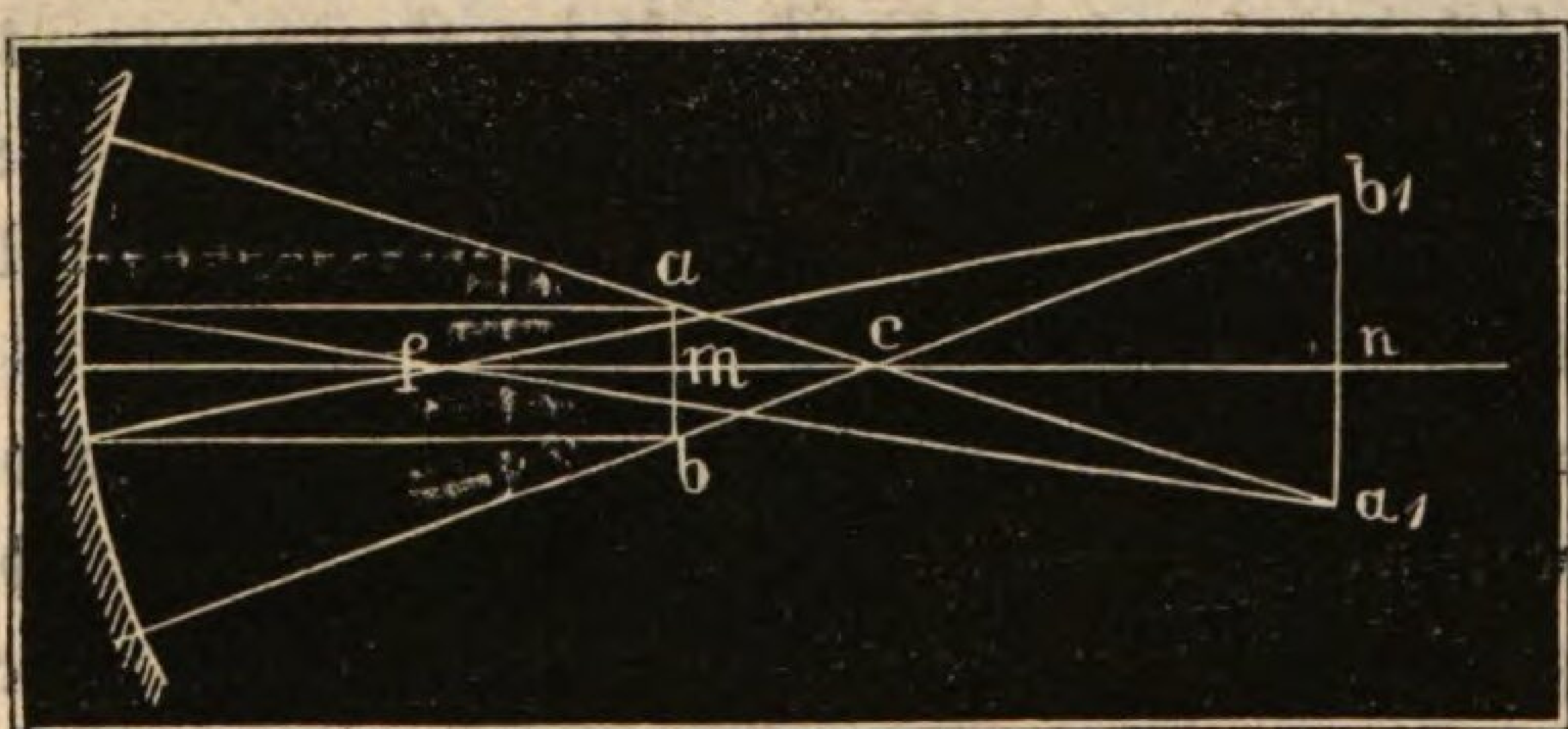
Wird $a = \infty$, so ist $\alpha = -p$, d. h. parallel auffallende Strahlen werden so reflectirt, als kämen sie von dem eingebildeten Brennpunkte her.

Diese Gesetze gelten nur unter der Voraussetzung einer sehr kleinen Oeffnung des Spiegels. Ist die Oeffnung größer, so werden die Strahlen, welche der Axe entfernter liegen, dem Spiegel näher reflectirt; es schneiden sich daher die Strahlen nicht in einem Punkte, sondern in vielen Punkten. Bilden diese Durchschnittspunkte eine Linie, so nennt man dieses eine Brennlinie oder kaustische Linie, und bilden sie eine Fläche, so wird diese Brennfläche oder kaustische Fläche genannt.

In den vorstehenden Sätzen sind die Bedingungen enthalten, unter welchen sphärische Spiegel Bilder erzeugen.

Ist ab, Fig. 142, ein Gegenstand, welcher sich zwischen dem Krümmungsmittelpunkte und dem Hauptbrennpunkte befindet, so ist $a_1 b_1$ das Bild dieses Gegenstandes. Denn

Fig. 142.



zieht man von a einen Strahl mit der Axe des Spiegels parallel, und einen zweiten, senkrecht auf den Spiegel, d. h. einen solchen, welcher mit der Richtung des Halbmessers zusammenfällt, so geht der erstere nach der Reflexion durch den Hauptbrennpunkt, der andere durch den Krümmungsmittelpunkt; beide schneiden sich in a_1, und es ist daher a_1 das Bild von a. Auf gleiche Weise ist b_1 das Bild von b, und überhaupt $a_1 b_1$ das Bild von ab. Wäre $a_1 b_1$ der Gegenstand, so würde ab sein Bild sein. Die Stellung des Bildes ist zu der des Gegenstandes verkehrt, und aus der Proportion

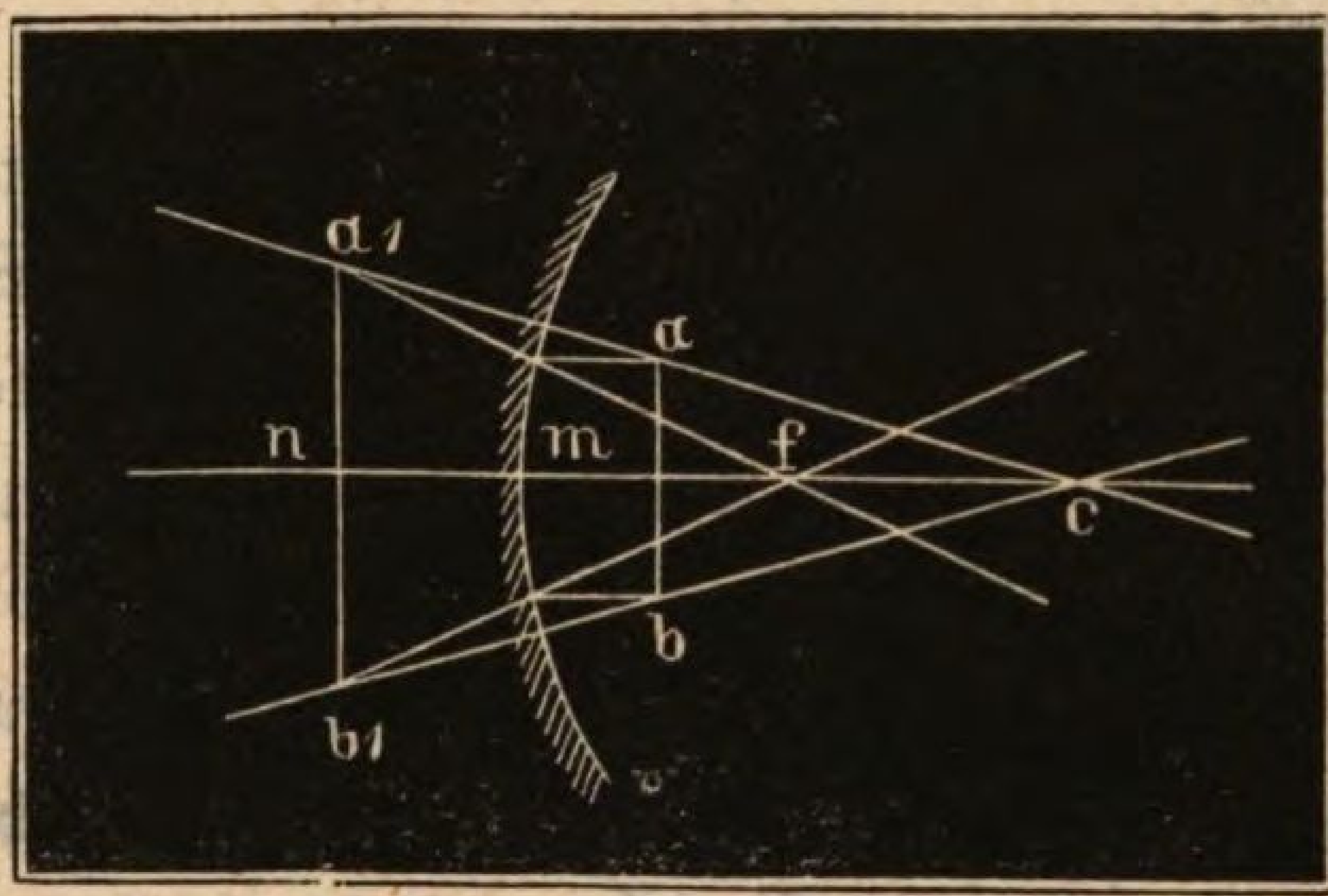
$$ab : a_1 b_1 = mc : nc$$

folgt, daß in Beziehung auf die Größe Bild und Gegenstand sich zu einander verhalten, wie ihre Entfernungen vom Krümmungsmittelpunkte.

Solche Bilder werden Sammelbilder genannt; man kann sie auf einem weißen Schirme oder matt geschliffenen Glase auffangen.

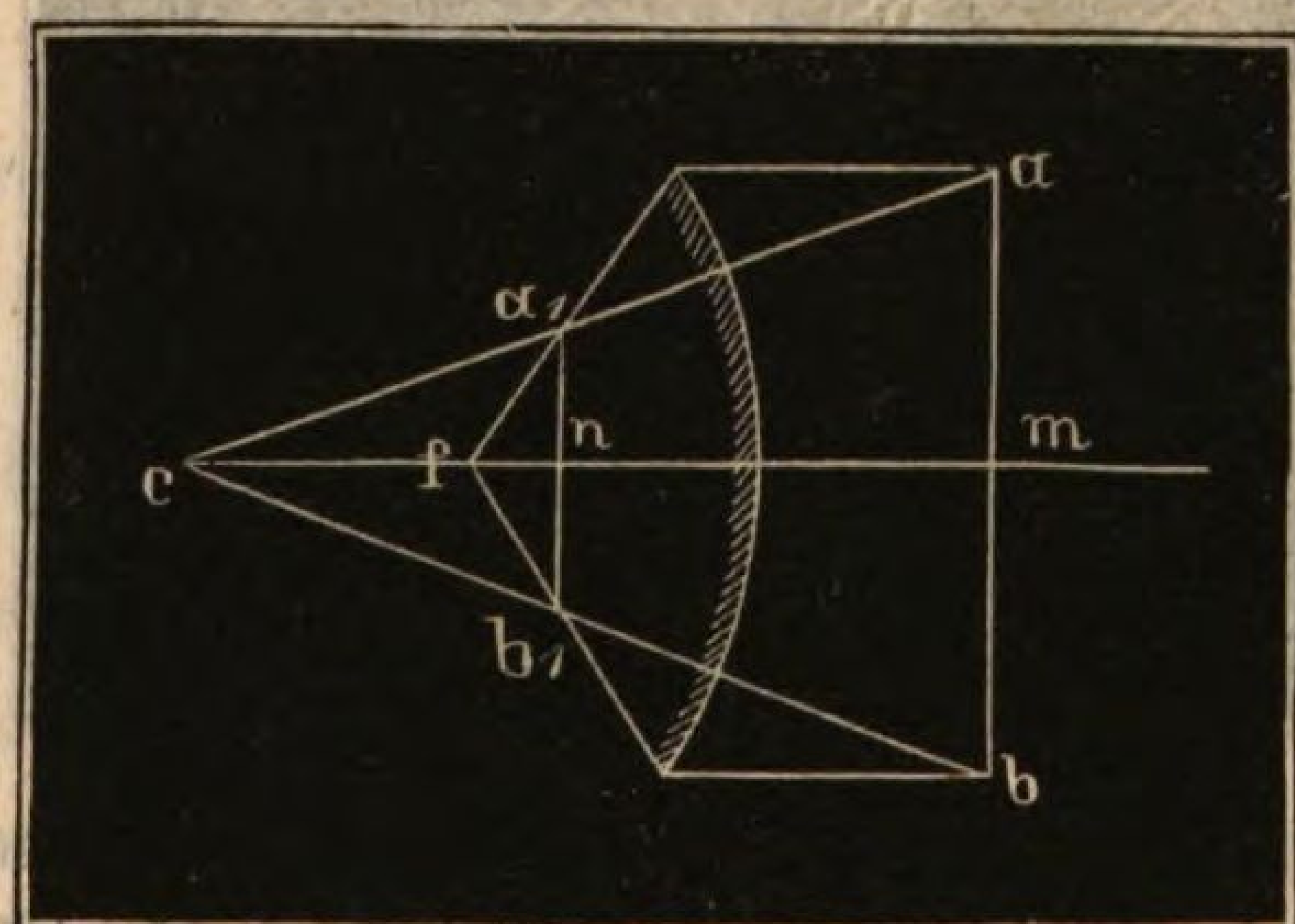
Befindet sich der Gegenstand zwischen dem Hauptbrennpunkte und dem Spiegel, Fig. 143, so schneiden sich die reflectirten Strahlen rückwärts verlängert hinter dem Spiegel, und es entsteht ein vergrößertes Bild, welches mit dem Gegenstande dieselbe Lage hat. In Beziehung auf das Größenverhältniß gilt dieselbe Proportion, wie oben.

Fig. 143.



Um das Bild zu finden, welches ein erhabener Spiegel von einem vor ihm befindlichen Gegenstande gibt, sei ab, Fig. 144, ein solcher Gegenstand. Ein Strahl von a, parallel mit der Axe, wird so reflectirt, als käme er von dem eingebildeten Brennpunkte her; ein Strahl in der Richtung der Halbmessers wird in derselben Richtung reflectirt. Werden beide Strahlen rückwärts verlängert, so schneiden sie sich im Punkte a_1. Auf gleiche Weise findet man den Punkt b_1, so daß a_1b_1 das Bild von ab ist. Dieses Bild hat mit dem Gegenstande gleiche Stellung, ist aber stets kleiner als dieser, zufolge der obigen Proportion.

Fig. 144.

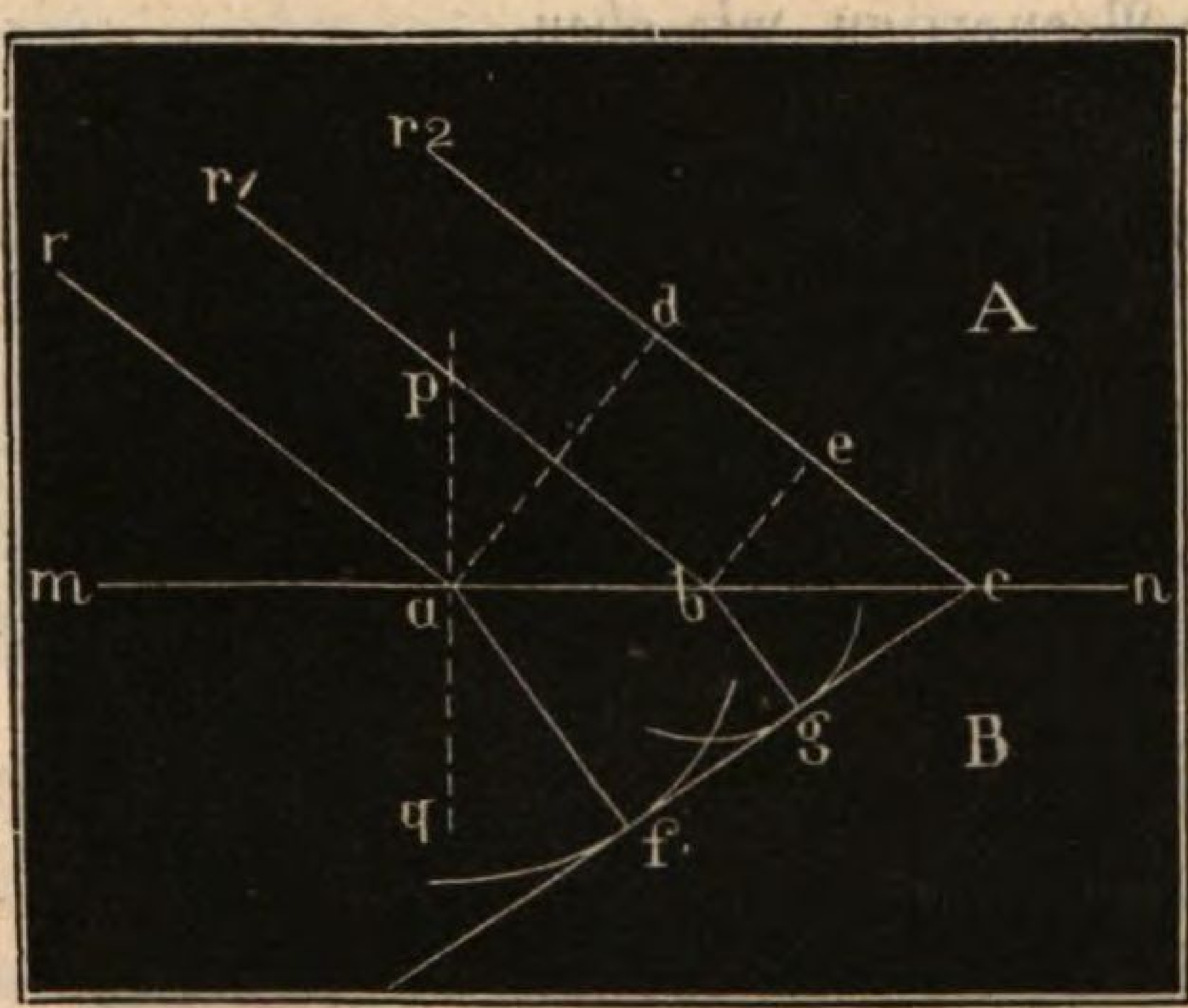


3. Von der Brechung des Lichtes.

Wenn ein Lichtstrahl, welcher durch einen durchsichtigen Körper A hindurchgeht, auf einen andern durchsichtigen Körper B trifft, so geht er durch diesen ebenfalls hindurch; allein die Richtung des Lichtstrahles bleibt nur dann dieselbe, wenn er auf der Berührungsfläche beider Körper senkrecht steht; trifft er diese Berührungsfläche schief, so wird er von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt, d. h. gebrochen. Diese Brechung rührt von der Verschiedenheit der Elasticität der Aethertheilchen beider Körper und von der Veränderung ab, welche hierdurch die Oscillationsgeschwindigkeit des Aethers, und daher auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung erleidet.

Ist mn die Trennungsfläche zweier durchsichtiger Körper, A und B, Fig. 145, und sind r, r_1, r_2 Strahlen einer Welle, welche die Trennungsfläche in a, b und c treffen; zieht man die Senkrechten ad und be, so muß r_2 noch von d nach c fortgehen, wenn r die Trennungsfläche trifft; ebenso muß r_2 noch von e nach c fortgehen, wenn r_1 die Trennungsfläche trifft. Während aber r_2 den Weg dc im Körper A

Fig. 145.



zurücklegt, müssen auch r und r_1 im Körper B gewisse Wege zurücklegen, welche größer oder kleiner als beziehungsweise dc und ec sind, je nachdem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in B größer oder kleiner ist, als die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in A. Welches aber auch immer das Verhältniß dieser Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sein mag, so muß sich der Weg, den r zurücklegt, zum Wege den r_1 zurücklegt, verhalten wie dc : ec.

Beschreibt man daher mit zwei Linien, welche diesem Verhältnisse entsprechen, von a aus Kreise und legt an sie von c aus eine gemeinschaftliche Tangente, so sind af und bg die gebrochenen Strahlen, und es findet die Proportion statt

$$af : bg = dc : ec$$

Es ist aber

$$dc = ac \cdot \sin dac$$

$$af = ac \cdot \sin acf$$

daher auch

$$af : dc = \sin acf : \sin dac$$

Zieht man die Senkrechte pq, so ist auch rap = dac, und faq = acf, und mithin

$$af : dc = \sin faq : \sin rap$$

Man nennt nun rap den Einfallswinkel und faq den Brechungswinkel. Die vorstehende Proportion sagt daher: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles nach der Brechung verhält sich zu der vor der Brechung wie der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels.

Den Exponenten des Verhältnisses

$$\frac{\sin rap}{\sin faq} = n$$

nennt man den Brechungsexponenten. Ist daher beim Uebergange des Lichtes aus A in B der Brechungsexponent = n, so ist er beim Uebergange aus B in A $= \frac{1}{n}$.

Der Brechungsexponent ist für dieselben zwei Körper eine constante Zahl, mag der Einfallswinkel sein, welcher er will.

Bei jeder Brechung liegt der einfallende Strahl, das Einfallsloth und der gebrochene Strahl in derselben Ebene.

Bezeichnet man den Einfallswinkel mit α, den Brechungswinkel mit β, und den Brechungsexponenten mit n, so ist in der Formel

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

das Brechungsgesetz enthalten.

Ist $\alpha = o$, so ist auch $\beta = o$, d. h. ein Lichtstrahl, welcher die Berührungsfläche senkrecht trifft, geht ungebrochen fort.

Ist $\alpha > \beta$, so ist auch $\sin\alpha > \sin\beta$, und $n > 1$. In diesem Falle wird der Strahl nach dem Einfallslothe zu gebrochen.

Ist $\alpha < \beta$, so ist auch $\sin\alpha < \sin\beta$, und $n < 1$. In diesem Falle wird der Strahl von dem Einfallslothe hinweggebrochen.

Ist $\alpha = 90^o$, d. h. die Grenze des Einfallswinkels, so ist $\sin\alpha = 1$ und $\sin\beta = \frac{1}{n}$. Für das brechende Mittel ist dann derjenige Winkel, dessen Sinus $\frac{1}{n}$ ist der Grenzwinkel.

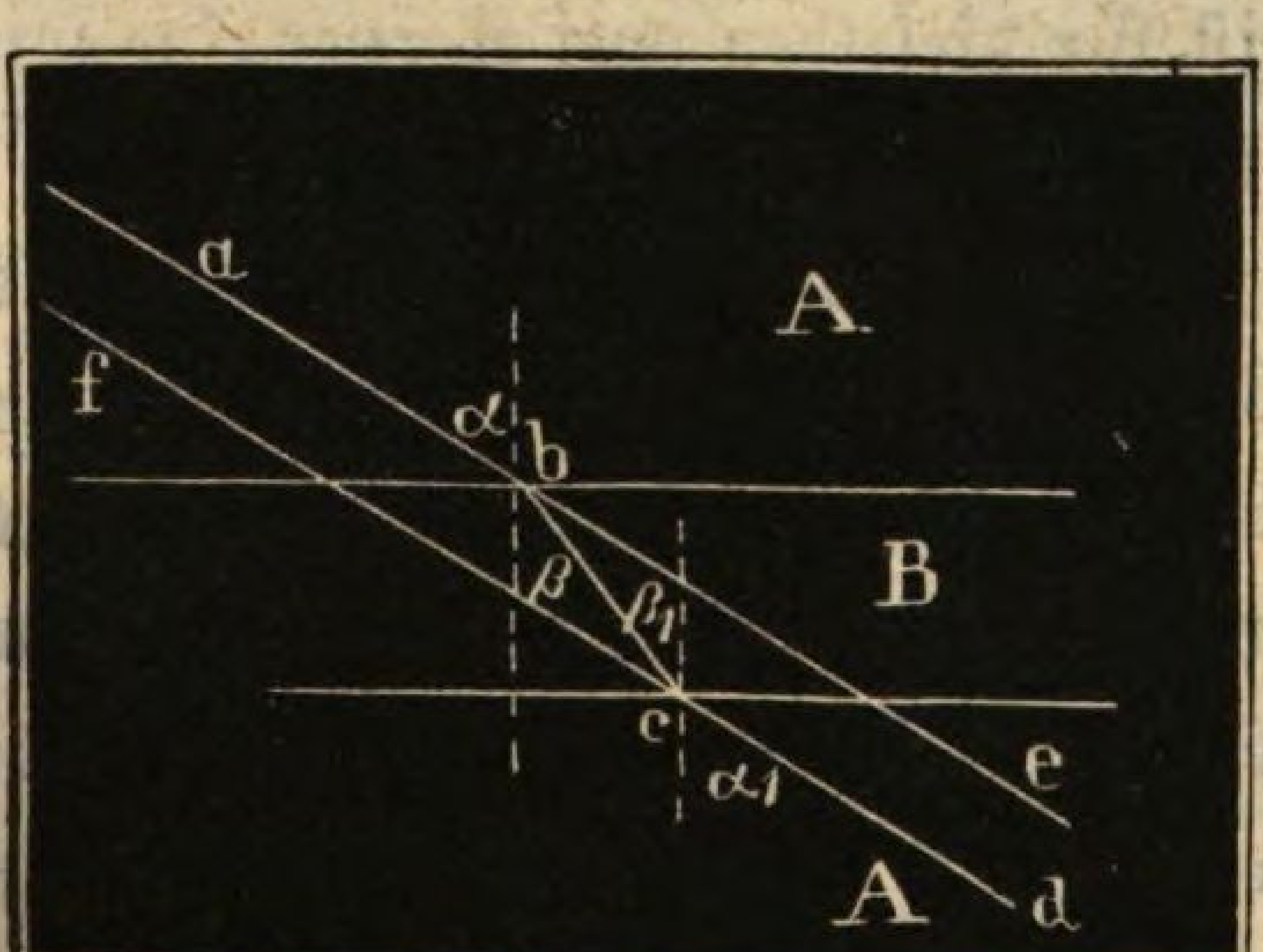
Bewegt sich in einem Mittel ein Lichtstrahl so, daß sein Einfallswinkel diesen Grenzwerth hat, so ist der Brechungswinkel 90^o, und der Strahl geht nach der Brechung mit der Berührungsebene parallel fort. Bewegt sich aber ein Lichtstrahl so, daß sein Einfallswinkel diesen Grenzwerth übersteigt, so wird er nicht mehr gebrochen, sondern reflectirt. Man nennt eine solche Reflexion eine totale, weil hier der reflectirte Strahl nichts von seiner Intensität verliert.

Die Differenz zwischen dem Einfallswinkel und dem Brechungswinkel wird die Ablenkung genannt. Bezeichnet man sie mit a, so ist immer

$$a = \alpha - \beta$$

Wenn ein Lichtstrahl aus einem Mittel A in ein zweites B, und aus diesem wieder in A übergeht, und beide Berührungsebenen sind parallel, Fig. 146, so geht der Lichtstrahl nach der Brechung an beiden Berührungsebenen mit seiner ursprünglichen Richtung parallel fort.

Fig. 146.



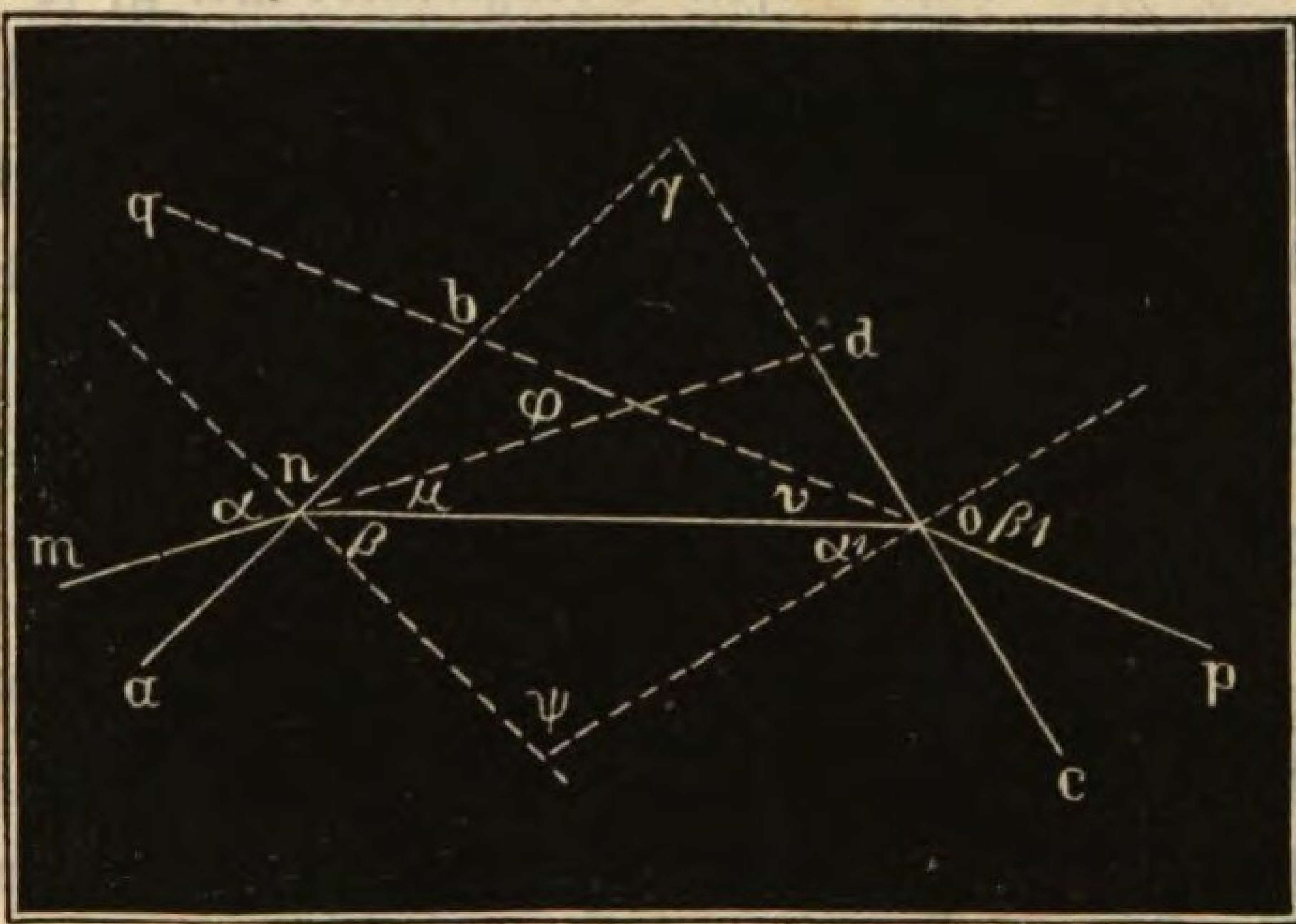
Da $\alpha = \alpha_1$ und $\beta = \beta_1$, so ist auch ab || cd. Ein in d befindliches Auge, sieht

den Punkt a in f, während ein in a befindliches Auge den Punkt d in e erblickt.

Sind die Berührungsebenen nicht parallel, sondern bilden sie einen Winkel, so kann man die Richtung des ausgetretenen Strahles bestimmen, wenn der Brechungsexponent bekannt ist.

Sind ab und cd, Fig. 147, die Berührungsebenen, welche den Winkel γ einschließen, und trifft ein Strahl mn die Ebene ab, so hat man für den Brechungswinkel

Fig. 147.



$$\frac{\sin \alpha}{n} = \sin \beta$$

wodurch die Richtung des Strahles no bestimmt ist. Da nun von o aus der Strahl wieder in das frühere Mittel eintritt, so hat man

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{1}{n}$$

$$\sin \beta_1 = n \sin \alpha_1$$

wodurch die Richtung des Strahles op bestimmt wird.

Die Größe der Ablenkung ist hier der Winkel, welchen der einfallende Strahl mit dem ausgetretenen macht, das ist der Winkel φ. Ein in p befindliches Auge sieht den Punkt m in q. Diese Ablenkung hängt hier nicht allein von dem Brechungsexponenten, sondern auch von dem Winkel ab, welchen die Berührungsebenen ab und cd einschließen, das ist von dem Winkel γ, so wie endlich von der Richtung, in welcher der Lichtstrahl die Fläche ab trifft.

Aus der Fig. 147 folgt $\varphi = \mu + \nu$; $\mu = \alpha - \beta$; $\nu = \beta_1 - \alpha_1$, daher

$$\varphi = \alpha + \beta_1 - (\alpha_1 + \beta)$$

Es ist aber $\alpha_1 + \beta = 180 - \psi$ und $\psi = 180 - \gamma$, daher ist $\alpha_1 + \beta = \gamma$, und

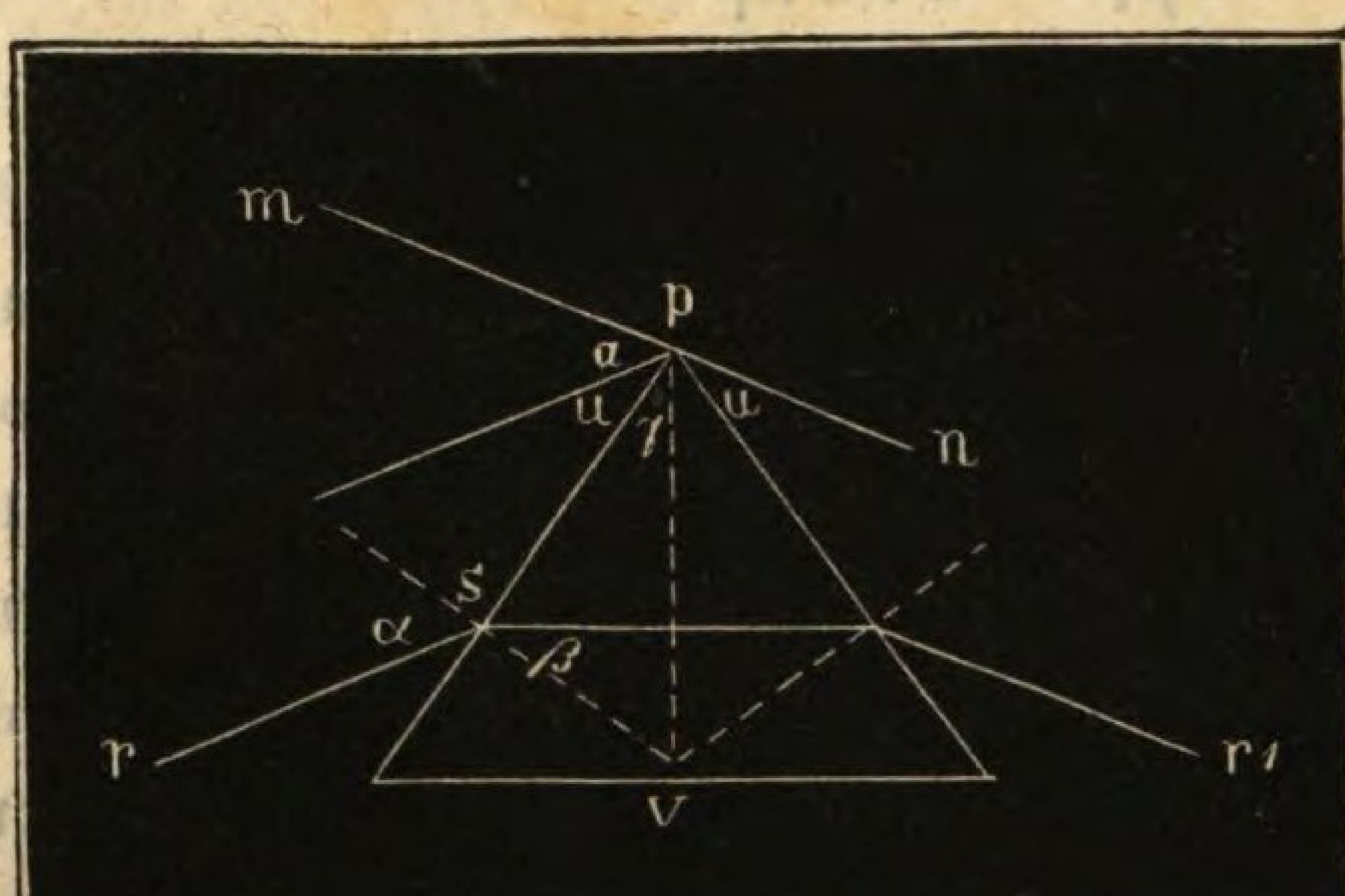
$$\varphi = \alpha + \beta_1 - \gamma$$

Ein Austritt des Lichtstrahles bei o ist nur so lange möglich, als α_1 kleiner als der Grenzwinkel für die fragliche Substanz ist. Bezeichnet man diesen Grenzwinkel mit g, so ist die Grenze für die Möglichkeit des Austritts $\alpha_1 = g$. Weil aber $\alpha_1 = \gamma - \beta$, so folgt $\gamma = g + \beta$. Ist nun $\gamma = 2g$, so ist auch $\beta = g$. Da aber g der größte Werth ist, den β überhaupt haben kann; so ist ein Austreten des Lichtstrahles nicht mehr möglich, wenn der Winkel, den die Berührungsflächen ab und cd einschließen, das Doppelte des Grenzwinkels der fraglichen Substanz übertrifft.

Gewöhnlich bedient man sich zu derartigen Versuchen dreiseitiger Prismen, wo dann γ der Winkel der brechenden Kante genannt wird. Ein Schnitt des Prismas senkrecht zur brechenden Kante heißt Hauptschnitt.

Die Ablenkung ist analytischen Untersuchungen zufolge am kleinsten, wenn der eintretende und der austretende Strahl mit den Flächen des Prismas gleiche Winkel bildet. Kennt man diesen Winkel der kleinsten Ablenkung und den Winkel der brechenden Kante, so kann man hieraus den Brechungsexponenten des Stoffes berechnen, aus welchem das Prisma gemacht ist. Bezeichnet man den Winkel der kleinsten Ablenkung mit a und den Winkel der brechenden Kante mit γ,

Fig. 148.



so ist, Figur 148,

$$a = 180^0 - 2u - \gamma$$

Es ist aber

$$u = 90^0 - \alpha$$

$$2u = 180^0 - 2\alpha$$

daher

$$a = 180^0 - 180^0 + 2\alpha - \gamma$$

$$a + \gamma = 2\alpha$$

$$\frac{a + \gamma}{2} = \alpha$$

Aus dem rechtwinkeligen Dreiecke spv folgt ferner

$$\beta = \frac{\gamma}{2}$$

Da nun

$$n = \frac{\sin\ \alpha}{\sin\ \beta}$$

so ist auch

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \gamma}{2}}{\sin\ \frac{\gamma}{2}}$$

Die Winkel a und γ lassen sich durch einfache Messungen sehr leicht bestimmen.

Will man hiernach den Brechungsexponenten eines Körpers bestimmen, so mache man daraus ein Prisma. Auch den Brechungsexponenten flüssiger und gasförmiger Körper kann man in der angegebenen Weise finden, wenn man ein Hohlprisma damit anfüllt.

Folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten mehrerer Körper.

a. Feste Körper.

Alaun	1,457
Bergkrystall	1,562
Chromsaures Bleioxyd	2,926
Boracit	1,701
Diamant	2,470
Eis	1,310

Flußspath	1,436
Gemeines Glas	1,596
Flintglas	1,664
Obsidian	1,488
Natürlicher Schwefel . . .	2,040
Steinsalz	1,498
Topas	1,610

b. Flüssige Körper.

Aether	1,358
Gesättigte Alaunauflösung .	1,356
Alkohol	1,372
Anisöl	1,811
Cassiaöl	1,641
Citronenöl	1,527
Mohnöl	1,463
Schwefelkohlenstoff	1,680
Schwefelsäure, spec. Gew. 1,84	1,440
Terpentinöl	1,476
Thran	1,483
Wasser	1,336

c. Gase.

Atmosphärische Luft . .	1,000294
Sauerstoff	1,000272
Wasserstoff	1,000138
Stickstoff	1,000300
Ammoniak	1,000385
Kohlensäure	1,000449
Chlor	1,000772
Chlorwasserstoffsäure . .	1,000449
Stickstoffoxydgas . . .	1,000503
Kohlenoxydgas . . .	1,000340
Cyan	1,000834
Oelbildendes Gas . . .	1,000678

Sumpfgas	1,000443
Salzsäureäther	1,001095
Blausäure	1,000451
Schweflige Säure . . .	1,000665
Schwefelwasserstoff . . .	1,000644
Phosphorwasserstoff . .	1,000789
Schwefelätherdampf . .	1,00153
Schwefelkohlenstoffdampf .	1,00150

Bezeichnet n den Brechungsexponenten irgend eines Körpers für den Uebergang des Lichtes in denselben aus dem leeren Raume, so nennt man den Werth $n^2 - 1$ die brechende Kraft dieses Körpers; wird dieser Werth durch die Dichtigkeit des Körpers dividirt, so nennt man den hieraus hervorgehenden Quotienten das Brechungsvermögen des fraglichen Körpers. Bezeichnet man die Dichtigkeit mit d, so ist $\frac{n^2-1}{d}$ das Brechungsvermögen.

Bezieht sich die brechende Kraft eines Körpers auf den leeren Raum, so nennt man sie absolut, bezieht sie sich aber auf die eines andern Körpers, so nennt man sie relativ.

Nach Versuchen von Arago und Biot ist die brechende Kraft der Gase ihrer Dichtigkeit proportional; daher bleibt das Brechungsvermögen eines Gases constant, wie sich auch Druck und Temperatur ändern mögen.

Die brechende Kraft einer Mischung von Gasen ist gleich der Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente.

Die brechende Kraft eines Körpers ist im festen und flüssigen Zustande größer, als wenn der Körper sich im gasförmigen Zustande befindet.

Brennbare Körper brechen das Licht vorzüglich stark.

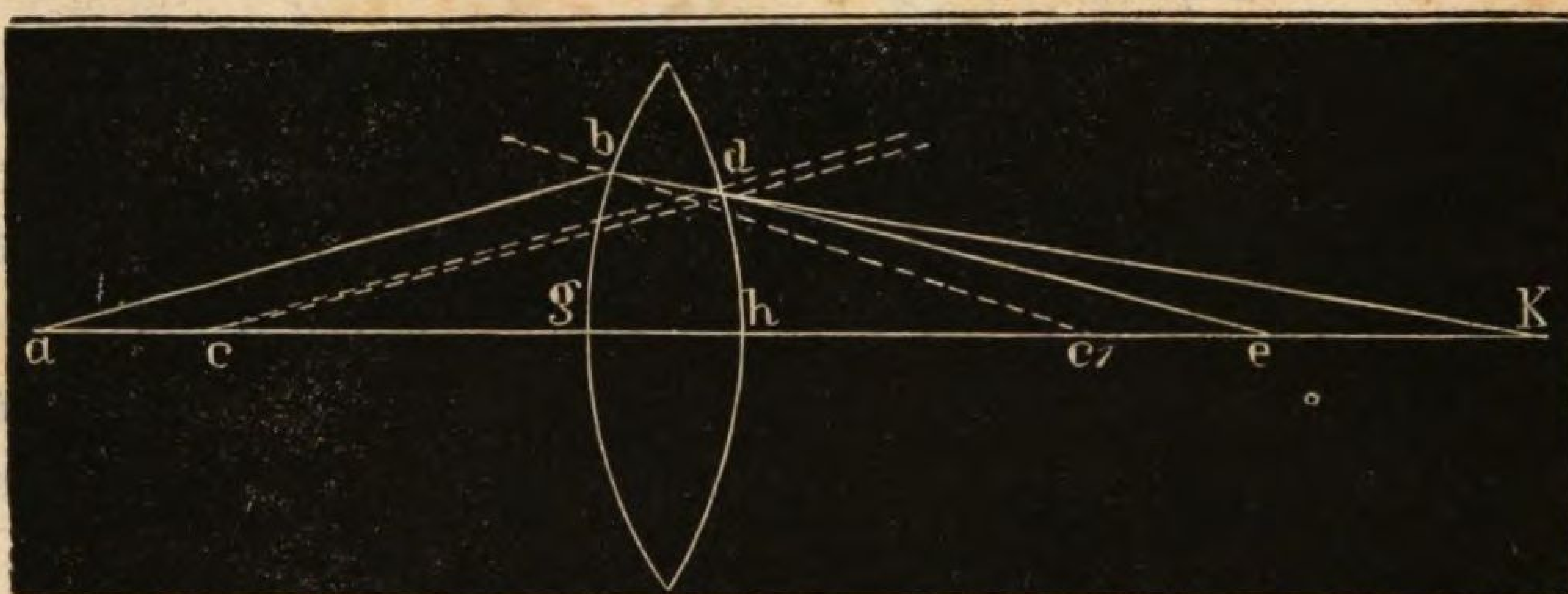
Da Gase das Licht um so stärker brechen, je dichter sie sind, so wird ein Lichtstrahl, welcher von einem Weltkörper in unsere Atmosphäre eintritt, fortwährend gebrochen, da diese an Dichtigkeit fortwährend zunimmt, so daß der Lichtstrahl eine Kurve bildet. Man nennt dieses die astronomische Strahlenbrechung. Im

Horizonte, wo sie am größten ist, beträgt sie einen halben Grad. Sie ist die Ursache, daß man die Sonne schon vor ihrem wirklichen Aufgange und noch nach ihrem wirklichen Untergange sieht.

Sind die Berührungsflächen Theile von Kugelflächen, so daß eine sogenannte L i n s e entsteht, so lassen sich die Gesetze des Durchganges des Lichts auf folgende Weise bestimmen.

Sind c und c_1, Fig. 149, die Krümmungsmittelpunkte der

Fig. 149.



sich schneidenden Kugelflächen, so ist diejenige gerade Linie, welche durch c und c_1 geht, die Axe der Linse.

Es sei nun ab ein Lichtstrahl, welcher von b nach d und von d nach e gebrochen wird. Ist der Brechungsexponent beim Eintritte in die Linse n, so ist er beim Austritte aus derselben $\frac{1}{n}$ und bezeichnet man den Einfallswinkel bei b mit α, den Brechungswinkel mit β, so ist

$$\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$$

Aus den Dreiecken abc_1 und c_1bk ergeben sich aber noch folgende Proportionen

$$\sin ac_1b : \sin abc_1 = ab : ac_1$$
$$\sin\beta : \sin bc_1k = c_1k : bk$$

Da nun aber

$$\sin abc_1 = \sin\alpha$$
$$\sin acb = \sin bc_1k$$

so ist, wenn man die vorstehenden drei Proportionen zusammensetzt

$$1 : 1 = n \cdot ab \cdot c_1k : ac_1 \cdot bk$$

mithin

$$n \,.\, ab \,.\, c_1k = ac_1 \,.\, bk$$

Setzt man voraus, daß ab und bk mit der Axe sehr kleine Winkel machen, so wie daß gh gegen die übrigen Entfernungen verschwindend klein ist, so kann man $ab = ag$ und $kb = kg = kh$ setzen. Bezeichnet man nun ch mit r, c_1g mit r_1, ge mit w, kg mit k und ab mit s, so erhält man für die obige Gleichung

$$n \,.\, s\,(k - r_1) = (s + r_1)\,k$$

$$nsk - nsr_1 = sk + r_1k$$

$$nsk - sk = r_1k + nsr_1$$

und durch Division mit skr_1

$$(n-1)\,\frac{1}{r_1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{k} \qquad (1)$$

Für die Brechung des Strahles in d kann man die Gleichung aus der vorstehenden ableiten, wenn man $\frac{1}{n}$ statt n, $-r$ statt r_1, $-k$ statt s und w statt k setzt. Dieses gibt

$$-\left(\frac{1}{n} - 1\right)\frac{1}{r} = \frac{1}{nw} - \frac{1}{k}$$

$$(n-1)\,\frac{1}{r} = \frac{1}{w} - \frac{n}{k} \qquad (2)$$

Addirt man die Gleichungen 1 und 2, so erhält man die Gleichung für den Durchgang des Strahls durch die Linse, nämlich

$$(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) = \frac{1}{s} + \frac{1}{w}$$

Für $s = \infty$ wird

$$\frac{1}{w} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$$

$$w = \frac{rr_1}{(n-1)\,(r + r_1)}$$

d. h. parallel auffallende Strahlen vereinigen sich nach dem Durchgange durch die Linse in einem Punkte e, welcher auf der Axe der

Linse liegt. Dieser Punkt heißt **Brennpunkt** und seine Entfernung von der Linse die **Brennweite** derselben.

Ist $r_1 = r$, so ist

$$w = \frac{r}{2(n-1)}$$

und ist außerdem noch $n = 1{,}5$, so ist

$$w = r$$

d. h. unter den gemachten Voraussetzungen fällt der Brennpunkt mit dem Krümmungsmittelpunkte zusammen.

Bezeichnet man die Brennweite mit p, so geht die Gleichung in folgende über

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{s} + \frac{1}{w}$$

oder

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{p} - \frac{1}{s}$$

so wie

$$w = \frac{ps}{s-p}$$

Ist $s = p$, so ist $w = \infty$, d. h. wenn der leuchtende Punkt sich im Brennpunkte der Linse befindet, so gehen die Strahlen nach dem Durchgange parallel mit der Axe fort.

Ist $s = 2p$, so ist auch $w = 2p$, d. h. wenn sich ein leuchtender Punkt in der Entfernung der doppelten Brennweite vor der Linse befindet, so vereinigen sich die Strahlen nach dem Durchgange in derselben Entfernung.

So lange $s > p$ ist, hat w einen positiven Werth, d. h. es gibt immer einen Punkt, in welchem die Strahlen nach dem Durchgange die Axe schneiden; und zwar liegt dieser Punkt um so entfernter, je mehr der Werth von s dem Werthe von p sich nähert.

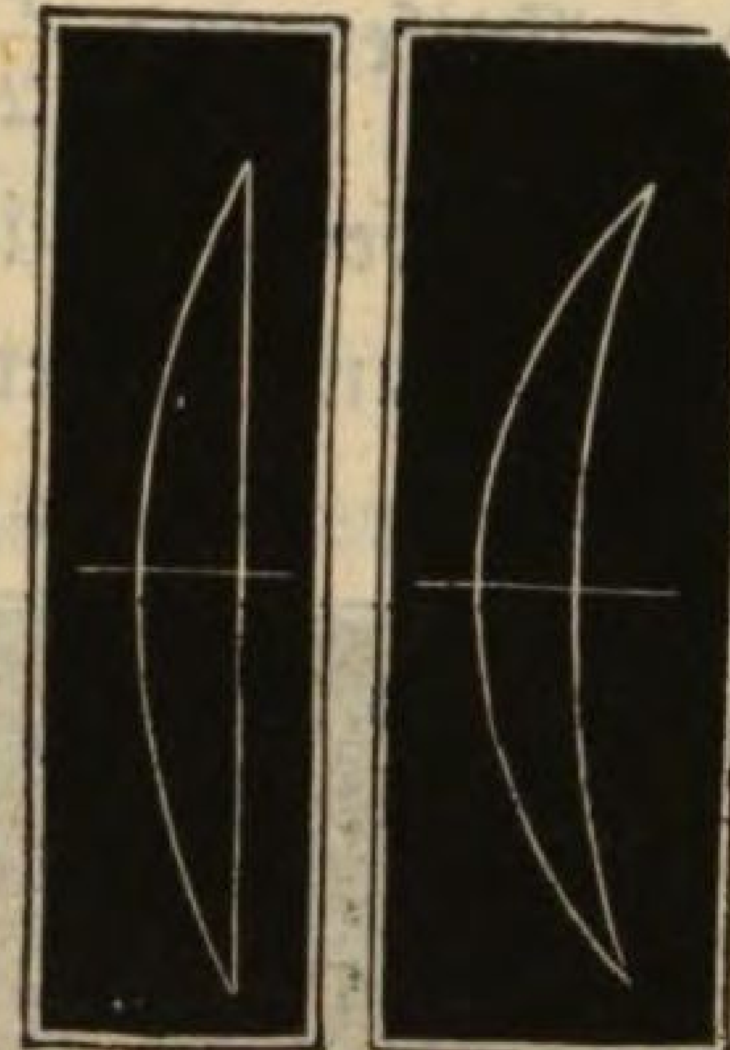
Ist $s < p$, so ist w negativ, d. h. die Strahlen divergiren nach dem Durchgange, sie schneiden sich rückwärts verlängert.

Ist die Linse auf der einen Seite eben, Fig. 150, so ist r_1 unendlich zu setzen, dann ist

$$\frac{1}{p} = (n-1)\frac{1}{r};\ p = \frac{r}{n-1}$$

und es gelten übrigens dieselben Schlüsse.

Fig. 150. Fig. 151.



Ist die Linse auf der einen Seite hohl, Fig. 151, so ist r_1 negativ zu setzen; dies gibt

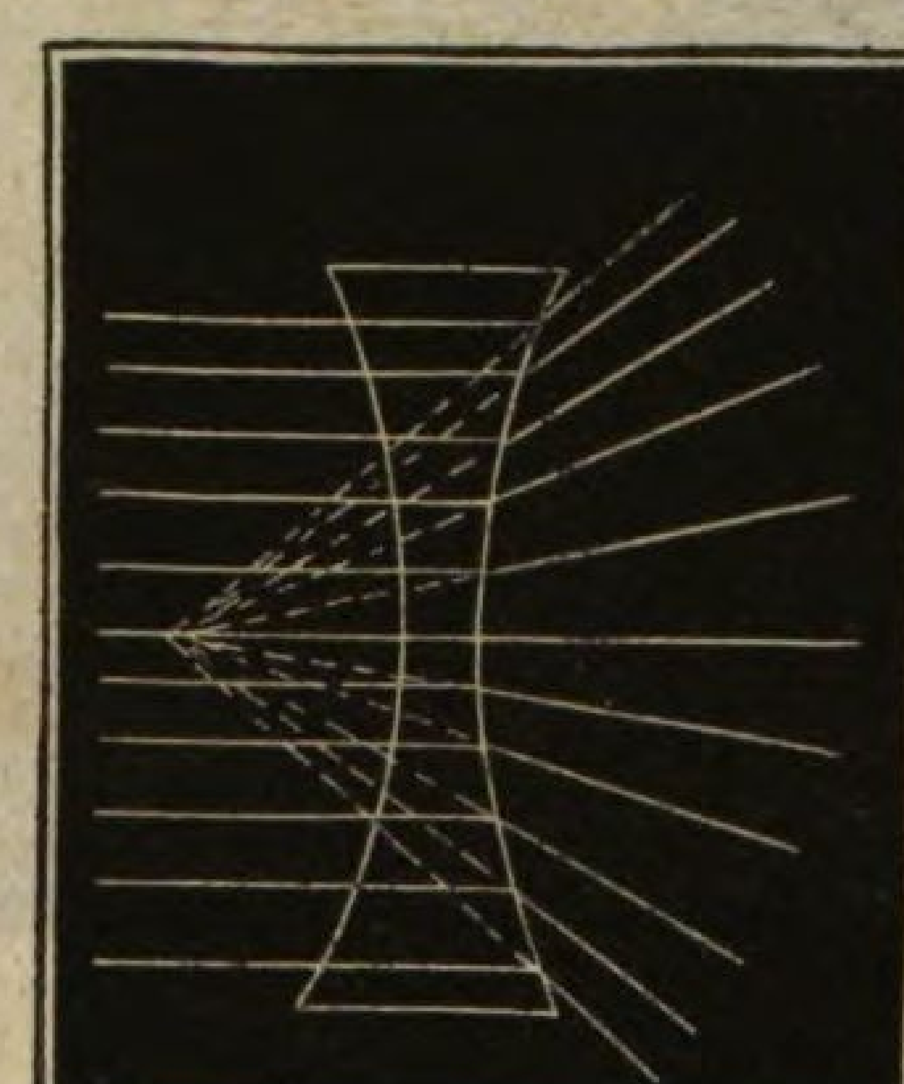
$$\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$p = \frac{rr_1}{(n-1)(r_1 - r)}$$

Dieser Werth ist positiv, unendlich oder negativ, je nachdem r_1 größer, gleich oder kleiner als r ist. Im ersten Falle hat die Linse einen Brennpunkt, im zweiten Falle hat sie keinen, im dritten Falle ist er negativ.

Ist die Linse auf beiden Seiten hohl, Fig. 152, so ist sowohl r als r_1 negativ, daher

Fig. 152.



$$\frac{1}{p} = -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$$

$$p = -\frac{rr_1}{(n-1)(r+r_1)}$$

d. h. die Brennweite hat stets einen negativen Werth. Die Gleichung für den Durchgang der Strahlen geht über in

$$\frac{1}{w} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{s}\right)$$

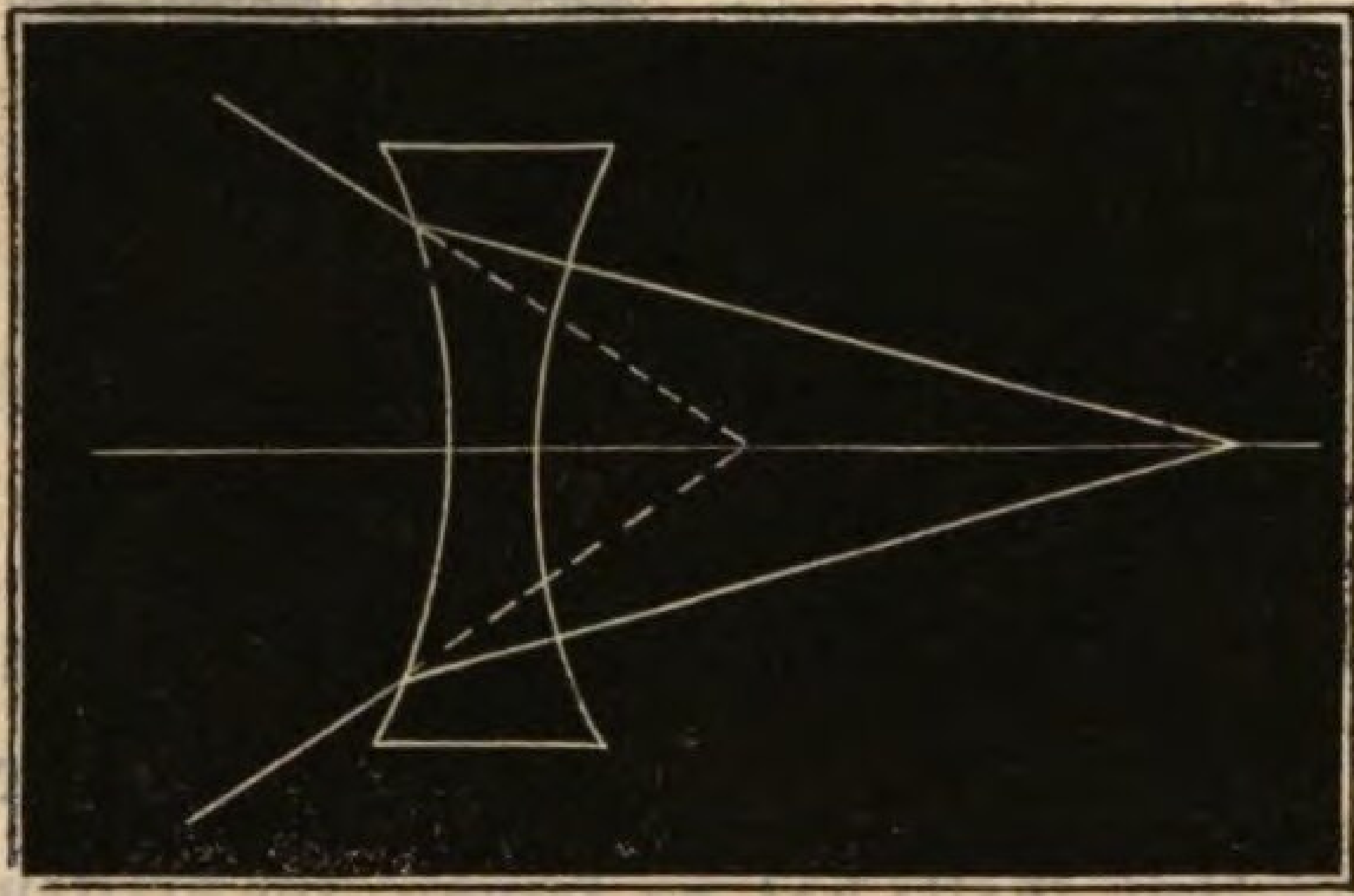
Ist $s = \infty$, so ist $w = -p$, d. h. parallel auffallende Strahlen divergiren nach dem Durchgange so, daß sie sich rückwärts verlängert in der Entfernung p schneiden. Dieser Punkt heißt daher der Zerstreuungspunkt der Linse.

Ist $s = p$, so ist $w = -\frac{p}{2}$, d. h. wenn sich der leuchtende Punkt im Zerstreuungspunkte befindet, so divergiren die Strah-

len nach dem Durchgange so, daß sie rückwärts verlängert sich in der Entfernung $\frac{p}{2}$ schneiden.

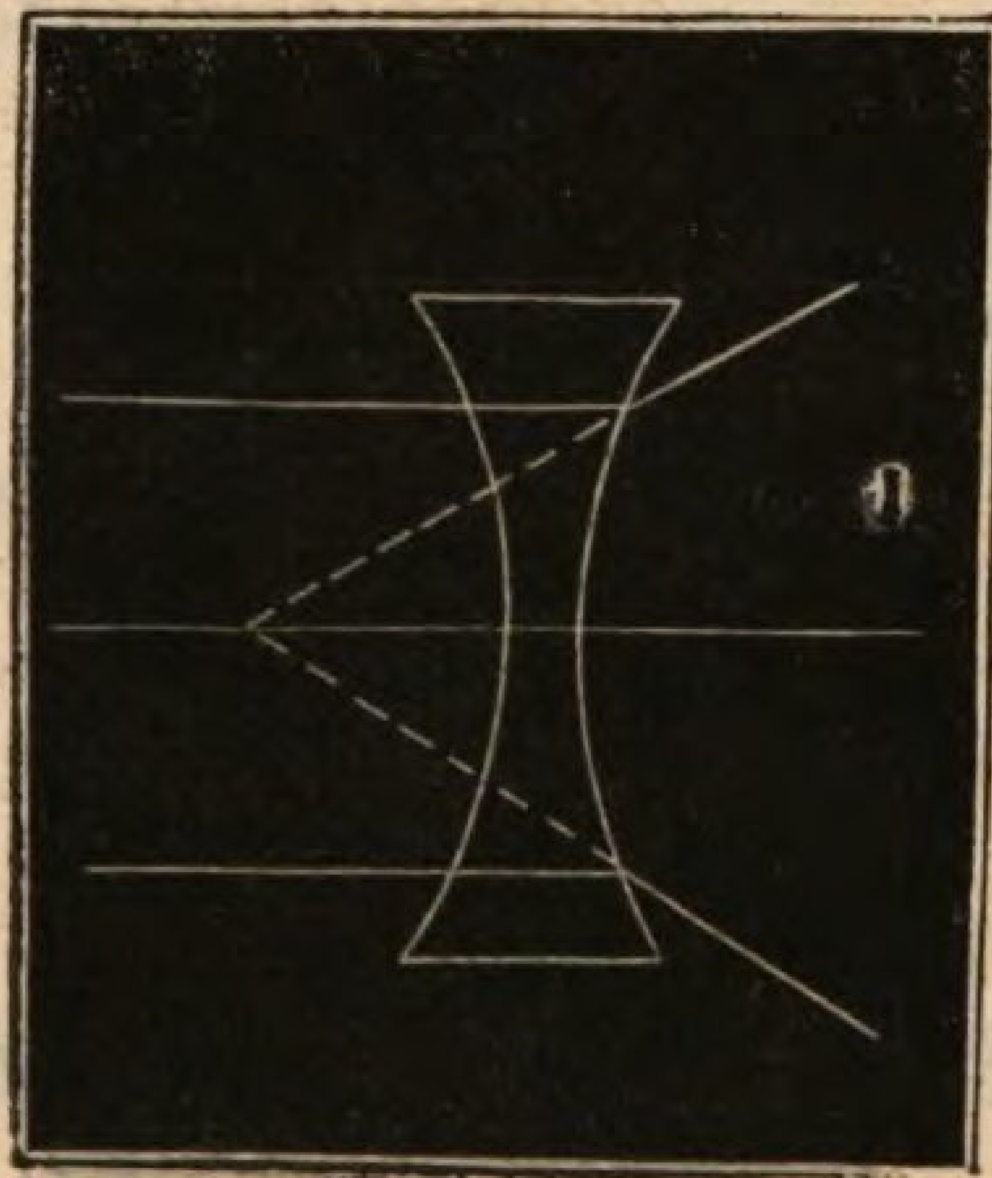
Ueberhaupt ist für jeden endlichen positiven Werth von s, w negativ und kleiner als p, d. h. so lange die Strahlen divergirend auffallen, divergiren sie nach dem Durchgange so, daß sie sich rückwärts verlängert in einem Punkte schneiden, welcher der Linse näher liegt als der Zerstreuungspunkt, Fig. 153.

Fig. 153.



Ist s = — p, so ist w = ∞, d. h. convergiren die auffallenden Strahlen so, daß sie sich im Zerstreuungspunkte schneiden würden, so sind sie nach dem Durchgange parallel. Fig. 154.

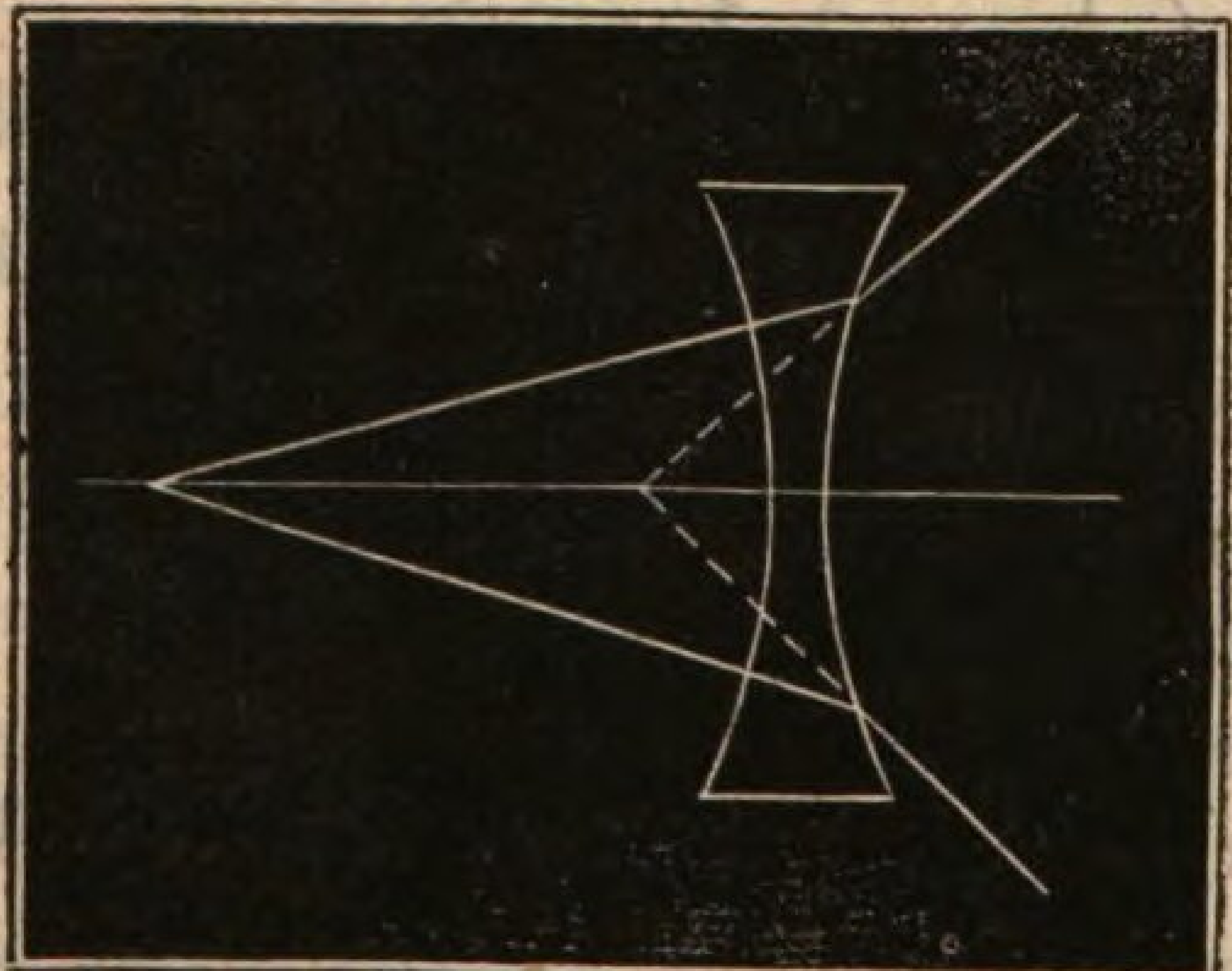
Fig. 154.



Ist s negativ und kleiner als p, so wird w positiv, d. h. fallen die Strahlen convergirend auf die Linse und zwar so, daß sie sich innerhalb der Zerstreuungsweite schneiden würden, so convergiren sie auch nach dem Durchgange noch, aber weniger als vorher, Fig. 155.

Ist s negativ und größer als p, so wird w wieder negativ; d. h. convergiren die auffallenden Strahlen so, daß sie sich in einem Punkte schneiden würden, welcher weiter von der Linse absteht als der Zerstreuungspunkt, so divergiren sie nach dem Durchgange wieder, Fig. 156 (s. f. S.)

Fig. 155.



Ist die eine Seite der Linse eben, Fig. 157, so ist $r_1 = \infty$; dann hat man

$$\frac{1}{p} = -(n-1)\frac{1}{r};\ p = -\frac{r}{(n-1)}$$

und es gelten dieselben Schlüsse.

Fig. 156.

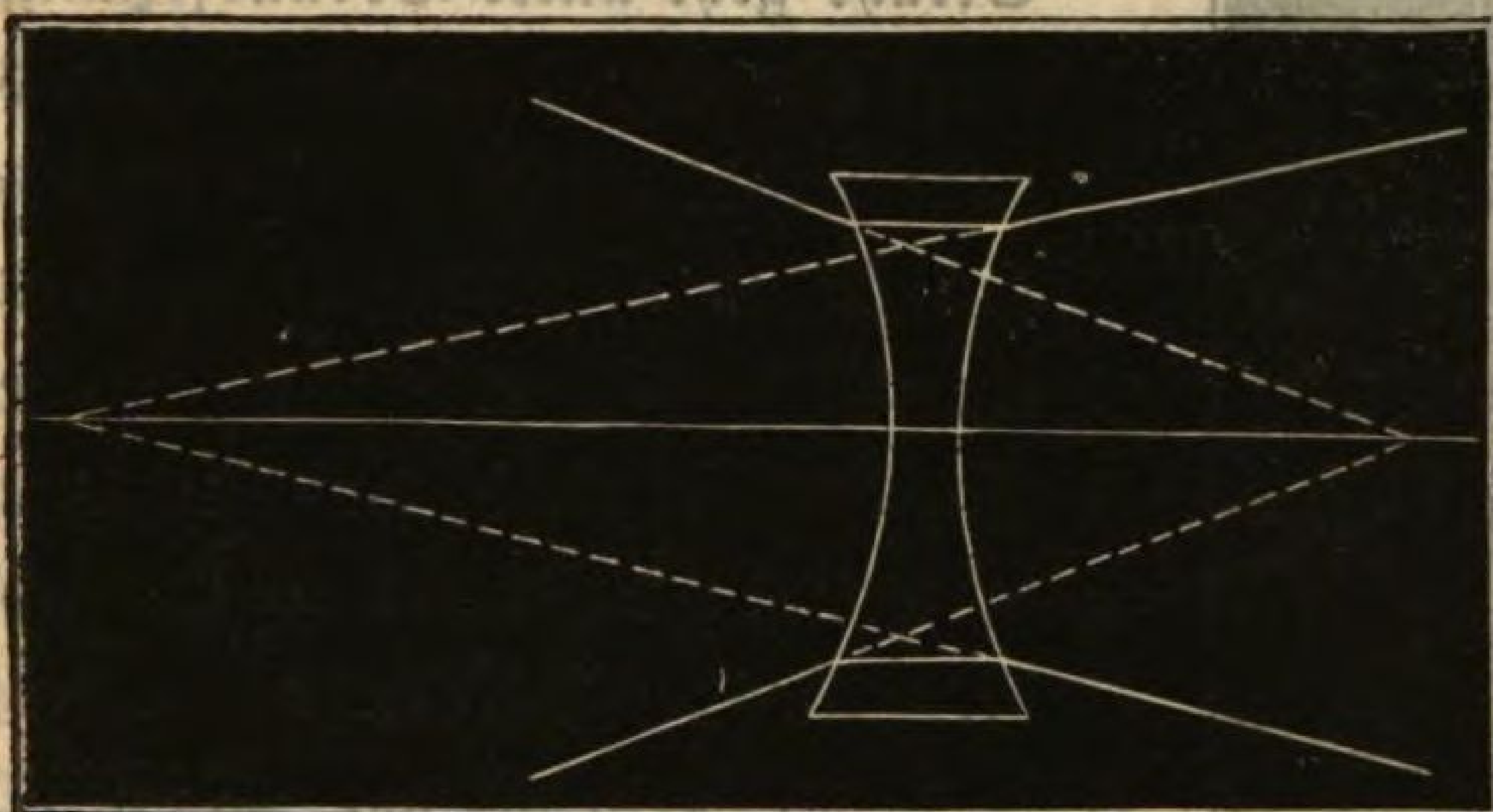
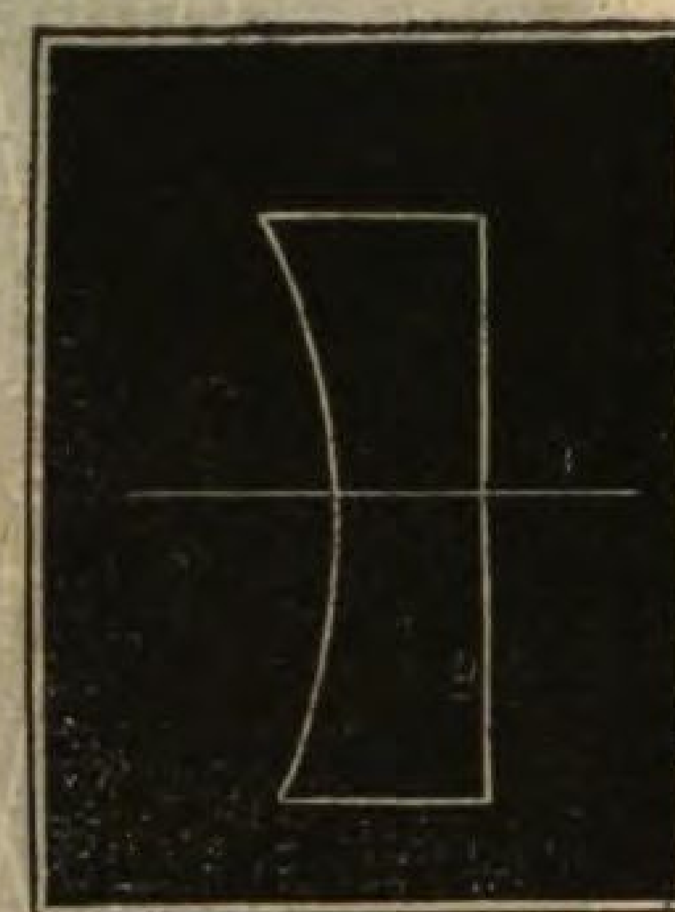


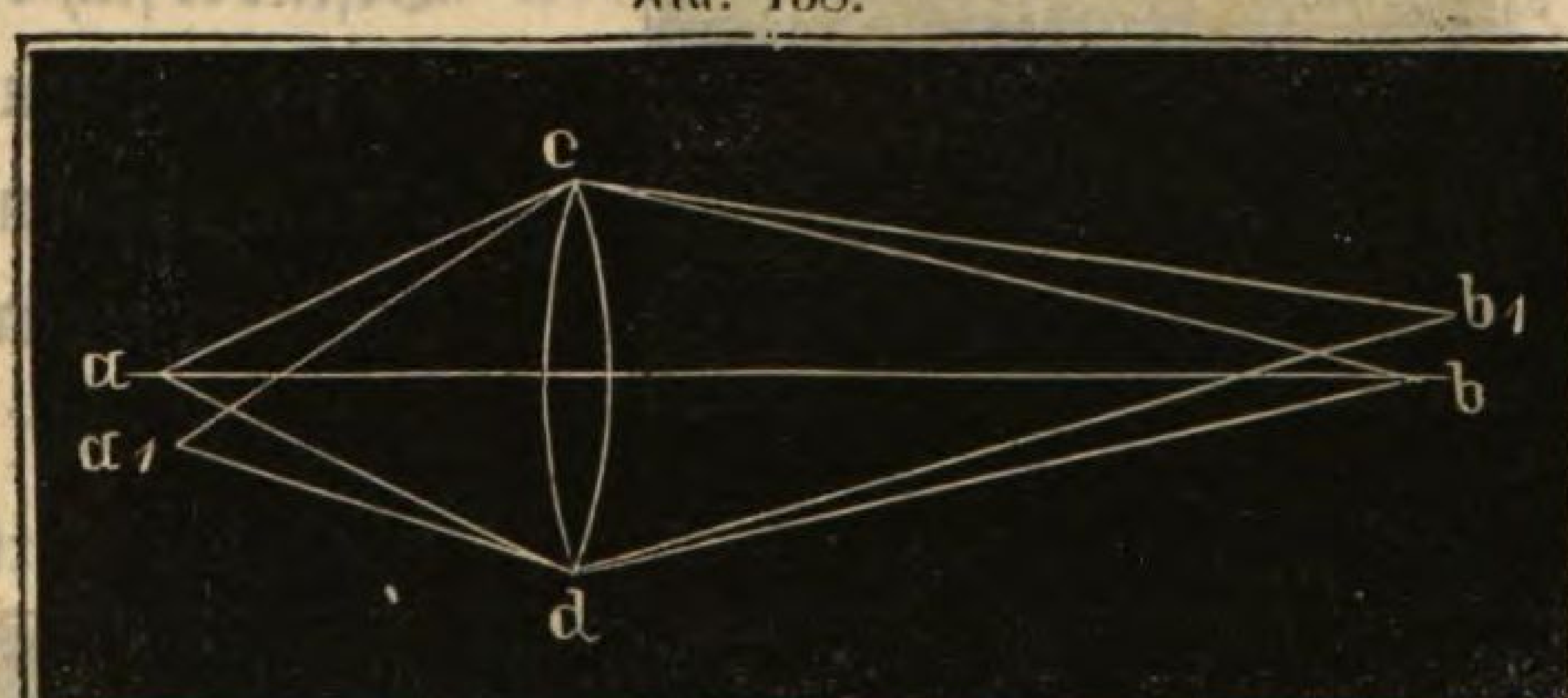
Fig. 157.



Linsen, welche eine positive Brennweite haben, nennt man Sammellinsen, solche, welche eine negative Brennweite haben, Zerstreuungslinsen.

Die hier entwickelten Sätze beziehen sich zwar nur auf einen in der Axe gelegenen leuchtenden Punkt; allein sie gelten auch für leuchtende Punkte, welche in der Nähe der Axe liegen, wenn die Nebenaxen mit der Hauptaxe sehr kleine Winkel machen. Denn dann ist ohne merklichen Fehler Dreieck acd $\cong a_1cd$ und daher auch Dreieck bcd $\cong b_1cd$, Fig. 158.

Fig. 158.



Der Winkel, welchen zwei Nebenaxen noch mit einander machen können, ohne daß der vorstehende Satz seine Richtigkeit verliert, heißt das Feld der Linse.

In den vorstehenden Sätzen sind die Bedingungen enthalten, unter welchen Linsen Bilder erzeugen.

Ist ab, Fig. 159, ein Gegenstand, welcher sich außerhalb der Brennweite der Linse befindet, so wird ein von a parallel mit der Axe auf die Linse fallender Strahl so gebrochen, daß er durch den Brennpunkt geht, ein nach dem Mittelpunkte der Linse gehender Strahl geht unter Voraussetzung eines hinlänglich kleinen Winkels nahe geradlinig fort; beide schneiden sich in a_1 und hier entsteht ein Bild von a. Auf gleiche Weise entsteht in b_1 das Bild von b, so daß $a_1 b_1$ das Bild von ab ist. Aus der Proportion

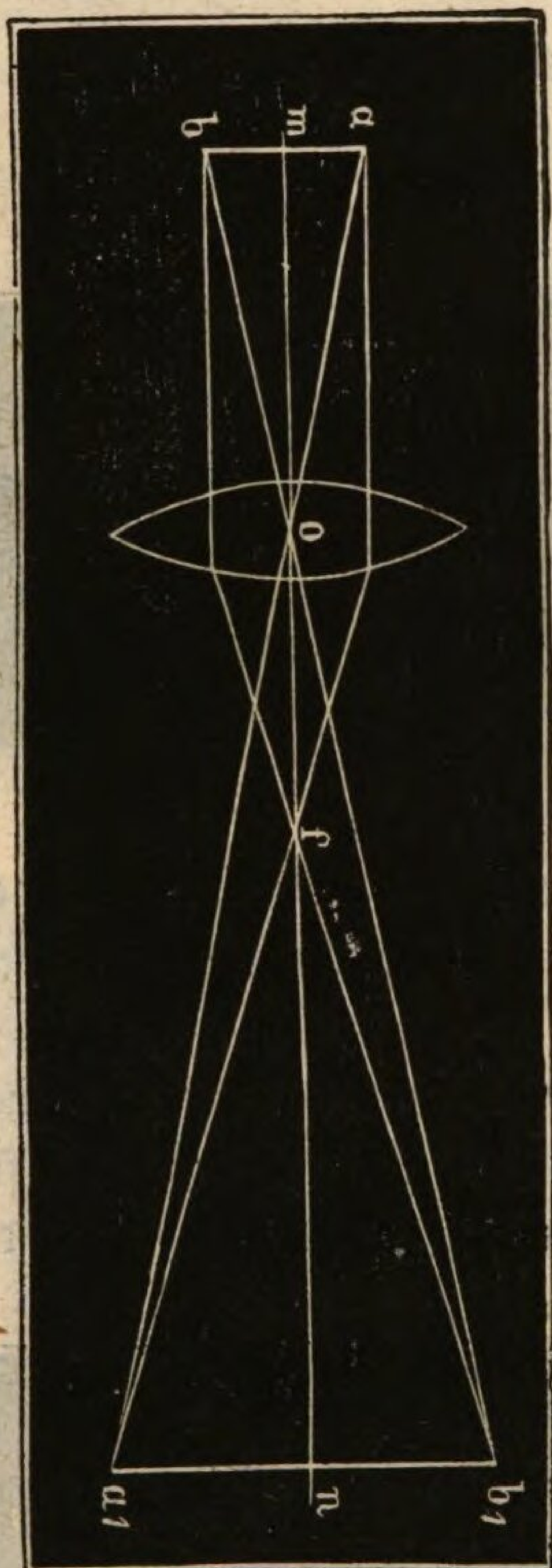
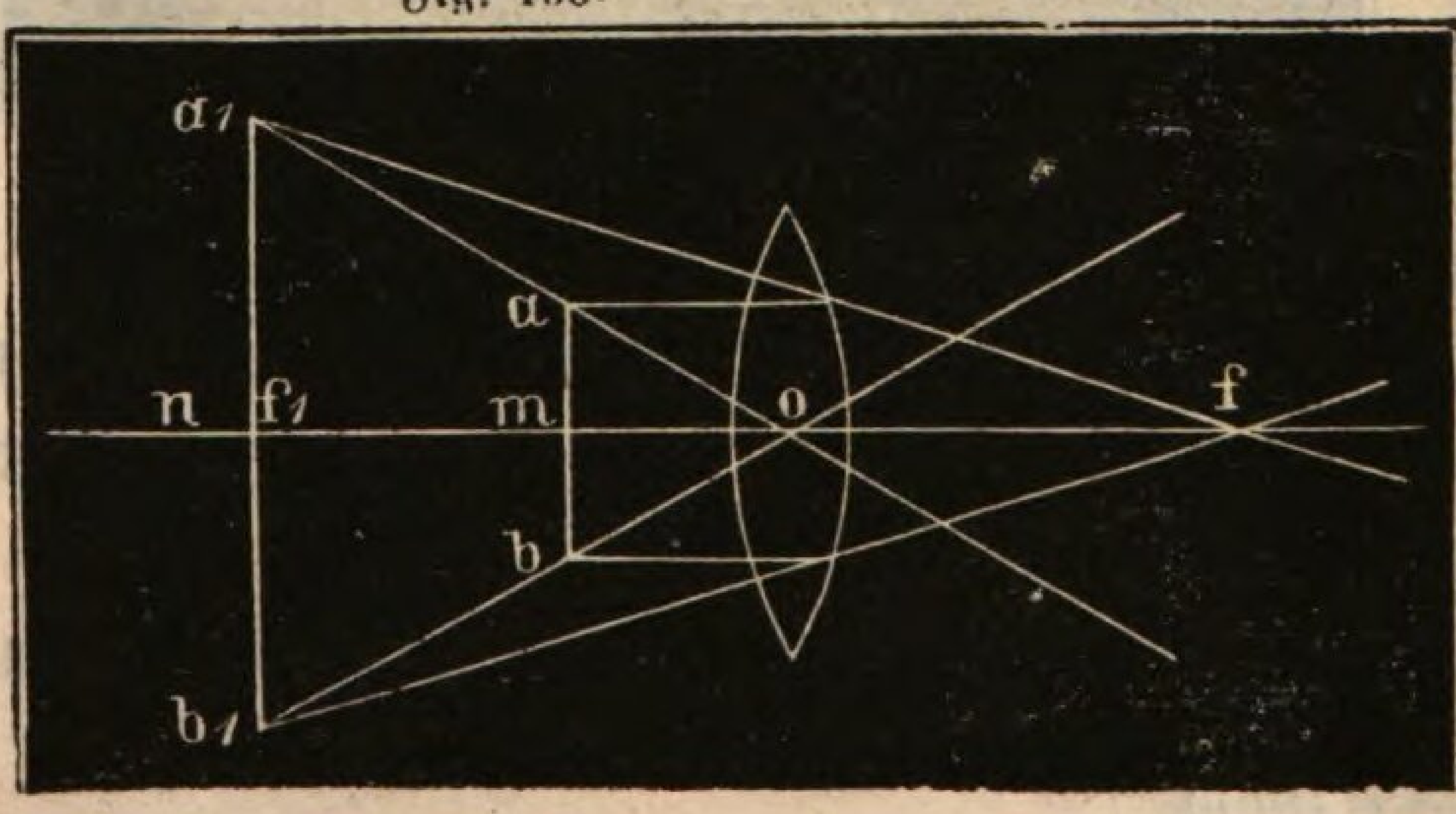


Fig. 159.

$$ab : a_1 b_1 = mo : no$$

folgt, daß rücksichtlich ihrer Größe Bild und Gegenstand sich verhalten, wie ihre Entfernungen von der Linse. Zugleich sieht man, daß die Lage des Bildes umgekehrt zur Lage des Gegenstandes ist. Befindet sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite, so divergiren die Strahlen nach dem Durchgange. Ein von a parallel zur Axe auffallender Strahl wird nach f gebrochen u. ein die Mitte der Linse treffender geht geradlinig fort; beide schneiden sich rückwärts verlängert in a_1 und es ist daher a_1 das Bild von a. Fig. 160. Auf gleiche Weise ent-

Fig. 160.



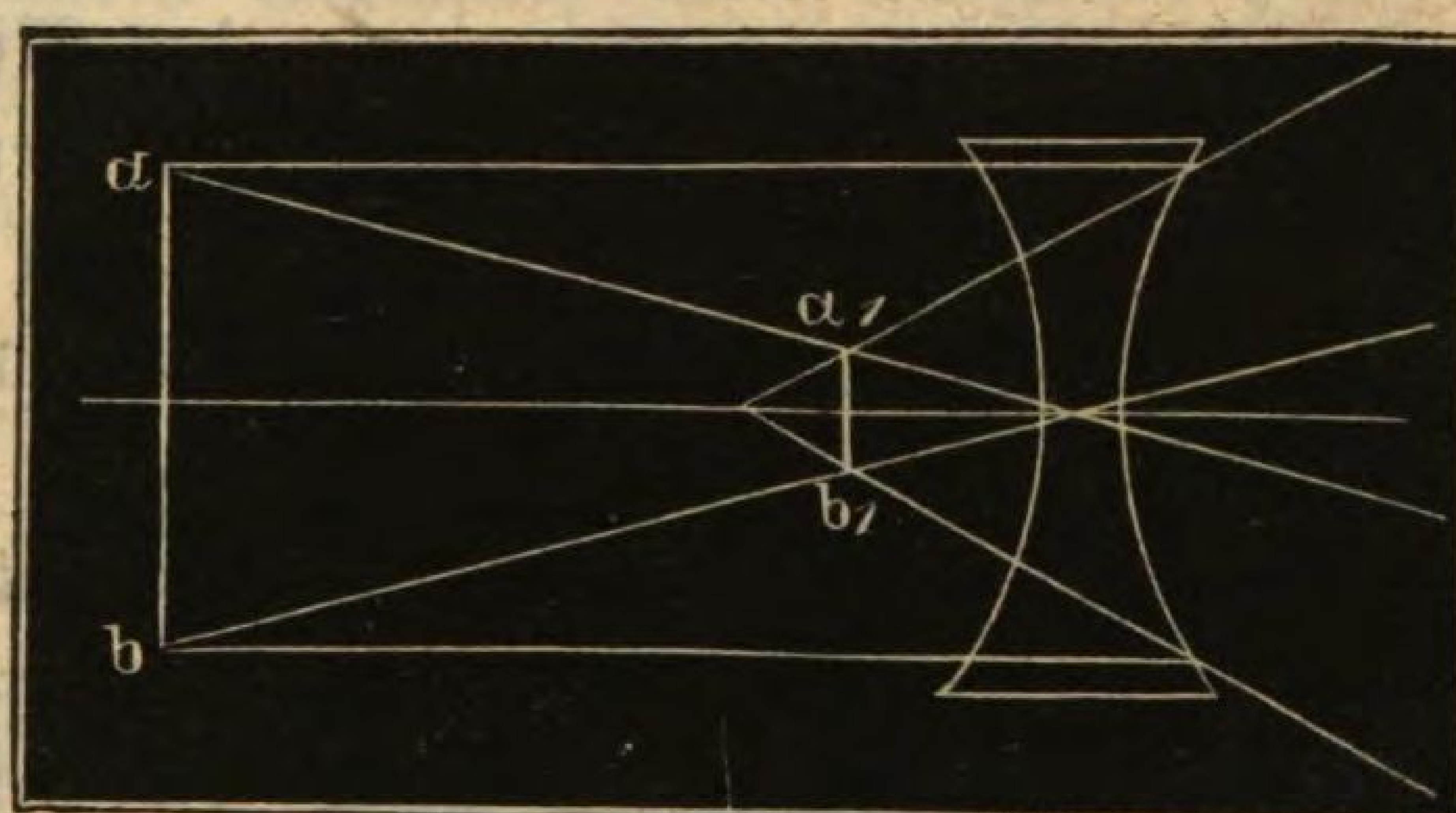
steht in b_1 das Bild von b, so daß $a_1 b_1$ das Bild von ab ist. Auch gilt die Proportion

$$ab : a_1 b_1 = mo : no$$

und weil hier stets $mo < no$, so ist das Bild stets größer als der Gegenstand. Die Vergrößerung wird um so bedeutender, je kleiner die Brennweite der Linse ist. Bild und Gegenstand befinden sich in derselben Stellung.

Da bei Hohllinsen für jeden endlichen positiven Werth von s w stets negativ und kleiner als p ist, so können derartige Linsen keine Sammelbilder geben. Das Bild liegt stets auf derselben Seite, auf welcher der Gegenstand sich befindet und hat mit ihm gleiche Lage; ist aber stets kleiner als der Gegenstand, Fig. 161.

Fig. 161.



Die im Vorhergehenden bestimmte Lage des Brennpunktes und der Bilder gilt nur für solche Strahlen, welche der Axe sehr nahe liegen; entferntere Strahlen werden nach dem Durchgange stärker gebrochen, so daß eine Brennlinie entsteht. Man nennt dieses die *sphärische Aberration*; die Schärfe der Bilder wird dadurch sehr beeinträchtigt.

---

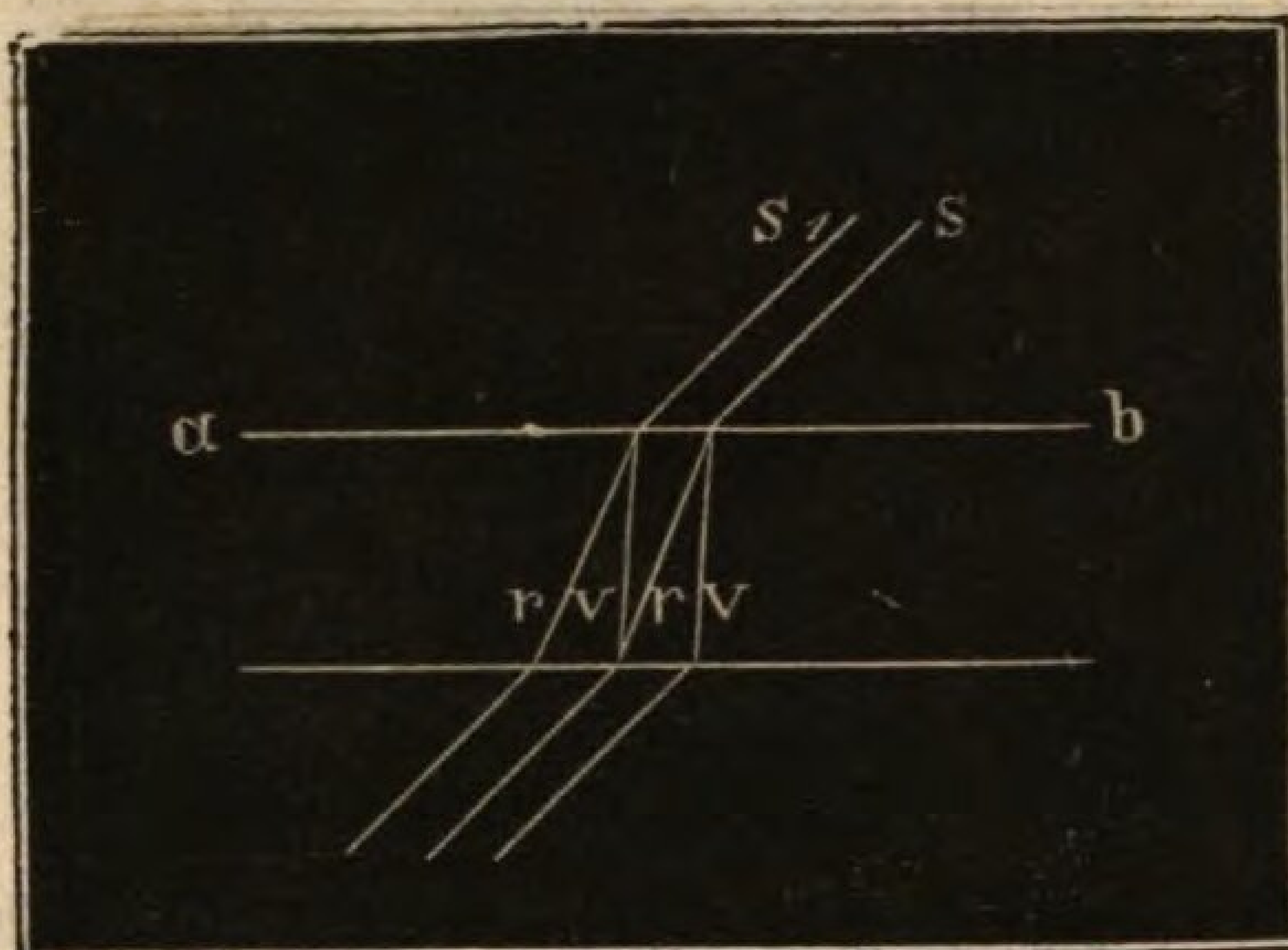
4. Von der Zerlegung und Zusammensetzung des weißen Lichtes, den Streifen im Spectrum, der Dispersion und dem Achromatismus.

Außer der Brechung, welcher ein Lichtstrahl unterliegt, wenn er aus einem Mittel in ein anderes übergeht, erleidet er auch noch eine andere Veränderung; er wird in mehrere farbige Strahlen

zerlegt. Diese sind der Reihe nach roth, orange, gelb, grün, hellblau, dunkelblau, violett. Man nennt sie Regenbogenfarben oder prismatische Farben. Diese Zerlegung hat ihren Grund darin, daß die farbigen Lichtstrahlen, aus denen das weiße Licht besteht, ungleich stark gebrochen werden. Am wenigsten wird das rothe und am meisten das violette gebrochen; die dazwischen liegenden folgen in der angegebenen Ordnung.

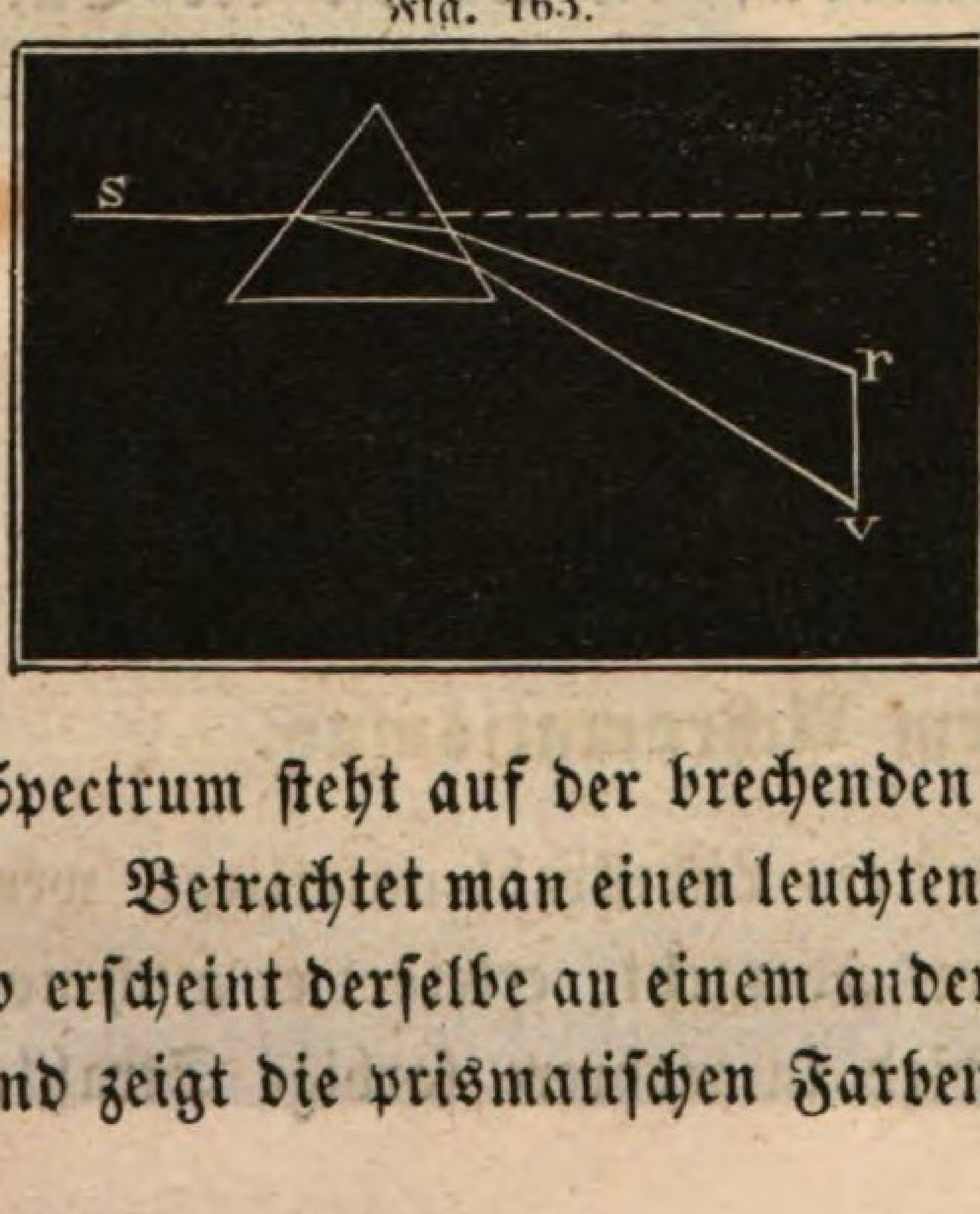
Ist s, Fig. 162, ein Lichtstrahl, welcher die Fläche ab trifft, so geht er so zerlegt durch das Mittel, daß v den violetten und r den rothen Strahl bezeichnet. Sind nun die Berührungsflächen parallel, so sind die Strahlen nach dem Durchgange unter sich und der ursprünglichen Richtung parallel, daher müssen alle Strahlen eines Strahlenbündels nach dem Durchgange sich so vereinigen, daß sie wieder weißes Licht geben.

Fig. 162.



Sind aber die Berührungsflächen nicht parallel, wie bei einem Prisma, so divergiren die Strahlen nach dem Durchgange und bilden das sogenannte Spectrum, Fig. 163. Die Breite des Spectrums ist für dasselbe Strahlenbündel unveränderlich; aber seine Länge hängt von dem brechenden Winkel und der brechendem Substanz ab, indem es hiervon abhängt, ob ein Strahl mehr oder weniger gebrochen wird. Das Spectrum steht auf der brechenden Kante senkrecht.

Fig. 163.



Betrachtet man einen leuchtenden Gegenstand durch ein Prisma, so erscheint derselbe an einem andern Orte, ist in die Breite gezogen, und zeigt die prismatischen Farben.

Farbige Körper, z. B. farbige Gläser oder Flüssigkeiten haben die Eigenschaft, die prismatischen Farben nur theilweise hindurch zu lassen und theils zu absorbiren.

So läßt eine Auflösung von schwefelsaurem Indigo nur roth und blau hindurch; die andern Farben werden absorbirt. Füllt man daher in ein Hohlprisma eine solche Indigoauflösung, so erhält man zwei getrennte Bilder, ein rothes und ein blaues. Die übrigen Farben fehlen. Dieselbe Erscheinung hat man, wenn man einen leuchtenden Gegenstand durch ein solches Prisma betrachtet oder wenn man die farbige Flüssigkeit zwischen parallele Glaswände bringt und durch dieselbe und ein gewöhnliches Glasprisma nach dem leuchtenden Gegenstande hinsieht.

Es folgt hieraus, daß das Spectrum aus einer Reihe auf einander folgender farbiger Bilder des leuchtenden Gegenstandes besteht, welche theilweise zusammenfallen. Die Farben des Spectrums müssen daher um so reiner sein, je weniger die Bilder sich decken.

Dasjenige Licht, welches irgend eine der prismatischen Farben erzeugt, wird auch homogenes Licht genannt.

Läßt man ein farbiges Strahlenbündel durch ein zweites Prisma gehen, so werden die Strahlen zwar gebrochen, aber nicht weiter zerlegt; läßt man aber das Spectrum auf eine Sammellinse fallen, so erhält man nicht ein Bild vom Spectrum, sondern ein weißes Bild desjenigen Gegenstandes, von welchem die Strahlen ursprünglich ausgingen, z. B. der Sonne.

Hieraus folgt, daß die einfachen farbigen Strahlen nicht weiter zerlegt werden können und daß aus der Vereinigung aller einfachen farbigen Strahlen weißes Licht hervorgeht.

Sammelt man mittelst einer Linse nicht alle Farben des Spectrums, sondern nur einige derselben, so erhält man kein weißes, sondern ein gefärbtes Bild. Die Farbe desselben entspricht der Summe der aufgesammelten einfachen Farben. Sammelt man nun mittelst einer zweiten Linse diejenigen einfachen Farben, welche beim vorigen Bilde fehlen, so bekommt man wieder ein farbiges

Bild. Läßt man endlich beide farbige Bilder zusammenfallen, so erhält man ein weißes Bild. Man nennt zwei Farben, welche sich zu weiß ergänzen, **complementäre Farben**. So sind z. B. grün und roth, gelb und violett, orange und blau zu einander complementär.

Betrachtet man durch ein Prisma die Farbe eines Körpers, so kann man erfahren, aus welchen einfachen Farben sie zusammengesetzt ist.

Sind die farbigen Körper durchsichtig, so lasse man das durch ein Prisma erzeugte Spectrum auf einen weißen Schirm fallen; bringt man nun den durchsichtigen Körper zwischen das Prisma und den Schirm, so erscheinen auf dem letzteren nur diejenigen einfachen Farben, aus welchen die des durchsichtigen Körpers besteht, indem die andern **absorbirt** werden.

Ueberhaupt ist die Farbe eines Körpers gleich der Summe der einfachen Farben, welche von seiner Oberfläche reflectirt werden. Ein Körper erscheint daher weiß, wenn er alle Lichtstrahlen reflectirt, schwarz dagegen, wenn er gar kein Licht zurückwirft oder nur so wenig, daß dadurch kein bestimmter Eindruck im Auge hervorgebracht wird.

Ist ein Körper durchsichtig, so ist seine Farbe gleich der Summe derjenigen einfachen Farben, welche er hindurchläßt. Ein durchsichtiger Körper erscheint daher weiß, wenn er kein Licht absorbirt.

Bei manchen durchsichtigen und solchen undurchsichtigen Körpern, welche durch sehr dünne Schichten das Licht hindurchlassen, sind die reflectirten Farben zu den hindurchgelassenen complementär. Die Luft läßt rothgelbes Licht hindurch und reflectirt das blaue; das Wasser läßt rothes Licht hindurch und reflectirt das grüne; das Gold läßt durch dünne Schichten grünlichblaues Licht hindurch und reflectirt das röthlichgelbe u. dergl. m. Solche Körper absorbiren daher kein Licht, sondern zerlegen das weiße Licht so, daß ein Theil reflectirt, der andere aber hindurchgelassen wird.

Bei andern Körpern ist das durchgehende Licht dem reflectirten

gleich. Solche Körper absorbiren daher einen Theil der Lichtstrahlen vollständig.

Noch andere Körper werden bei zunehmender Dicke nicht nur dunkler, sondern sie zeigen auch eine andere Färbung, welche mit zunehmender Dicke intensiver wird. So ist z. B. ein mit Kobaltoxydul gefärbtes Glas in dünnen Schichten blau, in dicken Schichten aber roth u. dergl. Bei solchen Körpern hängt also das Absorptionsvermögen von der größern oder geringeren Dicke der Schicht ab, durch welche das Licht hindurchzugehen hat.

Der Regenbogen entsteht dadurch, daß das Licht der Sonne in jedem Tropfen zweimal gebrochen und einmal reflectirt wird, wobei es die Zerlegung in die prismatischen Farben erfährt. Das Auge des Beobachters befindet sich in einer geraden Linie, welche durch den Mittelpunkt der Sonne und durch den Mittelpunkt des Regenbogenkreises geht. Mit dieser Linie bilden nun die wirksamen Strahlen einer jeden Farbe einen bestimmten Winkel, weßhalb im Auge des Beobachters die aus den vielen Regentropfen reflectirten Strahlen concentrische Kreise bilden.

Wenn man durch einen engen Spalt des Ladens in ein verfinstertes Zimmer ein von einem Spiegel reflectirtes Strahlenbündel eintreten läßt, und vor das Objectivglas eines guten Fernrohres ein Prisma bringt, durch welches jenes Strahlenbündel hindurchgehen muß, so daß das Spectrum auf das Objectivglas fällt, so sieht man durch das Fernrohr im Spectrum 600 bis 700 dunkle Querstreifen, die Spectrallinien.

Fraunhofer, welcher diese Erscheinung zuerst beobachtete, fand, daß die Ordnung dieser Streifen von der brechenden Substanz und dem brechenden Winkel des Prismas unabhängig ist, und daß sich daher diese Streifen zur Bestimmung der Brechungsexponenten mit vielem Vortheile anwenden lassen, da sie eine schärfere Beobachtung gestatten als die Farben.

Er bezeichnete mehrere besonders bemerkbare Streifen mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F, G, H. Hiervon sind A, B, C

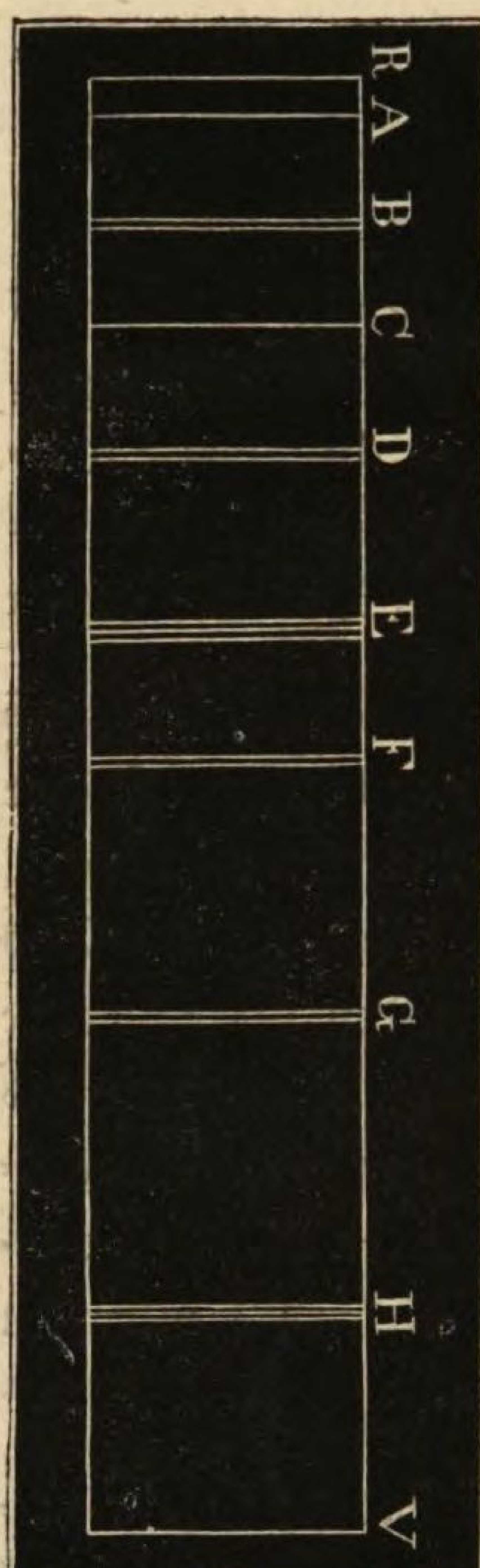


Fig. 164.

scharfbegrenzte Linien im Roth, D bezeichnet zwei nahe bei einander liegende Streifen im Orange, E eine Gruppe feiner Linien zwischen Gelb und Grün, F eine Linie im Grün, G ein Bündel feiner Linien im Dunkelblau und H ein gleiches Bündel im Violett, Fig. 164.

Dieselben Streifen, welche das Sonnenlicht gibt, geben die Venus und andere Planeten. Das Licht des Sirius gibt andere Streifen. Beim Lampenlichte und dem electrischen Lichte sind die Streifen hell.

Bezeichnet man die Brechungsexponenten der Buchstaben B, C, D, E, F, G, H mit e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, so ergibt sich nach Fraunhofers Beachtungen folgende Tabelle.

Substanz.	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
Wasser	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Kali	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpentinöl . , .	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1 481736	1,488198	1,493874
Crownglas Nr. 9 .	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Crownglas Nr. 13	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas Lit. M	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas Nr. 3 .	1,602402	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas Nr. 13 .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Flintglas Nr. 23 .	1,626596	1,628469	1,633667	1,640945	1,646756	1,658848	1,669686
Flintglas Nr. 30 .	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072

Die Brechungsexponenten der einzelnen Farben oder Streifen sind verschieden, je nachdem die brechenden Substanzen verschieden sind; daher ist die Länge des Spectrums bei verschiedenen Körpern sehr verschieden. Dasselbe gilt von den einzelnen Farben. Man

nennt den Unterschied der Brechungsexponenten zweier Strahlen oder Streifen Dispersion oder Zerstreuung des Lichts. Und zwar ist der Unterschied der Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen die totale Dispersion, während dieselbe Größe für zwei andere Strahlen oder Streifen die partielle Dispersion genannt wird.

Aus der obigen Tabelle lassen sich die totalen und partiellen Dispersionen der betreffenden Substanzen, so wie das Verhältniß der Dispersionen je zweier berechnen.

Für die Streifen B und H ergibt sich aus obiger Tabellen die Dispersion

für Wasser zu	0,013242
„ Terpentinöl zu . . .	0,023378
„ Crownglas Nr. 13 zu .	0,020372
„ Flintglas Nr. 13 zu .	0,043313

Die Dispersion wird durch die Annahme erklärt, daß diejenigen Lichtwellen, welche eine größere Schwingungsintensität haben, beim Eintritte in ein brechendes Mittel stärker verkürzt werden, als diejenigen, welchen eine geringere Schwingungsintensität zukommt. Da nun die Schwingungsintensität der violetten Strahlen am größten, die der rothen am kleinsten ist, so werden die Wellen, welche den violetten Strahl erzeugen, am meisten, die, welche den rothen Strahl erzeugen, am wenigsten verkürzt; folglich wird der violette Strahl am meisten, der rothe am wenigsten von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt oder gebrochen. Weil ferner diese Wellenverkürzung bei verschiedenen Mitteln ungleich groß ist, so muß auch die Dispersion ungleich sein, und mithin müssen diese verschiedenen Mittel unter sonst gleichen Umständen Spectra von ungleicher Länge geben.

Wegen der mit der Brechung verbundenen Farbenzerstreuung sind auch die Bilder, welche man durch Linsen erhält, mit farbigen Rändern behaftet, wodurch sie sehr an Deutlichkeit und Schärfe verlieren. Es hat dieses seinen Grund darin, daß die violetten Strahlen am stärksten, die rothen am schwächsten gebrochen werden;

daher die violetten sich in Punkten schneiden, welche der Linse näher liegen als die Durchschnittspunkte aller übrigen; die rothen aber sich in Punkten schneiden, welche am weitesten von der Linse abstehen. Es entsteht mithin eine Reihe farbiger Bilder, welche die Deutlichkeit und Schärfe des Hauptbildes schwächen und die farbigen Ränder erzeugen. Man nennt diese Erscheinung die chromatische Abweichung.

Es war daher wichtig, Linsen zu construiren, bei denen die Farbenzerstreuung wegfällt, die Lichtstrahlen aber nach dem Durchgange dennoch gebrochen werden. Man nennt Linsen, welche dieser Anforderung genügen, achromatisch, während man solche, bei denen außer der Farbenzerstreuung auch die sphärische Aberration wegfällt, aplanatisch nennt.

Verbindet man zwei gleiche und gleichartige Prismen so mit einander, daß die brechenden Kanten entgegengesetzte Lagen haben, so hebt die Farbenzerstreuung des zweiten die des ersten auf, die Lichtstrahlen treten parallel aus, liefern also weißes Licht; allein sie haben auch wieder ihre ursprüngliche Richtung, sie sind nicht gebrochen, da die Brechung im zweiten Prisma der im ersten gleich und entgegengesetzt ist. Man muß daher, wenn die Strahlen farblos aber gebrochen austreten sollen, zwei Prismen mit einander verbinden, wo die Farbenzerstreuungen gleich und entgegengesetzt sind, die Ablenkung des einen aber größer als die Ablenkung des andern ist.

Wäre die Farbenzerstreuung der Größe der Ablenkung für verschiedene Substanzen proportional, so wäre der Achromatismus unmöglich; allein dieses ist nicht der Fall. Die Farbenzerstreuung eines Flintglasprismas ist 2,089 mal so groß als die eines Crownglasprismas bei gleicher Ablenkung, während die partiellen Dispersionen der mittleren Strahlen nicht sehr von einander abweichen.

Unter Voraussetzung kleiner Winkel kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Breite des Spectrums dem Winkel der brechenden Kante proportional ist. Da nun das Spectrum des Flintglasprismas 2,089 mal so groß ist, als das des Crownglasprismas, so muß, wenn beide Prismen gleiche Spectra geben

sollen, der Winkel des Flintglasprismas 2,089 mal kleiner sein, als der des Crownglasprismas. Ist daher einer von diesen Winkeln gegeben, so läßt sich der andere ohne Weiteres berechnen.

Die Ablenkung, welche ein solches System von Prismen hervorbringt, ist gleich der Differenz der Ablenkungen beider Prismen. Es ist nun die kleinste Ablenkung, welche ein Prisma hervorbringt

$$a = 2\alpha - \gamma$$

wo α den Einfallswinkel des Strahles und γ den Winkel der brechenden Kante des Prismas bezeichnet. Da aber

$$\sin\alpha = n \sin\beta$$

und im vorliegenden Falle

$$\beta = \frac{\gamma}{2}$$

so ist auch

$$\sin\alpha = n \sin\frac{\gamma}{2}$$

Unter Voraussetzung hinlänglich kleiner Winkel hat man daher

$$\alpha = n \,.\, \frac{\gamma}{2}$$

und mithin

$$a = (n - 1)\,\gamma$$

Für das andere Prisma ist aber auf gleiche Weise

$$a_1 = (n_1 - 1)\,\gamma_1$$

daher

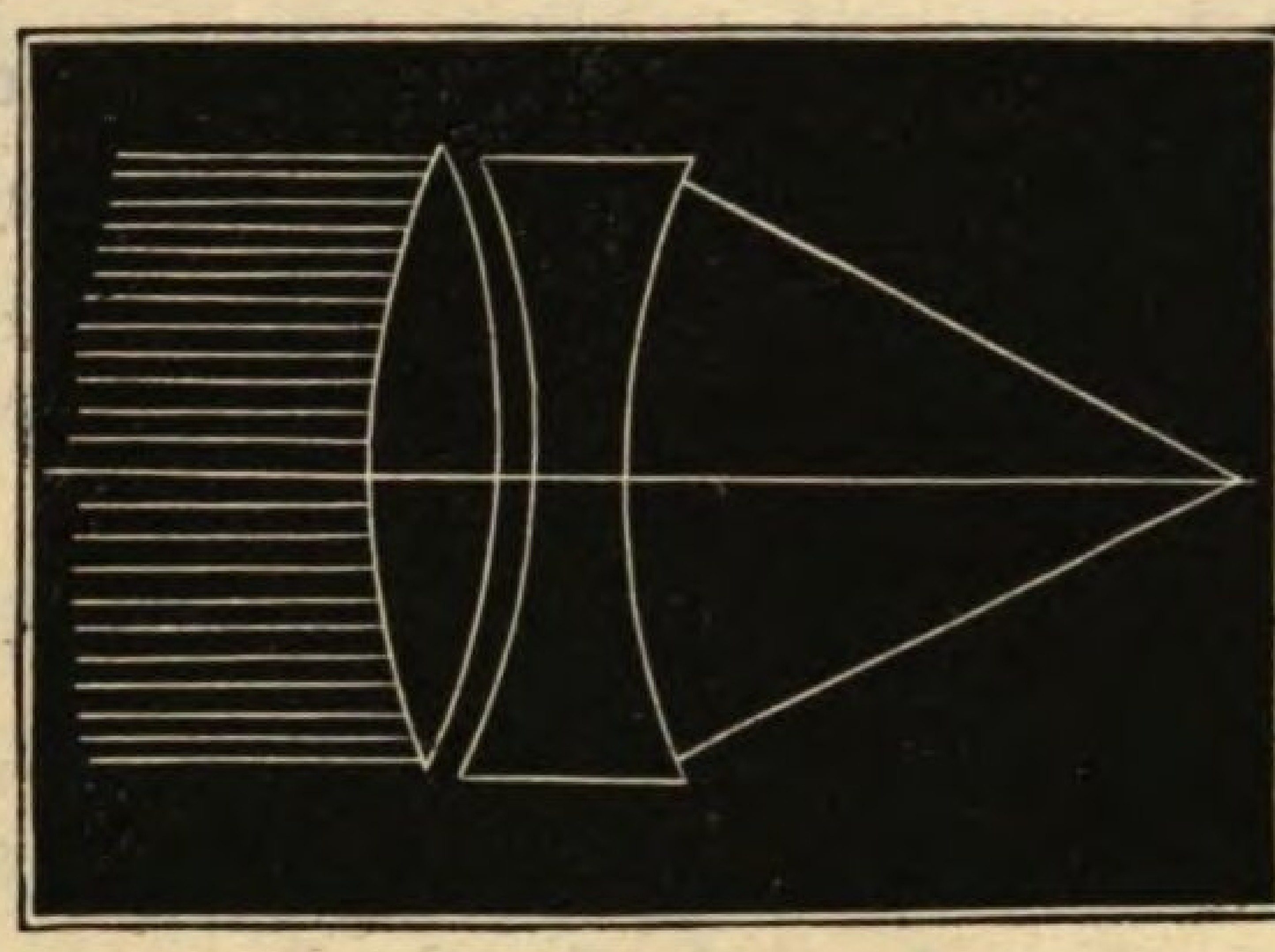
$$a - a_1 = b$$

die Ablenkung, welche durch das System hervorgebracht wird.

Es können daher zwei aus verschiedenen Substanzen gefertigte Prismen so mit einander verbunden werden, daß die Strahlen nach dem Durchgange parallel sind, also weißes Licht geben, und dennoch abgelenkt werden. Da indessen bei gleichen totalen Dispersionen die partiellen Dispersionen immer noch verschieden sind, so ist das

Licht nicht vollkommen weiß, also der Achromatismus nicht vollständig.

Fig. 165.



Auf gleiche Betrachtungen ist der Achromatismus der Linsen gegründet, da man jede Linse aus unendlich vielen Prismen bestehend denken kann. Gewöhnlich verbindet man eine Sammellinse von Crownglas mit einer Zerstreuungslinse von Flintglas. Fig. 165.

---

5. Von der Beugung und Interferenz des Lichtes.

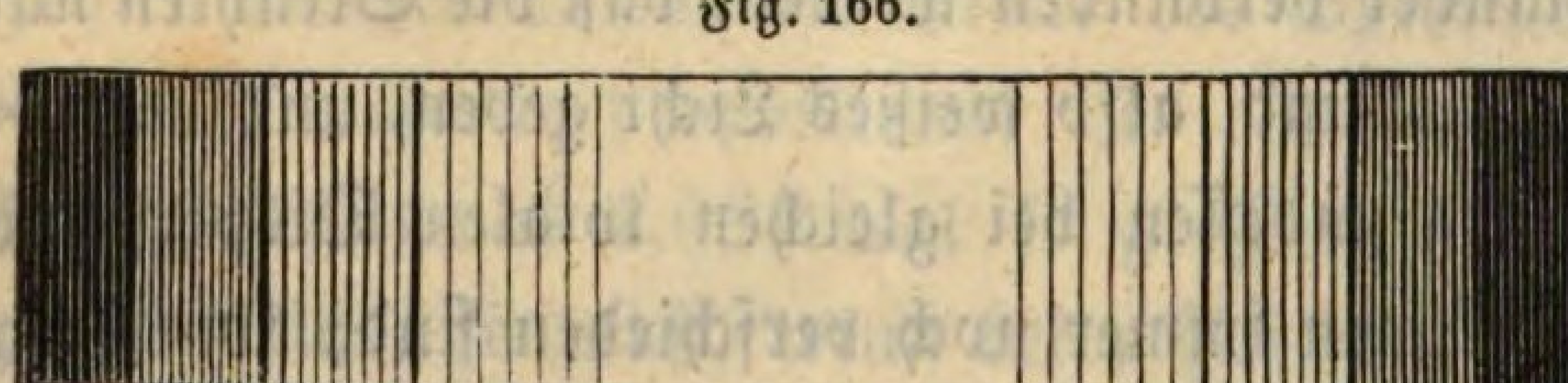
Wenn man durch eine feine Oeffnung im Fensterladen eines dunkeln Zimmers Sonnenlicht eintreten läßt, und das Lichtbündel auf einem weißen Schirme auffängt, so ist die erleuchtete Stelle größer als die Oeffnung und zeigt am Umfange farbige Säume.

Bringt man in das Lichtbündel zwischen den Schirm und die Oeffnung einen schmalen dunkeln Körper, so ist der Schatten, den dieser auf den Schirm wirft, breiter als er selbst; in der Mitte hat der Schatten einen hellen Streifen und an den Rändern farbige Säume.

Diese Erscheinungen nennt man die Beugung des Lichtes, da sie eine Folge der Beugung der Lichtwellen sind.

Bringt man vor das Objectivglas eines Fernrohrs einen Schirm mit einem schmalen Spalte und stellt das Instrument so, daß ein Lichtbündel auf den Spalt fällt, so beobachtet man durch das Ocular einen Lichtstreifen, Fig. 166, welcher um so breiter ist, je

Fig. 166.



schmaler die Oeffnung ist. In der Mitte ist dieser Streifen weiß, nach den Seiten zu aber zeigt er die Farben des Spectrums. Zugleich nimmt die Lichtintensität von der Mitte nach den Seiten hin ab.

Läßt man das Lichtbündel erst durch ein farbiges Glas gehen, ehe es auf das Objectiv des Fernrohres fällt, so beobachtet man mehrere durch dunkle Zwischenräume getrennte Lichtstreifen von der Farbe des vorgesetzten Glases, Fig. 167. Der mittlere dieser Streifen ist am hellsten; zu beiden Seiten aber nehmen sie an Intensität ab. Fraunhofer nennt diese zu beiden Seiten gelegenen Lichtstreifen Spectra erster Ordnung.

Fig. 167.



Je nachdem man Schirme mit mehreren Spalten oder mit Oeffnungen von verschiedener Gestalt anwendet, werden auch diese Lichterscheinungen verschieden. Die durch zwei, drei und mehrere Oeffnungen erzeugten Beugungsbilder werden Spectra zweiter, dritter Ordnung u. s. w. genannt. Vorzüglich schön sind diejenigen, welche man durch sogenannte Gitter erhält.

Läßt man das Lichtbündel durch zwei feine nahe nebeneinander liegende runde Oeffnungen gehen und fängt es sodann mit einem Schirme auf, so müssen in einer gewissen Entfernung die Lichtkreise sich theilweise decken. Hierbei beobachtet man, daß da, wo beide Kreise sich decken, gewisse Stellen heller und andere dunkler sind, als da, wo keine Deckung stattfindet. Hält man eine Oeffnung zu, so verschwindet diese Erscheinung. Es kann also durch Zusammentreffen von Licht mit Licht größere und geringere Helligkeit entstehen.

Alle diese Erscheinungen finden in der Wellenbewegung des Lichtes ihre Erklärung.

Wenn zwei Strahlen, welche von verschiedenen Lichtquellen ausgehen oder überhaupt verschiedenen Wellensystemen angehören, unter einem spitzen Winkel sich schneiden, und die sie erzeugenden Aethertheilchen haben gleiche Schwingungszustände, so müssen sie

sich im Durchschnittspunkte gegenseitig verstärken, der Lichteffect muß intensiver werden. Haben aber die Aetherteilchen entgegengesetzte Schwingungszustände, so müssen die Strahlen sich im Durchschnittspunkte ganz oder theilweise aufheben und es entsteht Dunkelheit oder doch eine Schwächung des Lichteffectes.

Es befinden sich aber zwei Aethertheilchen in gleichen Schwingungszuständen, wenn sie um eine ganze Wellenlänge oder um ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander entfernt sind; sie befinden sich in entgegengesetzten Schwingungszuständen, wenn sie um eine halbe Wellenlänge oder um ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge von einander entfernt sind.

Ob nun zwei von verschiedenen Lichtquellen ausgehende Strahlen im Durchschnittspunkte gleiche oder entgegengesetzte Schwingungszustände haben, dieses hängt von dem Unterschiede der Wege ab, welche beide Strahlen von der Lichtquelle bis zum Durchschnittspunkte zu durchlaufen haben.

Sind diese Wege gleich, oder beträgt der Unterschied eine ganze Wellenlänge oder ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge, so haben die Strahlen im Durchschnittspunkte gleiche Schwingungszustände; beträgt aber der Unterschied eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge, so haben die Strahlen im Durchschnittspunkte entgegengesetzte Schwingungszustände.

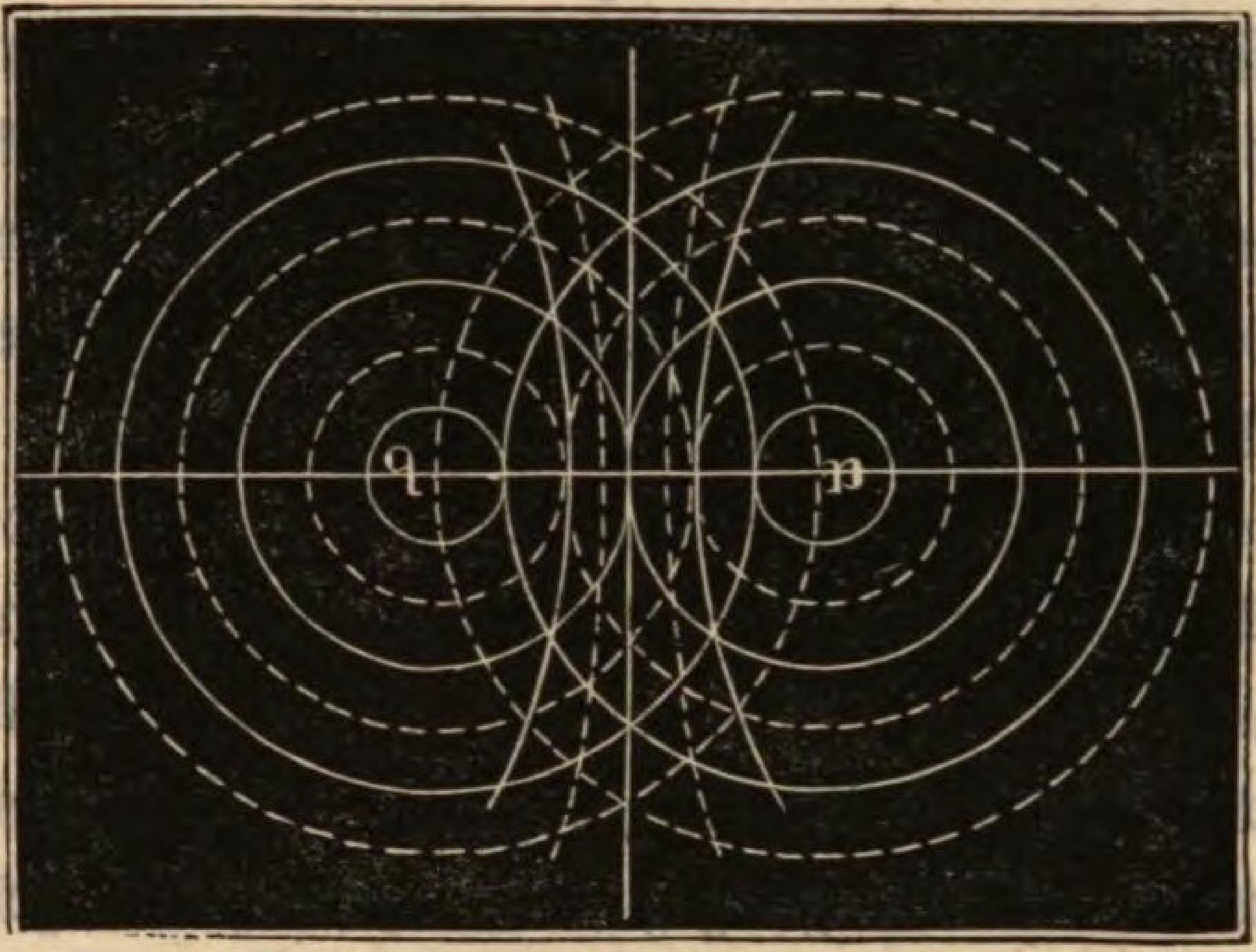
Die gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen, vermöge welcher sie ihre Intensität verstärken oder schwächen, verdoppeln oder aufheben, nennt man Interferenz des Lichtes.

Zwei feine Oeffnungen, welche in einem Schirme nahe bei einander liegen, lassen sich nun als zwei verschiedene Lichtquellen ansehen. Von jeder Oeffnung schreitet ein Wellensystem fort. Die Wellen schneiden sich in gewissen Entfernungen und führen dadurch die oben angegebenen Erscheinungen herbei.

Sind a und b, Fig. 168 (s. f. S.), zwei solche feine Oeffnungen und stellen die ausgezogenen Kreise den einen,

die gestrichelten den andern Schwingungszustand dar, indem der Abstand je zweier Kreise gleich einer halben Wellenlänge ist, so schneiden sich diese Kreise. Verbindet man die Durchschnittspunkte gleichnamiger Schwingungszustände, so erhält man die Lichtlinien, und verbindet man die Durchschnittspunkte ungleichnamiger Schwingungszustände, so erhält man die Schattenlinien. Die mittlere ist eine gerade Linie, die zu beiden Seiten aber sind gleichseitige Hyperbeln, deren Brennpunkte die Lichtquellen sind. Die mittlere Linie ist eine Lichtlinie; zu beiden Seiten wechseln Licht- und Schattenlinien mit einander ab.

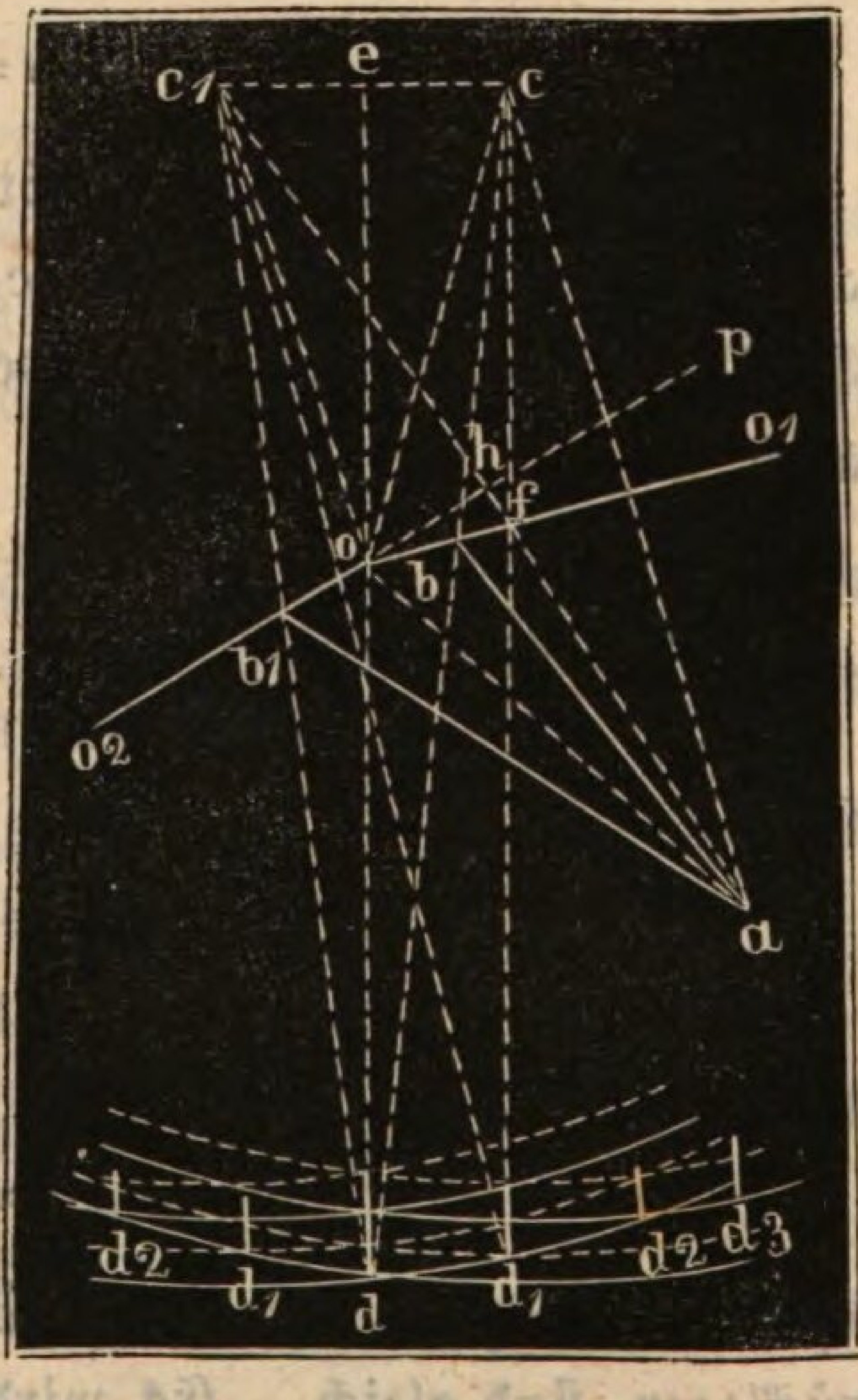
Fig. 168.



Fresnel hat mit seinem Spiegelversuche solche Interferenzerscheinungen durch Reflexion hervorgebracht und die Erklärung derselben wissenschaftlich begründet.

Es sind zwei Metallspiegel oo_1 und oo_2, Fig. 169, vertikal und sehr sorgfältig zusammengestellt, so daß der Winkel, welchen sie einschließen, von 180^0 nur sehr wenig und zwar um den kleinen Winkel $poo_1 = \alpha$ verschieden ist. In a befindet sich ein leuchtender Punkt, der Brennpunkt einer Sammellinse, welcher auf beide Spiegel Lichtstrahlen sendet.

Fig. 169.



Diese Strahlen werden von den Spiegeln so reflectirt, als kämen sie von den Punkten c und c_1 her, indem c und c_1 die Spiegelbilder von a sind. In einiger Entfernung vor den Spiegeln müssen sich diese Strahlen schneiden und Interferenzerscheinungen herbeiführen, die man durch eine Lupe beobachten kann. Ist d ein Punkt, welcher von c und c_1 gleich weit absteht, so wird das im Punkte d befindliche Aethertheilchen von beiden Wellensystemen auf gleiche Weise afficirt, was von allen Aethertheilchen gilt, welche in den von c und c_1 aus durch den Punkt d gezogenen Kreislinien liegen. Werden nun von c und c_1 aus noch mehrere Kreislinien gezogen, und zwar so, daß je zwei um eine halbe Wellenlänge von einander abstehen, und die ausgezogenen Kreise den einen, die punktirten den andern Schwingungszustand darstellen, so geben die Durchschnittspunkte derselben abwechselnd helle und dunkele Streifen, wenn man zu dem Versuche homogenes Licht anwendet.

Verbindet man die Punkte c und c_1 durch eine gerade Linie und halbirt diese, so geht das im Halbirungspunkte errichtete Perpendikel durch den Punkt o. Denn da aoc und aoc_1 gleichschenkelige Dreiecke sind, so ist $ao = co$ und $ao = c_1o$, daher

$$co = c_1o$$

Sind ab und ab_1 zwei Strahlen, so werden diese so reflectirt, als käme b von c und b_1 von c_1 her. Schneiden sich die reflectirten Strahlen in d und liegt d in der Verlängerung der Linie oe, so ist auch

$$cd = c_1d$$

Weil aber

$$ab = bc \text{ und } ab_1 = b_1c_1$$

so ist

$$ab + bd = cd$$

$$ab_1 + b_1d = c_1d$$

daher

$$ab + bd = ab_1 + b_1d$$

d. h. die Wege, welche beide Strahlen von der Lichtquelle aus zurücklegen, sind gleich. Es wird daher das in d befindliche Aether-

theilchen von beiden Lichtstrahlen in gleicher Weise afficirt, daher muß die Lichtintensität in diesem Punkte verstärkt werden. Dasselbe gilt von allen Strahlen, welche sich in dem in d errichteten, mit den Spiegelebenen parallelen Perpendikel schneiden, weshalb dieses Perpendikel eine Lichtlinie sein muß.

Die Strahlen, welche sich im Punkte d_1 schneiden, legen ungleiche Wege zurück, indem $c_1d_1 > cd_1$ ist. Die Differenz $c_1d_1 - cd_1$ läßt sich aber wie folgt bestimmen.

Bezeichnet man $ce = c_1e$ mit m und oe mit n, so ist

$$m = oc \,.\, \sin coe$$

$$n = oc \,.\, \cos coe$$

Weil aber $oc = oa$ ist und oa gemessen werden kann, so ist oc eine gegebene Größe. Der Winkel coe ist gleich dem Winkel α, welcher sich ebenfalls messen läßt.

Denn weil $oa = oc = oc_1$ ist, so läßt sich von o aus als Mittelpunkt durch a, c und c_1 ein Kreis legen. Dann ist coc_1 der Centriwinkel, welcher mit dem Peripheriewinkel cac_1 auf demselben Bogen cc_1 steht. Mithin ist

$$coc_1 = 2cac_1$$

und daher

$$coe = cac_1$$

Es ist ferner $\alpha + ofc_1 = cac_1 + afo_1$; denn α und ofc_1 sind die spitzen Winkel des rechtwinkeligen Dreiecks ofh; und cac_1 und afo_1 sind die spitzen Winkel des rechtwinkeligen Dreiecks ao_1f; und da $ofc_1 = afo_1$, so ist $\alpha = cac_1$, daher auch $coe = \alpha$.

Es sind demnach m und n gegebene Größen. Fällt man von d_1 auf de das Perpendikel d_1g und bezeichnet es mit x, so wie og mit y, so ergibt sich aus der Figur

$$c_1d_1^2 = (n + y)^2 + (x + m)^2$$

$$cd_1^2 = (n + y)^2 + (m - x)^2$$

daher

$$c_1d_1 = [(n + y)^2 + (x + m)^2]^{1/2}$$

$$cd_1 = [(n + y)^2 + (m - x)^2]^{1/2}$$

Entwickelt man beide Ausdrücke nach dem binomischen Lehrsatze so ist

$$c_1d_1 = (n + y) + \frac{1}{2}(n + y)^{-1}.(x + m)^2 + \ldots$$
$$cd_1 = (n + y) + \frac{1}{2}(n + y)^{-1}.(m - x)^2 + \ldots$$

Da man wegen ihrer Kleinheit die folgenden Glieder vernachläſſigen kann, ſo iſt

$$c_1d_1 - cd_1 = \frac{1}{2}(n + y)^{-1}[(x + m)^2 - (m - x)^2]$$
$$c_1d_1 - cd_1 = \frac{2mx}{n + y}$$

Bezeichnet man den Winkel d_1ed, welcher ebenfalls gemeſſen werden kann mit φ, ſo iſt

$$x = (n + y) \tan \varphi$$

daher

$$c_1d_1 - cd_1 = 2m \tan \varphi$$

wodurch die Differenz der Wege, welche die Strahlen c_1d_1 und cd_1 machen, beſtimmt iſt.

Fresnel hat durch ſeine Verſuche gefunden, daß

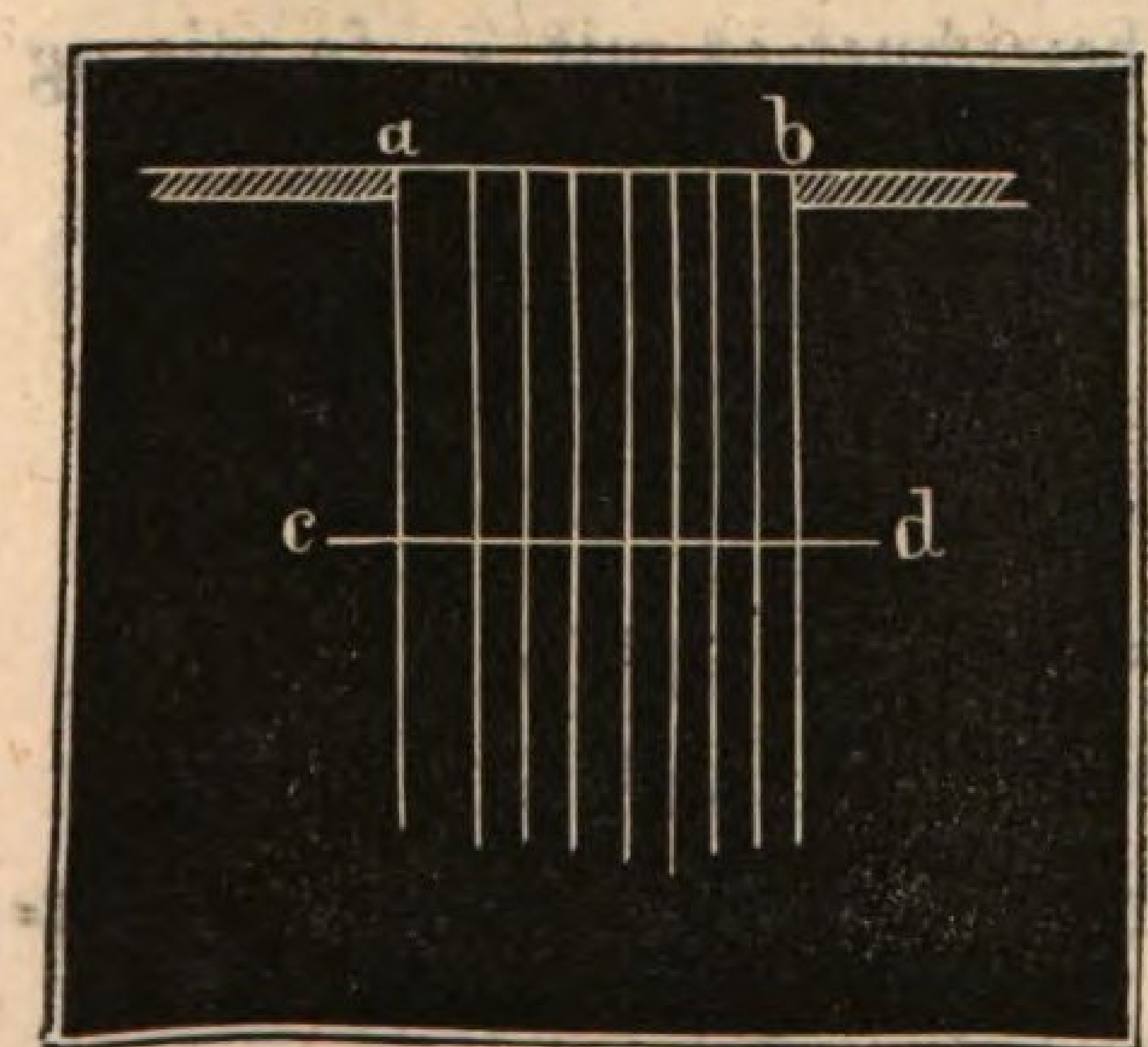
$$cd - cd_1 = cd_1 - cd_2 = cd_2 - cd_3 \ldots$$

und da d_1 eine Schattenlinie, d_2 eine Lichtlinie, d_3 wieder eine Schattenlinie iſt und abwechſelnd ſo fort, ſo ſind obige Differenzen gleich einer halben Wellenlänge.

Bei Anwendung von homogenem Lichte haben dieſe Differenzen für jede Farbe andere Werthe, woraus folgt, daß die den verſchieden gefärbten Lichtſtrahlen zugehörigen Wellen von ungleicher Länge ſind.

Trifft ein Lichtbündel paralleler Strahlen ſenkrecht einen ſchmalen Spalt ab, Fig. 170, ſo werden alle in dieſem Spalte befindliche Aethertheilchen gleichzeitig in Schwingungen verſetzt; jedes wird der Mittelpunkt eines neuen Wellenſyſtems, wodurch das Licht auch jenſeits des Spaltes fortgepflanzt wird. Es haben daher alle Aethertheilchen, welche in Linien liegen, die mit ab parallel und zur Richtung der Strahlen ſenkrecht ſind, z. B. cd, gleiche

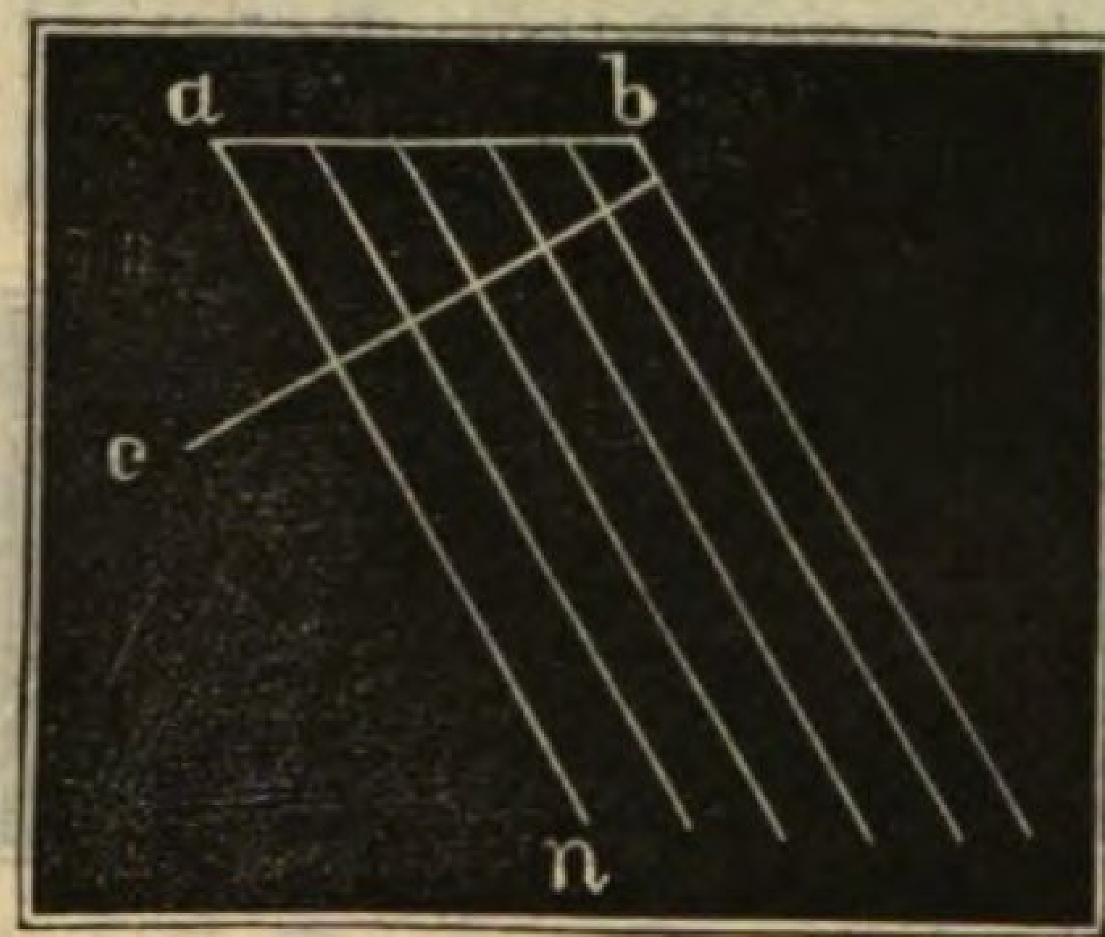
Fig. 170.



Schwingungszustände, weshalb sie, wenn sie auf der Netzhaut des Auges oder im Brennpunkte einer Linse zusammentreffen, eine Schwingungsintensität erzeugen müssen, welche der Summe der Schwingungsintensitäten der einzelnen Strahlen gleich ist.

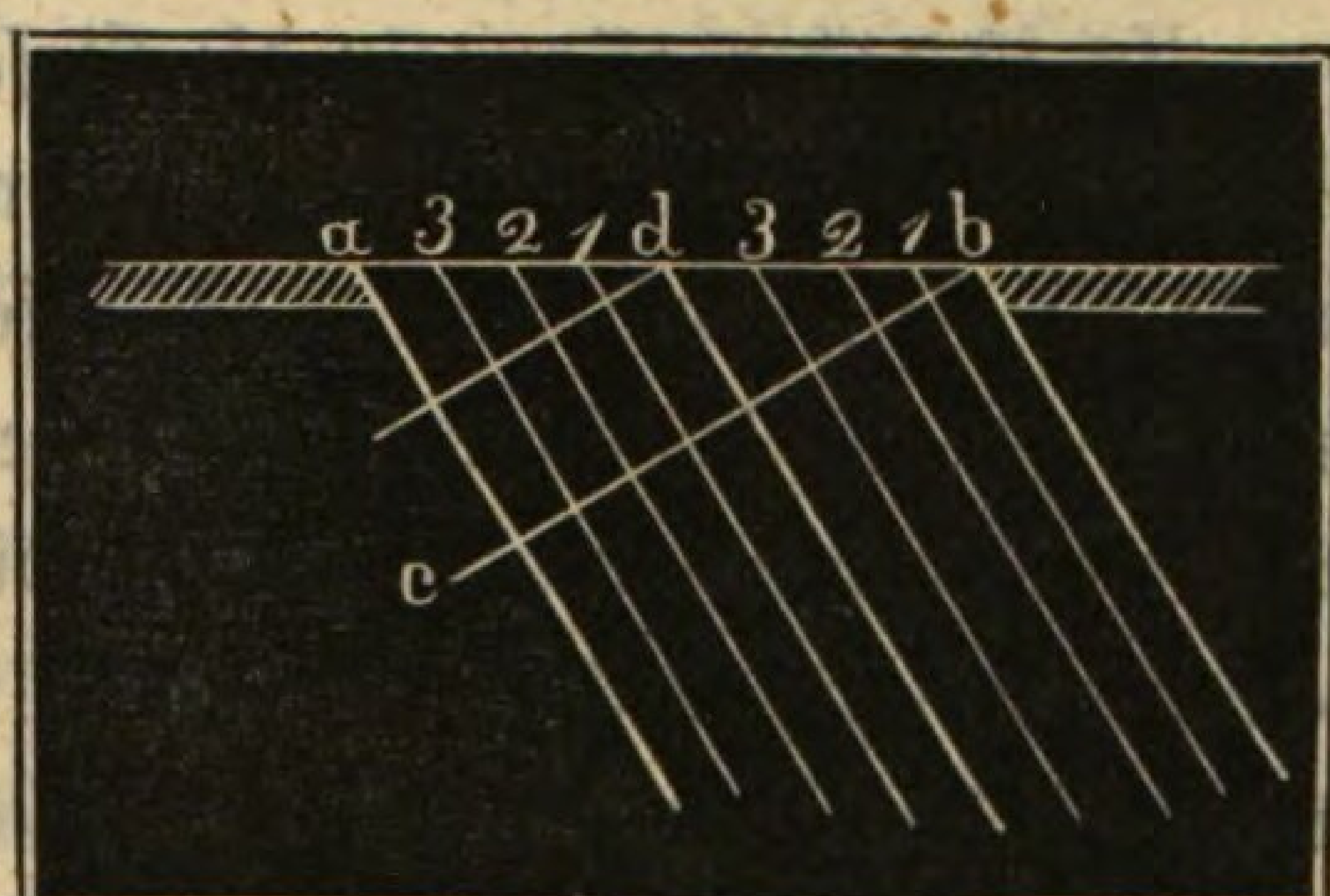
Macht ein Strahlenbündel mit ab einen Winkel, Fig. 171, so ziehe man bc senkrecht auf an, dann ist ac der Unterschied des Weges, welchen die Randstrahlen zu durchlaufen haben, bis sie in einem Punkte der Netzhaut des Auges oder im Brennpunkte einer Linse zusammentreffen. Beträgt dieser Unterschied ½ Wellenlänge, so haben die Strahlen im Durchschnittspunkte entgegengesetzte Schwingungszustände; sie müssen daher ihre Wirkungen gegenseitig vernichten; es entsteht im Durchschnittspunkte beider Dunkelheit. Die übrigen Strahlen dieses Bündels aber werden je nach dem größeren oder geringeren Gegensatze ihrer Schwingungszustände sich mehr oder weniger schwächen, so daß ein solches gebeugtes Bündel einen schwächeren Lichteffect erzeugt, als ein nicht gebeugtes.

Fig. 171.



Beträgt der Unterschied der Wege, welche die Randstrahlen zu durchlaufen haben, 2 halbe Wellenlängen, so halbire man ab so, daß zwei Strahlenbündel ad und bd entstehen, Fig. 172. Der Unterschied der Wege der Strahlen b und d beträgt dann eine halbe Wellenlänge. Es haben daher diese Strahlen, wenn sie zusammentreffen, entgegengesetzte Schwingungszustände, sie heben also ihre Wirkungen gegenseitig auf. Dasselbe geschieht aber auch mit den Strahlen 1, 2, 3, beider Bündel, so daß überhaupt der Schwingungszustand des Bündels ad dem

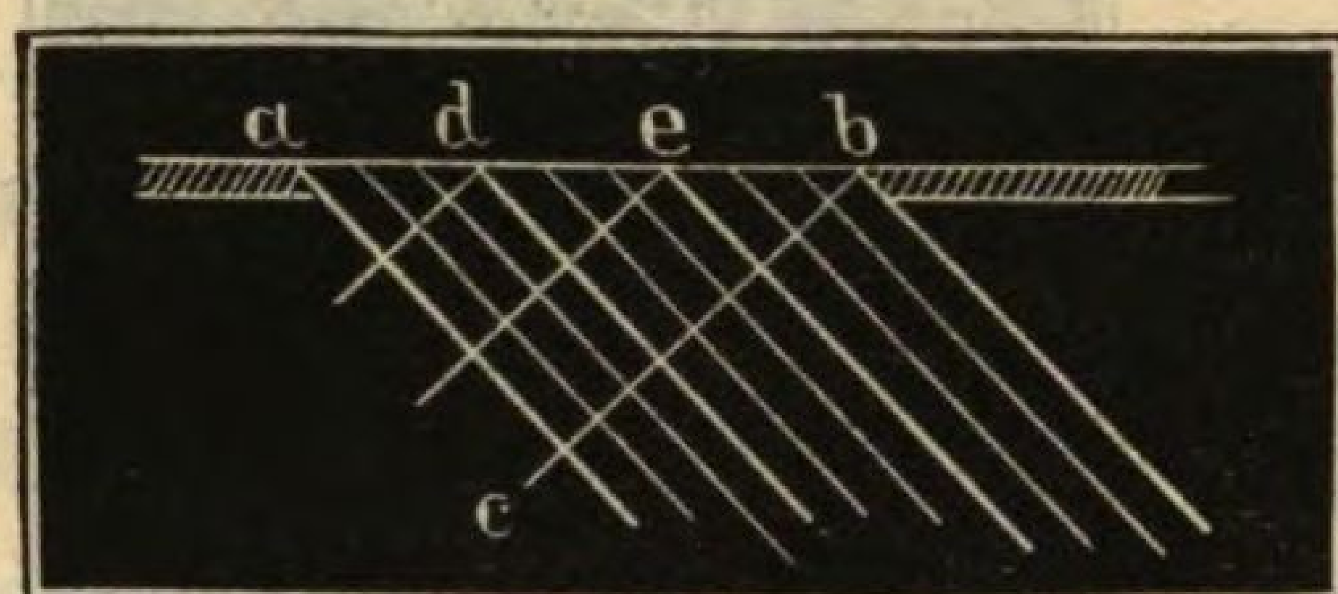
Fig. 172.



Schwingungszustande des Bündels bd entgegengesetzt ist. Die Wirkung aller gebeugten Strahlen ist daher gleich null; sie erzeugen auf der Netzhaut des Auges oder im Brennpunkte einer Linse einen dunkeln Streifen.

Beträgt der Unterschied der Wege der Randstrahlen drei halbe Wellenlängen, so theile man ab in drei gleiche Theile, so daß drei Strahlenbündel ad, de und eb entstehen, Fig. 173. Aus den vorher entwickelten Gründen müssen dann die Bündel de und eb ihre Wirkungen gegenseitig vernichten, so daß nur das dritte Bündel ad wirksam bleibt. Es ist daher die Schwingungsintensität dreimal schwächer, als wenn alle Strahlen hätten wirksam sein können. Ist nun, wie man annimmt, die Lichtintensität dem Quadrate der Schwingungsintensität proportional, so ist der Lichteffect 9mal schwächer als derjenige, welchen alle Strahlen zusammen hervorgebracht hätten.

Fig. 173.



Bei einem Wegunterschiede von 4 halben Wellenlängen findet wieder eine vollständige Vernichtung der gegenseitigen Wirkungen statt, so daß ein dunkler Streifen entsteht. Bei einem Wegunterschiede von 5 halben Wellenlängen bleibt nur $\frac{1}{5}$ der gebeugten Strahlen wirksam, welche eine 25mal schwächere Lichtintensität erzeugen, als diejenige ist, welche alle Strahlen hervorgebracht haben würden.

Es ist daher allgemein die Gesammtwirkung eines gebeugten Strahlenbündels immer gleich null, wenn die Differenz der Wege, welche die Randstrahlen zu durchlaufen haben, ein gerades Vielfache einer halben Wellenlänge beträgt; es bleibt aber immer ein Theil der Strahlen wirksam, wenn die Differenz der Wege, welche die Randstrahlen zu durchlaufen haben, ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge beträgt.

Wenn man daher ein farbiges Lichtbündel durch einen schmalen Spalt gehen läßt, so müssen abwechselnd helle und dunkle Streifen entstehen; auch muß die Intensität der Lichtstreifen von der Mitte

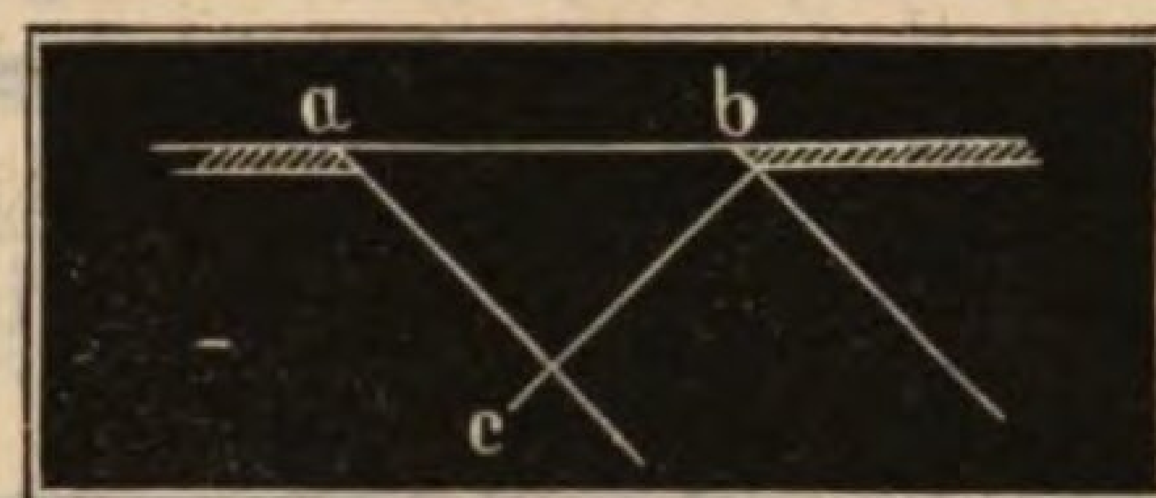
aus nach beiden Seiten hin fortwährend abnehmen. Es sind mithin hierdurch die Beugungserscheinungen vollständig erklärt.

In dem Dreiecke abc, Fig. 174, ist

$$ac = ab \sin \alpha$$

wenn α den Beugungswinkel abc bezeichnet. Diesen Winkel kann man für jedes gebeugte Bündel messen, wenn man einen Theodolithen vor den beugenden Spalt bringt und das Fadenkreuz erst in die Mitte des Streifens und sodann der Reihe nach auf jeden der dunkeln Streifen einstellt, wo man dann am horizontalen Kreise die Winkel ablieſt.

Fig. 174.



Da $\sin \alpha = \frac{ac}{ab}$ ist, so sieht man, daß die Breite des Streifens der Wellenlänge direct und der Breite des Spaltes umgekehrt proportional ist.

Hat man die Breite des Spaltes und die Winkel gemessen, so kann man die Länge der Lichtwellen berechnen.

Fraunhofer hat dieses für die Buchstaben B, C, D, E, F, G, H gethan und gefunden, daß die Wellenlänge

für B	beträgt	0,00002541	pariser	Zoll	$= 0,0006897^{mm}$
„ C	„	0,00002422	„	„	= 0,0006559 „
„ D	„	0,00002175	„	„	= 0,0005888 „
„ E	„	0,00001945	„	„	= 0,0005265 „
„ F	„	0,00001794	„	„	= 0,0004856 „
„ G	„	0,00001587	„	„	= 0,0004296 „
„ H	„	0,00001464	„	„	= 0,0003963 „

Die Wellenlänge der rothen Strahlen ist demnach am größten, die der violetten am kleinsten. Bei gebeugtem weißen Lichte fallen daher die Spectra der verschiedenen Farben nicht zusammen, weshalb die Beugungsbilder an verschiedenen Stellen farbig erscheinen.

Bezeichnet man die Anzahl der Schwingungen, welche ein Lichtstrahl in einer Secunde macht, mit n, die Länge einer Welle mit l und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes mit c, so ist

$$n = \frac{c}{l}$$

Da nun c = 42000 Meilen bekannt ist und l durch Messung mit dem Theodolithen gefunden werden kann, so ist es möglich, die Anzahl von Schwingungen zu berechnen, welche irgend ein Lichtstrahl in einer Secunde macht.

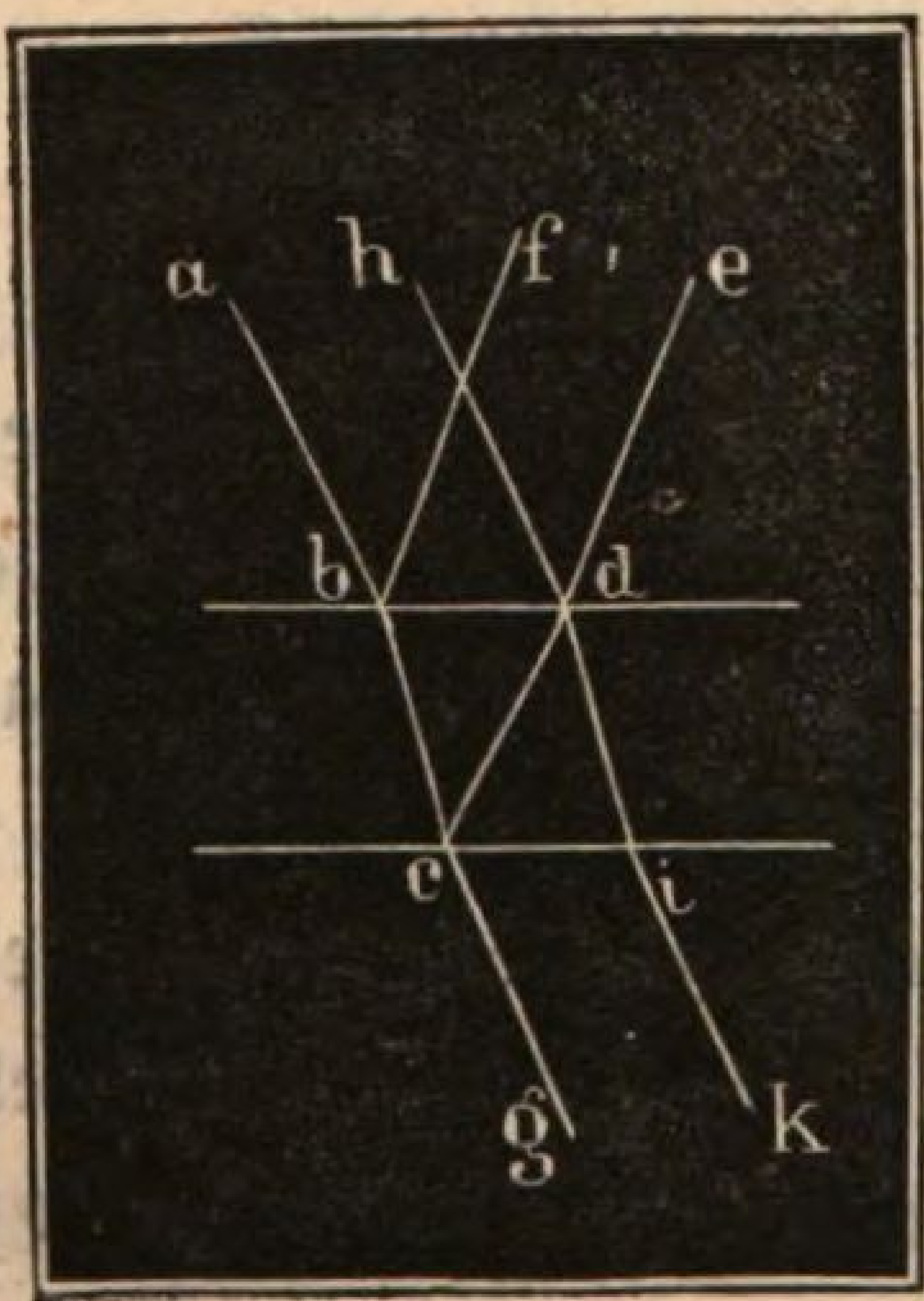
Durch Versuche sind folgende Zahlen gefunden worden.

Farbe.	Spectrallinie.	Anzahl der Schwingungen in einer Secunde.
Roth	B	451 Billionen.
Orange	C	472 „
Gelb	D	527 „
Gelbgrün	E	590 „
Grün	F	640 „
Blau	G	723 „
Violett	H	790 „

Die Farben, welche man an dünnen durchsichtigen Körpern, z. B. an Glimmerplättchen, Seifenblasen, erblindeten Glasscheiben, Krystallen, Oxydschichten von Metallen, namentlich beim Härten des Stahls, an dünnen, schwimmenden Oelschichten u. dergl., im durchgelassenen sowohl als im reflectirten Lichte beobachtet, sind eine Folge der Interferenz. Hierbei sind immer die Farben des reflectirten Lichtes zu denen des durchgelassenen Lichtes complementär.

Sind ab und hd, Fig. 175, Strahlen eines Strahlenbündels, welche einen dünnen durchsichtigen Körper in b und d treffen, so werden sie theils reflectirt, theils gebrochen. Dasselbe geschieht an der zweiten Berührungsfläche in c und i, dann wieder an den ersten u. s. f. Die reflectirten sowohl als die durchgelassenen Strahlen sind aber unter sich parallel, daher müssen die Strahlen desselben Strahlenbündels zur Interferenz kommen, wie z. B. der Strahl hde mit dem Strahle bcde, und der Strahl dik mit dem Strahle cdik.

Fig. 175.



Aus der Figur sieht man, daß diese Strahlen ungleiche Wege durchlaufen haben; denn der Strahl bcde muß die doppelte Dicke des Plättchens durchlaufen, ehe er mit dem Strahle hde zusammentrifft; es ist daher die doppelte Dicke des Plättchens der Gangunterschied dieser Strahlen. Dasselbe gilt von den Strahlen dik und cdik.

Bezeichnet man daher die Dicke des Plättchens mit d, die Wellenlänge mit l, so müssen die Strahlen sich gegenseitig verstärken, wenn $2d = l$ oder ein Vielfaches von l ist, sie müssen sich dagegen gegenseitig vernichten, wenn $2d = \frac{l}{2}$ oder ein ungerades Vielfache von $\frac{l}{2}$ ist. Die Erfahrung aber zeigt, daß die reflectirten Strahlen sich gegenseitig verstärken, wenn $2d = \frac{l}{2}, \frac{3l}{2}, \frac{5l}{2}$ u. s. f. und sich gegenseitig vernichten, wenn $2d = o, l, 2l, 3l$, u. s. f. ist, daß ferner die durchgelassenen Strahlen sich gegenseitig verstärken, wenn $2d = o, l, 2l, 3l$ u. s. f., und sich gegenseitig aufheben, wenn $2d = \frac{l}{2}, \frac{3l}{2}, \frac{5l}{2}$ u. s. f. ist. Es zeigt also die Erfahrung gerade das Entgegengesetzte der Theorie. Allein wenn man annimmt, daß die Bewegung der Lichtstrahlen beim Uebergange in ein dichteres Mittel um eine halbe Wellenlänge verzögert wird, so ist hierdurch der Widerspruch gelöst. Es ist dann der Gangunterschied der Strahlen hde und bcde nicht 2d, sondern $2d + \frac{1}{2}l$, und der Gangunterschied der Strahlen dik und cdik ebenfalls nicht 2d, sondern wegen der zweimaligen innern Reflexion $2d + l$. Es müssen also die reflectirten Strahlen sich verstärken, wenn $2d + \frac{l}{2}$ ein Vielfaches von l ist, sie müssen sich aber vernichten, wenn $2d + \frac{l}{2}$ ein ungerades Vielfache von $\frac{l}{2}$ ist. Die durchgelassenen Strahlen müssen sich verstärken, wenn $2d + l$ ein Vielfaches von l ist, sie müssen sich vernichten, wenn $2d + l$ ein ungerades Vielfache von $\frac{l}{2}$ ist.

Die Annahme, daß die Bewegung der Lichtstrahlen um eine halbe Wellenlänge verzögert wird, wenn sie aus einem weniger dichten in ein dichteres Mittel übergehen, erklärt auch die Erscheinung, daß die reflectirten und durchgelassenen Strahlen in entgegengesetzten Zuständen sich befinden, obgleich die Wegdifferenz in beiden Fällen dieselbe ist.

Auch die analytischen Untersuchungen leiten auf die Annahme einer solchen Verzögerung der Bewegung.

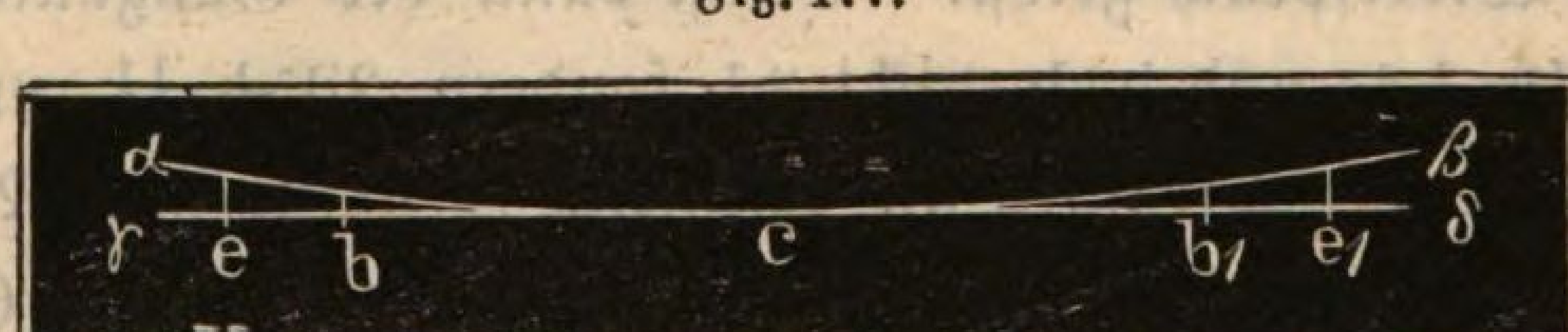
Die Newton'schen Farbenringe, welche entstehen, wenn man auf eine ebene Glastafel eine Convexlinse von großem Halbmesser legt, sind ebenfalls eine Folge der Interferenz. Im weißen Lichte sind diese Ringe farbig, bei homogenem Lichte aber wechseln helle und dunkle Ringe mit einander ab, Fig. 176. Im reflectirten Lichte ist das Centrum dunkel, im durchgelassenen ist es hell. Ueberhaupt sind da, wo im reflectirten Lichte die dunklen Ringe sind, im durchgelassenen Lichte die hellen und umgekehrt.

Fig. 176.



Die Ursache des Gangunterschiedes der interferirenden Strahlen ist hier die dünne Luftschicht, welche zwischen der Linse $\alpha\beta$, und der Glastafel $\gamma\delta$, Fig. 177, sich befindet. Bezeichnet man auch hier die Dicke der Luftschicht mit d, so ist im Centrum c $2d = o$. Es müssen also bei homogenem Lichte die reflectirten Strahlen sich vernichten, die durchgelassenen sich verstärken, daher sieht man im reflectirten Lichte das Centrum dunkel, im durchgelassenen Lichte dagegen hell. Ist bei b und b_1 $2d = \frac{1}{2}$, so erscheint im reflectirten Lichte ein heller, im durchgelassenen ein dunkler Ring; ist bei e und e_1 $2d = 1$, so erscheint im reflectirten Lichte ein dunkler, im durchgelassenen Lichte ein heller Ring, und abwechselnd so fort.

Fig. 177.



Kennt man den Halbmesser der Linse und mißt man die Entfernung cb, so kann man die Dicke der Luftschicht an dieser Stelle berechnen, und da diese $= \frac{3}{4}l$ sein muß, so findet man auch auf diese Weise die Länge der Lichtwelle.

Im weißen Lichte erscheinen eine Reihe farbiger Ringe. Man nennt die Farben des ersten, zweiten, dritten Ringes u. s. w., Farben erster, zweiter, dritter Ordnung u. s. w. Es sind die Farben

1. Ordnung: schwarz, violett, weiß, gelb, orange, roth.
2. „ violett, blau, gelblichgrün, gelb, roth.
3. „ purpur, blau, gelblichgrün, gelbrosa, carmoisin.
4. „ blaugrün, orange, roth.

u. s. w.

Die letzten Farben sind schon schwach, in höheren Ordnungen werden sie immer schwächer, bis sie ganz verschwinden.

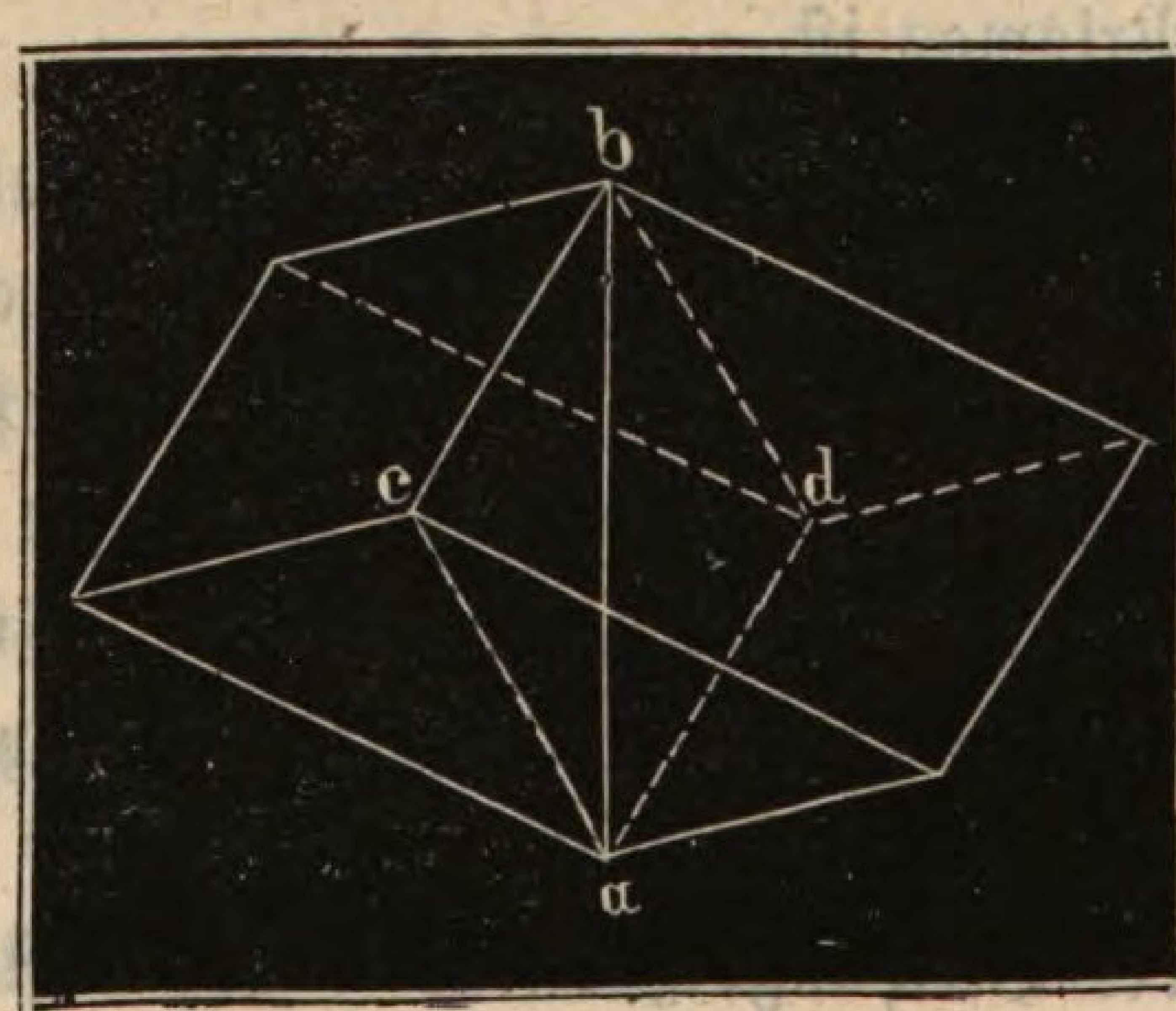
Wegen der Krümmung der Linse wachsen die Dicken der Luftschichten von der Mitte aus schnell, daher rücken auch die Ringe immer näher aneinander, und nehmen an Breite ab.

---

6. Von der doppelten Brechung des Lichtes.

Wenn ein Lichtstrahl durch einen Krystall geht, welcher nicht zum regelmäßigen Systeme gehört, so wird er in den meisten Fällen in zwei Strahlen zerlegt, welche verschieden gebrochen werden. Sehr schön zeigt diese Erscheinung der isländische Doppelspath, Kalkspath, krystallisirter kohlensaurer Kalk.

Fig. 178.

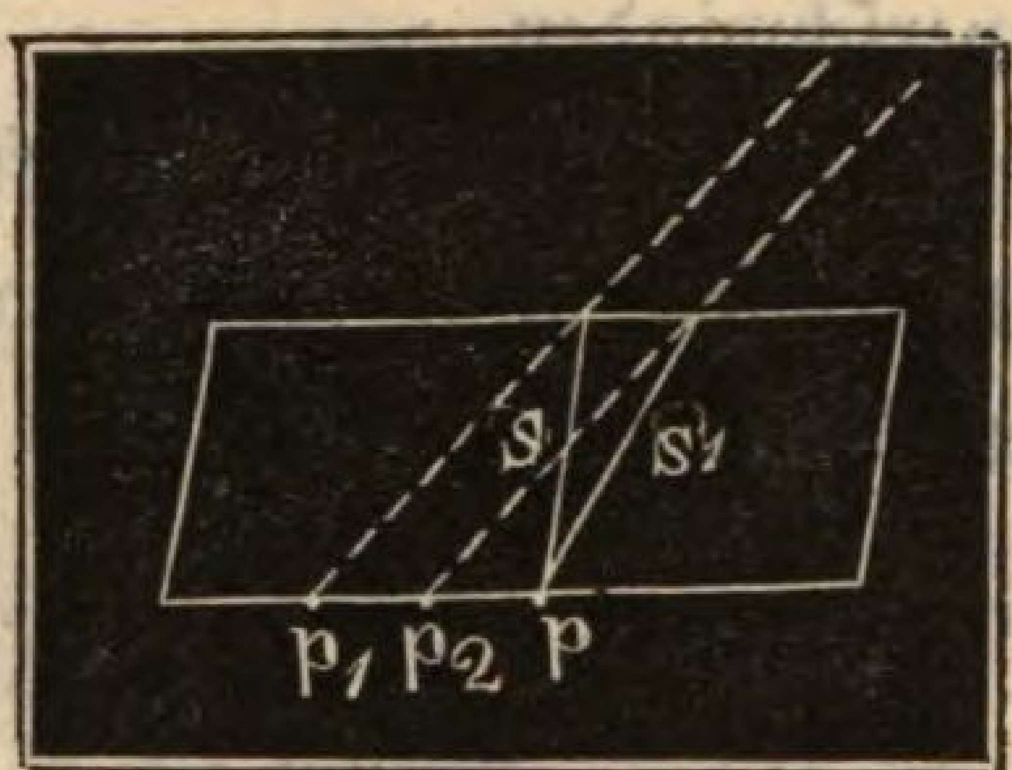


Die Fig. 178 stellt ein Kalkspath-Rhomboeder dar. Dasselbe ist von sechs rhombischen Flächen begrenzt. Jeder stumpfe Winkel dieser Rhomben beträgt 101°, 55′ und jeder spitze 78° 5′. Zwei einander gegenüberlie-

gende Ecke, werden nur von stumpfen Winkeln gebildet, während jedes der übrigen von zwei spitzen und einem stumpfen Winkel gebildet wird. Eine gerade Linie ab, welche die beiden stumpfen Ecke mit einander verbindet, heißt **Hauptaxe** des Krystalls. Eine Ebene acbd, parallel zur Hauptaxe und parallel zu zwei Kanten, heißt **Hauptschnitt**. Man kann sich einen solchen Krystall, aus einer unendlichen Anzahl Rhomboedern zusammengesetzt denken, deren Hauptaxen mithin alle parallel sind.

Legt man einen Kalkspathkrystall auf ein Stück weißes Papier, auf welchem ein schwarzer Punkt oder eine schwarze Linie sich befindet, so sieht man durch den Krystall hindurch jeden dieser Gegenstände doppelt. Ist p, Fig. 179, der schwarze Punkt, so wird

Fig. 179.



das von demselben in den Krystall eintretende Licht in die Strahlen s und s_1 zerlegt, welche parallel mit einander austreten, so daß dem Auge die Bilder p_1 und p_2 erscheinen. Es wird daher jeder Lichtstrahl, welcher von einem solchen Gegenstande ausgeht, im Krystall in zwei Strahlen getheilt, welche an der entgegengesetzten Fläche parallel mit einander austreten, so daß das Auge zwei Gegenstände sieht.

Wird aus Kalkspath ein Prisma gefertigt, so sieht man auch durch dieses jeden Gegenstand doppelt. Der Abstand beider Bilder ist um so kleiner, je kleiner der Winkel der brechenden Kante des Prismas ist.

Wenn die brechende Kante mit der Hauptaxe des Krystalles parallel ist, so stehen beide gebrochene Strahlen darauf senkrecht, außerdem nicht. Bestimmt man für die senkrechte Stellung der Strahlen zur brechenden Kante die Brechungsexponenten, so ist der eine 1,654, der andere 1,483. Für jede andere Lage der brechenden Kante zur Hauptaxe des Krystalles ändert sich der letztere Brechungsexponent, indem er stets größer als 1,483 ist, während der Brechungsexponent 1,654 constant bleibt.

Steht die brechende Kante auf der Hauptaxe senkrecht, so findet keine doppelte Brechung statt; es kommt also beiden Brechungsexponenten der Werth 1,654 zu. Aus diesem Grunde nennt man diese Axe auch optische Axe, so wie die Krystalle, welche eine optische Axe haben, einaxige Krystalle.

Man nennt denjenigen Strahl, welchem der constante Brechungsexponent zukommt, den ordentlichen Strahl, und denjenigen, dessen Brechungsexponent zwischen den Grenzen 1,654 und 1,483 variirt, den außerordentlichen Strahl. Der ordentlich gebrochene Strahl befolgt das allgemeine Brechungsgesetz; er liegt immer mit dem einfallenden Strahle und mit dem Einfallslothe in derselben Ebene; was bei dem außerordentlich gebrochenen Strahle nicht der Fall ist.

Die doppelte Strahlenbrechung wird aus der Annahme erklärt, daß die Elasticität des in doppeltbrechenden Krystallen befindlichen Aethers nicht nach allen Richtungen dieselbe ist. Beim Kalkspath, so wie bei allen einaxigen Krystallen, ist sie in der Richtung der Hauptaxe am größten, in jeder andern Richtung kleiner und in der Richtung senkrecht auf die Hauptaxe am kleinsten. Zu dieser Annahme wird man durch die nach verschiedenen Richtungen ungleiche Cohäsion dieser Krystalle geführt, indem man voraussetzt, daß in Richtungen, wo die Cohäsion der materiellen Theilchen größer oder kleiner ist, auch die Dichtigkeit des Aethers größer oder kleiner sei.

Der ordentliche Strahl wird stets stärker gebrochen als der außerordentliche, folglich müssen seine Aetherschwingungen senkrecht zur Hauptaxe stattfinden, während die des außerordentlichen Strahles in jeder beliebigen Richtung stattfinden können. Da nun von der Oscillationsgeschwindigkeit des Aethers die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung abhängt, so hat der außerordentliche Strahl stets eine größere Geschwindigkeit als der ordentliche.

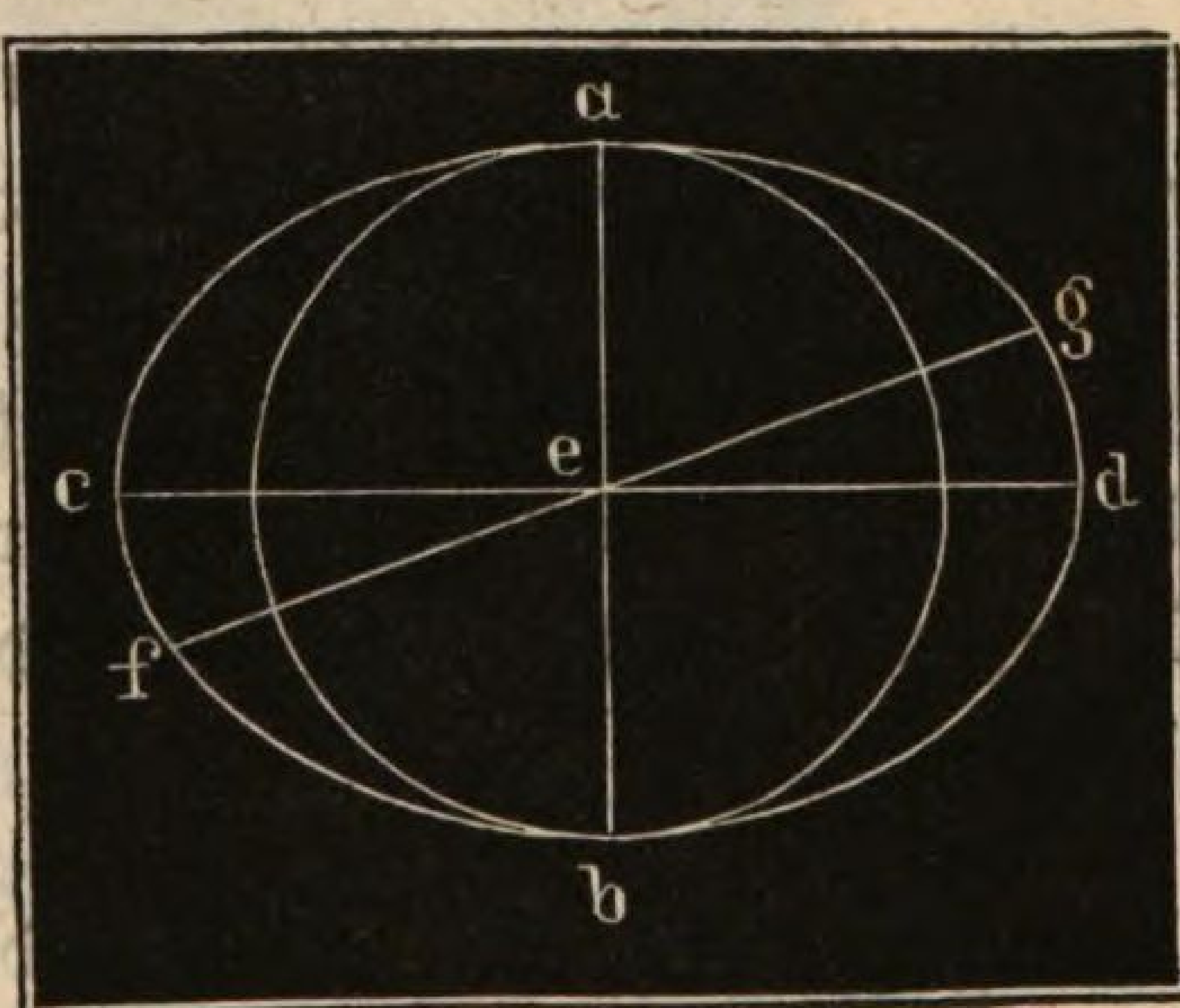
Für den Brechungsexponenten 1,483 steht der außerordent-

liche Strahl auf der Hauptaxe senkrecht; die Oscillationen des Aethers, welche ihn erzeugen, sind daher der Hauptaxe parallel, und da in dieser Richtung die Elasticität des Aethers am größten ist, so bewegt sich der Strahl in der Richtung senkrecht zur Hauptaxe mit der größten Geschwindigkeit. Für jede andere Lage des außerordentlichen Strahles zur Hauptaxe ist der Brechungsexponent größer als 1,483; es ist aber in jeder Richtung, welche nicht mit der Hauptaxe parallel ist, die Elasticität des Aethers kleiner, als in der Richtung der Hauptaxe; daher ist auch die Oscillationsgeschwindigkeit der Aethertheilchen, so wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles kleiner. Endlich wird in der Richtung der Hauptaxe selbst der Brechungsexponent des außerordentlichen Strahles dem des ordentlichen Strahles gleich, d. h. es gibt in dieser Richtung nur einen Strahl.

Das Gesetz läßt sich auf folgende Weise darstellen:

Ist ab, Fig. 180, die Richtung der Hauptaxe des Krystalles,

Fig. 180.

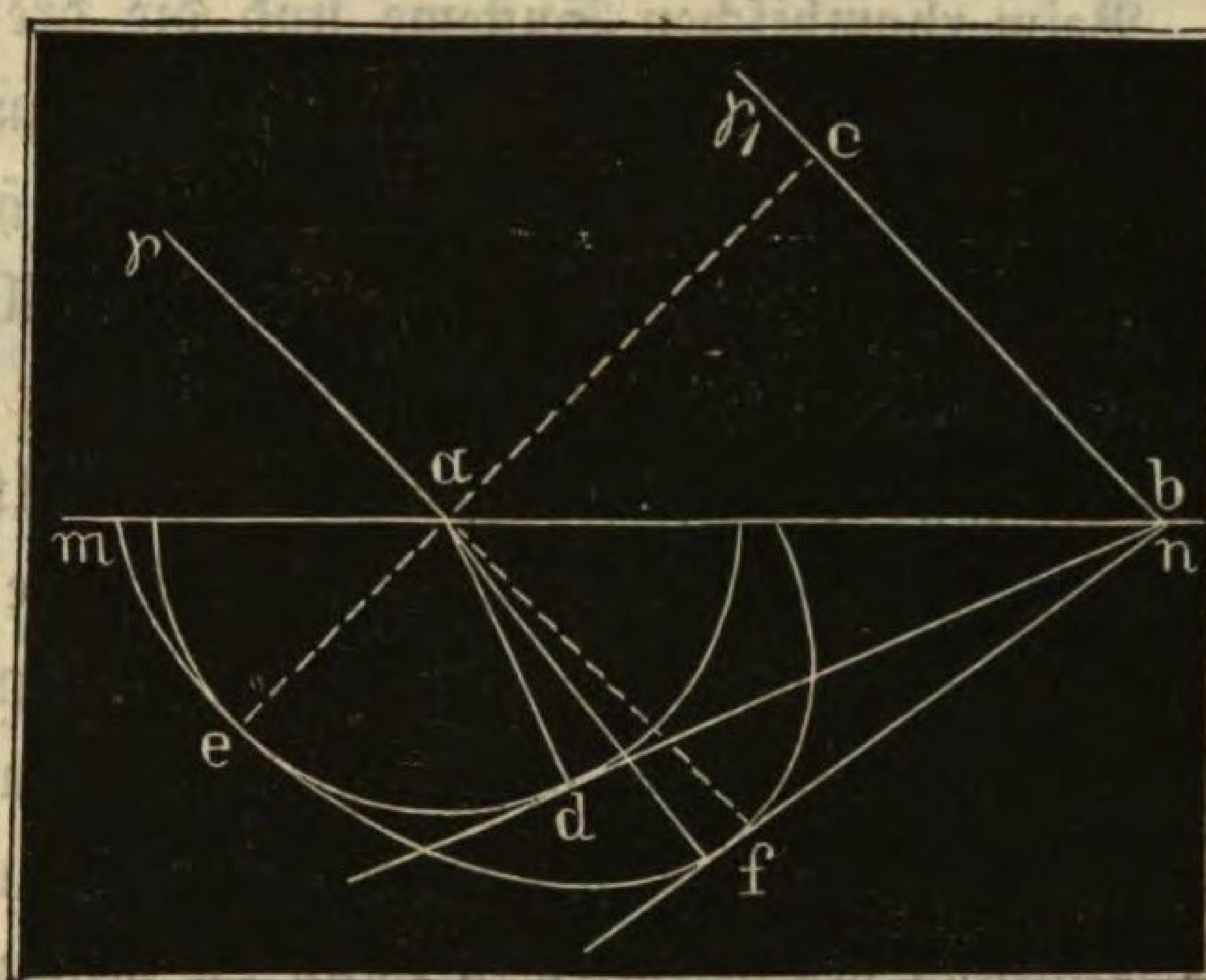


und cd senkrecht darauf, und stellt ea = eb die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles dar, so ist diese nach allen Richtungen dieselbe, daher der Kreis. Stellt ferner ec = ed die Geschwindigkeit des außerordentlichen Strahles dar, wenn sie am größten ist, was geschieht, wenn sich dieser Strahl senkrecht zur Axe fortpflanzt, so ist diese Geschwindigkeit in jeder andern Richtung fg kleiner, und in der Richtung der Hauptaxe der Geschwindigkeit des ordentlichen Strahles gleich, daher die Ellipse. Hierbei muß sein

$$cd : ab = 1{,}654 : 1{,}483$$

Ist mn, Fig. 181, die Oberfläche eines Krystalles, und sind r und r_1 Strahlen, welche unter sich parallel die Fläche mn in a und b treffen. Zieht man ac senkrecht auf r_1, so muß der Strahl r_1 sich noch von c nach b fortpflanzen, während r bereits in den Krystall eingedrungen ist. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Krystall verhält sich aber zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft wie 1 : 1,654 für den ordentlichen, und wie 1 : 1,483 für den außerordentlichen Strahl. Beschreibt man daher von a aus mit einem Halbmesser, der sich zu cb verhält wie 1 : 1,654 einen Kreisbogen, und legt an diesen von b aus die Tangente bd, so ist ad die Richtung des ordentlichen Strahles. Ist ferner ae die Richtung der Axe des Krystalles und man construirt um a eine Ellipse, deren große Axe sich zur kleinen verhält wie 1,654 : 1,483, und legt man von b aus an diese Ellipse die Tangente bf, so ist af die Richtung des außerordentlichen Strahles.

Fig. 181.



Nicht in allen einaxigen Krystallen wird der ordentliche Strahl stets stärker gebrochen als der außerordentliche; es gibt auch Krystalle, wo das Gegentheil stattfindet. Die ersteren nennt man negative oder abstoßende Krystalle, die letzteren positive oder anziehende Krystalle, indem man sich vorstellt, es werde der außerordentliche Strahl von der optischen Axe der ersteren abgestoßen, und von der optischen Axe der letzteren angezogen.

Bei andern Krystallen, wo eine doppelte Brechung stattfindet, gibt es keinen Strahl, welcher dem Brechungsgesetze folgt; beide Strahlen sind außerordentliche. Solche Krystalle haben aber zwei Richtungen, in denen keine doppelte Brechung stattfindet, also zwei optische Axen, weshalb man sie auch zweiaxige Krystalle nennt.

Eine gerade Linie, welche den Winkel dieser Axen halbirt, heißt Mittellinie.

Beim rhombischen Systeme sind die drei krystallographischen Axen ungleich, jede steht auf den beiden andern senkrecht. Bei allen Krystallen, welche in dieses System gehören, fällt die Mittellinie stets mit einer der krystallographischen Axen zusammen, während die Ebene, in welcher die optischen Axen liegen, mit der Ebene zweier krystallographischer Axen zusammenfällt.

Auch Körpern von gleichförmiger Dichte kann die Eigenschaft der doppelten Brechung ertheilt werden, wenn man sie nach einer Richtung zusammenpreßt oder ungleich erwärmt, indem dadurch die Elasticität des Aethers in verschiedenen Richtungen verändert wird. Die Richtung des Druckes ist dann die Richtung der optischen Axe.

---

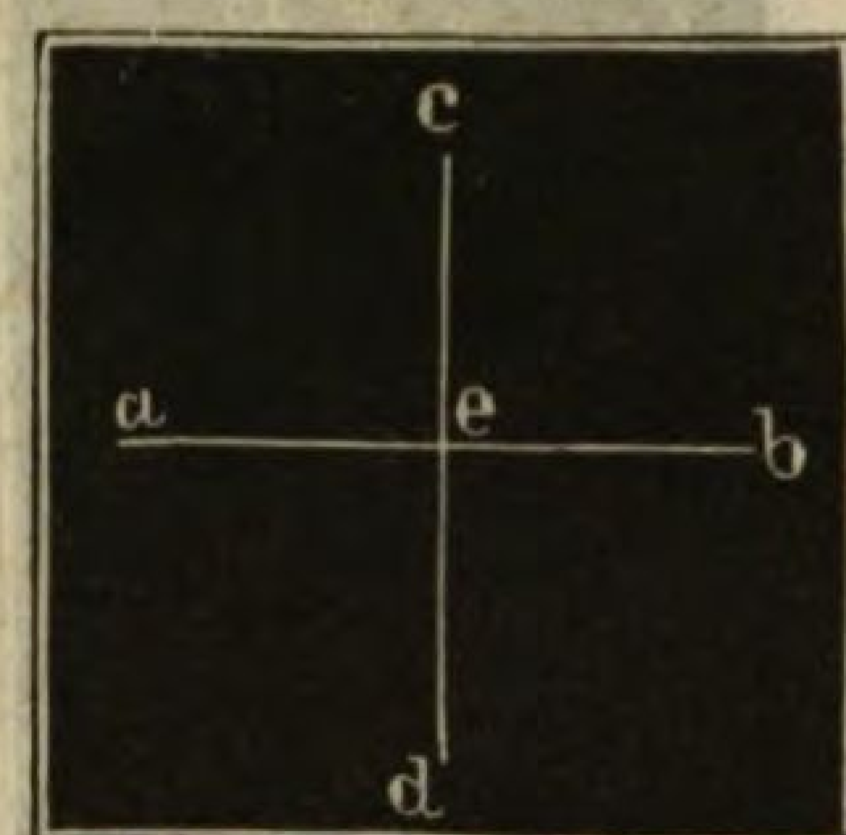
7. Von der Polarisation des Lichtes.

Bei einem gewöhnlichen Lichtstrahle finden die Schwingungen der ihn erzeugenden Aethertheilchen in allen möglichen Richtungen statt, welche auf der Richtung des Strahles senkrecht stehen. Da man nun die Schwingungsintensität eines solchen Strahles immer nach zwei auf einander senkrechten Richtungen in zwei gleiche Schwingungsintensitäten zerlegen kann; so kann man auch sagen, daß die Schwingungen eines gewöhnlichen Lichtstrahles gleichzeitig in zwei auf einander senkrechten Ebenen mit gleicher Intensität stattfinden. Es gibt aber Umstände, durch welche die Aetherschwingungen so verändert werden, daß sie entweder nur in einer und derselben Ebene oder in zwei auf einander senkrechten Ebenen, aber mit ungleicher Intensität stattfinden können. Die durch solche Schwingungen erzeugten Lichtstrahlen nennt man polarisirt, und zwar nennt man die Polarisation vollkommen, wenn die Aetherschwingungen nur in einer und derselben Ebene stattfinden; unvollkommen, wenn die Aetherschwingungen zwar in zwei auf einander senkrechten Ebenen, aber mit ungleicher Intensität stattfinden. Die Ebene, in welcher die Aetherschwingungen stattfinden, oder in welcher

das Maximum der Schwingungsintensität liegt, heißt Schwingungsebene, Vibrationsebene. Eine durch den Lichtstrahl gelegte, auf der Schwingungsebene senkrechte Ebene heißt Polarisationsebene.

Ist ab, Fig. 182, die Projection der Schwingungsebene, cd die der Polarisationsebene, so ist der Durchschnittspunkt e beider Projectionen die Projection des Lichtstrahles.

Fig. 182.



Wenn ein gewöhnlicher Lichtstrahl unter dem geeigneten Winkel, dem Polarisationswinkel, eine nicht metallische spiegelnde Fläche trifft, so wird er vollkommen polarisirt. Der Polarisationswinkel ist von der Substanz der spiegelnden Fläche abhängig. Nach Brewster ist der Polarisationswinkel derjenige, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht.

Bezeichnet α den Einfallswinkel, β den Brechungswinkel, und γ den Polarisationswinkel, so ist $\alpha + \beta = 90^0$, daher $\sin\beta = \cos\alpha$; weil aber $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ ist, wo n den Brechungsexponenten bezeichnet, so hat man $\tan\alpha = n$. Es ist aber auch $\alpha + \gamma = 90^0$, daher $\gamma = 90^0 - \alpha$, mithin $\tan\alpha = \cot\gamma$, folglich $\cot\gamma = n$.

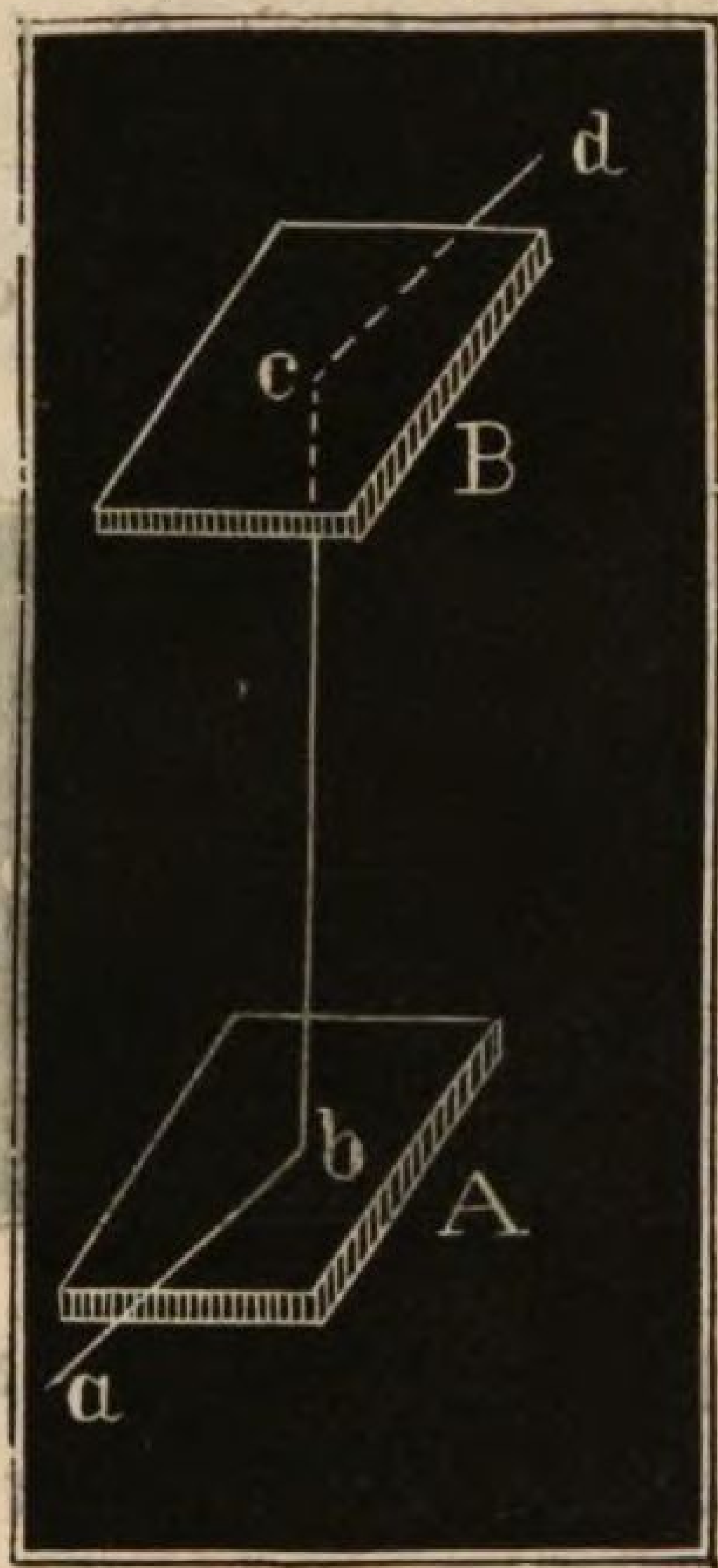
Kennt man daher den Brechungsexponenten einer Substanz, so kann man den Polarisationswinkel berechnen.

Nicht nur für verschiedene Substanzen ist der Polarisationswinkel verschieden, sondern auch für verschiedene Farben, woher es kommt, daß weißes Licht nie vollständig polarisirt werden kann.

Trifft ein polarisirter Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel eine zweite spiegelnde Fläche, so wird er vollständig reflectirt, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel parallel sind, er wird aber gar nicht reflectirt, wenn die Reflexionen beider Spiegel auf einander senkrecht stehen. In jeder Zwischenstellung der Spiegel ist die Reflexion eine unvollkommene, und zwar ist diese Unvollkommenheit um so größer oder kleiner, je mehr die Spiegel sich der senkrechten oder parallelen Stellung nähern.

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl ab, Fig. 183, unter einem Winkel von 35° 25′ auf einen Glasspiegel A, so ist der reflectirte Strahl bc polarisirt, denn der genannte Winkel ist der Polarisationswinkel für Glas. Ist nun der Spiegel B mit dem Spiegel A parallel, so trifft der Lichtstrahl bc die Fläche des Spiegels B ebenfalls unter dem Polarisationswinkel, er wird daher nach d vollständig reflectirt, indem abcd in derselben Ebene, der Polarisationsebene, liegt. Wird aber der Spiegel B gedreht, so daß bc gleichsam die Drehungsaxe bildet, so fällt zwar bc immer unter demselben Winkel auf den Spiegel B, allein dieser bleibt nicht mit dem Spiegel A parallel, daher nimmt der Strahl cd an Intensität fortwährend ab und verschwindet ganz, wenn die Ebene des Spiegels B auf der Ebene des Spiegels A senkrecht steht, was nach einer Drehung von 90° der Fall ist. Dreht man den Spiegel weiter, so nimmt die Intensität des Strahles cd wieder zu und erreicht nach einer Drehung von 180° ein zweites Maximum; denn dann sind beide Spiegel wieder parallel. Nach einer Drehung von 270⁶ ist die Intensität des Strahles wieder gleich null.

Fig. 183.



Wenn ein gewöhnlicher Lichtstrahl einen spiegelnden durchsichtigen Körper trifft, so wird er theils reflectirt, theils gebrochen. Trifft nun der Strahl die Fläche unter dem Polarisationswinkel, so ist nicht nur der reflectirte, sondern es ist auch der gebrochene Strahl polarisirt, und zwar steht die Polarisationsebene des gebrochenen Strahles senkrecht auf der des reflectirten Strahles. Man sagt daher, der reflectirte und der gebrochene Strahl sind senkrecht auf einander polarisirt. Während die Schwingungsebene des reflectirten Strahles auf der Reflexionsebene senkrecht steht, fällt die Schwingungsebene des gebrochenen Strahles in die Verlängerung der Reflexionsebene hinein.

Wenn der Strahl nur durch eine durchsichtige Platte hindurch-

geht, so ist er nicht vollkommen polarisirt, läßt man ihn aber durch etwa 10 Platten gehen, so ist die Polarisation vollkommen. Trifft der Strahl nun unter dem Polarisationswinkel ein zweites derartiges Plattensystem, so geht er nur dann hindurch, wenn die Platten beider Systeme parallel sind; er geht aber nicht hindurch, wenn die Platten des einen Systemes auf denen des andern senkrecht stehen.

Wenn gewöhnliches Licht durch durchsichtige gefärbte Mittel geht, so verliert es an Intensität, und zwar um so mehr, je dicker die Schicht des farbigen Mittels ist. Man nennt diese Erscheinung **Absorption des Lichtes**, obwohl eigentlich kein Licht verschluckt werden kann, sondern die Sache vielmehr so zu denken ist, daß durch eine geringere Vibrationsintensität des Aethers in den farbigen Mitteln, eine geringere Lichtintensität herbeigeführt wird.

Bei einigen dieser Körper, namentlich aber beim Turmalin, werden nur solche Aetherschwingungen fortgepflanzt, welche in einer und derselben Richtung, und zwar in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe stattfinden, während die in allen übrigen Richtungen stattfindenden Schwingungen vernichtet werden. Es ist daher das Licht nach dem Durchgange durch einen solchen Körper polarisirt.

Nimmt man zwei Turmalinplatten, welche hinlänglich dünn, und deren Flächen parallel zur krystallographischen Hauptaxe geschliffen sind, so wird das durch die erste Platte hindurchgegangene Licht nur dann durch die zweite Platte gehen, wenn beide Platten, rücksichtlich der krystallographischen Hauptaxe, parallel sind; die zweite Platte wird aber das Licht nicht hindurchlassen, wenn die Axen beider Platten auf einander senkrecht stehen.

Fällt ein auf irgend eine Weise polarisirter Lichtstrahl auf eine Turmalinplatte, so geht er nur dann hindurch, wenn seine Polarisationsebene auf der Axe des Turmalins senkrecht steht oder, was dasselbe ist, wenn seine Schwingungsebene mit der Axe des Turmalins parallel ist; er geht aber nicht hindurch, wenn seine Schwingungsebene auf der Axe des Turmalins senkrecht steht.

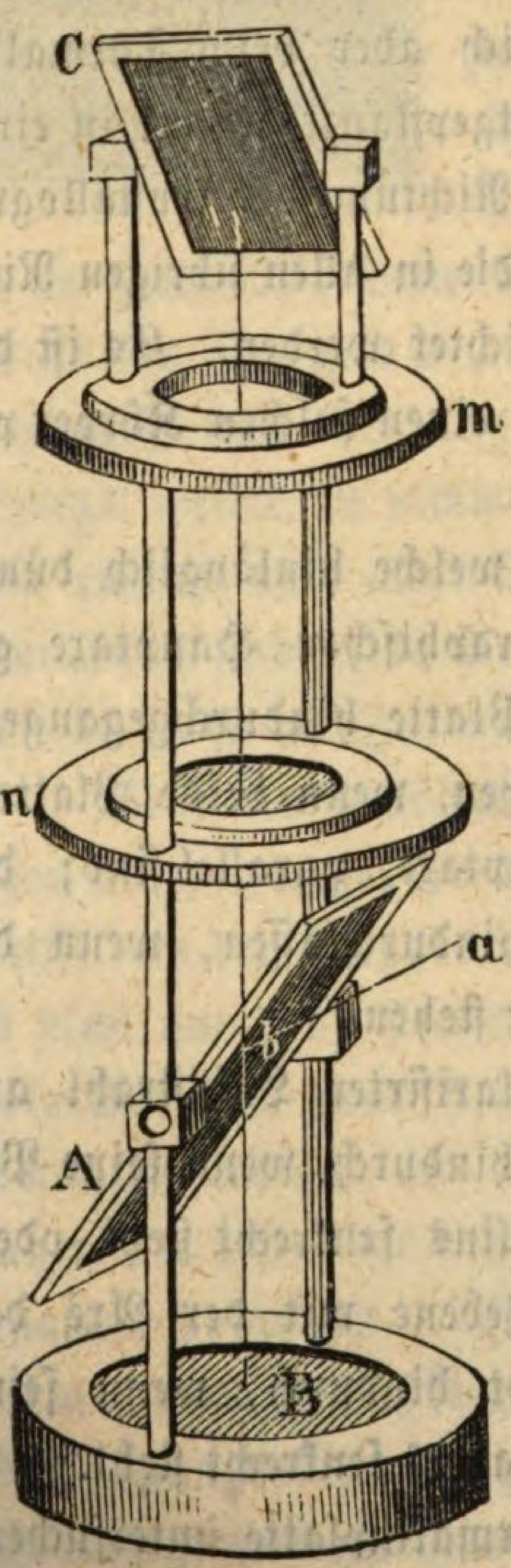
Man kann daher mit einer solchen Turmalinplatte untersuchen, ob ein Lichtstrahl polarisirt ist oder nicht.

Aehnlich wie Turmalin verhalten sich Achat, Perlmutter und einige andere Mineralien.

Das Licht, welches von einer hellen Fläche zerstreut, das ist unregelmäßig nach allen Richtungen hin reflectirt wird, ist mehr oder weniger polarisirt; z. B. das Licht des heitern Himmels. Betrachtet man eine solche leuchtende Fläche durch eine Turmalinplatte, so nimmt die Helligkeit derselben abwechselnd ab und zu.

Diejenigen beiden Strahlen, welche aus einem doppeltbrechenden Krystalle hervortreten, sind senkrecht zu einander polarisirt. Denn betrachtet man die Bilder durch eine Turmalinplatte, so verschwindet bald das eine bald das andere Bild, wenn die Platte gedreht wird. Das vom ordentlichen Strahle erzeugte ist sichtbar, wenn die Axe des Turmalin auf der Axe des doppeltbrechenden Krystalles senkrecht steht; das vom außerordentlichen Strahle aber erzeugte ist sichtbar, wenn die Axe des Turmalin mit der Axe des doppeltbrechenden Krystalles parallel ist. Es finden daher die Schwingungen derjenigen Aethertheilchen, welche den ordentlichen Strahl erzeugen, senkrecht zur optischen Axe statt, während die Schwingungen derjenigen Aethertheilchen, welche den außerordentlichen Strahl erzeugen, parallel zur optischen Axe stattfinden.

Fig. 184.



In jeder Zwischenlage sind natürlich beide Bilder sichtbar, indem die Intensität des einen zu-, die des andern abnimmt.

Es sind mehrere Apparate construirt worden, welche dazu dienen, die Polarisationserscheinungen zu beobachten. Einer der zweckmäßigsten ist der Nörremberg'sche, Fig. 184.

Zwischen zwei verticalen Säulen, welche in einem stabilen Fußgestelle ein-

gelassen sind, befindet sich eine Tafel von geschliffenem Spiegelglase A, welche mittelst Zapfen um eine horizontale Axe drehbar ist. Sie steht gewöhnlich so, daß sie mit den Verticalen einen Winkel von 35° 25′ macht. Im Fußgestelle liegt horizontal ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel B. Oben tragen die verticalen Säulen einen eingetheilten Ring m, auf welchem sich ein zweiter Ring dreht, welcher mit einem Index versehen ist. In diesem zweiten Ringe sind zwei kleine verticale Säulen eingelassen, die einen auf der Rückseite geschwärzten, um eine horizontale Axe drehbaren Spiegel C tragen. In der Mitte des Apparates befindet sich ein mit einer Theilung versehener Kreis n, in welchem sich ein Ring mit einer horizontalen Glastafel drehen läßt, auf die man solche durchsichtige Gegenstände legen kann, welche im polarisirten Lichte untersucht werden sollen.

Fällt ein Strahl ab auf den Spiegel A, so wird er theils gebrochen, theils nach dem Spiegel B reflectirt. Der gebrochene Strahl ist nicht weiter zu berücksichtigen; der reflectirte aber ist polarisirt. Da dieser den Spiegel B senkrecht trifft, so wird er ebenso wieder reflectirt, geht durch den Spiegel A hindurch und gelangt zum Spiegel C. Der Spiegel A wird gewöhnlich der Polarisator, der Spiegel C der Analysator genannt.

Zwei Turmalinplatten, welche in einer Zange, Fig. 185, so gefaßt sind, daß die eine fest ist, die andere aber in ihrer Ebene, welche parallel zur Ebene der andern Platte ist, gedreht werden kann, bilden ebenfalls einen Polarisationsapparat.

Fig. 185.

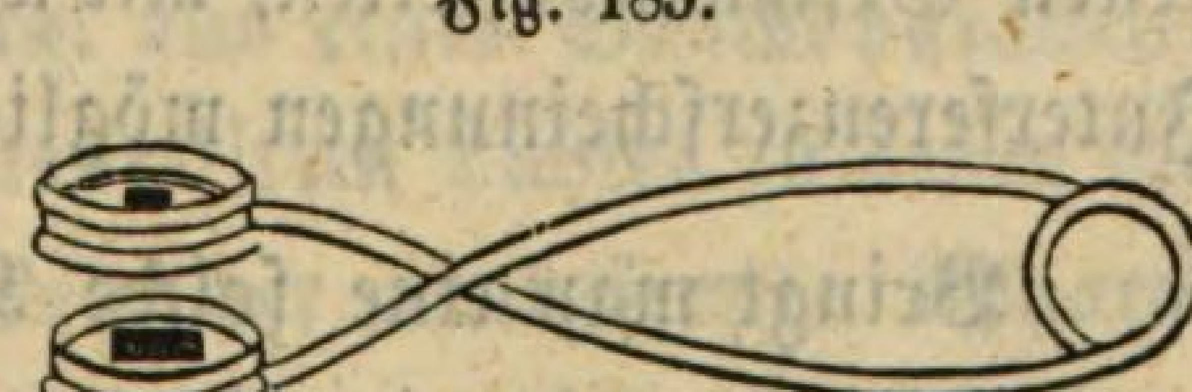
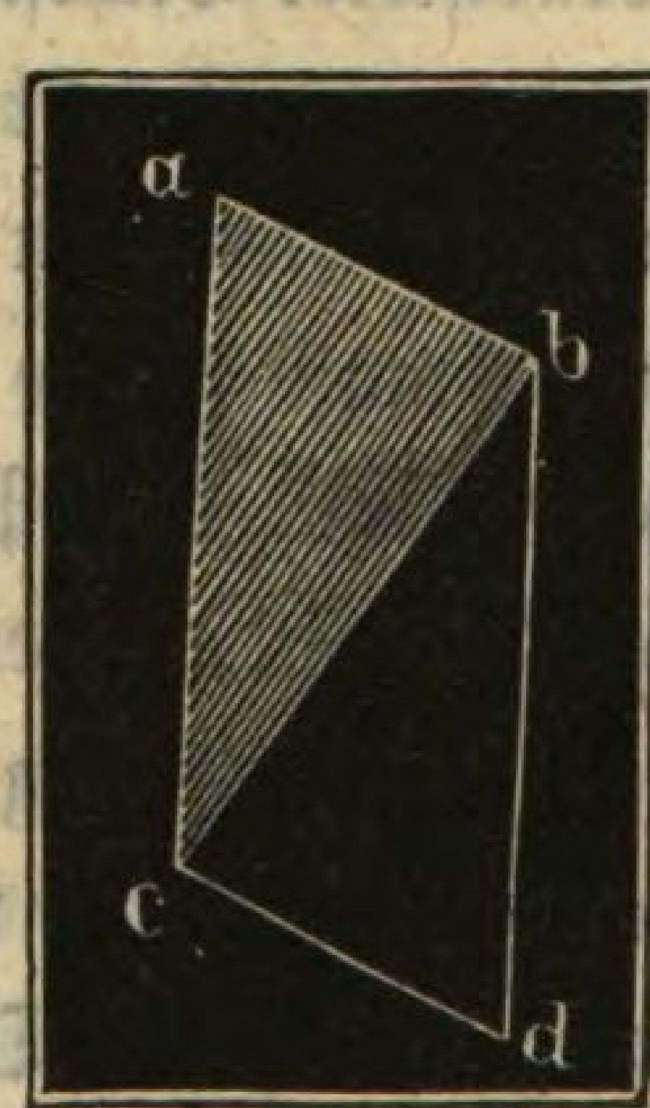


Fig. 186.



Das Nikol'sche Prisma, Fig. 186, besteht aus zwei Kalkspathprismen abc und cbd, welche mit den Flächen bc durch Kanadabalsam zusammengekittet sind. Tritt nun bei cd ein Lichtstrahl ein, so wird an der Berührungsfläche beider Prismen der ordentlich gebrochene Strahl total reflectirt, und nur der außerordentlich gebrochene geht durch das zweite

Prisma hindurch. Dieser Strahl aber ist poralisirt. — Das von einer Wasserfläche nach allen Richtungen hin reflectirte Licht ist polarisirt. Der Glanz dieses Lichtes hindert es, daß man die unter der Wasserfläche befindlichen Gegenstände deutlich erkennen kann. Sieht man aber durch ein Nikol'sches Prisma, so wird dieses Licht vom Auge abgehalten, so daß man die unter dem Wasserspiegel befindlichen Gegenstände deutlich erkennen kann. Man kann sich hierzu auch einer Turmalinplatte bedienen.

Zwei poralisirte Lichtstrahlen können nur dann Interferenzerscheinungen herbeiführen, wenn sie in derselben Ebene polarisirt sind; stehen dagegen die Polarisationsebenen aufeinander senkrecht, so sind Interferenzen unmöglich. Fresnel und Arago brachten vor zwei beugende Oeffnungen zwei Turmalinplatten von gleicher Dicke; standen die Polarisationsebenen beider Platten aufeinander senkrecht, so verschwanden die durch die Interferenz beider Wellensysteme erzeugten Spectra; allein sie erschienen wieder, wenn die Polarisationsebenen beider Platten parallel waren.

Es können daher diejenigen beiden Strahlen, welche aus einem doppeltbrechenden Krystalle hervortreten, nicht interferiren, weil sie senkrecht zu einander polarisirt sind, wenn auch bei einer entsprechenden Dicke einer solchen Krystallplatte, wegen der verschiedenen Geschwindigkeiten, mit welchen die Strahlen sich fortbewegen, Interferenzerscheinungen möglich wären.

Bringt man eine solche Krystallplatte in den Polarisationsapparat, und geht ein für den analysirenden Spiegel vollkommen polarisirter Lichtstrahl hindurch, so wird dieser wieder in zwei auf einander senkrecht polarisirte Strahlen zerlegt. Daher erscheint der Lichtstrahl im analysirenden Spiegel wieder. Diesen Lichtstrahl nennt man depolarisirt. Wenn der Hauptschnitt des Krystalles mit der Polarisationsebene zusammenfällt oder senkrecht darauf steht, findet keine Depolarisation statt; denn im ersten Falle wird die Schwingungsrichtung der Aethertheilchen nicht verändert, im zweiten Falle werden keine Schwingungen durch den Krystall fortgepflanzt. Die Depolarisation ist daher am vollkommensten

wenn der Hauptschnitt des Krystalls mit der Polarisationsebene einen Winkel von 45° macht.

Hat die Krystallplatte die entsprechende Dicke, so sieht man bei Anwendung von homogenem Lichte helle und dunkle Streifen, bei Anwendung von weißem Lichte aber farbige Streifen, wenn der analysirende Apparat aus einem Kalkspathprisma, einem Nikol'schen Prisma, einer Schicht Glasplatten u. dergl. besteht. Diese Erscheinungen sind eine Folge der Interferenz der depolarisirten Strahlen.

Diejenigen beiden Strahlen, welche aus dem Krystallplättchen hervorgehen, können zwar, wie bereits bemerkt worden ist, nicht mit einander interferiren, weil sie senkrecht zu einander polarisirt sind; allein durch die genannten analysirenden Apparate wird jeder Strahl wieder in zwei auf einander senkrecht polarisirte Strahlen zerlegt, so daß nun in zwei auf einander senkrechten Richtungen eine Componente des einen mit einer Componente des andern Strahles interferiren kann.

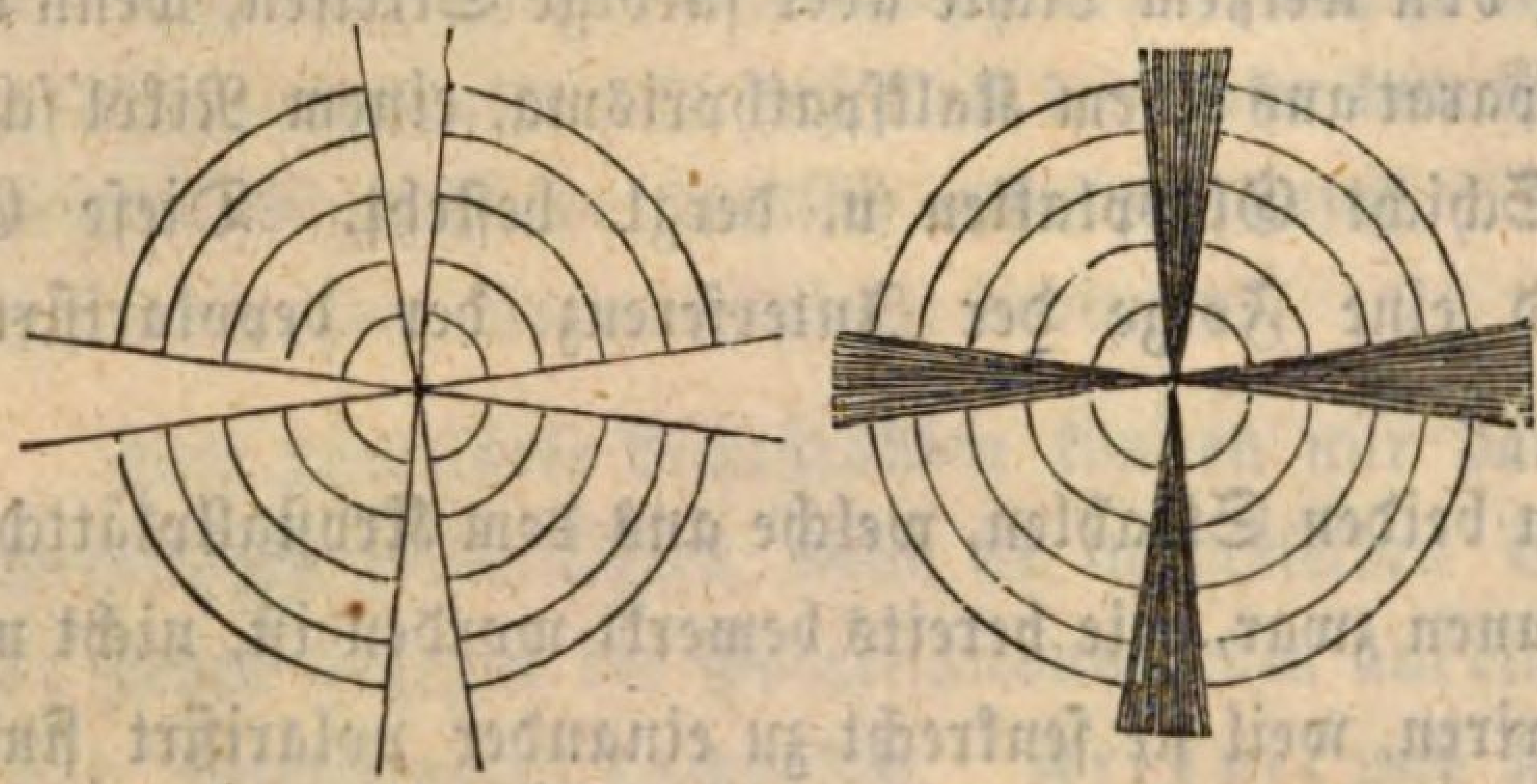
Die Farben, welche in diesem Falle weißes polarisirtes Licht liefert, sind von der Natur und der Dicke des Krystallplättchens, die Intensität dieser Farben aber ist von der Lage desselben abhängig; denn die Intensität ist um so größer oder kleiner, je vollkommener oder unvollkommener das Licht depolarisirt ist.

Besteht der analysirende Apparat aus einer Schicht paralleler Glastafeln, so sind die Farben des reflectirten Lichtes zu denen des durchgelassenen complementär. Besteht der analysirende Apparat aus einem Kalkspathprisma, so sieht man zwei farbige Bilder, welche, wenn man den Hauptschnitt des Krystallsplättchens um 90° gedreht hat, in die complementären übergehen. Während der Drehung ergänzen sich beide Farben fortwährend zu Weiß.

Wenn man eine senkrecht zur optischen Axe geschliffene Platte eines doppeltbrechenden einaxigen Krystalles in einen Polarisationsapparat bringt, z. B. zwischen die Platten einer Turmalinzange, so sieht man ein System farbiger Ringe, welche von einem weißen Kreuze durchschnitten sind, wenn die Axen der Turmalinplatten parallel sind; stehen aber die Axen der Turmalinplatten auf

einander senkrecht, so ist das Kreuz schwarz, und die Farben sind zu denen bei paralleler Lage der Axen der Turmalinplatten complementär. Fig. 187.

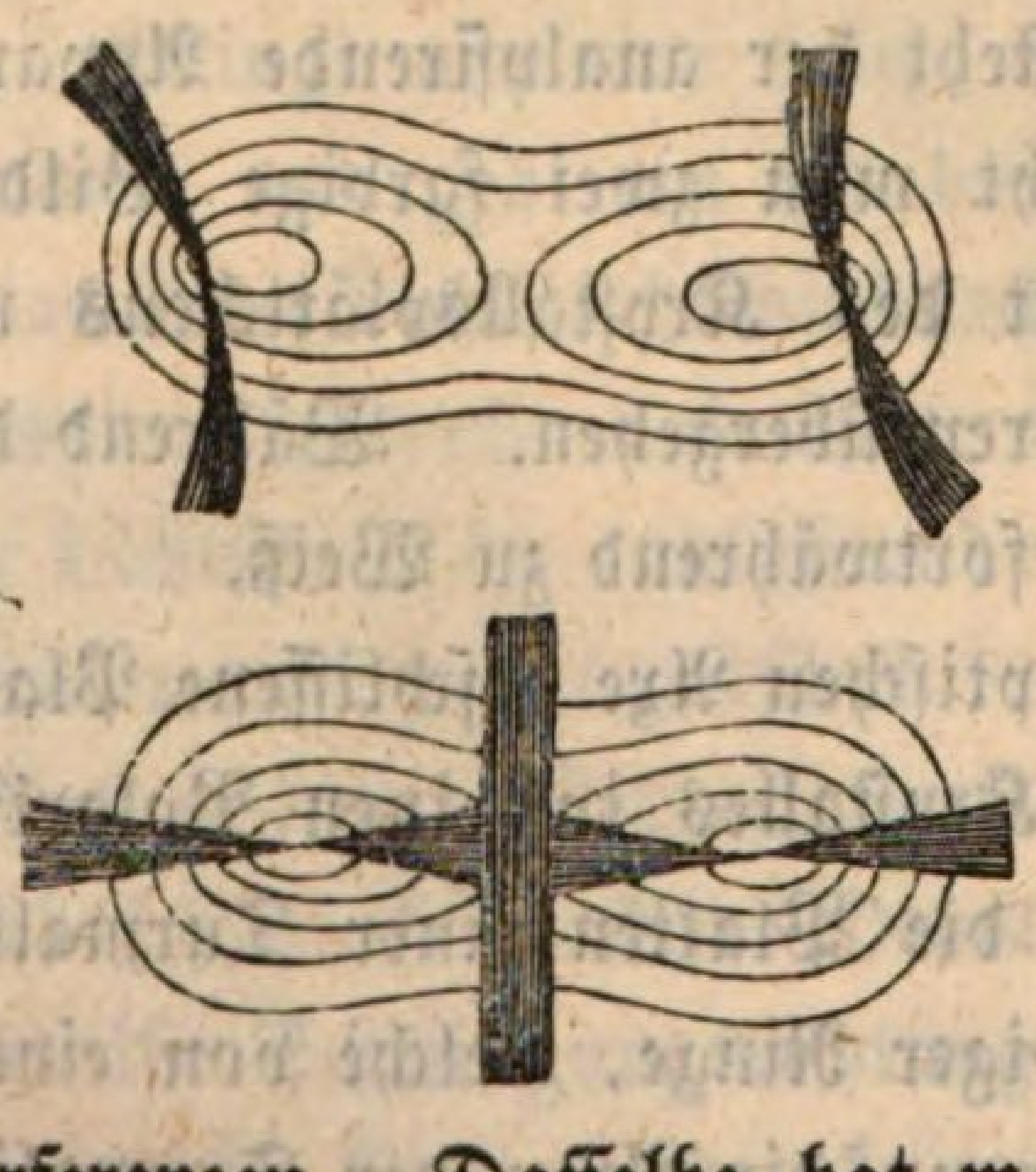
Fig. 187.



Diese Erscheinung ist ebenfalls eine Folge der Interferenz polarisirter Strahlen. Die Strahlen, welche senkrecht auf die Krystallplatte fallen, gehen ungebrochen hindurch; daher das weiße oder schwarze Kreuz, je nachdem die Axen der Turmalinplatten parallel sind oder auf einander senkrecht stehen; diejenigen Strahlen aber, welche unter Winkeln auf die Krystallplatten fallen, werden doppelt gebrochen, interferiren und erzeugen, da sie wegen der gleichen Dicke der Platte in gleichen Abständen von der Mitte gleiche Gangunterschiede haben, die farbigen Ringe, welche rücksichtlich der Farbenfolge den Newton'schen Farbenringen gleich sind.

Bei Platten zweiaxiger Krystalle bildet sich um jede optische Axe ein Ringsystem, welche, wenn der Krystall senkrecht zur Mittellinie geschliffen ist und die optischen Axen keinen großen Winkel mit einander machen, in ein System von Lemniscaten übergehen. Fig. 188.

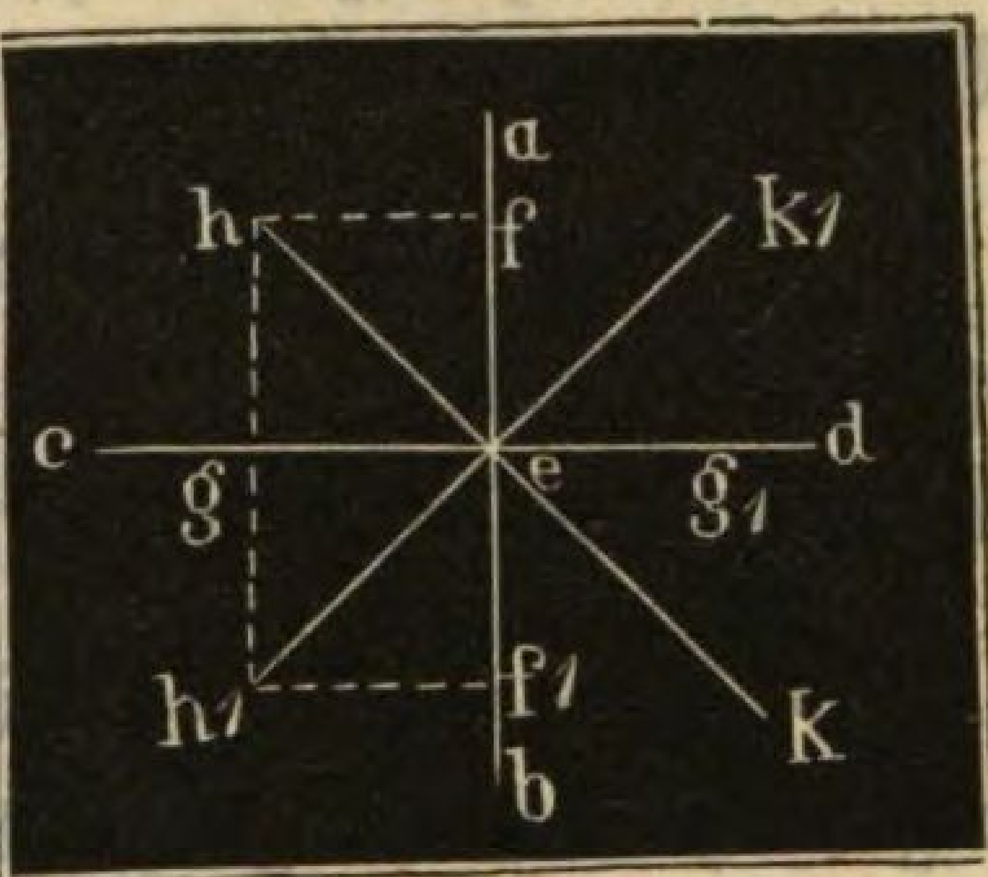
Fig. 188.



Auch nicht krystallisirte Körper, deren Cohäsion durch Druck oder ungleiche Temperatur in verschiedenen Richtungen verschieden ist, zeigen im polarisirten Lichte Interferenzen. Dasselbe hat man auch an organischen Substanzen, namentlich den Stärkmehlkügelchen beobachtet.

Wenn ein Aethertheilchen in der Gleichgewichtslage zweier senkrecht zu einander polarisirter Strahlen sich befindet, so wird es von beiden Strahlen gleichzeitig afficirt. Allein es findet in diesem Falle keine Interferenz statt, sondern das Aethertheilchen wird in der mittleren Richtung polarisirt, wenn beide Strahlen nach einer halben Undulation ihre Gleichgewichtslage gleichzeitig passiren, oder wenn beide in ihren Bewegungen um eine halbe Undulation verschieden sind.

Fig. 189.

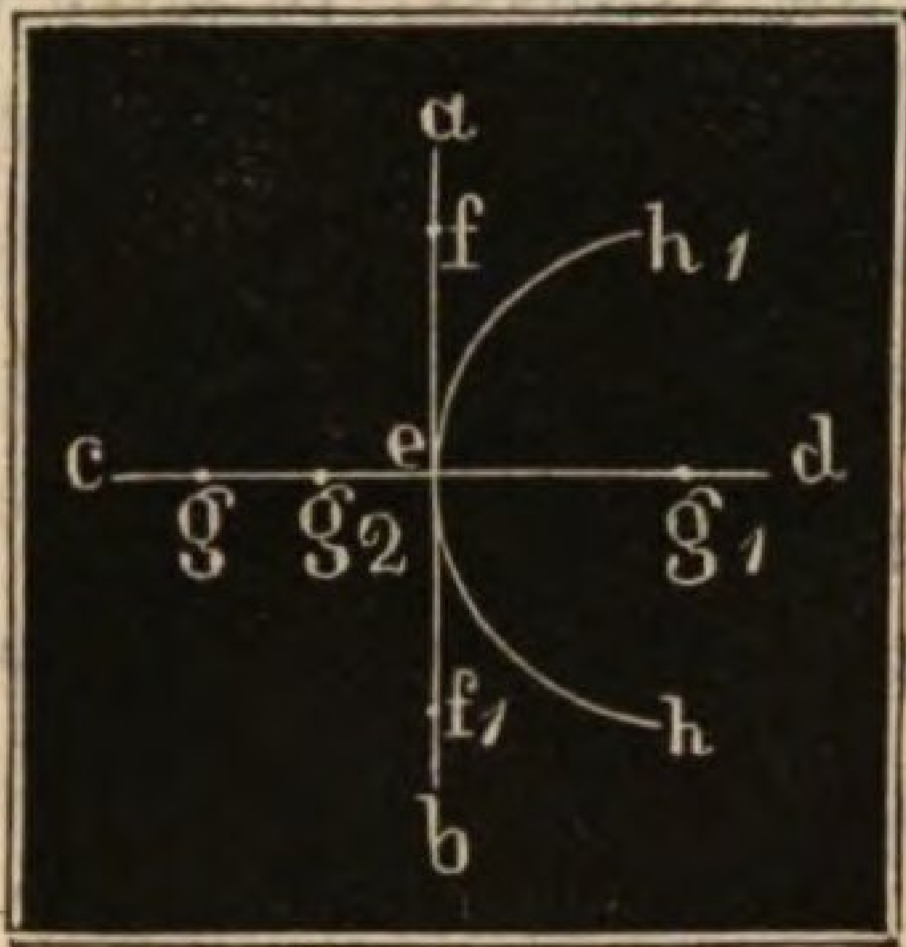


Sind ab und cd, Fig. 189, die Schwingungsebenen zweier senkrecht zu einander polarisirter Strahlen; ist ef = ef_1 die Schwingungsintensität des Strahles ab, so wie eg = eg_1 die Schwingungsintensität des Strahles cd; hat ab die Bewegung efe und cd die Bewegung ege gleichzeitig begonnen und vollendet, so daß beide Strahlen gleichzeitig in e zusammentreffen; so wird das in e befindliche Aethertheilchen von beiden Strahlen gleichzeitig afficirt. Construirt man aus den Intensitäten ef und eg das Parallelogramm ghfe, so resultirt hieraus die Intensität he, welche das Aethertheilchen nach ek treibt. Hat ab die Bewegung eff_1e und cd die Bewegung eg gemacht, so daß beide in e zusammentreffen, so ist h_1e die resultirende Schwingungsintensität, welche das Theilchen nach ek_1 treibt. Es wird daher im ersten Falle ein polarisirter Lichtstrahl erzeugt, dessen Schwingungsebene hk ist; im zweiten Falle wird ein polarisirter Lichtstrahl erzeugt, dessen Schwingungsebene h_1k_1 ist.

Ist von zwei senkrecht zu einander polarisirten Strahlen, deren Gleichgewichtslagen zusammenfallen, die Undulation des einen von der des andern um $\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ verschieden, so findet die resultirende Polarisation nicht in einer geraden Linie, sondern in einem Kreisbogen statt. Man nennt deshalb auch eine derartige Polarisation Circularpolarisation.

Haben ab, cd, ef $=$ ef_1 und eg $=$ eg_1, Fig. 190, dieselben

Fig. 190.



Bedeutungen wie vorher, hat der Strahl ab den Weg efe und der Strahl cd den Weg $g_2e = \frac{1}{4}gg_1$ zurückgelegt, so daß beide gleichzeitig im Punkte e zusammentreffen, so findet die resultirende Bewegung in dem Kreisbogen eh statt; hat der Strahl ab den Weg eff_1e, der Strahl cd den Weg g_2e zurückgelegt, so daß beide wieder gleichzeitig in e zusammentreffen, so findet die resultirende Bewegung in dem Kreisbogen eh_1 statt.

Je nachdem die Bewegung aus der Gleichgewichtslage von rechts nach links oder von links nach rechts vor sich geht, unterscheidet man links oder rechts polarisirtes Licht.

Der einzige feste Körper, welcher eine Circularpolarisation zeigt, ist der Bergkrystall. Bringt man eine Platte von Bergkrystall, welche senkrecht zur Axe geschliffen ist, in den Polarisationsapparat, so wird bei homogenem polarisirten Lichte das Gesichtsfeld nicht bei gekreuzter Lage der Spiegel verdunkelt, sondern in einer andern Stellung, welche von der genannten um einen gewissen Winkel abweicht. Die Größe dieses Winkels hängt von der Dicke der Platte ab, ist derselben proportional. Auch ist dieser Winkel für die verschiedenen Farben verschieden; für die rothen ist er am kleinsten, für die violetten am größten. Bei Anwendung von weißem Lichte hat man eine Farbenerscheinung, was bei gewöhnlicher Polarisation nicht der Fall ist.

Verschiedene Flüssigkeiten haben die Eigenschaft, eine Circularpolarisation zu veranlassen. Rechtsdrehende Flüssigkeiten sind Citronensäure, Dextrin, Auflösungen von Weinsäure, Campher, krystallisirtem Zucker. Linksdrehende sind Albumin, Terpentinöl, Kirschlorbeerwasser, Auflösungen von Gummi, Inulin und Fruchtzucker.

Da das Drehungsvermögen einer Zuckerlösung mit der Concentration wächst, so hat man hierdurch ein Mittel, den Zuckergehalt

verschiedener Flüssigkeiten zu bestimmen, namentlich im Safte des Zuckerrohrs und der Runkelrübe, im Syrup, in der Melasse, der Milch und dergl., so wie auch im Harne derer, welche an der zuckerigen Harnruhr leiden.

Wenn der Gangunterschied zweier senkrecht zu einander polarisirter Strahlen nicht gerade eine halbe oder eine viertel Wellenlänge beträgt, so findet die resultirende Bewegung in einer Ellipse statt, weshalb man diese Erscheinung die **elliptische Polarisation** nennt.

Die elliptische Polarisation wird am Bergkrystall beobachtet, wenn die Richtung des polarisirten Strahles nicht genau mit der Richtung der Axe zusammenfällt, sondern wenn diese beiden Richtungen einen Winkel einschließen. Das von polirten Metallflächen zurückgeworfene Licht ist ebenfalls elliptisch polarisirt.

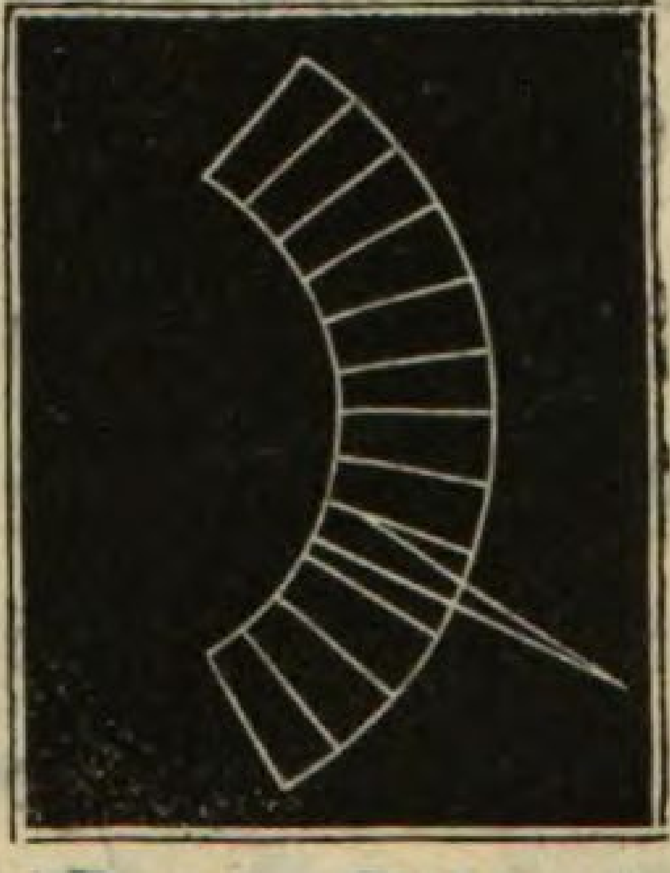
---

8. Vom Sehen.

Die Wahrnehmung der Gegenstände außer uns mit dem Auge nennen wir das **Sehen**. Die Augen sind entweder **musivisch zusammengesetzt**, bei den Insekten und Crustaceen, oder sie haben eine Sammellinse, namentlich bei den Wirbelthieren.

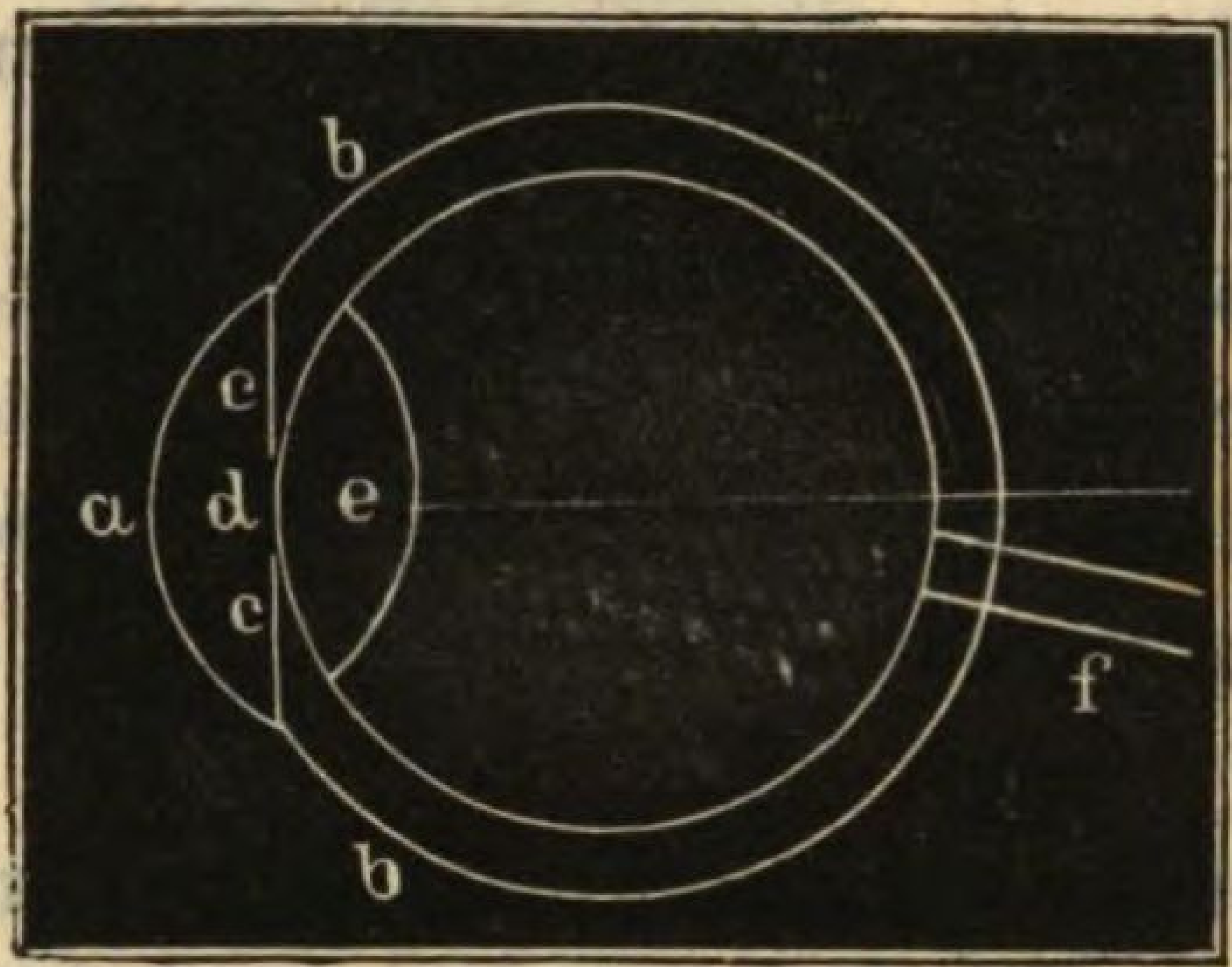
Bei den musivisch zusammengesetzten Augen, Fig. 191, steht auf der sehr convexen Nervenhaut eine sehr große Anzahl durchsichtiger Kegel, denen auf der durchsichtigen Hornhaut eben so viele Facetten entsprechen. Die Stellung der Kegel ist so, daß nur solche Lichtstrahlen die Nervenhaut treffen können, welche auf der Basis des Kegels senkrecht stehen; jeder schief gegen die Basis einfallende Lichtstrahl trifft die Seitenfläche des Kegels und wird daselbst von einem dunkeln Pigmente absorbirt.

Fig. 191.



Die Augen mit Sammellinsen, Fig. 192, sind von einer harten festen Haut umgeben, welche an der Vorderseite etwas stärker gewölbt und durchsichtig ist. Dieser durchsichtige Theil a heißt Hornhaut, cornea; der undurchsichtige Theil b wird die harte Haut, tunica sclerotica, genannt. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut, iris, c, in deren Mitte sich eine kleine kreisrunde Oeffnung, die Pupille d, befindet. Hinter der Iris und Pupille liegt die Krystallinse e, in einer durchsichtigen Kapsel, mit welcher sie befestigt ist. Sie ist an der hintern Seite stärker gewölbt als an der vordern Seite. Zwischen der Linse und der Hornhaut ist die wässerige Feuchtigkeit, humor aqueus, eine klare, etwas salzige Flüssigkeit, enthalten. Der ganze Raum hinter der Linse ist mit einer durchsichtigen gallertartigen Substanz ausgefüllt, welche man Glasfeuchtigkeit, humor vitreus, nennt. Unter der Sclerotika liegt die Aderhaut, tunica choroidea, welche mit einem schwarzen Pigmente überzogen ist, wodurch jede Reflexion aufgehoben wird, und unter dieser liegt die Netzhaut, retina, von welcher, durch die Aderhaut und Sclerotika hindurch, der Sehnerv, nervus opticus, f, nach dem Gehirn führt. Eine gerade Linie, welche durch die Mitte der Pupille und durch die Krümmungsmittelpunkte der Linse geht, heißt Augenaxe.

Fig. 192.



Die Theile eines vollkommen ausgebildeten Auges haben folgende Dimensionen:

Länge der Augenaxe	23 bis 26 mm	
Größter horizontaler Durchmesser . .	22,8 „ 26 „	
„ verticaler „ . .	21,5 „ 25 „	
Dicke der Hornhaut	1 „ — „	
Krümmungshalbmesser der Hornhaut . .	7 „ 8 „	

Durchmesser der Iris	10	bis	12	mm
„ „ Pupille	1	„	7	„
„ „ Linse	9	„	10	„
Dicke der Linse	4,1	„	5,3	„
Krümmungshalbmesser der Vorderfläche	7	„	10	„
„ „ Hinterfläche	5	„	6	„
Abstand der Vorderfläche von der Hornhaut	3	„	4	„

Lichtstrahlen, welche das Auge treffen, gehen durch die Hornhaut hindurch, wo sie großentheils von der Iris unregelmäßig zerstreut werden und die Farben derselben wahrnehmbar machen. Nur die mittleren Strahlen gehen durch die Pupille in die Krystalllinse, wo sie gebrochen werden, und von hier durch die Glasfeuchtigkeit nach der Retina, wo sie ein umgekehrtes Bild von den außerhalb des Auges befindlichen Gegenständen erzeugen.

Diese Bilder sieht man am besten in den Augen weißer Kaninchen, wo der hintere Theil der Sclerotika durchsichtig ist und der schwarze Ueberzug der Aderhaut fehlt.

Aus dem Verhalten der Linsen weiß man, daß auf einer hinter der Linse befindlichen festen Wand nur für eine bestimmte Entfernung des Gegenstandes vor der Linse ein Bild entstehen kann, indem das Bild sich um so mehr entfernt, je näher der Gegenstand heranrückt und umgekehrt. Man sollte daher meinen, daß man nur Gegenstände in einer bestimmten Entfernung deutlich wahrnehmen könnte, nämlich in derjenigen, für welche auf der Netzhaut ein deutliches Bild entsteht. Da aber ein gesundes Auge die Gegenstände in sehr verschiedenen Entfernungen deutlich wahrnimmt, so müssen auch für die verschiedenen Entfernungen auf der Netzhaut deutliche Bilder entstehen; es muß mithin das Auge die Fähigkeit besitzen, sich den verschiedenen Entfernungen zu accommodiren. Worin diese Fähigkeit ihren Grund hat, ist noch nicht mit Bestimmtheit erkannt.

Die deutliche Wahrnehmung ist in gewisse Grenzen eingeschlossen, und hört sowohl auf, wenn der Gegenstand zu entfernt, als auch wenn er zu nahe ist. Die Entfernung, für welche man die Gegenstände am deutlichsten sieht, nennt man die Sehweite; sie beträgt für ein gesundes Auge 8 bis 10 Zoll. Augen, deren Sehweite kleiner ist,

nennt man kurzsichtig, und solche, deren Sehweite größer ist, nennt man weitsichtig. Bei einem kurzsichtigen Auge fallen die Bilder entfernter Gegenstände vor die Netzhaut und bei einem weitsichtigen fallen die Bilder naher Gegenstände hinter die Netzhaut.

Man hilft diesem Mangel an Accommodationsfähigkeit durch vorgesetzte Gläser, Brillengläser ab. Für kurzsichtige Augen sind dieses hohle, und für fernsichtige Augen sind es erhabene Linsen, indem die ersteren den Durchschnittspunkt der Strahlen weiter hinweg, die letzteren ihn näher heranrücken. Je nach dem Grade der Kurzsichtigkeit oder Fernsichtigkeit müssen die Gläser stärker oder schwächer sein, d. h. müssen die Krümmungshalbmesser kleiner oder größer sein.

Das Auge ist vollkommen achromatisch, wenn es sich der Entfernung des Gegenstandes genau accomodirt hat, was jedenfalls darin liegt, daß das Licht durch drei verschiedene Mittel hindurchgehen muß und in jedem anders und so gebrochen wird, daß aus den verschiedenen Brechungen der Achromatismus hervorgeht.

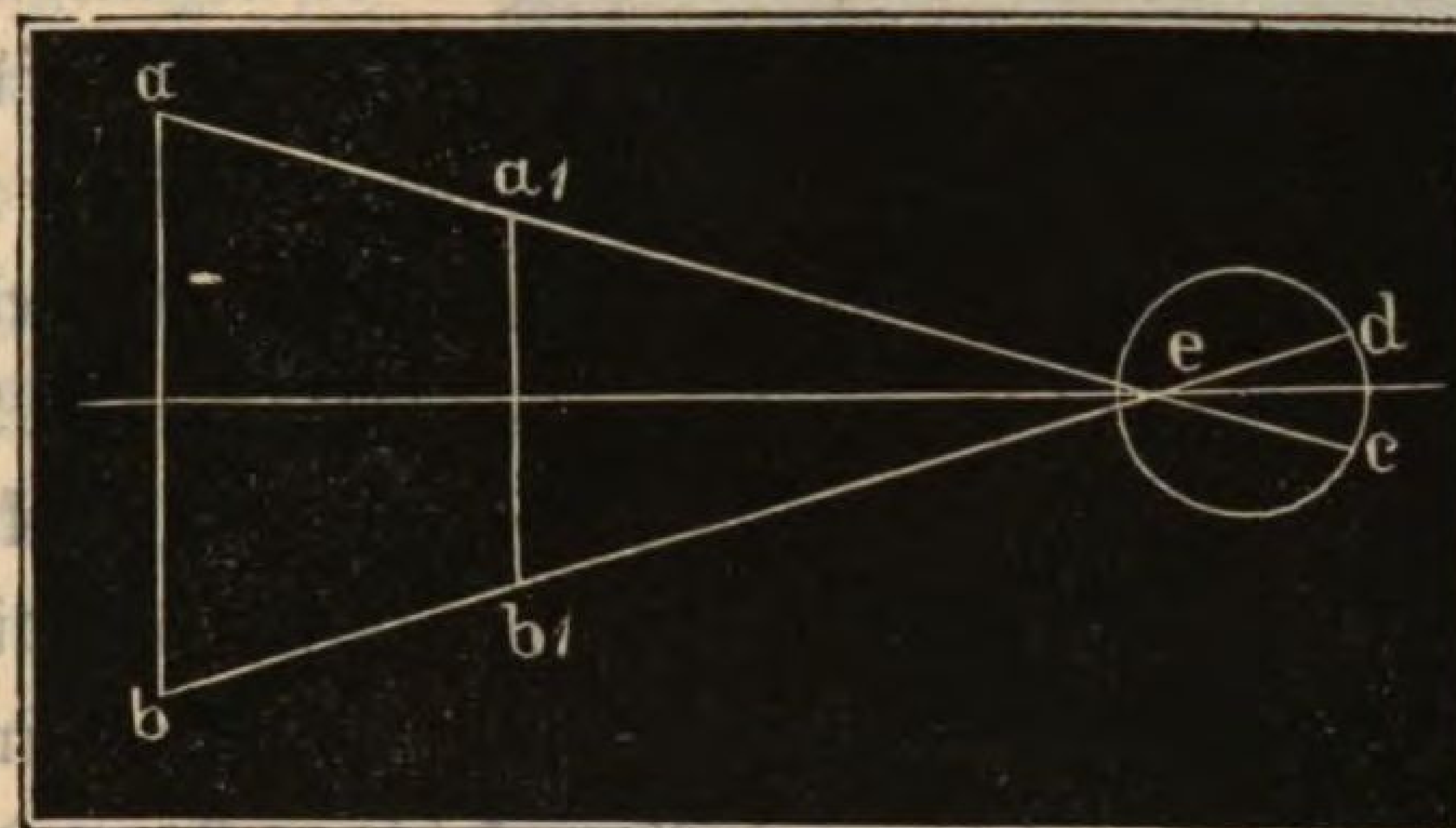
Die scheinbare Größe eines Gegenstandes hängt von der Größe des Bildes ab, welches auf der Netzhaut entsteht. Zieht man von den beiden äußersten Punkten des Bildes gerade Linien nach den entsprechenden Punkten des Gegenstandes, so müssen sich diese Linien in einem Punkte schneiden, da Bild und Gegenstand zu einander verkehrt sind. Dieser Durchschnittspunkt liegt etwas hinter der Linse und wird der Kreuzungspunkt genannt. Der Winkel aber, welchen die Linien bilden, heißt der Sehwinkel und von ihm ist die scheinbare Größe eines Gegenstandes abhängig.

Verschiedengroße Gegenstände können gleiche scheinbare Größe haben, wenn sie in den entsprechenden Entfernungen sich befinden.

So haben die Gegenstände ab und a_1b_1, Fig. 193 (s. f. S.), dieselbe scheinbare Größe cd, wenn e der Kreuzungspunkt ist. Zugleich sieht man, daß bei gleicher scheinbarer Größe die wirklichen Größen sich verhalten wie die Entfernungen vom Kreuzungspunkte.

Je weiter ein Gegenstand sich vom Auge entfernt, um so kleiner wird der Sehwinkel, um so kleiner wird aber auch das Bild auf der Netzhaut und um so schwächer daher die Wahrnehmung desselben, so daß für einen gewissen Grenzwerth des Winkels die Grenze der Sichtbarkeit erreicht wird.

Fig. 193.



Es hängt aber diese Grenze nicht von dem Sehwinkel allein ab, sondern auch von der Intensität des Lichtes, welches der Gegenstand aussendet, so wie von dem Hintergrunde, auf welchem er erscheint. Da die Intensität des Lichtes dem Quadrate der Entfernung vom leuchtenden Punkte umgekehrt proportional ist, so wird das Bild eines Körpers, welcher nur schwaches Licht aussendet, sehr bald verschwinden, während ein anderer sehr intensiv leuchtender Körper auf ungeheure Entfernungen wahrgenommen wird, z. B. die Fixsterne. Endlich wird ein heller Gegenstand auf einem dunkeln Grunde in um so größerer Entfernung sichtbar bleiben, je größer die Differenz der Lichteindrücke ist, welche er und der Hintergrund auf der Netzhaut hervorbringen.

Hiermit steht aber noch eine andere Erscheinung in Verbindung, welche man Irradiation nennt, und welche darin besteht, daß der Lichteindruck intensiv leuchtender Gegenstände sich etwas über die Grenze der unmittelbar getroffenen Stelle der Netzhaut ausbreitet, weshalb helle Gegenstände immer etwas größer erscheinen. So z. B. scheint die Sichel des Mondes einer größeren Scheibe anzugehören, als der andere nur schwach erleuchtete Theil. Die ganze Erscheinung ist indessen subjectiv und daher bei verschiedenen Personen verschieden.

Ein gewöhnliches Auge nimmt einen mäßig beleuchteten Gegenstand unter einem Winkel von 30 Secunden noch wahr, während

ein sehr heller Gegenstand auf dunklem Grunde selbst unter einem Winkel von 2 Secunden noch wahrgenommen wird.

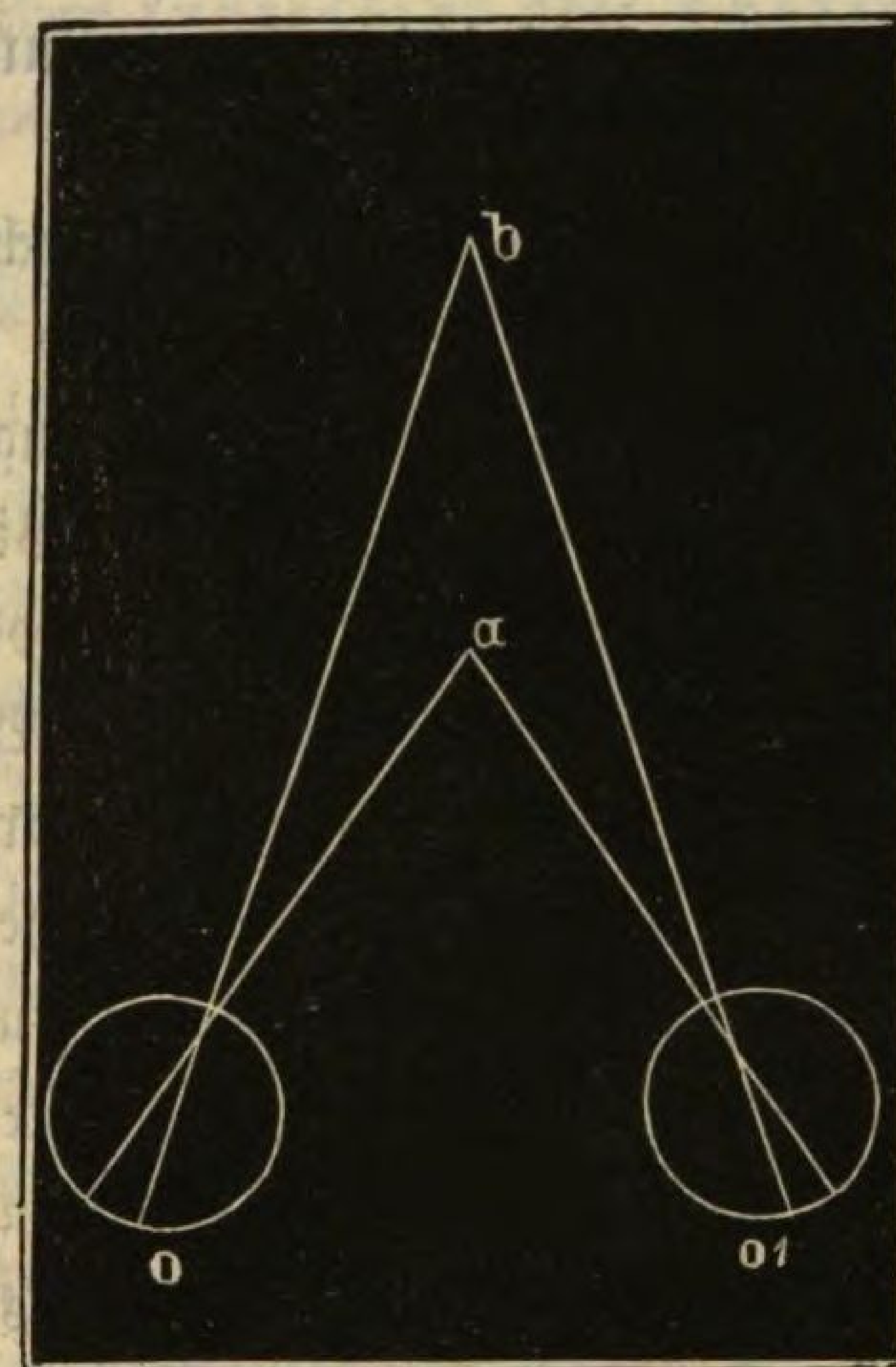
Wie diese Lichteindrücke, diese Bilder auf der Netzhaut des Auges, zum Bewußtsein kommen, wissen wir nicht, wenn wir auch wissen, daß dieses durch die Nervensubstanz vermittelt wird. Es ist hiermit wie mit jeder sinnlichen Wahrnehmung. Die Gegenstände außer uns wirken auf unsere Sinne und diese Wirkungen erzeugen in uns Vorstellungen, ohne daß wir wissen, wie dieses geschieht. Eben so wenig wissen wir, wie es zugeht, daß wir die Wahrnehmungen nicht in uns selber behalten, sondern sie an den Ort versetzen, von wo aus sie auf unsere Sinne wirken. Jedenfalls geht dieses aus der Gesammtwirkung der Sinne und aus unserer eigenen Beweglichkeit im Raume hervor, indem eine Wahrnehmung die andere unterstützt und das Urtheil über die räumlichen Verhältnisse erzeugt, worin auch der Umstand seine Erklärung findet, daß wir die Gegenstände aufrecht wahrnehmen, obwohl die Bilder auf der Netzhaut verkehrt sind. Denn die Bewegung eines Körpers in der Richtung der Verticalen nach der Erde zu nennen wir von oben nach unten; dieser entspricht aber eine Bewegung auf der Netzhaut von unten nach oben; es wird daher durch einen auf dem untern Theile der Netzhaut erzeugten Lichteindruck die Vorstellung von oben, und durch einen auf dem obern Theile der Netzhaut gleichzeitig erzeugten Lichteindruck die Vorstellung von unten herbeigeführt.

Wir sehen mit zwei Augen, denn auf jeder Netzhaut entsteht ein Bild. Wir haben daher jeden Lichteindruck doppelt, und dennoch kommt er nur einfach zum Bewußtsein, wir sehen den Gegenstand nur einfach. Allein es findet dieses nur so lange statt, als wir unsere Aufmerksamkeit auf den Gegenstand richten, wo dann jedesmal die Bilder auf beiden Netzhäuten homolog sind. Sind die Bilder auf den Netzhäuten nicht homolog, so sieht man den Gegenstand doppelt.

Sind a und b, Fig. 194, (s. f. S.) zwei Gegenstände, welche in einer geraden Linie vor den Augen o und o_1 liegen. Sind die Augen

auf a gerichtet, so müssen die Verlängerungen beider Augenaxen sich in a schneiden; dann erscheint aber das Bild von b in o rechts und in o_1 links von der Axe, also nicht auf entsprechenden Stellen der Netzhaut; wir sehen daher b doppelt. Sind die Augen auf b gerichtet, so sind ob und o_1b die optischen Axen; in o liegt dann das Bild von a links, in o_1 liegt es rechts von der optischen Axe; wir sehen daher a doppelt. Sehr gut eignen sich hierzu zwei vor die Augen gehaltene Stäbchen.

Fig. 194.



Sieht man nach einem Gegenstande hin und drückt mit dem Finger das eine Auge ein wenig aus seiner Lage, so sieht man den Gegenstand doppelt. In diesem Falle schneiden sich die Augenaxen nicht im Gegenstande, daher liegen die Bilder nicht an entsprechenden Stellen der Netzhäute. Wir bekommen daher von beiden Bildern nur dann eine Vorstellung, wenn sie auf entsprechenden Stellen der Netzhäute liegen.

Unser räumliches Vorstellen ist von dem Sehen mit zwei Augen abhängig, wenn wir daran gewöhnt sind; denn schließt man das eine Auge, so ändern sich die räumlichen Vorstellungen, indem uns die Gegenstände etwas aus ihrer Lage verrückt erscheinen.

Der Eindruck, welchen ein Gegenstand auf der Netzhaut erzeugt, muß einige Zeit andauern, wenn er ein Bild hervorbringen soll. Daher kommt es, daß wir Körper, die sich mit einer großen Geschwindigkeit bewegen, nicht sehen, z. B. eine abgeschossene Kugel in der Luft. Dagegen dauert jeder Lufteindruck noch einige Zeit fort, auch wenn das Auge nicht mehr auf den Gegenstand gerichtet ist, und zwar dauert er um so länger, je intensiver er war. Wird z. B. ein glänzender Körper im Kreise geschwungen, so sehen

wir bei der entsprechenden Geschwindigkeit einen glänzenden Ring. Hierher gehört die sogenannte Wunderscheibe, Phenakistoskop.

Wenn man Morgens nach dem Erwachen das Auge auf einen hellen Gegenstand richtet und es hierauf schließt, so sieht man den Gegenstand noch eine Zeit lang fort. Es eignet sich hierzu besonders ein Fenster, ein lichtes Bild im dunkeln Rahmen u. dergl. Wendet man aber das Auge, ohne es zu schließen, von dem Gegenstande hinweg auf eine weiße Wand, so erscheinen die vorher dunkeln Stellen hell und die vorher hellen Stellen dunkel. Beim Fenster also erscheinen die Scheiben dunkel und die Rahmen hell.

Es hat dieses seinen Grund darin, daß diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das hellere Licht des Gegenstandes fiel, für das weiße Licht der Wand weniger empfänglich sind als diejenigen, welche das schwächere Licht des Gegenstandes traf. Man nennt solche Bilder Nachbilder.

Betrachtet man einige Zeit einen farbigen Gegenstand auf weißem Grunde, z. B. ein Stück farbiges Papier, und richtet hierauf das Auge auf eine weiße Fläche, so sieht man einen gleich großen farbigen Fleck, dessen Farbe aber zur Farbe des Gegenstandes complementär ist. War der Gegenstand roth, so ist des Nachbild grün, war der Gegenstand gelb, so ist das Nachbild blau und dergl. Es ist daher die Netzhaut für diejenigen Farben des weißen Lichtes empfänglicher, welche es vorher nicht trafen, hingegen für diejenigen, welche es trafen, minder empfänglich.

Richtet man das Auge einige Zeit auf eine weiße Kerzenflamme und schließt es sodann, so hat man erst das Nachbild der Flamme selber; bald aber ändert das Nachbild seine Farbe, es wird der Reihe nach gelb, orange, roth, violett, grünlichblau. Wendet man aber das Auge von der Flamme hinweg auf eine weiße Wand, so erscheinen die Farben des Nachbildes fast in umgekehrter Ordnung. Dieselbe Erscheinung hat man, wenn man in die Sonne sieht. Es folgt hieraus, daß die Eindrücke, welche verschiedenfarbiges Licht auf der Netzhaut hervorbringt, nicht gleich intensiv und nicht von gleicher Dauer sind, so wie, daß die Abnahme für die

eine rascher, für die andere weniger rasch geschieht. Man nennt die hier zum Vorschein kommenden Farben subjective oder physiologische Farben. Die Erscheinung selbst wird das Abklingen der Farben genannt.

Wenn ein Körper von zwei Lichtquellen beleuchtet wird, so wirft er zwei Schatten; sind nun die Lichtquellen verschiedenfarbig, so erscheinen die Schatten farbig, da jeder von der andern Lichtquelle beleuchtet wird. Diese Farben sind objectiv. Ist aber die eine Lichtquelle farbig, die andere nicht, so erscheint der Schatten, welchen die farbige Lichtquelle wirft, complementärfarbig zur Farbe der Lichtquelle. Diese Farbe ist subjectiv.

Auf einer weißen Fläche erscheint ein grauer Fleck dunkler, auf einer schwarzen Fläche dagegen heller als er wirklich ist. Es ist dieses eine Folge des Contrastes. Betrachtet man einen grauen Papierstreifen auf einer farbigen Unterlage, so erscheint er ebenfalls gefärbt, und zwar ist seine Farbe complementär zur Farbe der Unterlage. Man nennt solche Farben Contrastfarben. Sehr schön erhält man sie, wenn man auf ein farbiges Glas einen weißen Papierstreifen, und hinter das Glas weißes Papier klebt. Der Streifen ist stets complementär zur Farbe des Glases.

Wenn Farben zusammengestellt werden, welche zu einander complementär sind, so macht dieses einen angenehmen Eindruck auf das Auge, während andere, nicht complementäre Farben weniger angenehm erscheinen.

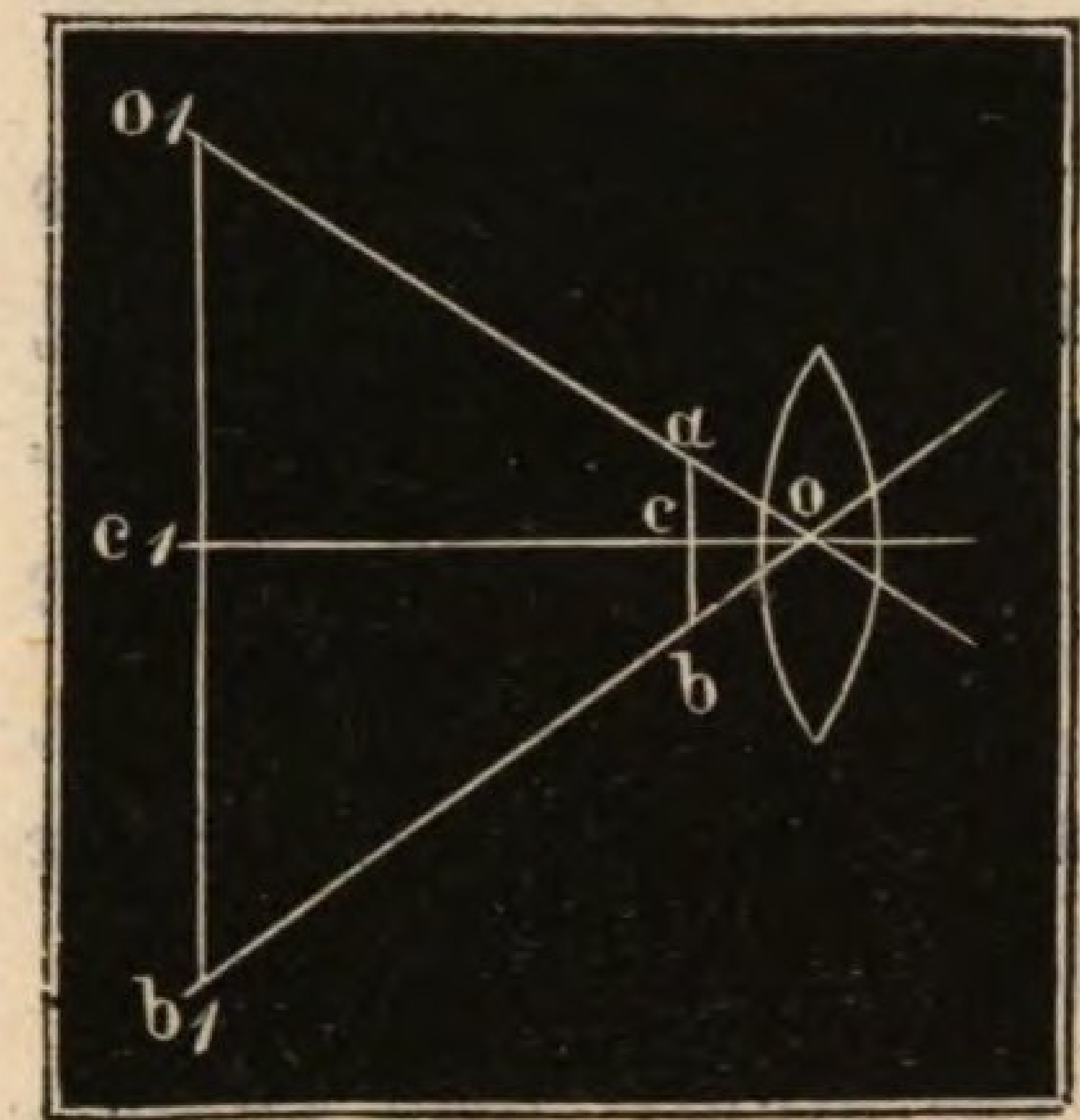
---

9. Von den optischen Instrumenten.

a) Die Loupe oder das einfache Mikroskop hat den Zweck, einen Gegenstand dem Auge vergrößert erscheinen zu lassen. Eine jede Sammellinse von kurzer Brennweite ist eine Loupe. Es entsteht aber bei einer Sammellinse ein vergrößertes Bild, wenn sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite befindet, indem dann die Strahlen beim Durchgange durch die Linse so gebrochen werden, als kämen sie von einem entfernteren Gegenstande her. Bringt

man daher die Loupe vor das Auge, so sieht man das vergrößerte Bild, was sich natürlich in der Sehweite des Auges befinden muß.

Fig. 195.



Ist ab, Fig. 195, der Gegenstand und a_1b_1 das Bild, und setzt man voraus, der Kreuzungspunkt des Auges falle mit dem Mittelpunkte der Linse zusammen; so hat man, in Beziehung auf die Vergrößerung

$$ab : a_1b_1 = oc : oc_1$$

$$a_1b_1 = \frac{oc_1}{oc} ab$$

Es besteht aber für die Convexgläser die Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{s} + \frac{1}{w}$$

wo p die Brennweite, s die Entfernung des Gegenstandes, und w die Entfernung des Bildes von der Linse ist. Wenn man daher berücksichtigt, daß w negativ gesetzt werden muß, weil Gegenstand und Bild auf derselben Seite der Linse liegen, so ist

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{oc} - \frac{1}{oc_1}$$

und wenn man mit oc_1 multiplizirt

$$\frac{oc_1}{p} + 1 = \frac{oc_1}{oc}$$

mithin

$$a_1b_1 = \left(\frac{oc_1}{p} + 1\right) ab$$

Da nun aber oc_1 die Sehweite sein muß, so ist, wenn man diese mit d bezeichnet

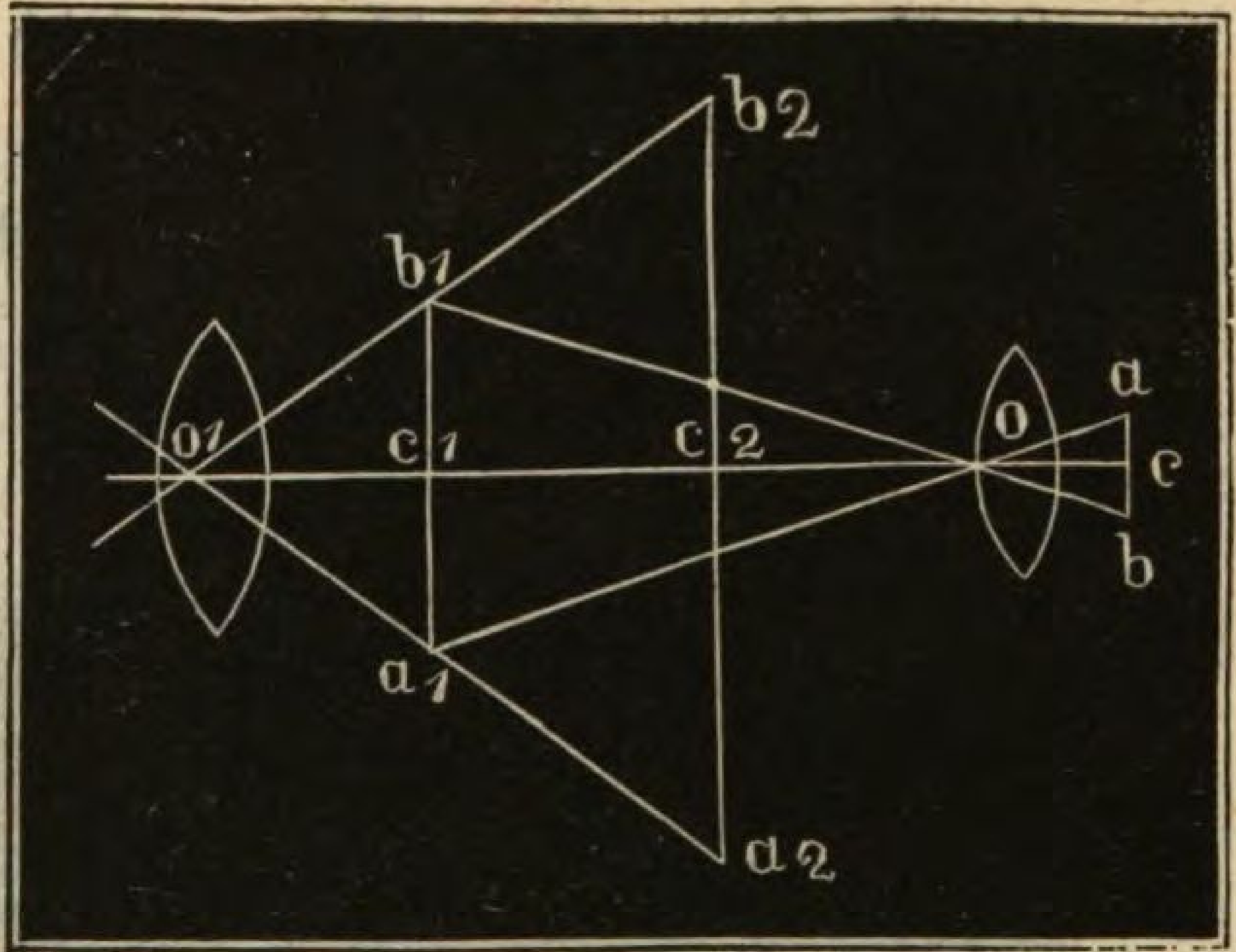
$$a_1b_1 = \left(\frac{d}{p} + 1\right) ab$$

Man findet also wie viel Mal eine Loupe einen Gegenstand vergrößert, wenn man die Sehweite durch die Brennweite der Loupe dividirt und zum Quotienten die Einheit addirt. Zugleich

sieht man, daß die Vergrößerung der Brennweite umgekehrt proportional ist, eine Loupe also um so mehr vergrößert, je kleiner ihre Brennweite ist.

b) Das zusammengesetzte Mikroskop besteht aus zwei Linsen, von denen die, welche dem Gegenstande zugekehrt ist, die Objectivlinse oder das Objectiv, und die, welche dem Auge des Beobachters zugekehrt ist, die Ocularlinse, oder das Ocular genannt wird.

Fig. 196.



Ist ab, Fig. 196, der Gegenstand, welcher vor dem Objective o, und zwar etwas außer der Brennweite desselben sich befindet, so erzeugt das Objectiv das umgekehrte und vergrößerte Bild $a_1 b_1$, welches, durch die Loupe o_1 betrachtet, dem Auge des Beobachters als $a_2 b_2$ erscheint.

Um das Verhältniß von $ab : a_2 b_2$ zu bestimmen, hat man

$$ab : a_1 b_1 = oc : oc_1$$

$$a_1 b_1 : a_2 b_2 = o_1 c_1 : o_1 c_2$$

hieraus

$$ab : a_2 b_2 = oc \,.\, o_1 c_1 : oc_1 \,.\, o_1 c_2$$

$$a_2 b_2 = \frac{oc_1 \,.\, o_1 c_2}{oc \,.\, o_1 c_1} db$$

Es ist aber nach dem Obigen

$$\frac{o_1 c_2}{o_1 c_1} = \frac{d}{p} + 1$$

wenn d die Sehweite und p die Brennweite der Linse o_1 bezeichnet. Bezeichnet ferner p_1 die Brennweite der Objectivlinse o, so ist

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{oc} + \frac{1}{oc_1}$$

$$\frac{oc_1}{oc} = \frac{oc_1}{p_1} - 1$$

Setzt man $oc_1 = e$, so ist

$$a_2b_2 = \left(\frac{d}{p} + 1\right)\left(\frac{e}{p_1} - 1\right)ab$$

Es ist also die Vergrößerung gleich dem Producte aus den Vergrößerungen beider Linsen.

Die Formen, welche man diesen Mikroskopen gegeben hat, sind sehr verschieden.

c) Das Sonnenmikroskop, Fig. 197, besteht aus

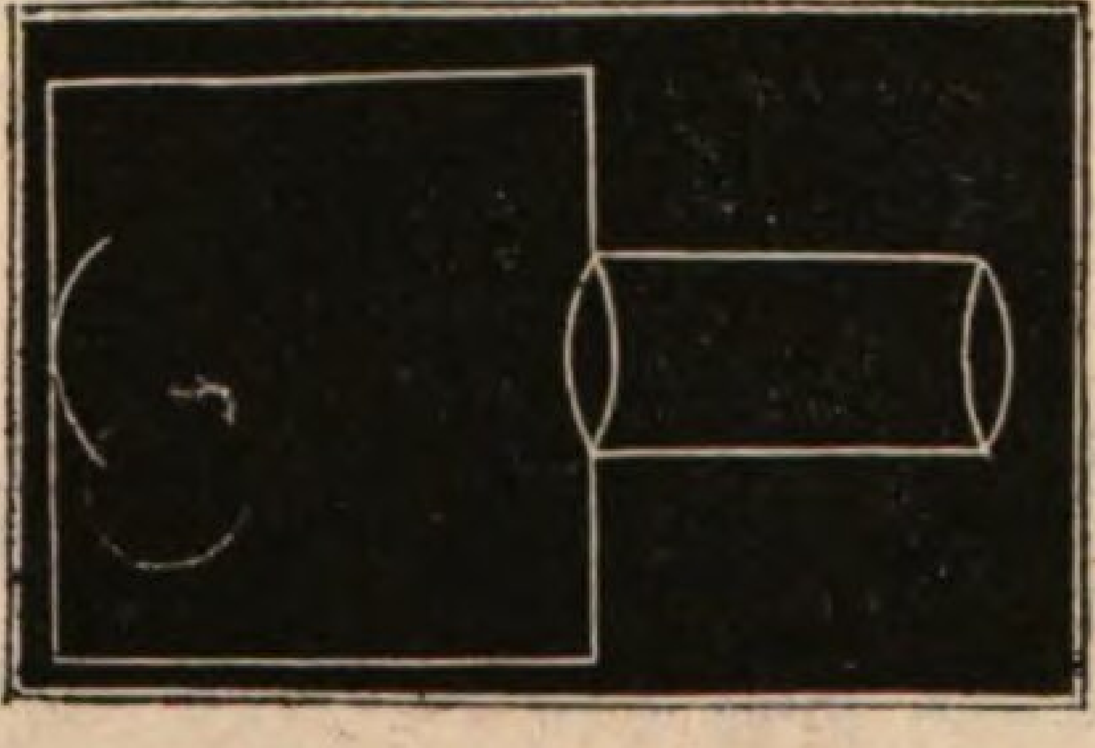
Fig. 197.



dem Spiegel a, auf welchen die Sonnenstrahlen auffallen, und nach der Linse b reflectirt werden. Hier werden die Strahlen gebrochen, so daß sie convergiren, und durch die Linse c wird die Convergenz noch vermehrt, so daß sich die Strahlen im Punkte d schneiden. Nahe bei diesem Punkte befindet sich das durchsichtige Object, welches seine Strahlen auf die Linse e wirft, hinter der auf einem weißen Schirme in der entsprechenden Entfernung ein vergrößertes Bild entsteht.

d) Die Zauberlaterne, Fig. 198, laterna magica, ist von dem Sonnenmikroskope nicht wesentlich verschieden. In einer blechernen Laterne befindet sich eine stark leuchtende Flamme, und hinter derselben ein Hohlspiegel. Diesem Hohlspiegel gegenüber ist mit der Laterne eine Röhre verbunden, in welcher zwei Linsen sich befinden.

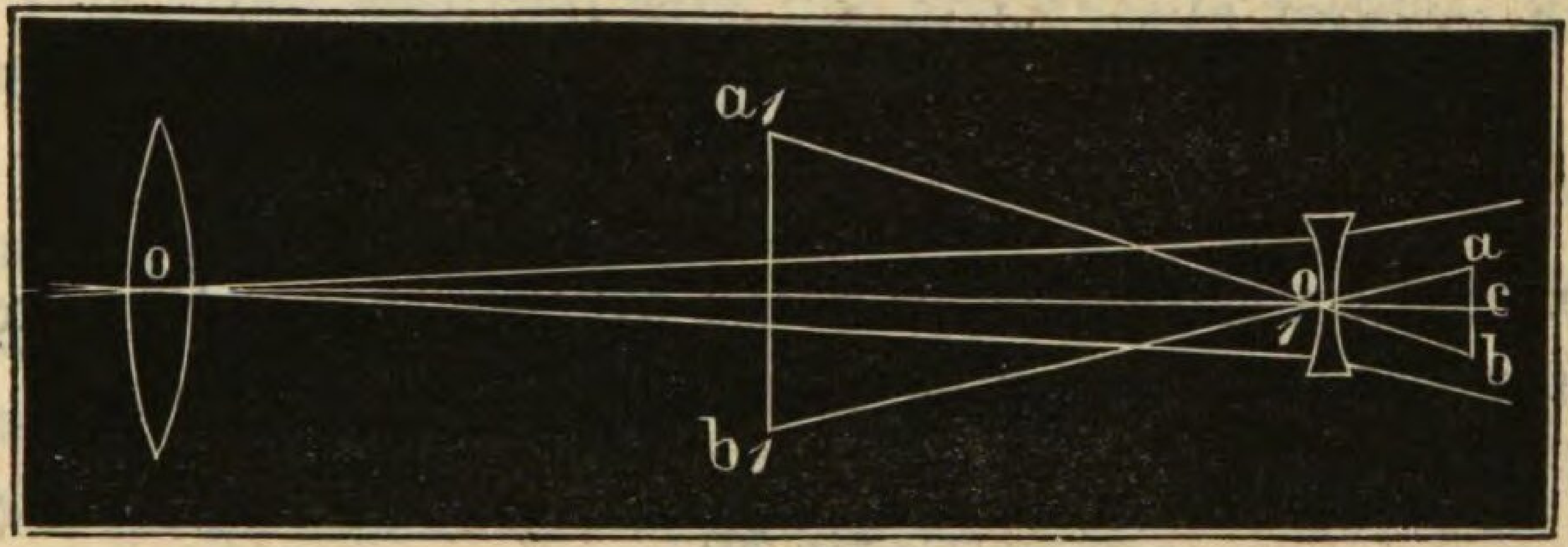
Fig. 198.



Zwischen diese Linsen und innerhalb der Brennweite der dem Spiegel zugewendeten bringt man das auf Glas gemalte transparente Bild, welches seine Strahlen durch die zweite Linse hindurch auf einen Schirm sendet, wo in der entsprechenden Entfernung ein vergrößertes Bild entsteht.

e) **Das Galiläische oder holländische Fernrohr.** Fig. 199, besteht aus einem Objective und einem Oculare. Das

Fig. 199.



Objectiv ist eine Sammellinse, und das Ocular ist eine Zerstreuungslinse.

Es sei ab das Bild, welches durch das Objectiv entstehen würde, wenn das Ocular nicht vorhanden wäre. Das Ocular wird aber so aufgestellt, daß die Entfernung des Bildes ab etwas größer ist als die Zerstreuungsweite des Oculars. Die auf das Ocular auffallenden Strahlen divergiren daher nach dem Durchgange so, als ob sie von $a_1 b_1$ herkämen. Es ist daher $a_1 b_1$ das vergrößerte Bild, welches dem Auge erscheint.

Ist p die Brennweite des Objectivs und p_1 die Brennweite des Oculars bekannt, so läßt sich die Vergrößerung bestimmen. Setzt man voraus, der Kreuzungspunkt des Auges falle mit dem Mittelpunkte des Oculars zusammen, so erscheint dem Auge das Bild unter dem Winkel $a_1 o_1 b_1 = a o_1 b$, während ab von o aus gesehen, unter dem Winkel aob erscheinen würde. Die Bilder verhalten sich aber wie die Winkel, unter denen sie dem Auge erscheinen, so daß man hat

$$ab : a_1 b_1 = aob : a_1 o_1 b_1$$

Für sehr kleine Winkel, mit denen wir es hier nur zu thun

haben, verhalten sich die Winkel umgekehrt, wie die Entfernungen der Objecte vom Kreuzungspunkte, so daß man auch hat

$$aob : a_1 o_1 b_1 = o_1 c : oc$$

folglich

$$ab : a_1 b_1 = o_1 c : oc$$

Es ist aber für unendlich entfernte Gegenstände $oc = p$, und da $o_1 c$ von p_1 nur sehr wenig verschieden ist, so kann man auch $o_1 c = p_1$ setzen. Dies gibt

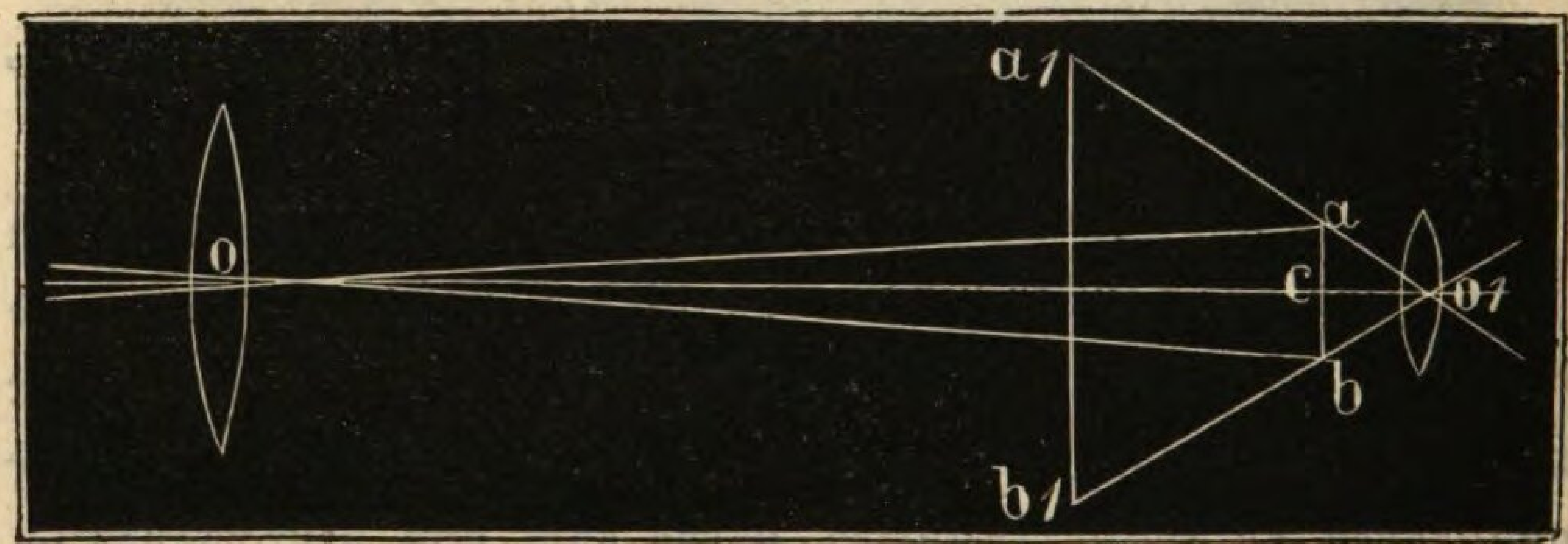
$$ab : a_1 b_1 = p_1 : p$$

$$a_1 b_1 = \frac{p}{p_1} ab$$

d. h. die Vergrößerung ist gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Objectivs durch die Zerstreuungsweite des Oculars.

f) Das astronomische Fernrohr, Fig. 200, besteht aus

Fig. 200



zwei Sammellinsen, von denen die eine das Objectiv, die andere das Ocular ist. Man hat hier

$$ab : a_1 b_1 = aob : a_1 o_1 b_1$$

Da aber ebenfalls

$$aob : a_1 o_1 b_1 = o_1 c : oc$$

so ist auch

$$ab : a_1 b_1 = o_1 c : oc$$

Es ist aber $oc = p$ die Brennweite des Objectivs, und $o_1 c = p_1$ die Brennweite des Oculars, folglich

$$ab : a_1 b_1 = p_1 : p$$

$$a_1 b_1 = \frac{p}{p_1} ab$$

Der Gegenstand erscheint also ebenso vielmal vergrößert, als die Brennweite des Oculars in der Brennweite des Objectivs enthalten ist.

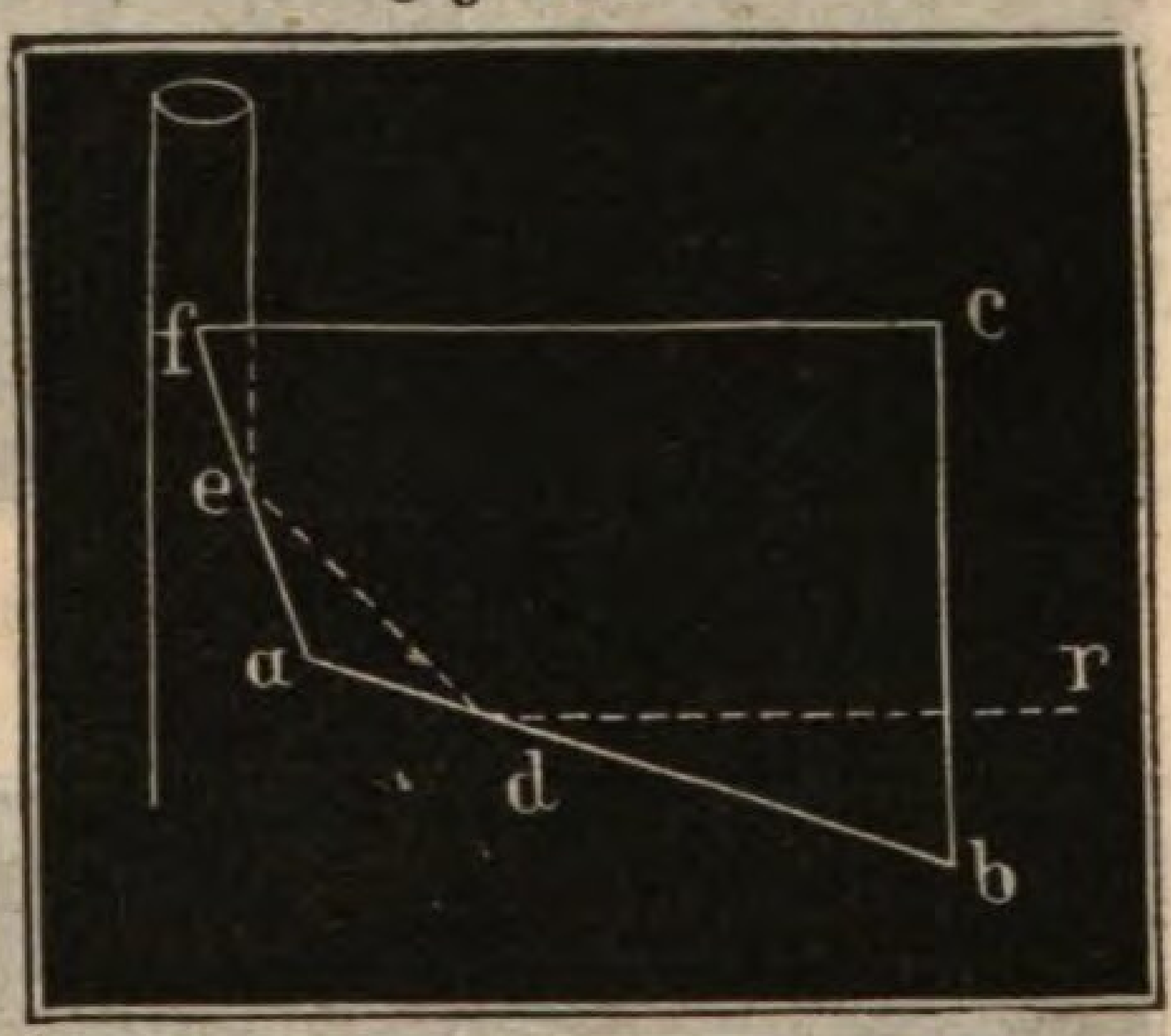
Das Bild ist aber hier zum Objecte verkehrt.

Da es bei der Betrachtung irdischer Gegenstände durch das Fernrohr störend ist, diese Gegenstände verkehrt zu sehen, so bringt man bei terrestrischen oder Erdfernröhren zwischen das Objectiv und Ocular noch eine oder mehrere Convexlinsen, durch welche das Bild wieder umgekehrt wird, und dem Auge in derselben Lage erscheint, in welcher es ohne Fernrohr erscheinen würde.

Die katoptrischen Fernröhre oder Spiegelteleskope, sind seit Erfindung der achromatischen Linsen, nicht sehr im Gebrauch, und können daher füglich unberücksichtigt gelassen werden. Im Allgemeinen sind sie so eingerichtet, daß durch Hohlspiegel Bilder erzeugt werden, welche man durch eine Loupe betrachtet.

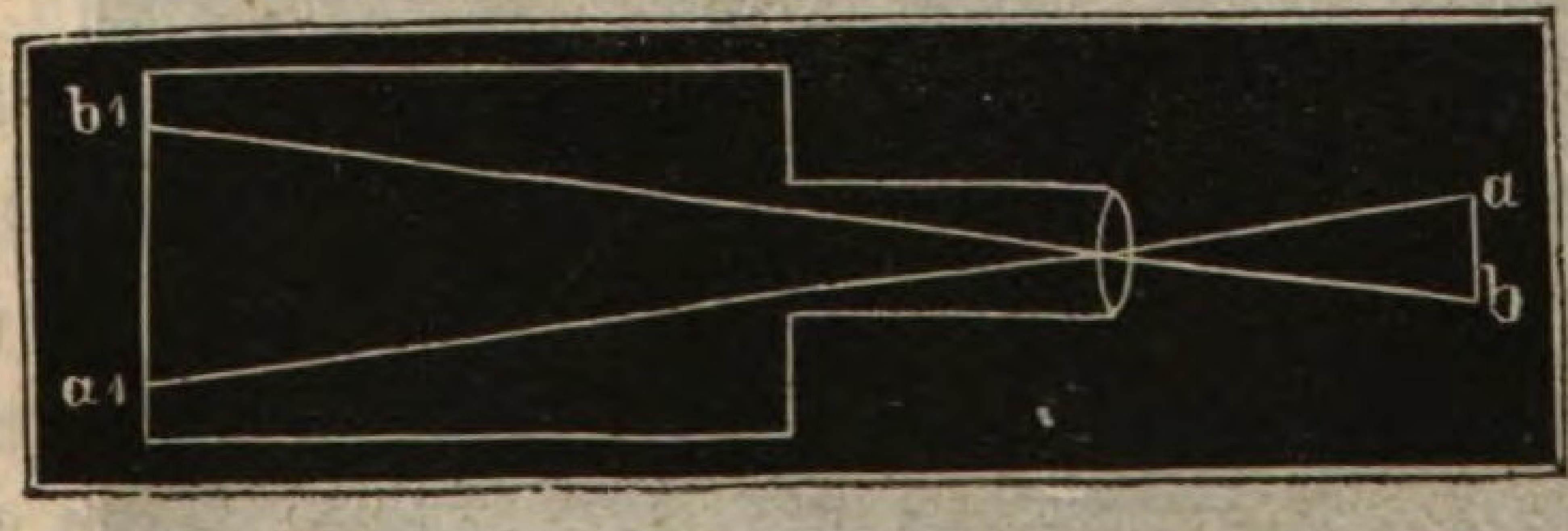
g) Die camera lucida oder clara, Fig. 201, ist ein Apparat, welcher dient, die Umrisse von Gegenständen nachzuzeichnen. Im wesentlichen besteht er aus einem vierseitigen Glasprisma, welches bei a einen Winkel von 135° hat. Ein Lichtstrahl r, welcher die Fläche bc trifft, wird bei d und e total reflectirt und tritt aus der Fläche cf senkrecht zu derselben aus. Dort ist eine Linse angebracht, durch welche man das Bild betrachtet, welches man auf einem untergelegten Papiere nachzeichnen kann.

Fig. 201.



h) Die camera obscura, Fig. 202, besteht aus einem dunklen Kasten, an

Fig. 202.



welchem eine kurze Röhre mit einer Sammellinse sich befindet. Es entsteht daher auf der, der Linse gegenüber liegenden Wand ein Bild. Dieser Apparat ist es, dessen man sich bei der Daguerrotypie bedient.

i) Das Reflexionsgoniometer ist ein Instrument, mit welchem man die Winkel von Krystallen mißt. Das Princip desselben ist Folgendes:

Ist abc, Fig. 203, der Winkel eines Krystalles, welcher gemessen werden soll, und befindet sich das Auge in o, so wird es das Spiegelbild des Gegenstandes d, z. B. eines Fensterrahmens in d_1 auf dem Fußboden des Zimmers erblicken. Diese Stelle des Fußbodens muß markirt werden, wenn sie es nicht schon ist. Dreht man nun den Krystall um die Kante b, so daß nun ab die spiegelnde Fläche wird, so lange, bis das Spiegelbild von d wieder an derselben Stelle d_1 erscheint, so ist die Drehung gleich dem Winkel abg. Es ist aber abg + abc = 180° daher abc = 180° — abg.

Fig. 203.

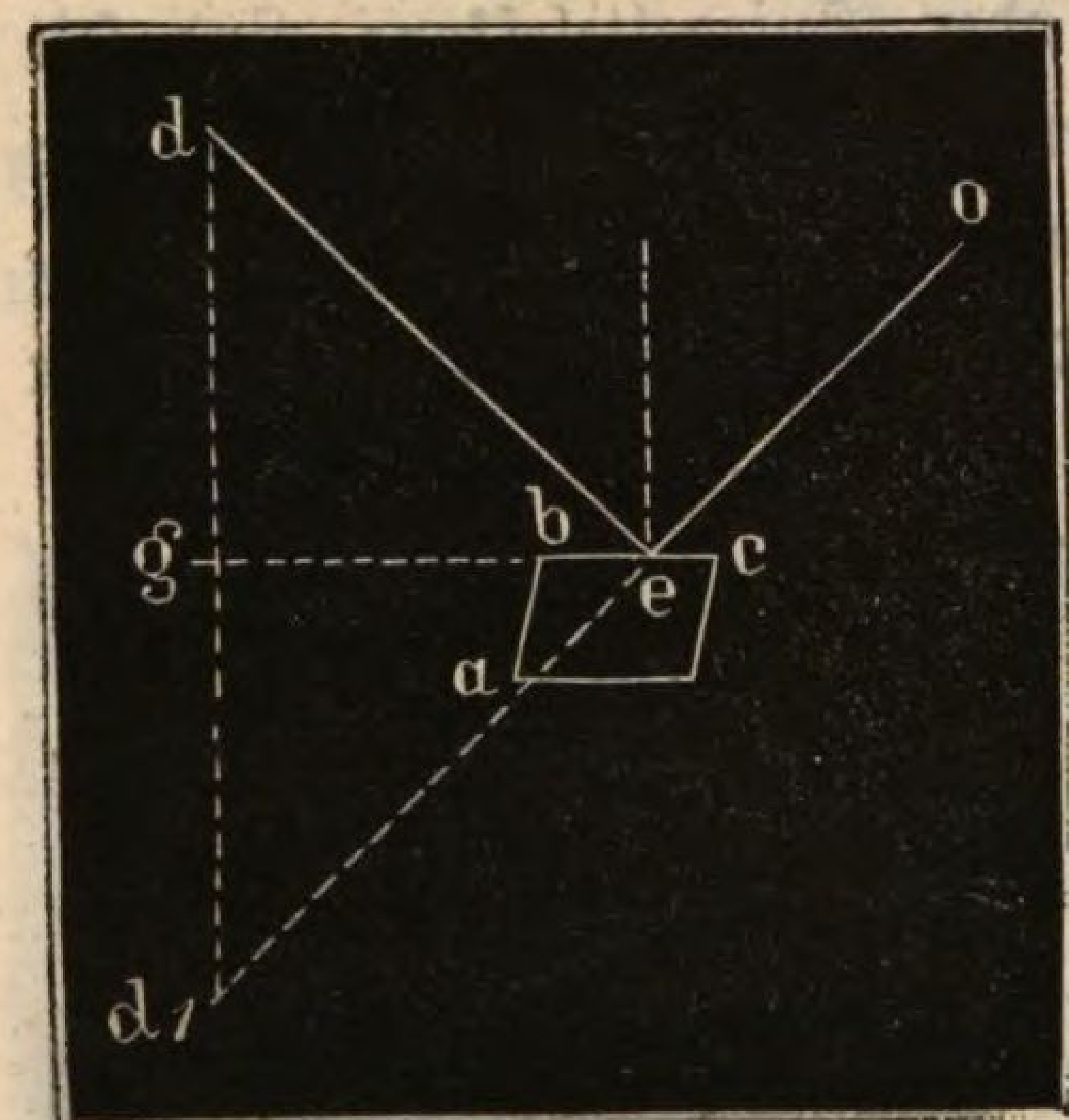
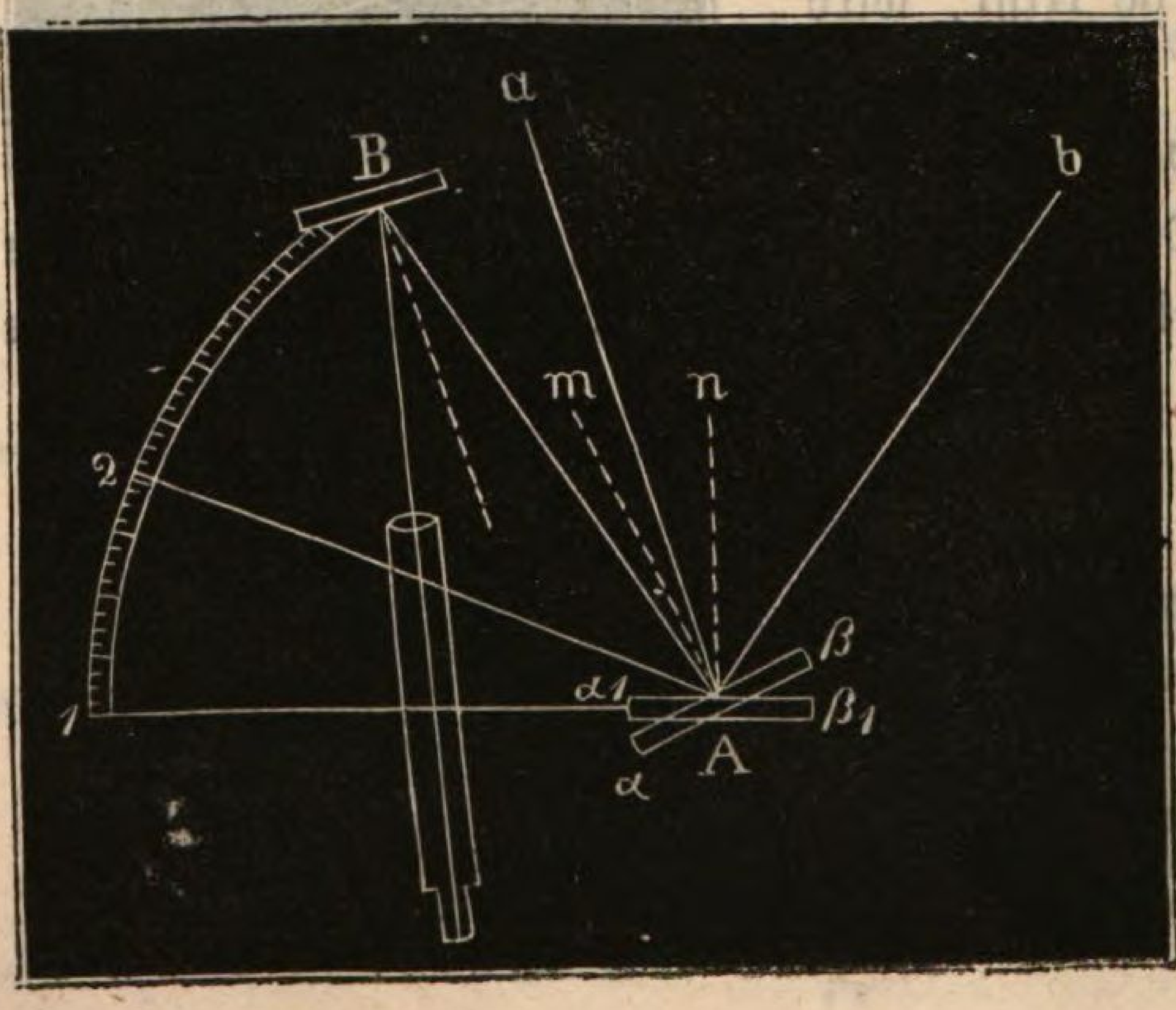


Fig. 204.



Das Instrument muß mit einem getheilten Kreise versehen sein, an welchem man die Drehung ablesen kann.

k) Der Spiegelsextant, Fig. 204, ist ein Winkelmeßin-

strument. Es besteht aus einem Sector eines getheilten Kreises, welcher gewöhnlich 60° hält. Um den Mittelpunkt des Kreises dreht sich eine Alhydade, welche einen ebenen Spiegel A trägt, dessen Ebene durch den Mittelpunkt des Kreises geht und senkrecht auf der Ebene desselben steht. Ein anderer ebener kleinerer Spiegel B ist auf der Ebene des Kreises gleichfalls senkrecht und so befestigt, daß seine Ebene mit der Ebene des Spiegels A parallel ist, wenn die Alhydade auf dem Nullpunkte der Theilung steht.

Die obere Hälfte des Spiegels B ist belegt und auf seine Mitte ein Fernrohr gerichtet, dessen Colimationslinie mit der Ebene des Kreises parallel ist. Es hat diejenige Richtung, nach welcher ein von der Mitte des Spiegels A auf die Mitte des Spiegels B fallender Strahl zurückgeworfen wird.

Um mit diesem Instrumente den Winkel zu messen, den zwei entfernte Gegenstände mit einander machen, bringe man die Ebene des Sextanten in die Ebene beider Gegenstände, beobachte den einen durch den Spiegel B unmittelbar, und bewege dann die Alhydade so lange, bis das Bild des zweiten Gegenstandes den unmittelbar beobachteten beinahe deckt, schließe die Alhydade und bringe durch ihre Mikrometerschraube die völlig scharfe Deckung hervor. Man liest sodann auf der Kreistheilung den gesuchten Winkel ab, indem hier jeder halbe Grad als ein ganzer verzeichnet ist.

Sind a und b die Gegenstände, deren Winkel gemessen werden soll, ist $\alpha\beta$ die erste, $\alpha_1\beta_1$ die zweite Stellung des Spiegels A, bei welcher beide Objecte in dem Fernrohre sichtbar sind, und die Alhydade die Stellung 2 hat; bezeichnet man ferner den Winkel BAa mit 2x, den Winkel BAb mit 2y, so ist der gesuchte Winkel

$$aAb = 2y - 2x$$

Da aber mA und nA die Einfallslothe für beide Stellungen des Spiegels A sind, so ist mAn derjenige Winkel, um welchen der Spiegel A gedreht wurde und also auch gleich dem Winkel 1A2. Aus der Figur sieht man aber, daß

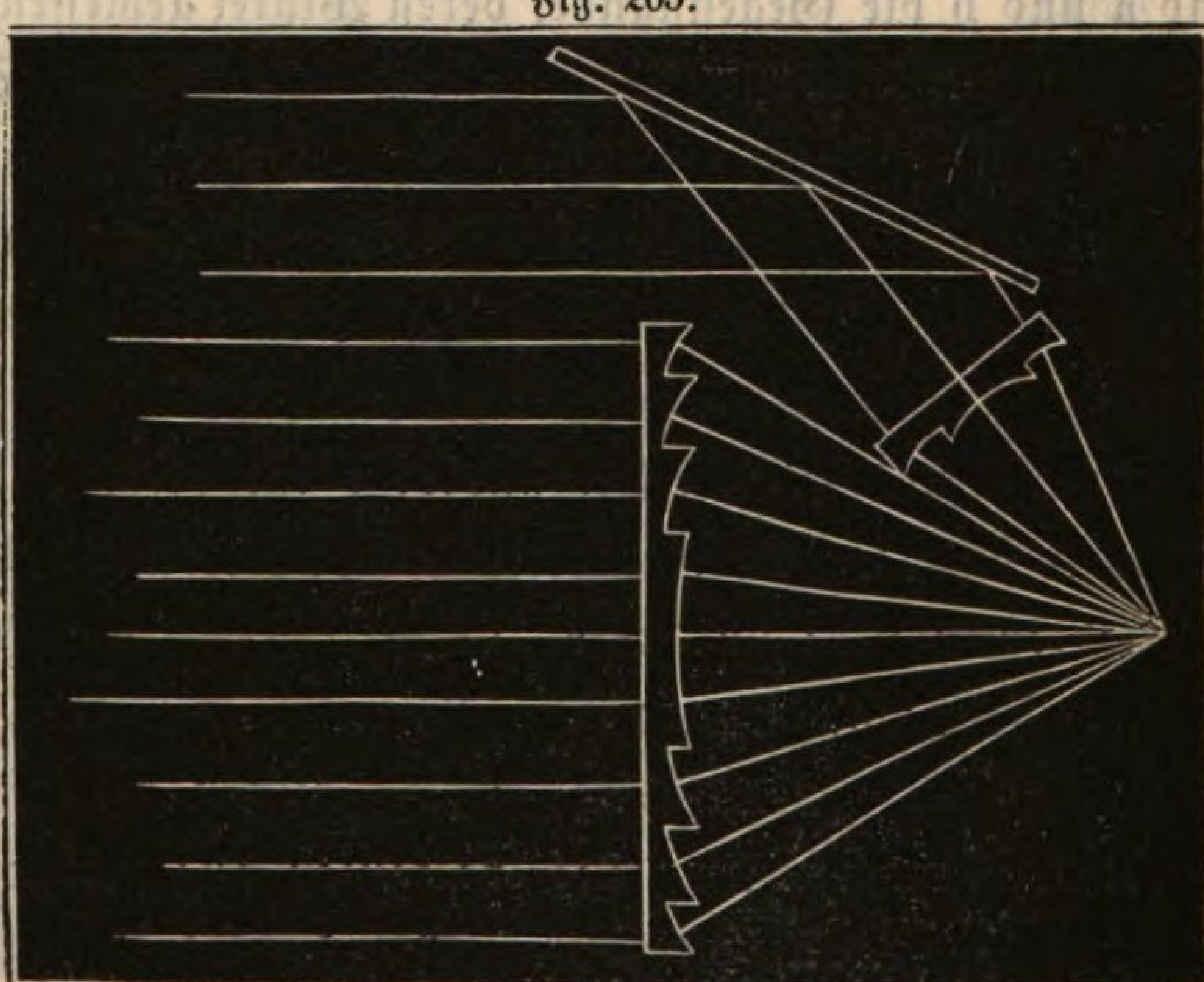
$$mAn = y - x$$

daß also der auf der Theilung des Sextanten angegebene Winkel gleich der Hälfte des beobachteten ist. Auf der Theilung ist aber

jeder halbe Grad als ein ganzer verzeichnet, daher liest man den beobachteten Winkel ohne Weiteres ab.

Die Linsen können bei Beleuchtungsapparaten dazu angewendet werden, das Licht nach bestimmten Richtungen hin zu lenken. Besonders interessant ist in dieser Beziehung die Einrichtung der französischen Leuchtthürme, wie sie im Jahre 1822 durch Arago und Fresnel hervorgerufen wurde. Um die leuchtende Flamme herum sind 8 größere und eben so viel kleinere Linsen in gleichen Abständen von einander so geordnet, daß die Brennpunkte aller zusammenfallen, und in diesem gemeinschaftlichen Brennpunkte die leuchtende Flamme sich befindet. Dieser Anordnung zufolge sendet jede Linse die Strahlen parallel fort, und zwar wird das Bündel dieser parallelen Strahlen um so größer sein, je größer die Oeffnung der Linse ist. Da nun sehr große Linsen, theils wegen der Kosten, welche die Herstellung derselben verursacht, theils wegen der Abweichung den practischen Anforderungen nicht entsprechen würden, construirten die genannten Physiker sogenannte Zonenlinsen. Die Hauptlinse ist von mehreren linsenförmig geschliffenen Ringen umgeben, deren Brennpunkte mit dem der Hauptlinse zusammenfallen. Jede dieser Linsen befindet sich in einer Metallfassung. Die Stellung zweier solcher Linsen, einer größeren und einer kleineren, ist aus Fig. 205 ersichtlich. Das aus der kleineren Linse

Fig. 205.



austretende Strahlenbündel wird von einem Spiegel so reflectirt, daß es mit dem aus der größeren Linse austretenden Strahlenbündel parallel fortgeht. Die Laterne dreht sich beständig um eine verticale Axe, so daß bei jeder Umdrehung Licht und Dunkelheit achtmal mit einander wechseln, wodurch sich der Leuchtthurm von allen andern Küstenlichtern unterscheidet. Das Licht ist auf 6 bis 7 Meilen weit hinlänglich intensiv.

Brenngläser sind Sammellinsen, in deren Brennpunkten die Sonnenstrahlen behufs der Erzeugung höherer Temperaturen concentrirt werden. Die Wirkung eines solchen Brennglases muß um so größer sein, je größer die Linse ist, d. h. je mehr Strahlen auf dieselbe auffallen und je kleiner die Fläche ist, auf welcher diese Strahlen concentrirt werden; denn die Wirkung der Strahlen überhaupt ist ihrer Dichte proportional. Bezeichnet man mit d die Dichte der auf die Linse auffallenden Strahlen und mit r den Halbmesser der Kreisfläche, auf welche sie fallen, bezeichnet man ferner mit δ die Dichte der im Brennpunkte vereinigten Strahlen und mit ϱ den Halbmesser der kleinen Kreisfläche, auf welche sie hier concentrirt sind, so müssen sich die Dichten umgekehrt wie die Flächen verhalten, es muß daher sein

$$d : \delta = \varrho^2\pi : r^2\pi$$

$$\frac{\delta}{d} = \left(\frac{r}{\varrho}\right)^2$$

Beim Durchgange des Lichts durch die Linse wird übrigens seine Wirkung geschwächt, was hierbei nicht mit berücksichtigt wurde.

---

10. Von den chemischen Wirkungen des Lichts.

Das Licht hat die Eigenschaft, manche Körper zu chemischen Actionen zu disponiren, und so entweder Verbindungen herbeizuführen, zu verändern oder zu zersetzen.

Im Dunkeln verbinden sich Chlor und Wasserstoff bei gewöhnlicher Temperatur nicht; unter Lichtzutritt geht die Verbindung aber vor sich und zwar um so energischer, je intensiver das Licht ist, so daß sie im Sonnenlichte von einer Explosion begleitet ist.

Wenn Phosphor unter Wasser aufbewahrt wird, so erleidet er im Dunkeln keine Veränderung; unter Lichtzutritt aber zersetzt er das Wasser und es entsteht Phosphoroxyd. Salpetersäure wird durch das Licht in salpetrige Säure und Sauerstoff zersetzt, Goldchlorid in Chlor und metallisches Gold, welches sich als braunes Pulver aus der Auflösung niederschlägt. Chlorsilber verliert einen Theil seines Chlors, wobei es sich erst violett und sodann schwarz färbt und dergl. mehr.

Beim Lebensprocesse der Pflanzen spielt das Licht eine sehr wichtige Rolle; sie können nur unter der Mitwirkung desselben gedeihen. Die Blätter absorbiren Kohlensäure aus der Luft, welche in der Pflanze zersetzt wird; der Kohlenstoff bleibt, der Sauerstoff aber wird wieder ausgeschieden. Dieser Proceß ist es, welcher besonders durch das Licht unterstützt wird. Eine Pflanze, der es an Licht fehlt, bekommt ein krankhaftes Ansehen; die Blätter und jungen Triebe werden blaßgelb und kraftlos. Bringt man sie aber an das Licht, so färben sich die Blätter und junge Zweige grün und zwar sind die letzteren auf der dem Lichte zugekehrten Seite stets dunkler gefärbt als auf der entgegengesetzten.

Wichtig für die Technik ist die Wirkung des Sonnenlichtes auf die vegetabilische Faser der Gespinnste und Gewebe; es gründet sich darauf das Bleichen derselben. Die färbenden Substanzen werden unter Mitwirkung des Lichtes durch den Sauerstoff der Luft so verändert, daß sie ihre Farbe verlieren oder in Wasser sich auflösen.

Die chemischen Wirkungen, welche durch das Licht herbeigeführt werden, sind für die verschiedenen Farben des Spectrums sehr verschieden. Am kräftigsten wirken die violetten und blauen Strahlen, am schwächsten die rothen. Läßt man das Spectrum auf ein Papierstück fallen, welches mit einer Auflösung von Chlorsilber getränkt ist, so schwärzt sich dieses am violetten Ende zuerst, ja es findet die

Schwärzung noch etwas über das violette Ende hinaus statt. Von hier aus nimmt aber die Wirkung ab, so daß die rothen Strahlen gar keine Wirkung hervorbringen.

Eine schöne Anwendung von den chemischen Wirkungen des Lichtes ist die Photographie, Fixirung der in der camera obscura erzeugten Bilder, welche besonders durch das von Daguerre erfundene Verfahren sehr vervollkommnet worden ist. Das Daguerresche Verfahren ist folgendes.

Eine dünne Kupferplatte ist auf der einen Seite mit einer sehr dünnen Silberschicht überzogen. Diese wird kurz vor der Anwendung mit Oel und feingeschlemmtem Tripel, so wie mit sehr verdünnter Salpetersäure, welche Substanzen man mit feiner Baumwolle über die Platte hinführt, sorgfältig gereinigt. Hierauf bringt man sie über eine wäßrige Auflösung von Chlorjod, so daß sich die Joddämpfe auf dem Silber niederschlagen und eine dünne Schicht Jodsilber entsteht. Diese muß eine tiefgoldgelbe Farbe haben.

Nun bringt man die Platte, wobei man sie gegen jede Einwirkung des Lichtes schützen muß, in die camera obscura und läßt das Bild darauf fallen. Die Zeit, welche hierzu erforderlich ist, hängt von mancherlei Umständen ab, welche sich theils auf den Apparat, theils auf das dargebotene Object, sowie auf die Intensität des Lichtes beziehen und muß durch die Erfahrung bestimmt werden.

Die Wirkungen, welche das Licht auf das Jodsilber hervorgebracht hat, sind nicht sichtbar; bringt man aber die Platte über Quecksilberdämpfe, so schlagen diese sich als sehr feine Tröpfchen an denjenigen Stellen nieder, welche die Lichtpartbien des Bildes ausmachen, und zwar um so mehr, je kräftiger die Wirkung des Lichtes war, wodurch das Bild sichtbar wird. Hat es die gehörige Schärfe erlangt, so bringt man die Platte in eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron oder in eine kochende Lösung von Kochsalz, wodurch das Jodsilber aufgelöst und von der Platte entfernt wird, so daß das Licht nicht mehr darauf einwirken kann. Die

Lichtpartbien werden durch die Quecksilberkügelchen, welche das Licht nach allen Richtungen hin unregelmäßig zerstreuen, die Schattenpartbien aber durch die Silberfläche dargestellt.

Man wird daher ein solches Bild um so schärfer sehen, je weniger das von der Platte reflectirte Licht in das Auge gelangen kann. Im reflectirten Lichte erscheint die Platte als spiegelnde Fläche, vom Bilde ist nichts zu sehen, und nur die Lichtpartbien desselben erscheinen als matte Stellen der Platte.

Die Verhältnisse von Licht und Schatten können wegen der ungleichen Wirksamkeit der Lichtstrahlen nie die richtigen sein. Die rothe, grüne und gelbe Farbe üben nur eine sehr geringe Wirkung aus, daher werden Gewänder, welche diese Farben haben, undeutlich; dasselbe gilt von den Bäumen und von den Gesichtern.

Das Talbotsche Verfahren, wonach Lichtbilder auf Papier erzeugt werden, ist Folgendes:

Es wird gutes Schreibepapier mit einer Auflösung von 5 Gramm salpetersaurem Silberoxyd in 110 Gramm destillirtem Wasser bestrichen und getrocknet, hierauf in eine Lösung von 30 Gramm Jodkalium in 270 Gramm destillirtem Wasser gebracht und dann durch reines destillirtes Wasser gezogen und wieder getrocknet.

Aus gleichen Theilen einer gesättigten Lösung von Gallussäure und einer Auflösung von 5 Gramm salpetersaurem Silberoxyd in 50 Gramm Wasser, zu welcher man $1/_6$ Gramm concentrirte Essigsäure gesetzt hat, macht man ein Gemenge, mit welchem man das Papier vor dem Gebrauche bestreicht und feucht in die camera obscura bringt. Nachdem es hier ungefähr eine Minute lang der Einwirkung des Lichtes ausgesetzt war, bestreicht man es noch einmal mit dem genannten Gemenge, indem man es etwas erwärmt, wobei das Bild hervortritt.

Dieses Bild ist aber ein negatives; die Lichtpartbien sind dunkel und die Schattenpartbien hell. Man erhält aber ein

positives Bild, wenn man auf ein ebenso präparirtes Papier das negative Bild zwischen Glasplatten legt und dem Sonnenlichte aussetzt. Die dunkeln Stellen des Bildes halten das Licht von dem darunter liegenden Papiere ab, während die hellen Stellen es hindurchlassen; daher entsteht auf dem untergelegten Papiere ein positives Bild.

Neunter Abschnitt.

Von der Wärme.

1. Von der Wärme im Allgemeinen.

Mit dem Namen Wärme bezeichnen wir einestheils eine Naturthätigkeit, welche auf unsern Gefühlsinn wirkt und eine große Menge von Erscheinungen hervorbringt, anderntheils die uns unbekannte Ursache dieser Naturthätigkeit. Im letzteren Sinne versteht man nach dem Sprachgebrauche unter Wärme etwas Materielles, gleichsam einen Stoff, welcher von Körper zu Körper übergeht, obwohl man durch die Erscheinungen und Gesetze der Wärmestrahlung mit der größten Wahrscheinlichkeit zu der Annahme hingeführt wird, daß die Wärme, wie das Licht, durch Aetherschwingungen erzeugt und fortgepflanzt wird, ja sogar daß Licht und Wärme nur verschiedene Modificationen einer und derselben Naturthätigkeit, nämlich der Aetherschwingungen sind.

Da jeder Körper zu allen Zeiten und unter allen Umständen einen gewissen Wärmezustand, einen gewissen Grad der Erwärmung hat, was man seine Temperatur nennt, so muß der zwischen den materiellen Atomen des Körpers befindliche Aether auch fortwährend in Schwingungen sich befinden; nur müssen diese Schwingungen je nach Verschiedenheit der Temperaturen verschieden sein.

Wenn zwei Körper von verschiedenen Temperaturen einander berühren oder einander nahe genug gebracht werden, so pflanzen sich die von jedem Körper ausgehenden Aetherschwingungen bis zu dem andern Körper fort, wodurch diese Schwingungen sich gegenseitig so lange verändern, bis sie gleich geworden sind, bis also beide Körper gleiche Temperaturen haben. Nach dem Sprachgebrauche sagt man in diesem Falle, der wärmere Körper gibt Wärme ab, der kältere Körper empfängt Wärme.

Da nun der Wärmezustand beider Körper so lange derselbe bleibt, bis er durch das Hinzukommen eines dritten Körpers verändert wird, so müssen auch die von beiden Körpern ausgehenden Aetherschwingungen so lange unverändert dieselben bleiben. Man sagt dann, die Temperaturen beider Körper sind im Gleichgewichte. Da aber die Aetherschwingungen sowohl, als auch die Fortpflanzungen derselben von einem Körper zum andern fortwährend stattfinden, so ist dieses Gleichgewicht der Temperaturen kein Zustand der Ruhe, sondern vielmehr ein Zustand gleicher Bewegungen, weshalb man auch dieses Gleichgewicht das mobile Gleichgewicht der Temperaturen nennt. Nach dem Sprachgebrauche sagt man, jeder Körper empfängt im Zustande des mobilen Gleichgewichts in jedem Augenblicke eben so viel Wärme, als er abgibt.

Erscheinungen, welche von Wärmeentwicklung begleitet sind, d. h. Erscheinungen, durch welche die Temperatur eines Körpers erhöht wird, nennt man Wärmequellen. Es gehören hierher vorzugsweise die Strahlen der Sonne. Denn wenn diese einen Körper auf der Erde treffen, so erhöhen sie die Temperatur dieses Körpers. Ferner ist eine vorzügliche Wärmequelle die Verbrennung, Oxydation, Verbindung des Sauerstoffes mit einem andern Körper. Auch viele andere chemische Processe erzeugen Wärme. Die Lebensthätigkeit der warmblütigen Thiere ist ebenfalls von einer Wärmeentwicklung begleitet, welche man die thierische Wärme nennt. Endlich entsteht Wärme bei electrischen Erscheinungen, bei der Reibung, beim Druck, Stoß und dergl. Im pneumatischen Feuerzeug z. B. wird durch ein rasches Zusammendrücken der atmo-

sphärischen Luft eine so hohe Temperatur erzeugt, daß Körper, z. B. ein Stückchen Feuerschwamm, anbrennen. Auch ist diese Temperaturerhöhung von einem Lichteffecte begleitet.

Man kann allgemein sagen, daß jede chemische und mechanische Action von einer Temperaturveränderung begleitet ist.

Die Wärme ist eine der mächtigsten Naturkräfte. Sie dehnt die Körper aus, verändert ihre Aggregatzustände, ihre chemischen Affinitäten, so wie viele andere Eigenschaften derselben. Sie greift gewaltig in die Thätigkeit des organischen Lebens der Thiere und Pflanzen ein und ist eine Hauptbedingung ihrer Existenz. Für den Menschen und seine Beschäftigungen, für die Technik, ist sie eins der wichtigsten Bedürfnisse.

---

2. Von der Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

a. Messung der Temperaturen.

Wenn die Temperatur eines Körpers steigt, so nimmt er einen größeren Raum ein, er dehnt sich aus.

Man hat nun gefunden, daß bei vielen Körpern, innerhalb gewisser Grenzen, die Ausdehnung der Temperatur direct proportional ist. Es können daher solche Körper als Maß für die Temperaturen anderer Körper dienen. Instrumente, mit welchen man den Wärmezustand anderer Körper beurtheilt, werden Thermoskope oder Thermometer, Wärmemesser, genannt.

Das wichtigste und am meisten gebräuchliche ist das Quecksilberthermometer. Man fertigt es auf folgende Weise. Das eine Ende einer engen Glasröhre wird zu einer Kugel aus-

geblasen, Fig. 206, welche man mit Quecksilber füllt. Zu diesem Zwecke wird die Kugel erwärmt, so daß die darin befindliche Luft sich ausdehnt und zum Theil entweicht. Hierauf bringt man das Ende der Röhre in ein Gefäß mit Quecksilber. Während die Kugel sich abkühlt und die darin befindliche Luft sich zusammenzieht, steigt das Quecksilber in der Röhre in die Höhe und füllt einen Theil der Kugel aus. Man erwärmt nun die Kugel wieder so, daß das Quecksilber kocht und die gebildeten Quecksilberdämpfe die Luft austreiben, taucht die Röhre wieder in das Gefäß mit Quecksilber, wo dann beim Abkühlen die ganze Kugel mit Quecksilber sich füllt. Sodann erwärmt man die Kugel noch einmal, um alle Luft auszutreiben und schmilzt das Ende der Röhre vor dem Löthrohre zu. Nun beobachtet man bei einem Barometerdrucke von 28 Zoll = 760 Millimeter den Stand des Quecksilbers im Röhrchen, für die Temperatur des schmelzenden Eises und bezeichnet diese Stelle. Auf gleiche Weise beobachtet man bei demselben Barometerdrucke den Stand des Quecksilbers für die Temperatur des siedenden Wassers und bezeichnet auch diese Stelle. Ist nun das Röhrchen überall gleich weit, so theilt man den Abstand dieser beiden Punkte in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und nennt diese Theile Grade. Ist die Röhre nicht überall gleich weit, so muß sie calibrirt werden, d. h. die Theilung muß immer der Weite der Röhre entsprechend sein, damit jeder Grad ein gleiches Volumen umfaßt.

Fig. 206.



Man kennt vorzugsweise drei Thermometerskalen. Die von Celsius, bei welcher der Abstand der Normalpunkte in 100 Grade getheilt ist, die von Réaumur, bei welcher dieser Abstand in 80 Grade getheilt ist, und die von Fahrenheit, wo die Theilung 180 Grade umfaßt. Celsius und Réaumur bezeichnen den Schmelzpunkt des Eises mit 0, Fahrenheit aber bezeichnet ihn mit 32, indem er seinen Nullpunkt 32 Grade tiefer gesetzt hat.

Die mit dem einen dieser Thermometer beobachteten Tem-

peraturen lassen sich sehr leicht auf jede der übrigen reduciren. Denn da

$$100\,C = 80\,R$$

so ist

$$1\,C = \tfrac{4}{5}\,R \text{ und } 1\,R = \tfrac{5}{4}\,C$$

d. h. will man Celsiussche Grade auf Réaumursche reduciren, so multiplicire man die beobachtete Zahl mit $\frac{4}{5}$; umgekehrt, will man Réaumursche Grade auf Celsiussche zurückführen, so multiplicire man die beobachtete Zahl mit $\frac{5}{4}$.

Auf gleiche Weise ist

$$100\,C = 180\,F$$

$$1\,C = \tfrac{9}{5}\,F \text{ und } 1\,F = \tfrac{5}{9}\,C$$

Da aber der Punkt, welchen Celsius mit 0 bezeichnet, von Fahrenheit mit 32 bezeichnet wird, so ist

$$1\,C = \tfrac{9}{5}\,F + 32 \text{ und } 1\,F = \tfrac{5}{9}\,(C - 32)$$

Endlich ist auch

$$80\,R = 180\,F$$

$$1\,R = \tfrac{9}{4}\,F \text{ und } 1\,F = \tfrac{4}{9}\,R$$

Da aber der Nullpunkt Réaumurs ebenfalls von Fahrenheit mit 32 bezeichnet wird, so ist

$$1\,R = \tfrac{9}{4}\,F + 32 \text{ und } 1\,F = \tfrac{4}{9}\,(R - 32)$$

d. h. will man Fahrenheitsche Grade auf Celsiussche oder Réaumursche reduciren, so multiplicire man die beobachtete Zahl beziehungsweise mit $\frac{9}{5}$ oder $\frac{9}{4}$ und addire zum Producte 32; umgekehrt, will man Celsiussche oder Réaumursche Grade auf Fahrenheitsche reduciren, so subtrahire man von der beobachteten Zahl 32 und multiplicire die Differenz beziehungsweise mit $\frac{5}{9}$ oder $\frac{4}{9}$.

Das Celsiussche Thermometer wird ausschließlich bei wissenschaftlichen Untersuchungen gebraucht, während man das Réaumursche in der Technik und im Leben überhaupt vielfach anwendet. Das Fahrenheitsche ist nur in England üblich.

Bei guten luftfreien Thermometern hat man bemerkt, daß der Schmelzpunkt des Eises nach einiger Zeit höher zu liegen kommt

und durch sorgfältige Untersuchungen gefunden, daß dieses in einer Zusammendrückung der Glaskugel durch die Atmosphäre seinen Grund hat. Es ist daher nothwendig, daß man die Thermometerröhre einige Zeit liegen läßt, bevor man die Normalpunkte der Skale bestimmt.

Um aber auch Temperaturen beobachten zu können, welche außerhalb der Skale liegen, setzt man die Theilung über beide Normalpunkte hinaus beliebig fort. Die vom Nullpunkte aufwärts gehenden Grade nennt man Wärmegrade und bezeichnet sie mit + (plus); die vom Nullpunkte abwärts gehenden Grade nennt man Kältegrade und bezeichnet sie mit — (minus).

Das Quecksilber dehnt sich zwar nur innerhalb der Grenzen der Skale der Temperatur proportional aus; allein man kann damit auch ohne merklichen Fehler Temperaturen beobachten, welche zwischen — 35° und + 300° liegen. Bei — 40° erstarrt das Quecksilber und bei + 360° siedet es. Für tiefere Temperaturen bedient man sich eines Weingeistthermometers, da der Weingeist unterhalb des Nullpunktes einen regelmäßigeren Gang als das Quecksilber zeigt.

Zur Bestimmung hoher Hitzegrade bedient man sich sogenannter Pyrometer, Instrumente, deren Resultate mehr oder weniger unzuverlässig sind. Das Pyrometer von Wedgewood gründet sich auf die Eigenschaft des Thones, sich in der Hitze zusammen zu ziehen, zu schwinden. Man fertigt Würfel oder Cylinder von Thon, welche man hohen Hitzegraden aussetzt, und mißt dann mittelst eines Winkellineals die Größe der Schwindung, woraus man auf die Höhe der Temperatur schließt.

Das Pyrometer von Daniell gründet sich auf die ungleiche Ausdehnung des Platins und des Graphits. Aus Graphit und Thon wird ein Cylinder gefertigt und zum Theil ausgebohrt. In die Höhlung bringt man eine Platinstange, gegen welche ein Porzellancylinder stößt. Da sich nun das Platin stärker ausdehnt, als der Graphit, so treibt die Platinstange den Porzellancylinder aus der Höhlung des Graphitcylinders heraus und zwar um so mehr, je höher die Temperatur ist.

Das Pyrometer von Petersen besteht aus einem hohlen Parallelepipedum von Eisen, ungefähr 4 Fuß lang. Ueber dem Boden desselben ist eine gut befestigte Eisenplatte, in deren Mitte ein kurzer, wenige Zoll langer Platincylinder festgelöthet ist, welcher am andern Ende mit einer Eisenstange in Verbindung steht. Diese Eisenstange ragt aus dem Parallelepipedum heraus und trägt einen Zeiger mit Nonius, welcher auf einer Kreistheilung spielt.

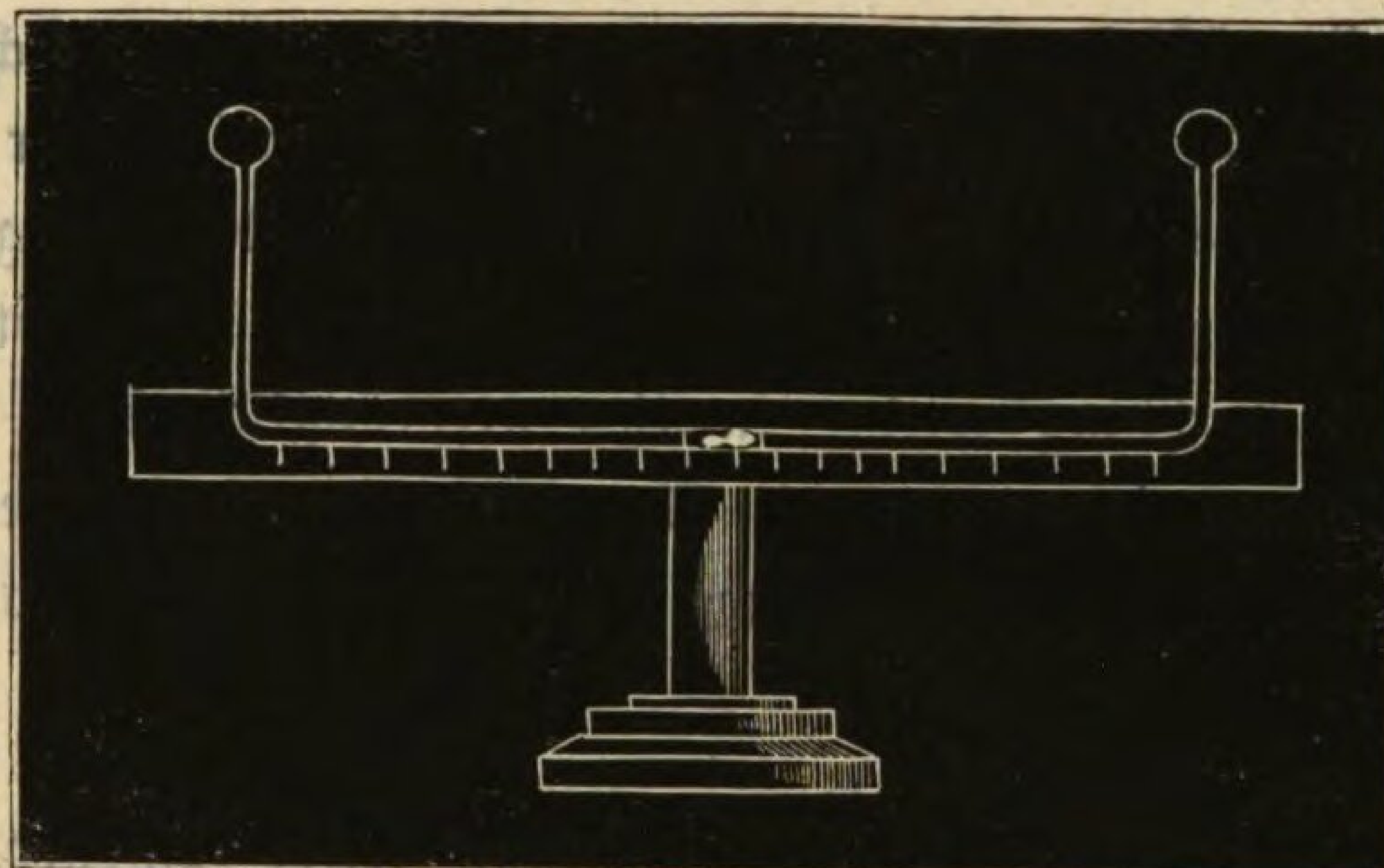
Bringt man diesen Apparat mit dem einen Ende in die zu prüfende Hitze, so dehnt sich das Parallelepipedum und die Eisenstange gleichmäßig aus, was mithin ohne Einfluß ist. Da sich aber der Platincylinder weniger ausdehnt als das Eisen, so muß die Ausdehnung der Eisenstange und des Platincylinders kleiner sein als die Ausdehnung des Parallelepipedums. Diese Differenz gibt der Zeiger an und nach ihr beurtheilt man die Temperatur. Die der Kreistheilung entsprechenden Temperaturen werden durch vergleichende Versuche mit dem Quecksilberthermometer bestimmt.

Das Luftpyrometer besteht aus einem hohlen sphäroidischen Körper von Platin, der in eine feine Spitze ausläuft, durch welche beim Erhitzen ein Theil der eingeschlossenen Luft entweicht. Nachdem das Instrument der zu messenden Temperatur ausgesetzt war, taucht man es unter Wasser. Beim Abkühlen dringt durch die feine Oeffnung eine der entwichenen Luftmenge ensprechende Wassermenge ein, welche durch Wägung bestimmt wird. Aus dem Gewichte dieser Wassermenge kann man die Ausdehnung der ursprünglich im Instrumente befindlich gewesenen Luft und hieraus die Temperatur berechnen.

Um kleine Temperaturunterschiede zu bestimmen, wendet man ein sogenanntes Differenzialthermometer an. Das von Rumford construirte besteht aus einer Glasröhre, welche zweimal rechtwinkelig gebogen und an beiden Enden zu Kugeln ausgeblasen ist, Fig. 207 (s. f. S.). In der Röhre befindet sich ein Tropfen gefärbter Schwefelsäure, welcher am Nullpunkte der Theilung steht, wenn die Temperaturen beider Kugeln gleich sind, aber in der Röhre fortrückt, wenn die Temperaturen beider Kugeln ungleich sind und

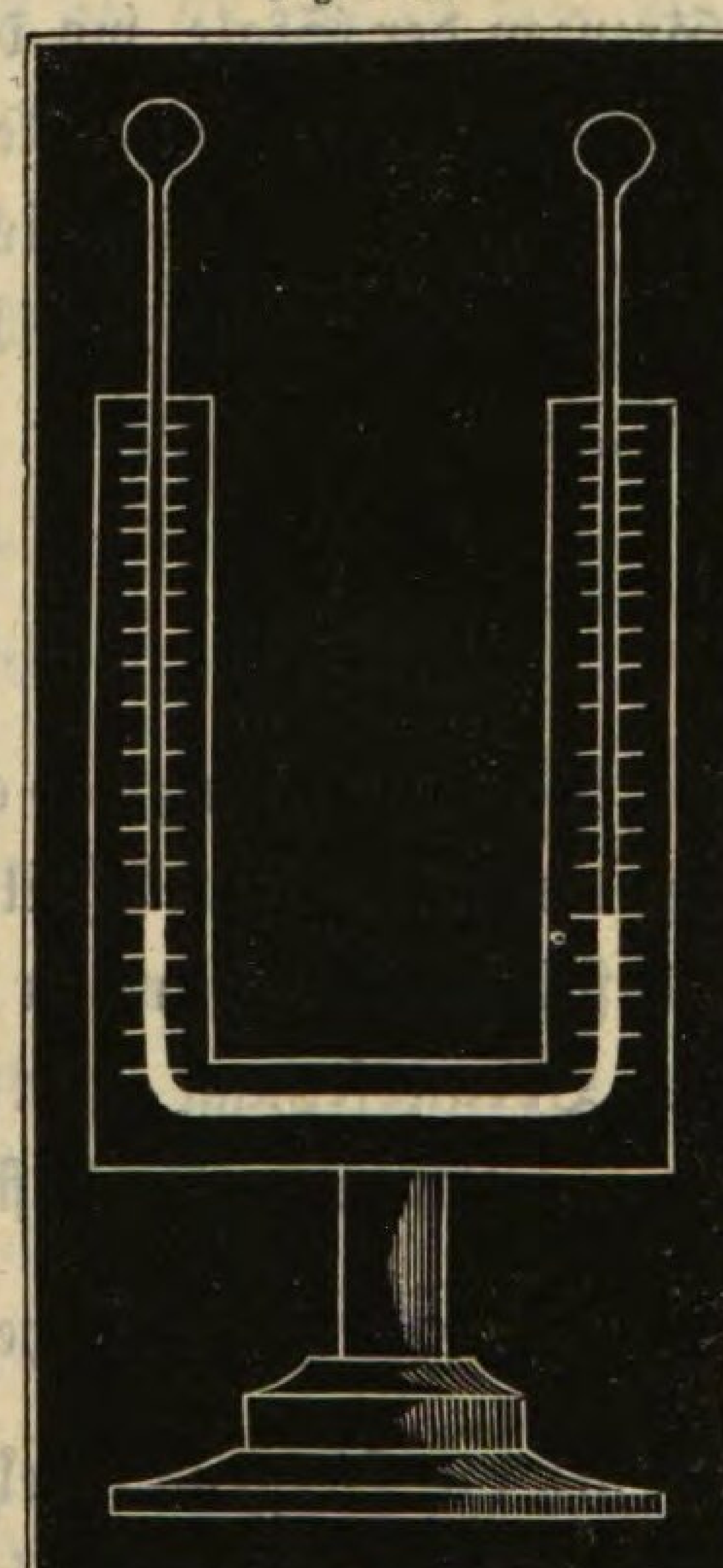
zwar so, daß die Schwefelsäure von der Kugel am weitesten absteht, deren Temperatur die höhere ist. Die Größe der Entfernung der Schwefelsäure vom Nullpunkte ist der Temperaturdifferenz beider Kugeln proportional.

Fig. 207.



Das von Leslie construirte Differenzialthermometer besteht ebenfalls aus einer Glasröhre, welche an beiden Enden zu Kugeln ausgeblasen ist, Fig. 208. Die Schenkel aber sind länger und die Menge der darin befindlichen Schwefelsäure ist größer als beim Rumfordschen Differenzialthermometer. An jedem der Schenkel befindet sich eine Skale, woran man die Höhendifferenz der in beiden Schenkeln befindlichen Flüssigkeitssäulen ablesen kann.

Fig. 208.



Ein **Maximum- und Minimumthermometer** dient dazu, die höchste und tiefste Temperatur zu bestimmen, welche innerhalb einer gewissen Zeit an einem Orte stattfindet. Man wendet hierzu zwei Thermometer an, welche in horizontaler Lage an derselben Fassung sich befinden. Das eine ist mit Quecksilber, das andere ist mit Weingeist gefüllt. In dem Quecksilberthermometer liegt ein Stahlstiftchen, welches das Quecksilber bei seiner Ausdehnung fortschiebt, aber nicht wieder mit zurücknimmt, wenn es sich

zusammenzieht. Es ist daher das Stahlstiftchen der Index für das Maximum der Temperatur. Im Weingeistthermometer liegt ein Glasstäbchen, welches der Weingeist, wenn er sich zusammenzieht, nach der Kugel zu mit fortnimmt, an welchem er aber vorbeigeht, wenn er sich ausdehnt. Dieses Glasstäbchen zeigt daher das Minimum der Temperatur an. Damit beide Stäbchen nach der Beobachtung wieder in ihre ursprüngliche Lage gebracht werden können, indem man den Apparat neigt, haben beide Thermometer eine entgegengesetzte Lage.

b. Ausdehnung fester Körper.

Um die Ausdehnung eines festen Körpers innerhalb der Grenzen der Skale, wo die meisten sich der Temperatur proportional ausdehnen, kennen zu lernen, messe man die Länge eines Stabes bei 0°, erwärme ihn bis 100° und messe ihn wieder. Ist l seine Länge bei 0° und λ die Längenzunahme, wenn er von 0° bis 100° erwärmt wird, so ist

$$\frac{\lambda}{l} = \varepsilon$$

der Ausdehnungscoefficient; d. h. die Zahl, welche angibt, um den wievielten Theil seiner ursprünglichen Länge ein fester Körper sich ausdehnt, wenn er von 0° bis 100° erwärmt wird. Unter der Voraussetzung nun, daß die Ausdehnung der Temperaturzunahme proportional ist, dehnt sich der Körper für jeden Grad um $\frac{\varepsilon}{100}$ seiner ursprünglichen Länge aus. Setzt man $\frac{\varepsilon}{100} = n$, so ist ntl die Längenausdehnung für t°, wenn die Länge bei $0^{\circ} = l$ ist. Man hat daher

$$l_1 = l + ntl = l\,(1 + nt)$$

für die Gesammtlänge bei t°.

Aus dieser linearen Ausdehnung läßt sich die Flächenausdehnung und die körperliche Ausdehnung ohne Weiteres berechnen.

Ist a die Seite eines Quadrates bei 0°, so ist die Fläche

$$f = a^2$$

Ist nun a_1 die Seite desselben Quadrates bei t°, so ist

$$a_1 = a\,(1 + nt)$$

und daher

$$f_1 = {a_1}^2 = a^2\,(1 + nt)^2$$
$$= a^2\,(1 + 2nt + n^2t^2)$$

Da aber n eine sehr kleine Größe ist, so kann man ohne merklichen Fehler setzen

$$f_1 = a^2\,(1 + 2nt)$$

oder

$$f_1 = f\,(1 + 2nt)$$

Ist ferner a die Kante eines Würfels bei 0°, so ist sein Volumen bei 0°

$$v = a^3$$

Ist nun a_1 die Kante desselben Würfels bei t°, so ist sein Volumen bei t°

$$v_1 = {a_1}^3 = a^3\,(1 + nt)^3$$
$$v_1 = a^3\,(1 + 3nt + 3n^2t^2 + n^3t^3)$$

Da aber n eine sehr kleine Größe ist, so kann man ohne merklichen Fehler die Glieder, welche Potenzen von n enthalten, vernachlässigen. Es ist daher nahe genug

$$v_1 = a^3\,(1 + 3nt)$$
$$v_1 = v\,(1 + 3nt)$$

Es sei die Länge eines Stabes bei t°

$$l_1 = l\,(1 + nt)$$

bei t_1°

$$l_2 = l\,(1 + nt_1)$$

Man hat daher

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + nt_1}{1 + nt}$$

$$l_2 = l_1\left(\frac{1 + nt_1}{1 + nt}\right)$$

oder nahe genug

$$l_2 = l_1 [1 + n (t_1 - t)]$$

für die Ausdehnung, welche zwischen den Temperaturen t und t_1 stattfindet.

Auf gleiche Weise erhält man für die Flächenausdehnung

$$f_2 = f_1 [1 + 2n (t_1 - t)]$$

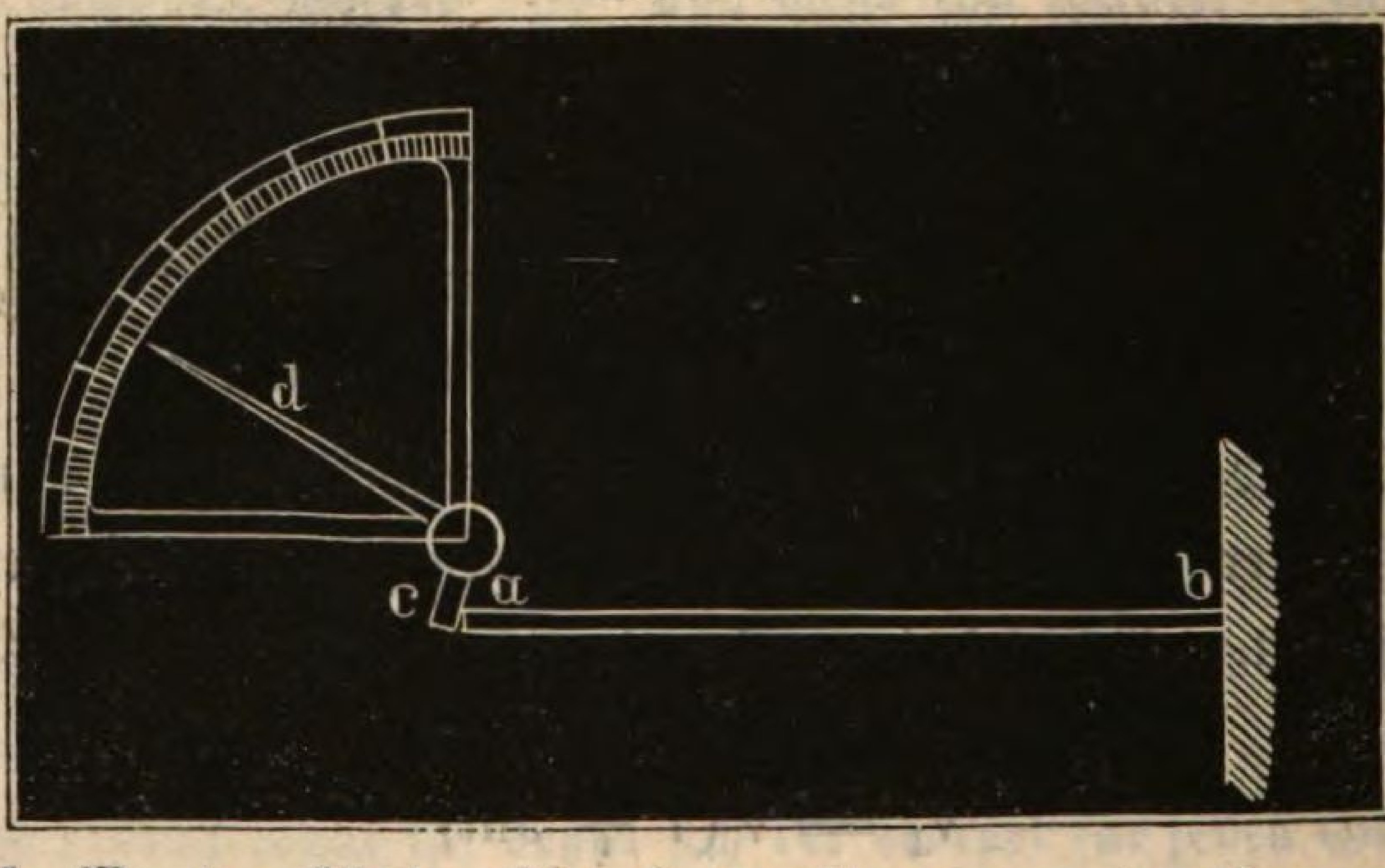
so wie für die kubische Ausdehnung

$$v_2 = v_1 [1 + 3n (t_1 - t)]$$

innerhalb der Temperaturen t und t_1.

Zur Bestimmung der linearen Ausdehnung fester Körper kann man sich mehrerer Methoden bedienen, welche indessen auf demselben Prinzipe basirt sind. Die einfachste ist folgende. Der Stab ab, Fig. 209, dessen Ausdehnung gemessen werden soll, ist mit b gegen

Fig. 209.



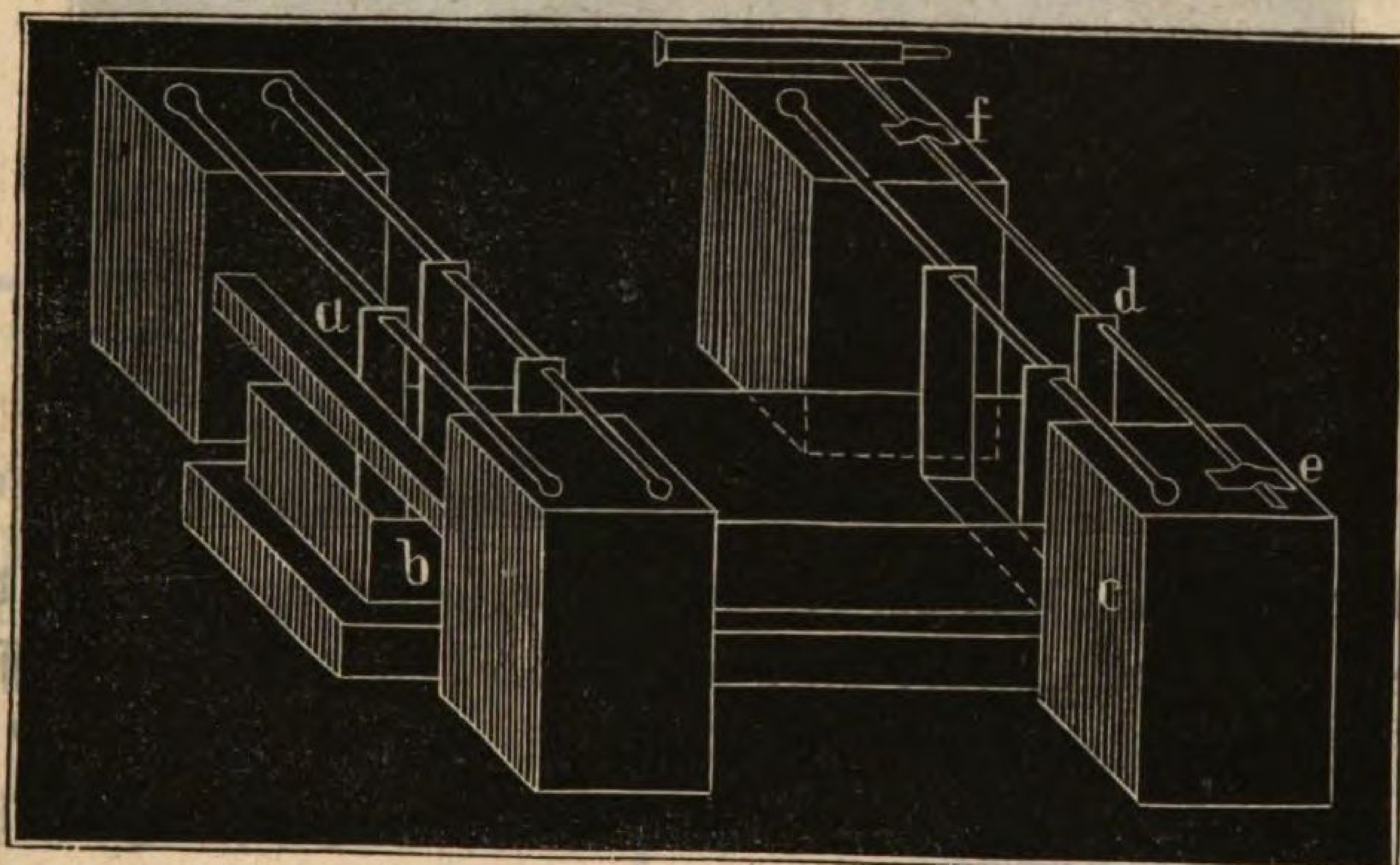
eine feste Wand gestützt, während er mit a gegen den kurzen Arm c eines Winkelhebels stößt, dessen längerer Arm d auf einem getheilten Kreisquadranten spielt und dessen Drehpunkt unverrückbar ist. Wenn sich der Stab ausdehnt, muß sich der Hebel drehen, und wenn auch die Drehung nur klein ist, so wird sie doch durch den langen Hebelarm wahrnehmbar. Haben die Hebelarme das Verhältniß m : n, ist α der Bogen, welchen der längere Hebelarm durchlief, während der Stab von 0^0 auf 100^0 erwärmt wurde und bezeichnet man die Längenzunahme des Stabes mit x, so ist

$$x : \alpha = n : m$$

$$x = \frac{n}{m} \alpha$$

Der Apparat, dessen Lavoisier und Laplace sich bedienten, besteht aus vier Pfeilern von Stein, welche in die Erde eingesenkt sind, Fig. 210. Zwischen diesen Pfeilern befindet sich ein Kasten mit Wasser oder Oel, welches erwärmt werden kann. In diesen Kasten wird der Stab gebracht, dessen Ausdehnung gemessen

Fig. 210.



werden soll. Er liegt hier auf Unterlagen von Glas. ab ist ein unverrückbarer Glasstab, gegen den das eine Ende des Stabes sich stützt, cd ist ein beweglicher Glasstab, welcher in d an einer in den Lagern e und f drehbaren Stange befestigt ist. Am Ende dieser Stange befindet sich ein Fernrohr, welches auf eine entfernte Skale gerichtet ist. Wenn sich der Stab ausdehnt, drückt er gegen den Glasstab cd, welcher sich um d dreht. Es dreht sich aber auch gleichzeitig das Fernrohr, und wenn die Skale weit genug entfernt ist, wird die geringste Ausdehnung wahrnehmbar.

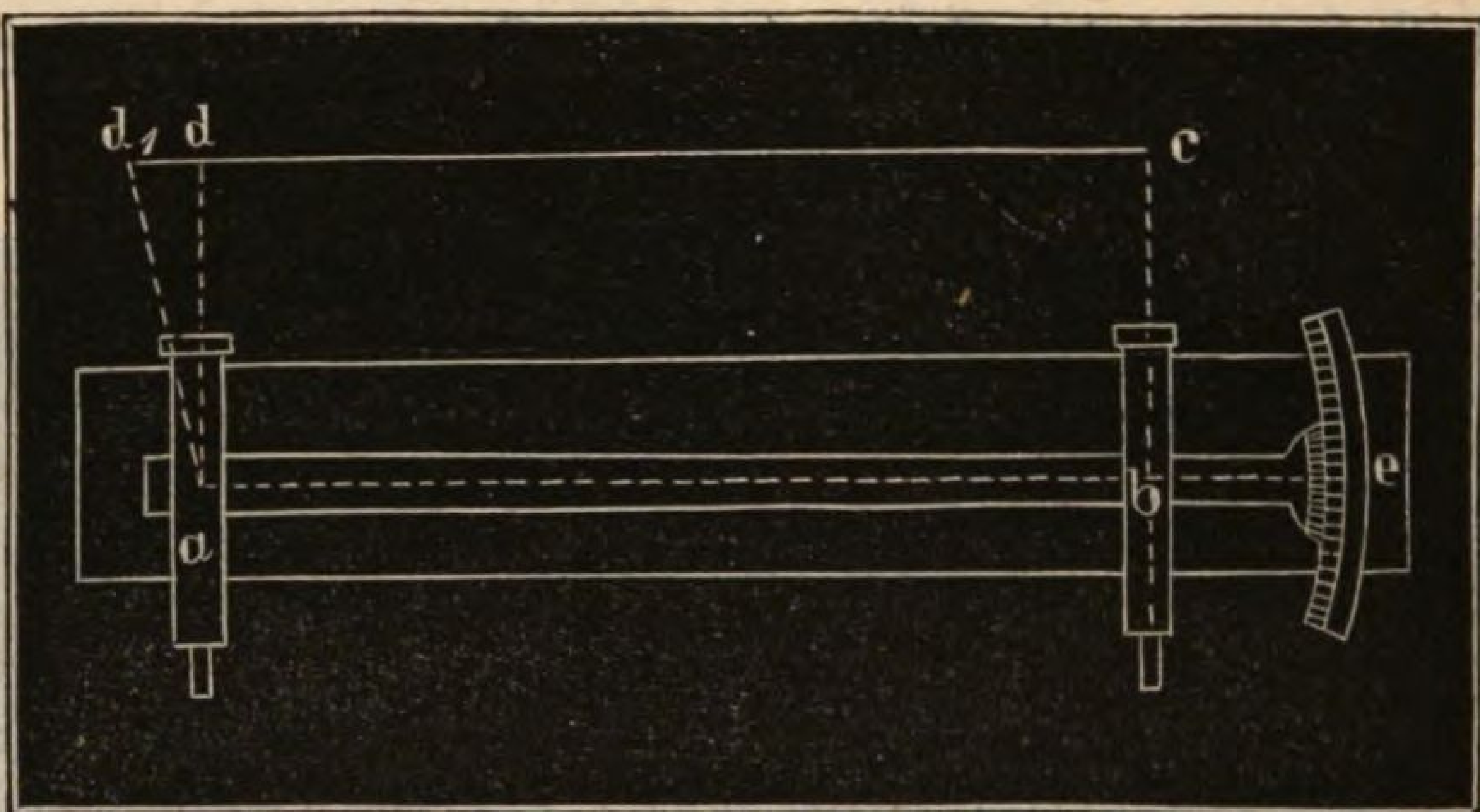
Bezeichnet man die Entfernung der Skale vom Drehpunkte des Fernrohres mit a, die Länge des Glasstabes cd mit b, die auf der Skale abgelesene Drehung mit m und die Ausdehnung des zu messenden Stabes mit x, so ist

$$m : x = a : b$$

$$x = \frac{b}{a} m$$

Ein dritter Apparat, welchen Pouillet anwendete, besteht aus einer starken Eisenplatte, Fig. 211, auf welcher eine Alhidade mit einem Fernrohre a von kurzer Brennweite befestigt ist. Ein

Fig. 211.



zweites Fernrohr b ist auf der Eisenplatte so befestigt, daß es die Bewegung der Alhidade nicht hindert. cd ist der Stab, dessen Längenausdehnung gemessen werden soll. Dieser wird bei 0° so gelegt, daß seine Endpunkte in die Fadenkreuze der Fernrohre fallen, wobei man den Stand der Alhidade notirt. Hierauf wird der Stab erwärmt und wieder mit seinen Endpunkten in die Fadenkreuze der Fernrohre gebracht. Da das Fernrohr b unbeweglich ist, so muß das Fernrohr a gedreht werden. Mit diesem dreht sich aber auch die Alhidade, so daß man die Größe der Drehung ablesen kann. Bezeichnet man den abgelesenen Bogen mit α, so wie ae mit m und ad mit n, endlich dd_1 mit x, so ist

$$m : n = \alpha : x$$

$$x = \frac{n}{m} \alpha$$

Das Verhältniß m : n muß natürlich vorher bekannt sein.

Nur die unkrystallisirten Körper von gleichförmiger Dichte und die Krystalle des regelmäßigen Systemes dehnen sich nach allen

Dimensionen gleichförmig aus. Bei Krystallen, welche den unregelmäßigen Systemen angehören, ist dieses nicht der Fall. Die einaxigen Krystalle dehnen sich in der Richtung ihrer Axe in einem andern Verhältnisse aus, als in jeder andern Richtung, die Krystalle des zweiaxigen Systemes dehnen sich in der Richtung der kleinen Axe stärker aus als in der Richtung der großen Axe.

Folgende Tabelle enthält die lineare Ausdehnung mehrerer fester Körper.

Namen der Körper.	Temperatur-Intervalle.	Ausdehnung in	
		Decimalbrüchen.	gem. Brüchen.
Nach Lavoisier und Laplace.			
Englisches Flintglas . .	0 bis 100°	0,00081166	1/1248
Platin (nach Borda) . .	„ „ „	0,00085655	1/1167
Französ. bleihaltiges Glas .	„ „ „	0,00087199	1/1174
Bleifreie Glasröhren . .	„ „ „	0,00087572	1/1142
„ „ . .	„ „ „	0,00089694	1/1115
„ „ . .	„ „ „	0,00089760	1/1114
„ „ . .	„ „ „	0,00091750	1/1090
Glas von St. Gobain . .	„ „ „	0,00089089	1/1122
Stahl (nicht gehärtet) . .	„ „ „	0,00107880	1/927
„ „ „ . .	„ „ „	0,00107915	1/927
„ „ „ . .	„ „ „	0,00107960	1/926
Stahl (gehärtet) . . .	„ „ „	0,00123956	1/307
Weiches Eisen, geschmiedet .	„ „ „	0,00122045	1/819
Stabeisen	„ „ „	0,00123504	1/812
Gold	„ „ „	0,00146606	1/682
„	„ „ „	0,00151361	1/661
„	„ „ „	0,00156155	1/654
Kupfer	„ „ „	0,00171220	1/584
„	„ „ „	0,00171733	1/582
„	„ „ „	0,00172240	1/581
Messing	„ „ „	0,00186760	2/535
„	„ „ „	0,00187821	1/533
„	„ „ „	0,00188970	1/529

Namen der Körper.	Temperatur-Intervalle.	Ausdehnung in Decimalbrüchen.	Ausdehnung in gem. Brüchen.
Silber	0 bis 100°	0,00190868	1/524
"	" " "	0,00190974	1/524
Zinn	" " "	0,00193765	1/516
"	" " "	0,00217298	1/462
Blei	" " "	0,00284836	1/351

Nach Smeaton.

Weißes Glas (Barometerröhren)	0 bis 100°	0,00083333	1/1175
Antimon	" " "	0,00108333	1/923
Stahl	" " "	0,00115000	1/870
Gehärteter Stahl . . .	" " "	0,00122500	1/816
Eisen	" " "	0,00125833	1/795
Wismuth	" " "	0,00139167	1/719
Kupfer, gehämmert . . .	" " "	0,00170000	1/588
8 Theile Kupfer 1 Theil Zinn	" " "	0,00181667	1/550
Messing, gegossen . . .	" " "	0,00187500	1/533
Messingdraht	" " "	0,00193333	1/517
Spiegelmetall zu Teleskopen	" " "	0,00193333	1/517
Loth, 2 Th. Kupfer 1 Th. Zink	" " "	0,00205833	1/486
Feines Zinn	" " "	0,00228333	1/438
Weißes Loth, 1 Th. Zinn 2 Th. Blei . . .	" " "	0,00250533	1/399
Blei	" " "	0,00286667	1/349
Zink	" " "	0,00294167	1/340

Nach Roy.

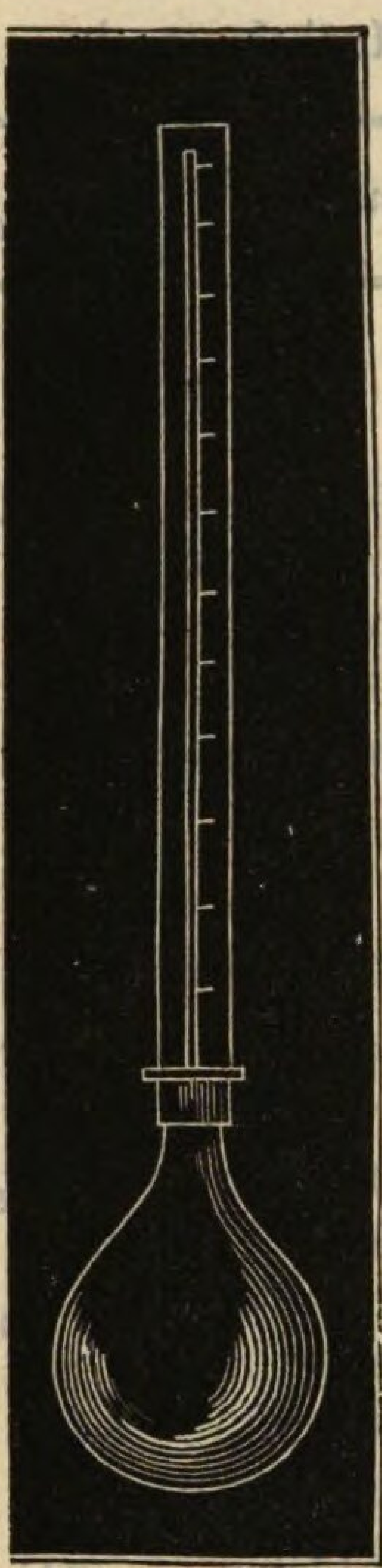
Glasröhren	0 bis 103°	0,00077550	1/1289
Glas, solider Stab . . .	" " "	0,00080833	1/1237
Eisen, gegossenes Prisma .	" " "	0,00111000	1/901
Stahl	" " "	0,00114450	1/874
Messing von Hamburg . .	" " "	0,00185550	1/539
Englisches Messing . . .	" " "	0,00189296	1/528

Namen der Körper.	Temperatur-Intervalle.	Ausdehnung in Decimalbrüchen.	Ausdehnung in gem. Brüchen.
Nach Troughton.			
Platin	0 bis 100°	0,00099180	1/1008
Stahl	" " "	0,00118990	1/840
Eisendraht	" " "	0,00144010	1/694
Kupfer	" " "	0,00191880	1/521
Silber	" " "	0,00208260	1/480
Nach Wollaston.			
Palladium	0 bis 100°	0,00100000	1/1000
Nach Dulong und Petit.			
Platin	0 bis 100°	0,00088420	1/1131
	0 " 300	0,00275482	1/363
Glas	0 " 100	0,00086133	1/1161
	0 " 200	0,00184502	1/454
	0 " 300	0,00303252	1/329
Eisen	0 " 100	0,00118210	1/546
	0 " 300	0,00440528	1/227
Kupfer	0 " 100	0,00171820	1/582
	0 " 300	0,00564972	1/177

c. Ausdehnung flüssiger Körper.

Flüssige Körper dehnen sich mehr aus als feste Körper, da sie eine weit geringere Cohäsion haben, mithin der ausdehnenden Kraft der Wärme einen weit geringeren Widerstand entgegensetzen. Die Ausdehnung ist aber sehr unregelmäßig, mit Ausnahme des Quecksilbers, welches, wie bereits bemerkt wurde, innerhalb der Grenzen der Skale sich regelmäßig ausdehnt. Es muß daher bei Flüssigkeiten die jeder Temperatur entsprechende Ausdehnung besonders bestimmt werden.

Fig. 212.



Um die Ausdehnung flüssiger Körper zu bestimmen, nehme man ein Glasgefäß, Fig. 212, dessen Kugel verhältnißmäßig groß ist, wäge dieses Gefäß und fülle so viel Quecksilber hinein, daß dieses ein wenig in die Röhre hereinragt, entferne durch Kochen Luft und Feuchtigkeit, bemerke den Quecksilberstand an der Röhre, bezeichne ihn mit null und wäge wieder.

Aus der Differenz beider Wägungen ergibt sich das Gewicht des im Gefäße enthaltenen Quecksilbers.

Man wäge nun bei derselben Temperatur wieder $\frac{1}{10}$ dieser Gewichtsmenge Quecksilber und bringe es in den Apparat, so wird dieses einen Theil der Röhre ausfüllen. Markirt man den nunmehrigen Stand des Quecksilbers und theilt den Abstand beider Marken in 100 gleiche Theile, so umfaßt, unter Voraussetzung einer genau cylindrischen Röhre, jeder dieser Theile $\frac{1}{1000}$ der im Gefäße bis zum Nullpunkte enthaltenen Gewichtsmenge, und folglich auch $\frac{1}{1000}$ des Volumens derselben.

In diesen Apparat fülle man nun bis zum Nullpunkte die zu prüfende Flüssigkeit bei 0° und erwärme ihn in einem Wasser- oder Oelbade, so kann man an der Skale ablesen, um wie viel Tausentel ihres ursprünglichen Volumens die Flüssigkeit für jede Temperatur sich ausdehnt.

Diese Ausdehnung ist aber nicht vollkommen richtig, weil sich das Glasgefäß gleichzeitig mit ausdehnt; sie wird daher auch nur die scheinbare Ausdehnung genannt. Die absolute Ausdehnung erhält man, wenn man zu der scheinbaren Ausdehnung der Flüssigkeit die kubische Ausdehnung des Glasgefäßes addirt; denn um diese würde die Flüssigkeit sich mehr ausgedehnt haben, wenn das Glasgefäß sich nicht ausgedehnt hätte.

Dulong und Petit haben die Ausdehnung des Quecksilbers nach einer Methode bestimmt, wobei die Ausdehnung des Gefäßes nicht in Betracht kommt. Der Apparat besteht im Wesentlichen aus zwei gleichen mit einander communicirenden Röhren, in welche man das Quecksilber bringt. Die eine ist mit einem Gefäße umgeben, in welchem gestoßenes Eis sich befindet, während die andere in einem Oelbade steht. Es hat daher die eine stets die Temperatur 0, die andere aber kann beliebig erwärmt werden. Für gleiche Temperaturen sind die Höhen der Quecksilbersäulen gleich, für ungleiche Temperaturen aber ist diejenige höher, deren Temperatur höher ist.

Da nun in communicirenden Gefäßen Flüssigkeiten im Gleichgewichte sind, wenn sich die Höhen der Flüssigkeitssäulen umgekehrt wie die specifischen Gewichte, also direct wie die Volumina verhalten, so gibt die Höhendifferenz beider Quecksilbersäulen für 0^o und t^o auch die Volumendifferenz für diese Temperaturen an.

Nach dieser Methode wurde die Ausdehnung des Quecksilbers für jeden Grad C zu $\frac{1}{5550}$ gefunden. Wenn man daher in dem vorher beschriebenen Apparate die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers beobachtet und diese von der absoluten subtrahirt, so erhält man die kubische Ausdehnung des Glasgefäßes. Diese ist 0,002586 und daher die Längenausdehnung des Glases 0,000862. Regnault hat durch sorgfältige Untersuchungen gefunden, daß die Ausdehnung verschiedener Glassorten in Temperaturen, welche 100^o übersteigen, differiren, was bei Thermometerbeobachtungen oft von großem Einflusse ist.

Der Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers ändert sich mit der Temperatur. Er ist

zwischen 0^o und $100^o = \frac{1}{5550} = 0,0180180$

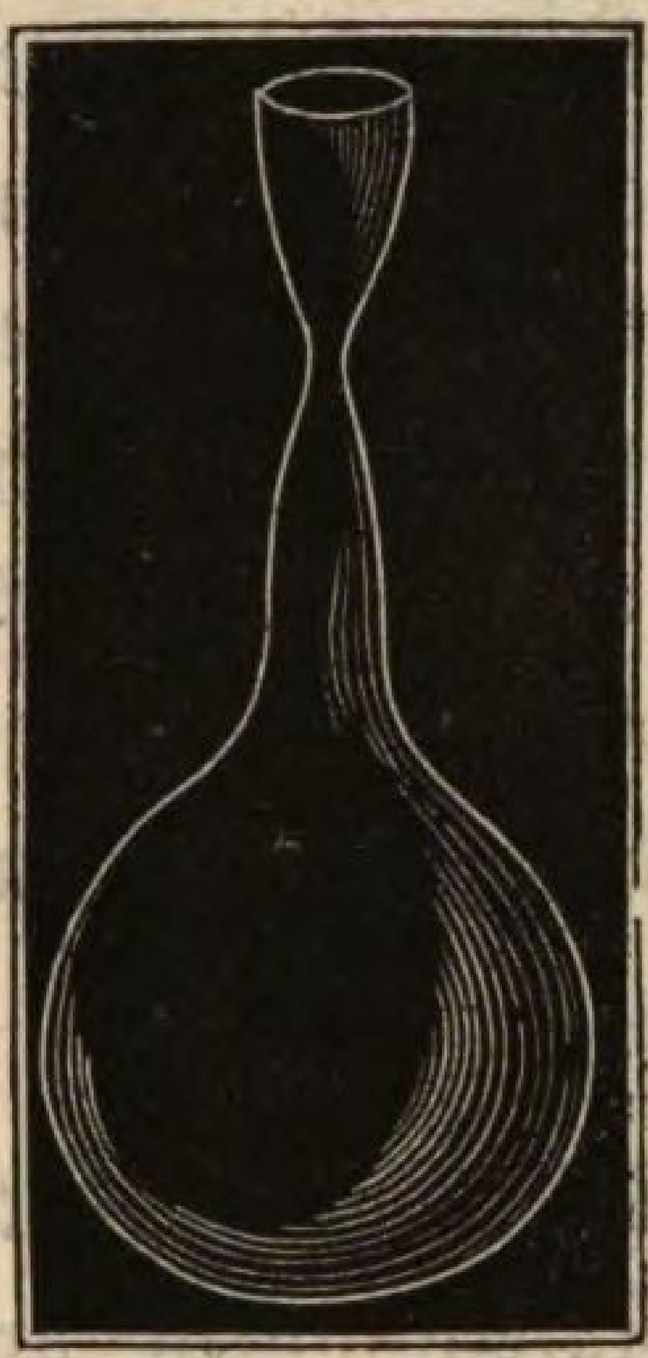
„ 100^o „ $200^o = \frac{1}{5425} = 0,0184331$

„ 200^o „ $300^o = \frac{1}{5300} = 0,0188679$

Nach Bestimmungen von Militzer ist der Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers = 0,00017405 = $\frac{1}{5745,4}$.

Gay-Lussac brauchte, um die Ausdehnung flüssiger Körper zu bestimmen, ein Gefäß von der Form, Fig. 213. Die engste Stelle des Halses ist markirt. Man bestimmt das Gewicht des Gefäßes, füllt es bei 0° mit der zu prüfenden Flüssigkeit, und wägt wieder, so findet man die Gewichtsmenge der Flüssigkeit, welche bei 0° das Gefäß bis zur Marke füllt. Dieses Gewicht sei p_0. Hierauf erwärmt man das Gefäß in einem Wasser- oder Oelbade bis zu einer gewissen Temperatur t^0, wobei die Flüssigkeit über die Marke in die Höhe steigt. Diese nimmt man bis zur Marke hinweg und wägt wieder, so erhält man die Gewichtsmenge der Flüssigkeit, welche bei t^0 das Gefäß bis zur Marke füllt. Dieses Gewicht sei p_t. Bezeichnen nun v_o und v_t die Volumina, welche diese Flüssigkeit bei 0° und t^0 einnimmt, so ist

Fig. 213.



$$v_t : v_o = p_o : p_t$$

$$v_t - v_o : v_o = p_o - p_t : p_t$$

woraus

$$\frac{v_t - v_o}{v_o} = \frac{p_o - p_t}{p_t}$$

Es drückt daher

$$\frac{p_o - p_t}{p_t}$$

aus, um wie viel ihres ursprünglichen Volumens eine Flüssigkeit sich ausdehnt, wenn sie von 0° bis t^0 erwärmt wird.

Ein eigenthümliches Verhalten zeigt das Wasser. Wenn dieses von 0° an erwärmt wird, so zieht es sich fortwährend zusammen bis es ungefähr die Temperatur + 4° hat. Von hier an dehnt es sich bei fortgesetzter Erwärmung aus; allein die Ausdehnung muß für jeden Grad beobachtet werden, da sie nicht der Temperaturzunahme proportional ist. Es hat daher das Wasser bei + 4°C seine größte Dichtigkeit.

Hallström hat folgende zwei Formeln aufgestellt, welche den Beobachtungen ziemlich vollkommen entsprechen. Für Temperaturen zwischen 0^0 und 30^0 ist:

$$v_t = (1 - 0{,}000057577t + 0{,}0000075601t^2 - 0{,}00000003509t^3)v_0$$

Für Temperaturen zwischen 30^0 und 100^0 ist

$$v_t = (1 - 0{,}0000094178t + 0{,}00000533661t^2 - 0{,}0000000104086t^3)v_0$$

wo t die Temperatur, v_0 das Volumen bei 0^0 und v_t das Volumen bei t^0 bezeichnet.

Hiernach ist für t = $3{,}^0 92$ das Volumen am kleinsten, nämlich = 0,9998887.

Kopp hat für Temperaturen zwischen 0^0 und 25^0 folgende Formel aufgestellt:

$$v_t = (1 - 0{,}000061045t + 0{,}0000077183t^2 - 0{,}00000003734t^3)v_0$$

wo die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben.

Hiernach ist für t = $4{,}^0 08$ das Volumen am kleinsten.

Diese Eigenschaft des Wassers ist wichtig für die kälteren Klimaten; denn ohne dieselbe würde das Wasser der Flüsse und Seen im Winter zu einem Eisklumpen erstarren.

Um dieses Phänomen zu beobachten, bedient man sich eines Wasserthermometers. Dasselbe besteht aus einem Glasballon auf welchen eine graduirte Röhre aufgeschraubt werden kann und worin sich ein Thermometer befindet, welches die Temperatur des Wassers angibt.

Folgende Tabelle enthält die Dichtigkeiten und Volumina des Wassers für die Temperaturen von 0^0 bis 30^0 nach Hallström.

Temperaturen.	Dichtigkeit bei 0° = 1 gesetzt.	Volumen bei 0° = 1 gesetzt.	Dichtigkeit bei 4°,1 = 1 gesetzt.	Volumen bei 4°,1 = 1 gesetzt.
0° . .	1,0	1,0	0,9998918	1,0001082
1 . .	1,0000466	0,9999536	0,9999382	1,0000617
2 . .	1,0000799	0,9999202	0,9999717	1,0000281
3 . .	1,0001004	0,9998996	0,9999920	1,0000078
4 . .	1,00010817	0,9998918	0,9999995	0,0000002
4,1 . .	1,00010824	0,99989177	1,0	1,0
5 . .	1,0001032	0,9998968	0,9999950	1,0000050
6 . .	1,0000856	0,9999144	0,9999772	1,0000226
7 . .	1,0000355	0,9999445	0,9999472	1,0000527
8 . .	1,0000129	0,9999872	0,9999044	1,0000954
9 . .	0,9999579	1,0000421	0,9998497	1,0001501
10 . .	0,9998906	1,0001004	0,9997825	1,0002200
11 . .	0,9998112	1,0001888	0,9997030	1,0002970
12 . .	0,9997196	1,0002804	0,9996117	1,0003888
13 . .	0,9996160	1,0003841	0,9995080	1,0004924
14 . .	0,9995005	1,0004997	0,9993922	1,0006081
15 . .	0,9993731	1,0006273	0,9992647	1,0007357
16 . .	0,9992340	1,0007666	0,9991260	1,0008747
17 . .	0,9990832	1,0009176	0,9989752	1,0010259
18 . .	0,9989207	1,0010805	0,9988125	1,0011888
19 . .	0,9987468	1,0012548	0,9986387	1,0013631
20 . .	0,9985615	1,0014406	0,9984534	1,0015490
21 . .	0,9983648	1,0016379	0,9982570	1,0017560
22 . .	0,9981569	1,0018465	0,9980489	1,0019549
23 . .	0,9979379	1,0020664	0,9978300	1,0021746
24 . .	0,9977077	1,0022976	0,9976000	1,0024058
25 . .	0,9974666	1,0025398	0,9973587	1,0026483
26 . .	0,9972146	1,0027932	0,9971070	1,0029016
27 . .	0,9969518	1,0030575	0,9968439	1,0031662
28 . .	0,9966783	1,0033328	0,9965704	1,0034414
29 . .	0,9963941	1,0039189	0,9962864	1,0037274
30 . .	0,9960993	1,0039160	0,9959917	1,0040245

Folgende Tabelle enthält die den beigesetzten Temperaturen entsprechenden Volumina des Wassers nach Despretz.

Temper.	Volumen.	Temper.	Volumen.	Temper.	Volumen.	Temper.	Volumen.
4°	1'0000000	29°	1,00403	53°	1,01345	77°	1,02694
5	1 0000082	30	1,00433	54	1,01395	78	1,02761
6	1·0000309	31	1,00463	55	1,01445	79	1,02823
7	1·0000708	32	1,00494	56	1,01495	80	1,02885
8	1·0001216	33	1,00525	57	1,01547	81	1,02954
9	1·0001879	34	1,00555	58	1,01597	82	1,03022
10	1·0002684	35	1,00593	59	1,01647	83	1,03090
11	1,0003598	36	1,00624	60	1,01698	84	1,03156
12	1,0004723	37	1,00661	61	1,01752	85	1,03225
13	1,0005862	38	1,00699	62	1,01809	86	1,03293
14	1,0007146	39	1,00734	63	1,01862	87	1,03361
15	1,0008751	40	1,00773	64	1,01913	88	1,03430
16	1,0010215	41	1,00812	65	1,01967	89	1,03500
17	1,0012067	42	1,00853	66	1,02025	90	1,03566
18	1,00139	43	1,00894	67	1,02085	91	1,03639
19	1,00158	44	1,00938	68	1,02144	92	1,03710
20	1,00179	45	1,00985	69	1,02200	93	1,03782
21	1,00200	46	1,01020	70	1,02255	94	1,03852
22	1,00222	47	1,01067	71	1,02315	95	1,03925
23	1,00244	48	1,01109	72	1,02375	96	1,03999
24	1,00271	49	1,01157	73	1,02440	97	1,04077
25	1,00293	50	1,01205	74	1,02509	98	1,04153
26	1,00321	51	1,01248	75	1,02562	99	1,04228
27	1,00345	52	1,01297	76	1,02631	100	1,04315
28	1,00374						

Der Einfluß, den die ausdehnende Kraft der Wärme auf die Körper ausübt, muß bei genauen Bestimmungen des specifischen Gewichtes ebenfalls berücksichtigt werden.

Bezeichnet man mit d_o und d_t die Dichtigkeiten eines festen Körpers bei 0° und t°, und mit δ_o und δ_t die Dichtigkeiten des Wassers bei 0° und t°, so ist, weil die Volumina den Dichtigkeiten umgekehrt proportional sind,

$$d_o : d_t = (1 + 3mt) : 1$$

$$\delta_o : \delta_t = (1 + k) : 1$$

wenn m den Ausdehnungscoefficienten des festen Körpers für jeden Grad C, und k die Volumenzunahme des Wassers für t^0 bezeichnet. Aus beiden Proportionen folgt:

$$\frac{d_o}{\delta_o} : \frac{d_t}{\delta_t} = \frac{1 + 3mt}{1 + k} : 1$$

Es ist aber $\frac{d_o}{\delta_o} = s_o$ das specifische Gewicht des Körpers bei 0^0 und $\frac{d_t}{\delta_t} = s_t$ das specifische Gewicht desselben bei t^0, daher

$$s_o : s_t = \frac{1 + 3mt}{1 + k} : 1$$

$$s_o = \frac{1 + 3mt}{1 + k} \cdot s_t$$

Hiernach kann man das bei t^0 beobachtete specifische Gewicht auf das specifische Gewicht bei 0^0 reduciren.

Hat man die specifischen Gewichte eines festen Körpers bei 0^0 und t^0 beobachtet, und kennt man m, so kann man aus dieser Formel die Volumenzunahme des Wassers für t^0 berechnen, denn es ist

$$k = \frac{s_t}{s_o}(1 + 3mt) - 1$$

d. Ausdehnung gasförmiger Körper.

Da gasförmige Körper an sich schon das Bestreben haben, fortwährend einen größeren Raum einzunehmen, so übt die ausdehnende Kraft der Wärme bei ihnen die größte Wirkung aus.

Befindet sich ein permanentes Gas, z. B. atmosphärische Luft, in einem Gefäße, welches eine Aenderung des Volumens gestattet, so wird die Wirkung der Wärme sich durch eine Vergrößerung des Volumens äußern; befindet sich hingegen die Luft in einem Gefäße,

welches keine Volumenänderung gestattet, so wird die Wirkung der Wärme durch einen vermehrten Druck sich kund geben. Es wird daher im ersten Falle die Ausdehnung dem Volumen, im zweiten Falle dem Drucke proportional sein. Findet nun beides statt, ändert sich das Volumen und auch der Druck, so ist die Ausdehnung dem Producte aus Volumen und Druck proportional.

Hierauf gründen sich im Wesentlichen die Methoden, nach welchen der Ausdehnungscoefficient der Luft bestimmt worden ist.

Gay-Lussac, welcher zuerst zu einem genügenden Resultate kam, bediente sich zu seinen Untersuchungen eines Luftthermometers. Dieses wird auf folgende Weise gefertigt. Man nimmt eine Thermometerröhre und bestimmt, wie oben angegeben wurde, durch Abwägen von Quecksilber das Verhältniß des Inhaltes der Kugel zum Inhalte des zwischen zwei Theilstrichen gelegenen Röhrenstückes, füllt das Instrument mit Quecksilber und entfernt daraus durch Kochen Luft und Feuchtigkeit. Hierauf bringt man die Oeffnung der Röhre in eine weite mit Stücken von Chlorcalcium gefüllte Röhre und zieht mittelst eines Drahtes, indem man der Röhre eine geneigte Lage gibt, das Quecksilber bis auf einen kleinen Tropfen heraus. Es tritt hierbei Luft in das Instrument ein, welche, da sie vorher durch Chlorcalcium gehen muß, von Wasserdämpfen vollkommen befreit ist.

Setzt man diesen Apparat einer Temperatur von 0° aus, indem man ihn in horizontaler Lage in ein Gefäß mit schmelzendem Eise bringt, so wird das darin enthaltene Luftquantum ein bestimmtes Volumen einnehmen, wobei der kleine Quecksilbertropfen als Index dient. Dieses Volumen sei v_0. Bringt man hierauf den Apparat in ein Wasser- oder Oelbad und setzt ihn hier einer Temperatur von 100° aus, so dehnt sich die Luft aus und treibt den Quecksilbertropfen vor sich her, so daß er auch hier das Volumen angibt. Dieses Volumen sei v_t. Dann ist

$$\frac{v_t - v_0}{v_0}$$

der Ausdehnungscoefficient zwischen 0° und 100°, wenn der Barometerstand fortwährend derselbe ist. Hat sich aber der Barometer-

stand geändert, war er das eine Mal b_0, das andere Mal b_t, so verhält sich das beobachtete Volumen zu dem, welches die Luft wirklich bei gleichbleibendem Barometerstande einnehmen würde, wie $b_0 : b_t$. Es ist daher das reducirte Volumen

$$\frac{b_t}{b_0} v_t$$

und mithin der Ausdehnungscoefficient

$$\frac{b_t v_t - b_0 v_0}{b_0 v_0}$$

Hierzu muß endlich noch der Coefficient der kubischen Ausdehnung des Glases, das ist 0,0025, addirt werden.

Gay-Lussac fand auf diese Weise den Ausdehnungscoefficienten der Luft zu 0,375, wonach sich die Luft bei jedem Grade um 0,00375 ihres ursprünglichen Volumens ausdehnt.

Wegen des gleichmäßigen Ganges, den das Luftthermometer auch in Temperaturen zeigt, welche 100° übersteigen, ist es jedem andern Thermometer vorzuziehen, zumal da bei der großen Ausdehnung der Luft die des Glases kaum in Betracht kommt.

Rudberg, Magnus und Regnault haben ebenfalls den Ausdehnungscoefficienten der Luft bestimmt und ihn zu 0,366 gefunden.

Sie bedienten sich der Methode, die Größe der Ausdehnung aus dem Drucke bei unverändertem Volumen zu bestimmen. Zu diesem Zwecke befindet sich in einem dem Manometer ähnlichen Apparate vollkommen trockene Luft durch Quecksilber abgesperrt. Diese muß sich, rücksichtlich des Druckes, mit dem atmosphärischen Drucke und einer Quecksilbersäule ins Gleichgewicht setzen. Ist bei 0° der Barometerstand b und die Quecksilbersäule h und bei t° der Barometerstand b_1 und die Quecksilbersäule h_1 und bezeichnet man die Volumina, welche die Luft bei 0° und t° einnehmen würde, mit v und v_1; so ist

$$v : v_1 = b_1 + h_1 : b + h$$

$$\frac{v_1}{v} = \frac{b_1 + h_1}{b + h}$$

Bezeichnet man den Ausdehnungscoefficienten der Luft für 1^0 mit α, so ist $v_1 = v(1 + \alpha t)$, daher

$$1 + \alpha t = \frac{b_1 + h_1}{b + h}$$

$$\alpha = \frac{(b_1 + h_1) - (b + h)}{(b + h)\,t}$$

Der auf diese Weise gefundene Ausdehnungscoefficient muß aber noch durch die kubische Ausdehnung des Glasgefäßes corrigirt werden.

Bezeichnet man den Coefficienten der kubischen Ausdehnung des Glases für einen Grad mit β, so ist statt v_1 zu setzen $v_1(1 + \beta t)$, denn in diesem Verhältnisse hat das Glasgefäß sich ausgedehnt. Man hat daher

$$\frac{v_1}{v} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t}$$

so wie

$$\frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t} = \frac{b_1 + h_1}{b + h}$$

$$\alpha = \frac{(b_1 + h_1)(1 + \beta t) - (b + h)}{(b + h)\,t}$$

Endlich bedienten sich die Genannten auch noch einer Methode, nach welcher sie die Gewichte derjenigen Quecksilbermengen bestimmten, welche Räume ausfüllten, die dieselbe Luftmenge bei 0^0 und bei 100^0 ausgefüllt hatte.

Zu diesem Zwecke wurde eine Thermometerröhre bei 0^0 mit Quecksilber gefüllt und das Gewicht dieser Quecksilbermenge bestimmt. Dieses Gewicht sei p. Nun wurde der Apparat mit vollkommen trockner Luft bei 0^0 gefüllt und bis 100^0 erwärmt. Hierauf wurde der Akparat wieder bis 0^0 abgekühlt, und hierbei die Spitze der Röhre unter Quecksilber getaucht, so daß dieses in den Apparat eindrang, während die Luft sich zusammenzog. Das Gewicht dieser Quecksilbermenge sei p_1. Es nahm also dieselbe

Luftmenge bei 100° einen Raum ein, welcher durch eine Gewichtsmenge Quecksilber $= p$ ausgefüllt wird, während sie bei 0° noch einen Raum einnimmt, den eine Gewichtsmenge Quecksilber $= p - p_1$ ausfüllt. Da sich nun die Volumina, welche dieselbe Luftmenge bei 0° und 100° einnimmt, verhalten müssen wie die Gewichte derjenigen Quecksilbermengen, welche diese Volumina fassen, so ist, wenn man das Volumen bei 0° mit v und das Volumen bei 100° mit v_1 bezeichnet,

$$v : v_1 = p - p_1 : p$$

$$\frac{v_1}{v} = \frac{p}{p - p_1}$$

Dieser Ausdruck muß noch durch den Barometerstand und die kubische Ausdehnung des Glases corrigirt werden.

Bezeichnet b_1 den Barometerstand, während die Luft den Apparat bei 100° ausfüllte, und b den Barometerstand, nachdem sich die Luft bis 0° abgekühlt hatte, so ist das reducirte Volumen $= \frac{b_1}{b} v_1$, daher

$$\frac{v_1}{v} = \frac{pb}{(p - p_1) b_1}$$

Setzt man nun wieder, um auch die kubische Ausdehnung des Glasgefäßes in Rechnung zu ziehen,

$$\frac{v_1}{v} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t}$$

wo α und β die frühere Bedeutung haben; so ist

$$\frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t} = \frac{pb}{(p - p_1) b_1}$$

woraus

$$\alpha = \frac{pb (1 + \beta t) - (p - p_1) b_1}{(p - p_1) b_1 t}$$

Aus diesen Versuchen, welche mit der größten Sorgfalt angestellt wurden, ergibt sich unzweifelhaft, daß 0,366 der Ausdeh-

nungscoefficient der Luft ist und daß sich daher die Luft bei jedem Grad C um 0,00366, das ist nahe um $^1/_{273}$ ihres Volumens ausdehnt.

Es gilt zwar als ein allgemeines Gesetz, daß der Ausdehnungscoefficient für alle Gase derselbe ist; allein die genauen Untersuchungen von Rudberg, Magnus und Regnault haben ergeben, daß die Ausdehnungscoefficienten solcher Gase, welche sich zu Flüssigkeiten comprimiren lassen, größer sind, und zwar um so größer, je leichter das Gas flüssig wird.

Es folgen hier die Ausdehnungscoefficienten einiger Gase für 1° C.

Für atmosphärische Luft ist α = 0,003665
„ Wasserstoff . . . . . = 0,003667
„ Kohlensäure . . . = 0,003689
„ schweflige Säure . . = 0,003856
„ Kohlenoxyd . . . = 0,003669
„ Stickstoffoxydul . . = 0,003676
„ Cyan . . . . . . = 0,003682
„ Stickstoff . . . . . = 0,003668
„ Chlorwasserstoff . . = 0,003681

Bezeichnet v das Volumen eines Gases bei 0° und v_1 das Volumen desselben bei t°, so ist

$$v_1 = v\,(1 + 0{,}00366\,t)$$

Ist v das Volumen eines Gases bei t° und v_1 das Volumen desselben bei t_1°, so ist

$$v_1 = v\,\frac{1 + 0{,}00366 t_1}{1 + 0{,}00366 t}$$

oder nahe genug

$$v_1 = v\,[1 + 0{,}00366\,(t_1 - t)]$$

Ist außerdem der Druck, unter welchem die Luft sich befindet, im ersten Falle d, im zweiten Falle d_1, so ist

$$v_1 = \frac{vd}{d_1}\,[1 + 0{,}00366\,(t_1 - t)]$$

Bei Gasen ist der Einfluß der Wärme auf die Dichtigkeit oder das specifische Gewicht so bedeutend, daß dieses nur mit Berücksichtigung der Temperatur bestimmt werden kann. Man bedient sich, um die Dichtigkeit der Luft zu bestimmen, eines Ballons, welcher so eingerichtet ist, daß er luftleer gemacht werden kann. Wägt man den Ballon mit vollkommen trockner Luft gefüllt, evacuirt ihn sodann und wägt ihn wieder, so ist die Differenz beider Gewichte gleich dem Gewichte der Luftmenge, welche der Ballon faßt.

Da aber beim Evacuiren immer noch etwas Luft im Ballon zurückbleibt, so muß das Gewicht derselben bestimmt und zum vorher gefundenen Gewichte addirt werden. Ist b der Barometerstand und β diejenige Quecksilbersäule, welche den Druck der im Ballon zurückgebliebenen Luft mißt, bezeichnet p das gefundene Gewicht und x das Gewicht der im Ballon zurückgebliebenen Luft, so ist

$$p : x = b : \beta$$

$$x = \frac{\beta}{b} p$$

und daher

$$p + \frac{\beta}{b} p = p\left(1 + \frac{\beta}{b}\right) = q_t$$

das Gewicht derjenigen Luftmenge, welche der Ballon beim Barometerstande b und bei der eben stattfindenden Temperatur t^0 faßt.

Dieses Gewicht muß aber auf den mittleren Barometerstand 760 Millimeter und auf die Temperatur 0^0 reducirt werden.

Da sich die Massen bei gleichen Volumen wie die Drucke und bei gleichem Drucke umgekehrt wie die Volumina verhalten, so ist, wenn Druck und Volumen zugleich ungleich sind, das Verhältniß der Massen aus dem der Drucke und dem umgekehrten der Volumina zusammengesetzt. Es ist aber das Verhältniß der Drucke

$$760 : b$$

und das der Volumina

$$1 : 1 + 0{,}00366\,t$$

Bezeichnet man daher mit q_0 das Gewicht derjenigen Luftmenge, welche der Ballon bei einem Barometerstande von 760 Millimeter und bei 0^0 fassen würde, so ist

$$q_0 : q_t = 760\,(1 + 0{,}00366\,t) : b$$

$$q_0 = \frac{760}{b}\,(1 + 0{,}00366\,t)\,q_t$$

Bestimmt man das Gewicht derjenigen Wassermenge, welche der Ballon bei 0° faßt, und bezeichnet es mit p_0, so ist die Dichtigkeit der Luft

$$d = \frac{q_0}{p_0}$$

wenn man die Dichtigkeit des Wassers als Einheit annimmt.

Kennt man einmal die Dichtigkeit der Luft für 0° und den mittleren Barometerstand, so kann man sie leicht für andere Temperaturen und andere Barometerstände berechnen.

Da sich die Dichtigkeiten wie die Massen verhalten, so folgt aus dem Obigen sofort

$$d_t = \frac{bd}{760\,(1 + 0{,}00366\,t)}$$

wenn man mit b den beobachteten Barometerstand und mit d_t die der Temperatur t° entsprechende Dichtigkeit bezeichnet.

Folgende Tabelle gibt das Gewicht von 1 Kubikcentimeter trockener Luft für die beigesetzten Temperaturen und den mittleren Barometerstand von 760 Millimetern in Milligrammen an.

Temperatur.	Gewicht.	Temperatur.	Gewicht.	Temperatur.	Gewicht.
0°	1,299	100	0,935	200	0,751
10	1,235	110	0,927	210	0,735
20	1,211	120	0,903	220	0,720
30	1,171	130	0,881	230	0,706
40	1,134	140	0,860	240	0,692
50	1,099	150	0,839	250	0,680
60	1,066	160	0,820	260	0,667
70	1,035	170	0,802	270	0,654
80	1,006	180	0,784	280	0,642
90	0,978	190	0,767	290	0,631

Die Dichtigkeiten anderer Gase lassen sich hiernach ohne Weiteres bestimmen. Ist p das Gewicht des leeren Ballons, p_1 sein Gewicht, wenn er mit trockner Luft, und q sein Gewicht, wenn er mit einem andern Gase gefüllt ist, so ist die Dichtigkeit dieses Gases

$$d = \frac{q - p}{p_1 - p}$$

wobei die Dichtigkeit der Luft = 1 gesetzt ist.

Folgende Tabelle enthält die Dichten und Gewichte verschiedener Gase, die der atmosphärischen Luft als Einheit angenommen.

Namen der Gase.	Dichtigkeit.	Gewicht von 1 Liter bei 0° und 760 Millimetern Druck in Grammen.
Jodwasserstoff	4,4288	5,7719
Chlor	2,4216	3,2088
Schweflige Säure	2,1930	2,8489
Cyan	1,8197	2,3467
Stickstoffoxydul	1,5269	1,9752
Kohlensäure	1,5245	1,9805
Chlorwasserstoff	1,2474	1,6205
Schwefelwasserstoff	1,1912	1,5475
Sauerstoff	1,1026	1,4323
Stickstoffoxyd	1,0388	1,3495
Stickstoff	0,9757	1,2675
Kohlenoxyd	0,9769	1,2431
Ammoniak	0,5967	0,7752
Wasserstoff	0,0688	0,0894

e. Vom Compensationspendel und den Compensationsstreifen.

Da die Körper in höheren Temperaturen sich ausdehnen, in niederen aber sich zusammenziehen, so werden auch die Pendel der

Pendeluhren im ersten Falle verlängert, im zweiten Falle verkürzt, woher es kommt, daß derartige Uhren in höheren Temperaturen zu langsam, in niederen aber zu rasch gehen.

Von der Ungleichheit, mit welcher diese Ausdehnung bei verschiedenen Körpern stattfindet, hat man auf die Pendel eine sinnreiche Anwendung gemacht, wodurch eine constante Pendellänge bezweckt wird. Man nennt solche Pendel Compensationspendel und unterscheidet die Rostcompensation und die Quecksilbercompensation.

Fig. 214 zeigt ein Rostpendel aus Eisen und Zink. ik und lm sind die Zinkstäbe; alles übrige ist Eisen. a ist der Aufhängepunkt, cdef ist ein mit ab fest verbundenes Rechteck. In i und l sind die Zinkstäbe mit dem Rechtecke und durch km unter einander fest verbunden. Die Verlängerungen von km bewegen sich in Nuthen, die in cf und de angebracht sind. An km ist die Stange gh befestigt, welche durch eine in ef befindliche Oeffnung geht, worin sie leicht verschiebbar ist. An ihrem untern Ende trägt sie die Linse h.

Fig. 214.



Die Pendellänge ah = l wird durch die Ausdehnung des Eisens größer, durch die Ausdehnung des Zinks aber kleiner. Es kommt nun darauf an, die Dimensionen so zu ordnen, daß die Ausdehnung des Eisens der des Zinks gleich ist.

Bezeichnet man ab mit a, cf = de mit b, gh mit c und ik = lm mit x, so ist für eine gewisse Temperatur

$$l = a + b + c - x$$

Bezeichnet m die Längenausdehnung des Eisens für jeden Grad und n die Längenausdehnung des Zinks für jeden

Grad, so ist für eine um t^0 veränderte Temperatur

$$l_1 = (a + b + c)(1 \pm mt) - x(1 \pm nt)$$
$$= (a + b + c) \pm (a + b + c) mt - x \mp xnt$$

Da nun aber sein soll

$$l = l_1$$

so ist

$$o = \pm (a + b + c) mt \mp xnt$$
$$(a + b + c) m = xn$$

Es ist aber

$$a + b + c - x = l$$
$$a + b + c = l + x$$

folglich

$$(l + x) m = xn$$
$$x = \frac{ml}{n - m}$$

Das Quecksilberpendel trägt statt der Linse ein cylindrisches Gefäß, gewöhnlich von Glas, in welchem sich Quecksilber befindet. Durch die Ausdehnung der Stange wird das Pendel länger, durch die Ausdehnung des Quecksilbers aber wird es verkürzt. Es kommt also auch hier auf ein richtiges Verhältniß der Dimensionen von Eisen und Quecksilber an, damit das Pendel immer gleich lang bleibt.

Bezeichnet l die Pendellänge, a die Entfernung vom Aufhängepunkte bis zum Quecksilbergefäße, b die Höhe des Quecksilbergefäßes, welches ebenfalls zwischen Eisenstangen sich befindet, und 2x die Höhe der Quecksilbersäule, in deren Mitte der Schwingungspunkt liegen mag, so ist für eine gewisse Temperatur

$$l = a + b - x$$

Dehnt sich das Eisen bei jedem Grade um m seiner ursprünglichen Länge aus und ist die Höhe der Quecksilbersäule für eine um t^0 veränderte Temperatur 2y, so ist für diese Temperaturveränderung

$$l_1 = (a + b)(1 \pm mt) - y$$

Da aber sein soll

$$l = l_1$$

so ist auch

$$o = \pm (a + b) mt + x - y$$

Um y zu finden, sei r der Halbmesser des auf einen Kreiscylinder reducirten Querschnittes der Quecksilbersäule. Dann ist das ursprüngliche Quecksilbervolumen

$$2xr^2\pi$$

Bei einer um t^0 veränderten Temperatur aber wird dieses, wenn sich das Quecksilber bei jedem Grad um n seines ursprünglichen Volumens ausdehnt,

$$2xr^2\pi (1 + nt)$$

Berücksichtigt man zugleich die Ausdehnung des Glasgefäßes und setzt den Coefficienten der linearen Ausdehnung desselben für $1^0 = s$, so ist für r zu setzen r (1 + st) und man hat die Bedingung

$$2xr^2\pi (1 + nt) = 2yr^2\pi (1 + st)^2$$

$$x (1 + nt) = y (1 + 2st)$$

$$x + xnt = y + 2yst$$

wofür man, da x von y nur sehr wenig abweicht, auch setzen kann

$$x + xnt - 2xst = y$$

Wird dieser Werth in die obige Gleichung substituirt, so ist

$$o = \pm (a + b) mt - x (nt - 2st)$$

Da aber

$$a + b = l + x$$

so ist auch

$$(l + x) m = x (n - 2s)$$

woraus

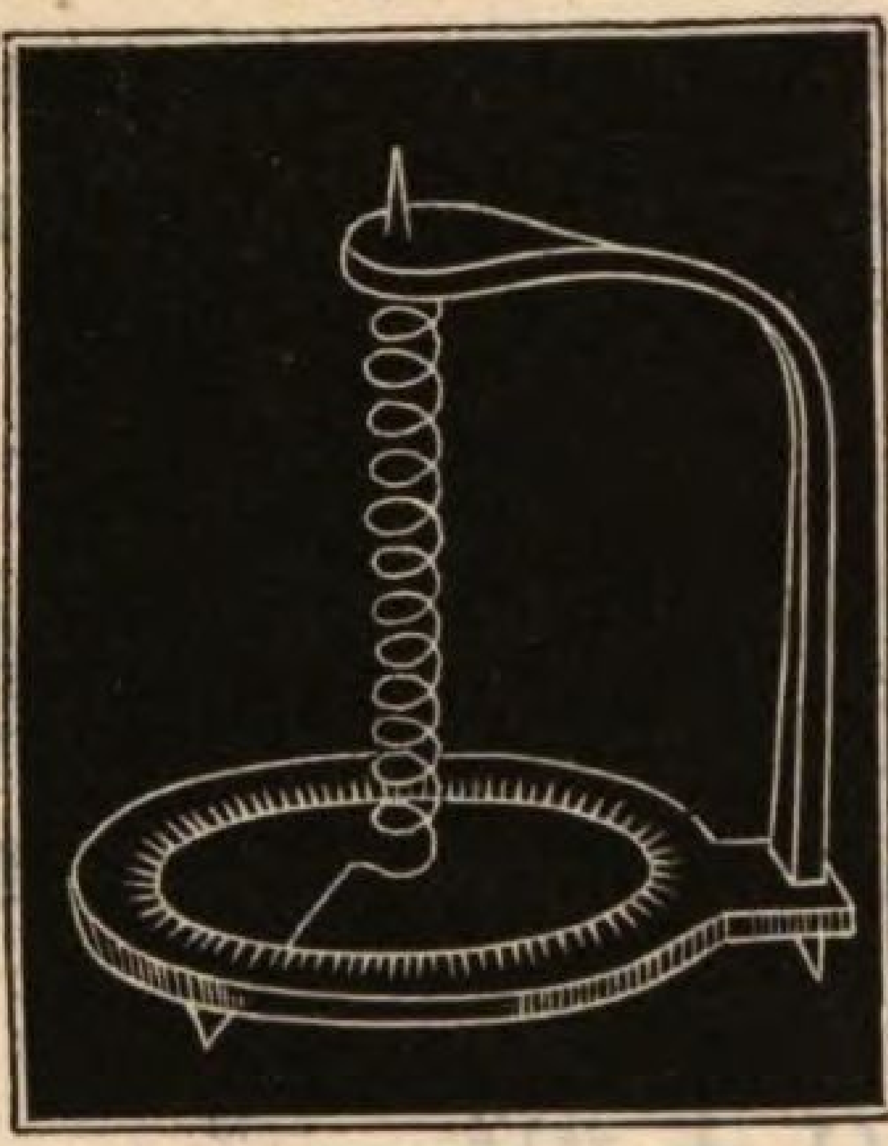
$$x = \frac{ml}{n - 2s - m}$$

Ein System von zwei Metallstreifen, welche sich durch die Wärme ungleich ausdehnen und entweder zusammengelöthet oder zusammengenietet sind, werden Compensationsstreifen ge-

nannt. Man benutzt sie besonders zur Construction der Unruhe in Chronometern. Bei einer gewissen mittleren Temperatur bildet ein solcher Streifen eine gerade Linie, je nachdem aber die Temperatur steigt oder fällt, biegt sich der Streifen nach der einen oder der andern Seite hin aus.

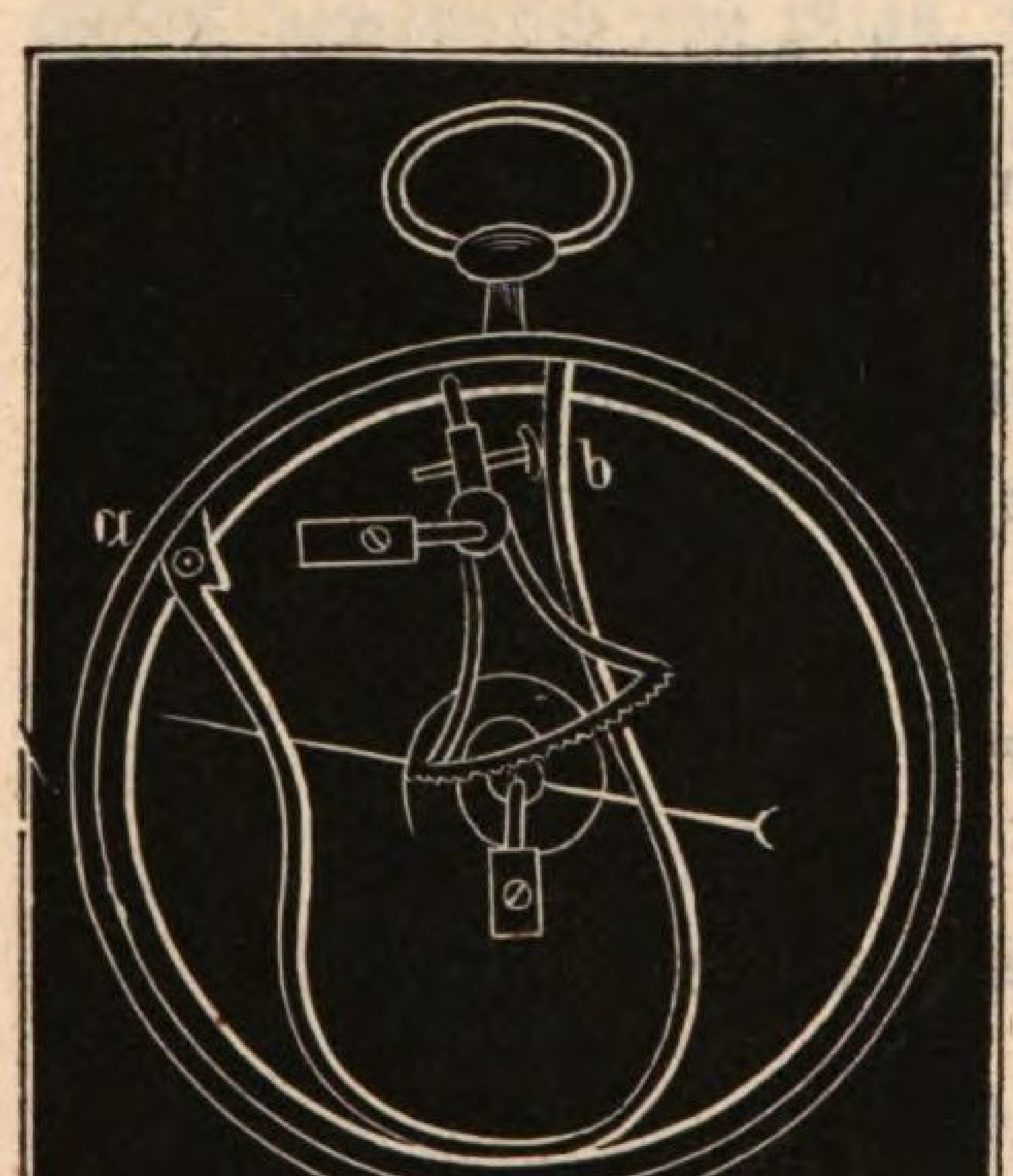
Auf derartige Compensationen gründen sich auch die Metallthermometer.

Fig. 215.



Das von Breguet, Fig. 215, besteht aus einem Compensationsstreifen von Platin, Gold und Silber, welcher die Form einer Spirale hat. Das Gold ist in der Mitte und stellt die Verbindung der beiden andern Metalle her. Die Dicke des Streifens beträgt $1/_{60}$ Millimeter. Am untern Ende trägt er eine feine Nadel, welche auf einem getheilten Kreise spielt.

Fig. 216.



Das Quadrantenthermometer von Holtzmann, Fig. 216, besteht aus einem gebogenen Streifen von Kupfer und Stahl, welcher in a befestigt ist. In b drückt er gegen den einen Arm eines Hebels, dessen anderer Arm einen gezahnten Bogen trägt, welcher in ein kleines Zahnrädchen eingreift. Auf der Mitte des letzteren ist eine Nadel befestigt, welche auf einem getheilten Kreise spielt.

Derartige Instrumente werden nach einem Quecksilberthermometer graduirt. Jenachdem das eine oder das andere Metall sich mehr oder weniger ausdehnt, wird die Nadel nach der einen oder andern Richtung hin abgelenkt.

Bei allen Metallconstructionen, wie Eisenbahnschienen, Röhrenleitungen, Dampfhähnen, Kolben u. s. w. muß auf die Ausdehnung der Metalle Rücksicht genommen werden.

---

3. Von der Aenderung des Aggregatzustandes der Körper durch die Wärme.

a. Vom Schmelzen und Festwerden.

Wenn ein fester Körper fortwährend erwärmt wird, so nimmt seine Cohäsion immer mehr ab und bei einem gewissen Temperaturgrade geht er aus dem festen in den flüssigen Zustand über. Man sagt dann, der Körper schmilzt und nennt den Temperaturgrad, bei welchem dieses geschieht, seinen Schmelzpunkt, indem die Erscheinung des Schmelzens für verschiedene Körper bei verschiedenen Temperaturen eintritt.

Folgende Tabelle enthält die Schmelzpunkte mehrerer Körper.

Antimon	+ 411°
Asphalt	100
Bernstein	280
Blei	262 bis 322
Brom	— 20
Bronze	+ 900
Butter	26 bis 32
Cacaobutter	30
Cadmium	360
Campher, Japan-	175
„ Borneo-	198
Caoutchouc	120
Cocosnußöl	20 bis 22
Colophonium	135

Cyan	— 34,5°
Eisen, leichtflüssiges weißes Gußeisen	+ 1050
„ graues Gußeisen	1200
„ weiches französisches	1500
„ gehämmertes englisches	1600
Essigsäure, ganz concentrirt	16
Gold	1250
Jod	107
Kalium	55
Legirung von 1 Th. Blei 1 Th. Zinn 4 Th. Wismuth	94
„ „ 5 „ „ 3 „ „ 8 „ „	100
„ „ 2 „ „ 3 „ „ 5 „ „	100
„ „ 1 „ „ 4 „ „ 5 „ „	118,9
„ „ 1 „ „ — „ „ 1 „ „	141,2
„ „ 1 „ „ 1 „ „ — „ „	241
„ „ 2 „ „ — „ „ 1 „ „	167,7
„ „ 3 „ „ 1 „ „ — „ „	167,7
„ „ 3 „ „ — „ „ 1 „ „	200
Margarin	48
Margarinsäure	60
Mohnöl	— 18
Natrium	+ 90
Olivenöl	4
Oelsäure	— 4
Palmöl, frisch	+ 27
„ alt	32 bis 36
Palmitin	48
Palmitinsäure	60
Phosphor	45
Platin	2500
Quecksilber	— 40
Rapsöl	4
Salpetersäure (specif. Gew. 1,52)	40
Salzsäure (specif. Gew. 1,21)	40
Schwefel	+ 107 bis 112

Schwefelsäure, wasserfrei	+ 20
„ englische	— 34
Seife	+ 33
Silber	1000
Stahl, leichtflüssiger	1300
„ strengflüssiger	1400
Stearin	61 bis 62
Stearinsäure	75
Talg von Ochsen	33
Terpentinöl	10
Wachs, gelb	62 bis 63
„ weiß	70
Wallrath	45
Wasser	0
Weinsteinsäure	130 bis 140
Wismuth	246
Zink	360 bis 400
Zinn	228

Von dem Augenblicke an, wo ein Körper zu schmelzen beginnt, erhöht sich seine Temperatur nicht mehr, sondern alle Wärme, welche ihm zugeführt wird, bewirkt nur den Prozeß des Schmelzens. Man sagt dann, der Körper bindet Wärme und nennt die auf das Thermometer nicht mehr wirksame Wärme gebundene oder latente Wärme.

Bringt man in einem Gefäße Eis an einen warmen Ort, so schmilzt es; während des Schmelzens zeigt aber die Masse immer 0° und erst, nachdem alles Eis geschmolzen ist, steigt die Temperatur des Wassers.

Wenn man eine Quantität Eis mit einer gleichen Quantität Wasser von + 79° mengt, so erhält man die doppelte Quantität Wasser von 0°. Hieraus geht hervor, daß diejenige Wärmemenge, welche eine gewisse Quantität Eis in Wasser von 0° verwandelt, eine gleiche Quantität Wasser von 0° auf 79° erwärmen würde.

Versteht man nun unter einer Wärmeeinheit (Calorie)

dasjenige Wärmequantum, welches die Temperatur der Gewichtseinheit Wasser um einen Grad erhöht, so kann man sagen, daß das Eis beim Schmelzen 79 Wärmeeinheiten bindet. Es ist mithin 79 die latente Wärme des Wassers.

Die Wärmemengen, welche die verschiedenen Körper binden, wenn sie aus dem festen in den flüssigen Zustand übergehen, sind sehr verschieden. Die bis jetzt über die latente Wärme anderer Körper angestellten Untersuchungen sind der Zahl nach sehr gering.

Nach Person ist die latente Wärme

für Zinn	14,3
„ Wismuth	12,4
„ Blei	5,15
„ Silber	21,07
„ Quecksilber	2,82
„ Zink	27,46
„ Phosphor	4,71
„ Schwefel	9,175
„ gelbes Bienenwachs . .	43,51

Wenn ein fester Körper in einem flüssigen sich auflöst, z. B. ein Salz in Wasser, so wird ebenfalls Wärme gebunden. Hierauf gründen sich die sogenannten Kältemischungen.

Folgende Tabelle enthält einige Kältemischungen.

Substanzen.	Temperaturerniedrigung von	bis
1 Th. Wasser 1 Th. salpetersaures Ammoniak	+ 10°	— 15°,5
10 Th. Wasser, 3 Th. Salmiak, 1 Th. Salpeter, 6 Th. Chlorkalium . .	+ 25°	— 6°
10 Th. verdünnte Salzsäure, 16 Th. Glaubersalz	+ 10°	— 17°,8
1 Th. verdünnte Salzsäure, 1,5 Th. Glaubersalz	+ 10°	— 16°

Substanzen.	Temperaturerniedrigung von	bis
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 1/3 Schwefelsäure (4 Th. Vitriolöl, 1 Th. Wasser)	0°	— 32°,5
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 1 Th. verdünnte Schwefelsäure . . .	— 7°	— 51°
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 1/2 Th. verdünnte Salpetersäure . . .	— 23°	— 49°
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 1 Th. Kochsalz	0°	— 17°,8
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 1,3 Th. Chlorcalcium	0°	— 49°
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 0,625 Th. Salzsäure	0°	— 33°
1 Th. Schnee od. gestoßenes Eis, 0,4 Th. Kochsalz, 0,2 Th. Salmiak . .	0°	— 24°
1 Th. Schnee oder gestoßenes Eis, 0,416 Kochsalz, 0,416 salpetersaures Ammoniak	0°	— 31°

Wenn einem flüssigen Körper fortwährend Wärme entzogen wird, so geht er bei der Temperatur seines Schmelzpunktes aus dem flüssigen Zustande in den festen über und die gebundene Wärme wird wieder frei, d. h. sie wird auf das Thermometer wieder wirksam.

Es gibt aber auch Körper, bei denen man beobachtet, daß die Temperatur des Festwerdens (Frostpunkt, Erstarrungspunkt) mit dem Schmelzpunkte nicht genau zusammenfällt. Dieses sind indessen solche Körper, welche vor dem Schmelzen oder Erstarren in einen mittleren Zustand, den der Zähigkeit, übergehen, welcher gleichsam ein Gemenge aus festen und flüssigen Massentheilchen darstellt.

Krystallinische Körper haben verschiedene Schmelzpunkte, je nachdem sie aus dem krystallisirten oder amorphen Zustande in den flüssigen übergehen.

Die Erstarrungspunkte mancher Körper sind verschieden, je nachdem die Abkühlung rasch oder langsam erfolgt, oder je nachdem die Flüssigkeit in Ruhe oder in Bewegung sich befindet.

So kann man z. B. eine ruhige Wassermasse bis mehrere Grade unter 0 abkühlen, ohne daß sie sich in Eis verwandelt; wird aber das Wasser bewegt, so erstarrt es plötzlich und seine Temperatur steigt auf 0°.

Bei bewegtem Wasser, z. B. in Flüssen, findet das Festwerden nicht plötzlich statt, indem die Wärme, welche beim Erstarren einzelner Theile frei wird, die zunächst gelegenen Theilchen noch einige Zeit lang flüssig erhält.

Die Schmelzpunkte zusammengesetzter Körper lassen sich aus den Schmelzpunkten ihrer Bestandtheile nicht berechnen. So sind z. B. die Schmelzpunkte von Legirungen von den Schmelzpunkten der legirten Metalle sehr verschieden.

Einige Körper, Wasser und Wismuth, vergrößern ihr Volumen, wenn sie aus dem flüssigen in den festen Zustand übergehen, woher es kommt, daß Eismassen die Gefäße zersprengen, in denen sie erstarren. Andere Körper, namentlich die meisten Metalle, ziehen sich beim Erstarren auf ein kleineres Volumen zusammen. Dieser Umstand muß besonders beim Gießen metallischer Gegenstände berücksichtigt werden. Man nennt diese Erscheinung das S c h w i n d e n der Metalle und diejenige Zahl, welche die Größe der Schwindung angibt, das Schwindmaß.

Folgende Zahlen sind die Schwindmaße einiger Körper für die Längenausdehnung:

Gußeisen	$^1/_{96}$	= 0,0104
Messing	$^1/_{65}$	= 0,0154
Glockenmetall (100 Kupfer u. 18 Zinn)	$^1/_{63}$	= 0,0159
Kanonenmetall (100 Kupfer u. 12,5 Zinn)	$^1/_{134}$	= 0,0075
Zink	$^1/_{62}$	= 0,0161
Blei	$^1/_{92}$	= 0,0109
Zinn	$^1/_{147}$	= 0,0068
Wismuth	$^1/_{265}$	= 0,0038

Da bei der Auflösung eines festen Körpers Wärme gebunden wird, so wird umgekehrt Wärme frei, wenn ein fester Körper aus seiner Auflösung herauskrystallisirt oder überhaupt in fester Form sich ausscheidet. Die Krystalle werden hierbei um so regelmäßiger und schöner, je langsamer der Prozeß vor sich geht.

Endlich wird auch Wärme frei, wenn ein flüssiger Körper in eine feste Verbindung eingeht, z. B. das Wasser beim Kalklöschen.

b. Vom Sieden, Verdunsten und Condensiren.

Wird ein flüssiger Körper fortwährend erwärmt, so wird ebenfalls von einem gewissen Temperaturgrade an die Wärme gebunden, indem sie den flüssigen Körper in einen gasförmigen, in Dampf oder Dunst verwandelt.

Die Temperatur der Flüssigkeit erhöht sich dann nicht mehr; an allen Punkten der Gefäßwände, besonders aber da, wo das Gefäß am meisten erwärmt wird, steigen Dampfbläschen in die Höhe, welche in der Flüssigkeit zum Theil zerplatzen und ein eigenthümliches Geräusch erzeugen. Endlich kommt die ganze Masse in eine wallende Bewegung. Man sagt dann, die Flüssigkeit siedet oder kocht und nennt den Temperaturgrad, bei welchem dies geschieht, ihren Siedepunkt oder Kochpunkt. Der Siedepunkt des Wassers ist 100° C. und die Temperatur der sich hierbei bildenden Dämpfe dieselbe.

Es ist aber schon bei der Construction des Thermometers gesagt worden, daß dieser Siedepunkt sich auf den mittleren Barometerstand von 760 Millimeter bezieht. Denn der Siedepunkt einer Flüssigkeit hängt nicht allein von der Temperatur, sondern auch vom Barometerdrucke ab.

Da die Dämpfe sich ebenso verhalten, wie die atmosphärische Luft oder die Gase überhaupt, so muß, wenn das Sieden beginnt, der gebildete Dampf die über der Flüssigkeit liegende Luftsäule aus ihrer Stelle verdrängen; es muß also die Expansivkraft des Dampfes größer sein als der atmosphärische Druck. Daher ist auch der

Siedepunkt einer Flüssigkeit derjenige Temperaturgrad, bei welchem die Expansivkraft des Dampfes dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält.

Es ist also an einem Orte, wo der Barometerdruck kleiner als 760 Millimeter ist, auch die Spannkraft des Dampfes für den Siedepunkt kleiner als diejenige, welche dem mittleren Barometerdrucke entspricht. Da aber die Spannkraft des Dampfes wieder von der Temperatur abhängt, so ist für einen geringeren Barometerdruck auch nur eine geringere Temperatur für den Siedepunkt erforderlich.

Im leeren Raume siedet das Wasser bei allen Temperaturen, da der Dampfentwickelung kein Hinderniß entgegensteht. Hat sich der Raum mit Wasserdämpfen angefüllt, so hört das Sieden auf; beginnt aber sofort wieder, wenn man den gebildeten Dampf entfernt.

Umgekehrt kann man das Wasser bis zu sehr hohen Temperaturen erhitzen, ohne daß es kocht, wenn es in einem verschlossenen Gefäße geschieht, wo der gebildete Dampf nicht entweichen kann. Hierher gehört der Papinsche Topf oder Papinsche Digestor, in welchem man durch Wasser Substanzen auflösen kann, welche das Wasser bei 100° nicht aufzulösen vermag, z. B. die organische Substanz der Knochen, welche in dem Digestor zu einer gallertartigen Masse umgewandelt wird.

An hoch gelegenen Orten kocht das Wasser bei so niederen Temperaturen, daß die Speisen nicht mehr weich werden.

In folgender Tabelle sind die Siedepunkte des Wassers für die daselbst aufgeführten Orte, so wie die Höhen dieser Orte und der mittlere Barometerstand derselben enthalten.

Namen der Orte.	Höhe über der Meeresfläche in Metern.	Mittlerer Barometerstand in Millimetern.	Siedepunkt.
Meierei Antisana (Südamerika)	4101	454	86,3
Mincipampa (Peru) . . .	3618	483	87,9
Quito	2908	527	90,1
Laxamaria (Peru)	2860	531	90,3
Santa Fe de Bogoda . . .	2661	544	96,9
Cuenza (Quito)	2633	546	91,0
Mexico	2270	572	92,3
Hospiz St. Gotthard . . .	2075	586	92,9
Dorf St. Veran (See-Alpen) .	2040	588	93,0
St. Remi	1604	621	94,5
Dorf Gavarni (Pyrenäen) . .	1444	634	95,0
Barèges (Pyrenäen) . . .	1269	648	95,6
Palast St. Ildefonso (Spanien)	1155	657	96,0
Bäder des Mont d'Ore (Auvergne)	1040	667	96,5
Madrid	608	704	97,8
Innspruck	566	708	98,0
München	538	710	98,1
Salzburg	452	718	98,4
Genf und Freiburg	372	725	98,6
Regensburg	362	726	98,7
Moskau	300	732	99,0
Turin	230	738	99,1
Prag	179	743	99,3
Lyon	162	745	99,4
Wien	133	747	99,5
Bologna	121	749	99,5
Dresden	90	752	99,6
Paris	65	754	99,7
Rom	46	756	99,8
Berlin	40	756	99,8

Die Schnelligkeit des Kochens hängt unter sonst gleichen Umständen von dem Wärmequantum ab, welches in einer gegebenen Zeit der Flüssigkeit durch die Gefäßwände zugeführt wird. Daher kocht es in metallenen Gefäßen rascher als in irdenen und, bei

gleichem Materiale des Gefäßes, um so rascher, je größer die erwärmte mit der Flüssigkeit in Berührung befindliche Fläche ist.

Da die Flüssigkeitssäule im Gefäße ebenfalls einen Druck ausübt, so kocht es in flachen Gefäßen rascher als in hohen.

Auch die Gefäßwände sind auf die Entwicklung des Dampfes von Einfluß, indem der Siedepunkt um so höher liegt, je größer die Adhäsion ist, welche zwischen der Flüssigkeit und der Gefäßwand stattfindet. In Glasgefäßen z. B. ist für Wasser der Kochpunkt höher als in Metallgefäßen, indem zwischen Glas und Wasser eine größere Adhäsion stattfindet als zwischen Metall und Wasser.

Ist im Wasser ein Salz aufgelöst, so erhöht dieses den Kochpunkt ebenfalls.

Nachstehende Tabelle enthält die Siedepunkte einiger Flüssigkeiten für den mittleren Barometerdruck von 760 Millimetern.

Alkohol	+ 75°
Ammoniak	— 40
Arsenikwasserstoff	40
Arsenik wird flüchtig ohne zu schmelzen bei	+ 326 bis 360
Brom	47
Campher, Japan-	204
„ Borneo-	212
Cyan	18
Essigsäure, ganz concentrirt	+ 114 bis 120
Gesättigte Lösung von schwefelsaurem Natron	100,7
„ „ „ essigsaurem Bleioxyd	102
„ „ „ chlorsaurem Kali	104,2
„ „ „ Chlorbaryum	104,4
„ „ „ kohlensaurem Natron	104,6
„ „ „ phosphorsaurem Natron	106,5
„ „ „ Chlorkalium	108,3
„ „ „ Chlornatrium	108,4
„ „ „ Salmiak	114,2
„ „ „ weinsteinsaurem Kali	114,6
„ „ „ salpetersaurem Kali	115,9
„ „ „ Chlorstrontium	117,6

Gesättigte Lösung von salpetersaurem Natron	.	+ 121°
" " " essigsaurem Natron	. .	124
" " " kohlensaurem Kali	. .	133
" " " salpetersaurem Kalk	. .	151
" " " essigsaurem Kali	. .	169
" " " Chlorcalcium	. . . .	179,5
" " " salpetersaurem Ammoniak		180
Jod	. . . .	175
Kreosot	. . . .	203
Leinöl	. . . .	316
Phosphor	. . . .	290
Quecksilber	. . . .	360
Salzäther	. . . .	12
Schwefeläther	. . . .	35
Salpetersäure (specif. Gew. 1,52)	. . . . .	86
" (" " 1,42)	. . . . .	120
Salpetrige Säure	. . . .	28
Salzsäure (specif. Gew. 1,21)	. . . . .	20
" (" " 1,094)	. . . . .	110
Schwefel	. . . .	316
Schwefelkohlenstoff	. . . .	43
Schwefelsäure (specif. Gew. 1,85)	. . . . .	327
Schweflige Säure	. . . .	— 10
Terpentinöl	. . . .	+ 156
Wasser	. . . .	100
Zinnchlorid	. . . .	100

Wenn ein dampfförmiger Körper in den flüssigen Zustand übergeht, so wird die Wärme, welche bei der Dampfbildung latent geworden war, wieder frei.

Um die latente Wärme des Wasserdampfes zu bestimmen, kann man sich eines Destillationsapparates bedienen.

Es sei die Gewichtsmenge des im Kühlgefäße befindlichen Wassers q, die Temperatur desselben vor der Destillation t und nach der Destillation t_1, so ist $t_1 - t$ die Temperaturerhöhung des im

Kühlgefäße befindlichen Wassers und mithin

$$q\,(t_1 - t)$$

die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche von den condensirten Dämpfen und dem durch die Condensation gebildeten Wasser an das Wasser des Kühlgefäßes abgegeben worden ist. Ist ferner p die Gewichtsmenge des in die Vorlage übergegangenen Wassers, welches ebenfalls die Temperatur t_1 hat, so hat dieses Wasser, da es im Momente der Dampfbildung eine Temperatur von 100° hatte,

$$p\,(100 - t_1)$$

Wärmeeinheiten an das Wasser des Kühlgefäßes abgegeben.

Zieht man diese letztere Zahl von der obigen ab, so erhält man die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche Dampf von 100° bei seiner Condensation zu Wasser von 100° an das Wasser des Kühlgefäßes abgegeben hat. Dieses ist aber die latente Wärme des Wasserdampfes, welche also durch

$$q\,(t_1 - t) - p\,(100 - t_1)$$

ausgedrückt wird.

Bezeichnet man mit τ die Temperatur, auf welche eine Gewichtsmenge Wasser $= \gamma$ durch Aufnahme der latenten Wärme erhoben werden könnte, wenn es seinen Aggregatzustand nicht änderte, so wäre

$$\gamma\tau = q\,(t_1 - t) - p\,(100 - t_1)$$

und mithin

$$\tau = \frac{q\,(t_1 - t) - p\,(100 - t_1)}{\gamma}$$

die Temperaturerhöhung, welche die Gewichtseinheit Wasser erlangen könnte, wenn es die bei der Dampfbildung latent werdende Wärme aufnähme, ohne den Aggregatzustand zu ändern.

Durch sorgfältige Untersuchungen ist die latente Wärme des Wasserdampfes zu 540 bestimmt worden. (Brix). Dieses heißt also: Diejenige Wärmemenge, welche die Gewichtseinheit Wasser von 100° in Dampf von 100° verwandelt, würde die Gewichts-

einheit Wasser von 0° auf 540° erwärmen können. Oder was dasselbe ist: Es würde die fragliche Wärmemenge die Temperatur von 540 Gewichtseinheiten Wasser um einen Grad erhöhen können.

Nach Regnault ist die latente Wärme des Wasserdampfes 536,4 und nach Andrews 535,9.

Nachstehend ist die latente Wärme einiger Dämpfe nach Brix und Ure verzeichnet.

	Brix.	Ure.
Wasser	540	537,2
Alkohol	214	245,5
Schwefeläther	90	168
Terpentinöl	74	—
Citronenöl	80	—
Steinöl	—	98,8
Salpetersäure (specif. Gew. 1,494) . .	—	296,6
Ammoniakflüssigkeit (specif. Gew. 0,978)	—	465,15
Essigsäure (specif. Gew. 1,007) . . .	—	486,1

Aus diesen Versuchen hat sich, wenigstens als annähernd richtig ergeben, daß die latente Wärme verschiedener Dämpfe ihrer Dichtigkeit umgekehrt proportional ist. Da nun die Dichtigkeit dem Volumen umgekehrt proportional ist, so ist die latente Wärme dem Volumen direct proportional. Je größer daher die latente Wärme ist, um so größer ist auch das aus derselben Masse entwickelte Dampfvolumen, und umgekehrt. Oder zur Bildung gleicher Dampfvolumina sind immer gleichviel Wärmeeinheiten erforderlich.

Nach Sharpe ist die Summe der freien und latenten Wärme beim Wasserdampf eine beständige Zahl, nämlich $540 + 100 = 640$. Es folgt hieraus, daß die latente Wärme des Wasserdampfes um so größer ist, je niedriger die Temperatur ist, bei welcher die Dampfbildung stattfindet.

Nach Regnault's Untersuchungen ist aber die Summe der freien und latenten Wärme des Wasserdampfes keine beständige Größe, sondern wächst mit der Temperatur. Derselbe hat folgende Formel aufgestellt:

$$W = 606,5 + 0,305\,t$$

wo W die Gesammtwärme bezeichnet, welche in einem Kilogramme gesättigten Wasserdampfes von der Temperatur t enthalten ist. Die Zahl 606,5 gibt diejenige Wärmemenge, welche ein Kilogramm gesättigten Wasserdampfes von 0° beim Uebergange in flüssiges Wasser von 0° abgibt. Den Bruch 0,305 nennt Regnault eine „eigenthümliche Wärmecapacität" des Wasserdampfes.

Nach der gegebenen Formel hat Regnault folgende Tafel berechnet.

Temperaturen des gesättigten Dampfes.	Spannkräfte in Millimetern.	Spannkräfte in Atmosphären.	Gesammtwärme.
0	4,60	0,006	606,5
10	9,16	0,012	609,5
20	17,39	0,023	612,6
30	31,55	0,042	615,7
40	54,91	0,072	618,7
50	91,98	0,121	621,7
60	148,79	0,196	624,8
70	233,09	0,306	627,8
80	354,64	0,466	630,9
90	525,45	0,691	633,9
100	760,00	1,000	637,0
110	1075,37	1,415	640,0
120	1491,28	1,962	643,1
130	2030,28	2,671	646,1
140	2717,63	3,576	649,2
150	3581,23	4,712	652,2
160	4651,62	6,120	655,3
170	5961,66	7,844	658,3
180	7546,39	9,929	661,4
190	9442,70	12,425	664,4
200	11688,96	15,380	667,5
210	14324,80	18,848	670,5
220	17390,36	22,882	673,6
230	20926,40	27,535	676,6

Nicht alle Körper befolgen bei der Aenderung ihres Aggregatzustandes die Regel, daß sie durch fortgesetzte Erwärmung aus dem festen in den flüssigen und aus diesem in den gasförmigen Zustand übergehen, so wie, daß sie denselben Gang rückwärts verfolgen, wenn sie fortwährend abgekühlt werden. Manche feste Körper werden sofort gasförmig. Viele zusammengesetzte Körper, namentlich organische, werden durch die Wärme zersetzt, ehe sie schmelzen.

Außerdem gibt es Körper, welche wir nicht in allen Aggregatzuständen kennen. Hierher gehören z. B. die permanenten Gase. Es ist indessen nicht anzunehmen, daß solche Körper ihren Aggregatzustand überhaupt nicht ändern, sondern vielmehr, daß wir über die geeigneten Mittel nicht gebieten können, durch welche eine directe Aenderung des Aggregatzustandes dieser Körper herbeigeführt wird. Unter Mitwirkung chemischer Affinität ändern auch solche Körper ihren Aggregatzustand. Sauerstoff und Wasserstoff z. B. bilden flüssige und feste Verbindungen. Ferner ändern mehrere Gase ihren Aggregatzustand, wenn sie abgekühlt werden und gleichzeitig ein starker Druck auf ihnen lastet.

Die nachstehend aufgeführten Gase wurden bei den beigesetzten Temperaturen und Drucken in Flüssigkeiten verwandelt.

Namen der Gase.	Druck in Atmosphären.	Temperatur.
Schweflige Säure . . .	3,0	+ 7,2
Schwefelwasserstoff . . .	17,0	10,0
Kohlensäure	36,0	0,0
Stickstoffoxyd	50,0	7,2
Cyan	4,0	12,5
Ammoniak	6,5	10,0
Salzsäure	50,0	10,0
Chlor	4,0	15,5
Chlorige Säure . . .	60,0	12,5

Eine vom Sieden verschiedene, obwohl auf demselben Principe ruhende Erscheinung ist die **Verdunstung**, welche innerhalb gewisser Grenzen bei allen Temperaturen, sowohl an festen als flüssigen Körpern wahrgenommen wird und welche darin besteht, daß durch die Wirkung der Wärme von der Oberfläche der Körper unendlich kleine Theilchen abgelöst und in den gasförmigen Zustand übergeführt werden.

Bei allen Temperaturen hat jeder Körper eine gewisse Wärmemenge, deren Wirkung fortwährend durch das Bestreben sich äußert, die kleinsten Massentheilchen von einander zu entfernen. Im Innern des Körpers wird diese Wirkung durch die nach allen Richtungen hin thätige Cohäsion vernichtet; an der Oberfläche hingegen fällt die Wirkung der Cohäsion nach Außen hin weg, und es können daher die äußersten kleinsten Theilchen durch die Wärme abgelöst und in den dunstförmigen Zustand versetzt werden. Die Verdunstung erfolgt natürlich mit um so größerer Energie, je höher die Temperatur des Körpers steigt.

Ist die Temperatur eines Körpers so niedrig, daß die ausdehnende Kraft der Wärme kleiner wird als die Cohäsion an der Oberfläche, so muß die Verdunstung aufhören. Man nennt diese Temperatur die **untere Verdunstungsgrenze**. Die untere Verdunstungsgrenze eines Körpers muß daher um so höher liegen, je größer seine Cohäsion ist, und umgekehrt.

Bei fortgesetztem Steigen der Temperatur nimmt die Dichtigkeit der sich entwickelnden Dämpfe fortwährend zu, während die Dichtigkeit des verdunstenden Körpers fortwährend abnimmt. Es muß daher ein Temperaturzustand eintreten, für welchen die Dichtigkeit des Dampfes der Dichtigkeit des verdunstenden Körpers gleich ist. In diesem Falle hört aber die Verdunstung ebenfalls auf. Man nennt dieses die **obere Verdunstungsgrenze**. Die obere Verdunstungsgrenze eines Körpers muß daher um so tiefer liegen, je rascher seine Dichtigkeit mit steigender Temperatur abnimmt und je rascher die Dichtigkeit der Dämpfe mit steigender Temperatur wächst, und umgekehrt.

Diejenige Wärmemenge, welche die Verdunstung bewirkt, wird aber, wenn dem Körper keine Wärme von Außen zugeführt wird, den zunächst gelegenen Theilen des Körpers entzogen, so daß der Körper dadurch abgekühlt wird. Die hierbei entstehende Kälte wird Verdunstungskälte genannt. Dieselbe ist um so größer, je rascher die Verdunstung vor sich geht und je größer die latente Wärme der sich bildenden Dämpfe ist.

Wenn man eine Thermometerkugel mit einer bei gewöhnlicher Temperatur stark verdunstenden Flüssigkeit, wie Alkohol, Aether, Schwefelkohlenstoff und dergl. befeuchtet, so sinkt das Thermometer rasch. Bringt man unter die Glocke der Luftpumpe eine kleine Schale mit Wasser und eine Schale mit Schwefelsäure, welche die gebildeten Wasserdämpfe absorbirt, so bewirkt die Verdunstungskälte die Bildung von Eis. Durch Verdunstung der schwefligen Säure, deren Siedepunkt bei — 10° ist, kann man das Quecksilber zum Gefrieren bringen. Wenn man Kohlensäure durch starke Compression in den flüssigen Zustand gebracht hat und den Druck aufhebt, so verdunstet die Kohlensäure mit einer solchen Energie, daß eine Verdunstungskälte von — 100° entsteht, bei welcher ein Theil der flüssigen Kohlensäure zu einem festen schneeartigen Körper erstarrt.

Die Verdunstung hängt aber nicht allein von der Temperatur des verdunstenden Körpers, sondern auch von dem Zustande des Mediums, in welchem die Verdunstung vor sich geht, namentlich von dessen Trockenheit und Beweglichkeit ab. Je trockener z. B. die atmosphärische Luft ist, d. h. je kleiner die relative Quantität Wasserdampf ist, den sie bei einer gegebenen Temperatur enthält, um so mehr Wasserdampf vermag sie aufzunehmen, und je mehr sie in Bewegung sich befindet, um so mehr kommen neue Luftmengen mit dem verdunstenden Körper in Berührung. Bei ruhiger Luft umlagern die gebildeten Dämpfe den Körper und werden so, vermöge ihrer Spannkraft, ein Hinderniß der Verdunstung. Endlich erfolgt, unter sonst gleichen Umständen, die Verdunstung um so rascher, je größer die Oberfläche des verdunstenden Körpers ist.

Die Dämpfe dehnen sich im freien Raume fortwährend aus, wie die atmosphärische Luft oder die permanenten Gase. Die

Dichtigkeit und Elasticität oder Spannkraft der Dämpfe hängt aber nicht allein von dem Drucke ab, unter welchem sie sich befinden, wie das bei den permanenten Gasen der Fall ist, sondern auch von der Temperatur derselben, so daß jeder Temperatur ein Maximum der Dichtigkeit und der Spannkraft entspricht.

Befinden sich in einem abgeschlossenen Raume Dämpfe, welche das Maximum ihrer Dichtigkeit und Spannkraft nicht haben, so lassen sie sich zusammendrücken und befolgen dabei das Mariottsche Gesetz so lange, bis sie das Maximum der Spannkraft für die gegebene Temperatur erreicht haben. Vermehrt man nun noch den Druck, so erhöht sich nicht die Spannkraft, sondern es wird ein Theil des Dampfes condensirt, während die Spannkraft sich gleich bleibt. Dasselbe findet statt, wenn man die Dämpfe abkühlt. Denn ist diejenige Temperatur erreicht, bei welcher die Dämpfe das Maximum ihrer Spannkraft haben, und sinkt die Temperatur noch mehr, so wird ein Theil der Dämpfe condensirt, während der andere nicht condensirte Theil das Maximum seiner Spannkraft behält.

Will man daher den Raum, in welchem Dämpfe sich befinden, verkleinern, ohne daß eine Condensation stattfinden soll, so muß man die Temperatur der Dämpfe entsprechend erhöhen; oder will man die in einem gewissen Raume befindlichen Dämpfe abkühlen, ohne daß eine Condensation erfolgen soll, so muß man den Raum entsprechend vergrößern.

Die Spannkraft des Wasserdampfes ist nach mehreren Methoden bestimmt worden.

Für Temperaturen unter 100° bediente sich Dalton zweier übereinstimmender Barometer. In das eine brachte er über das Quecksilber etwas luftfreies Wasser, welches verdunstete. Die gebildeten Dämpfe übten, vermöge ihrer Spannkraft auf die Quecksilbersäule einen Druck aus, wodurch dieselbe verkürzt wurde. Die Differenz beider Quecksilbersäulen mißt nun die Größe der Spannkraft der Dämpfe, da sie diejenige Quecksilbersäule ist, welche der Spannkraft der Dämpfe das Gleichgewicht hält. Um diese Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen machen zu können, wurden beide Barometer in ein Wasserbad gebracht.

Tredgold gibt für die Relation, welche zwischen der Temperatur und der Spannkraft des Wasserdampfes besteht, folgende empirische Formel

$$t = 58 \sqrt[6]{e} - 75$$

wo t die Temperatur in Graden der hunderttheiligen Skale und e die Spannkraft in Centimetern, gemessen durch eine Quecksilbersäule, bezeichnet.

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle berechnet, wobei die Dichte und das Volumen des Wassers bei 0° als Einheit angenommen ist.

Spannkraft des Wasserdampfes von — 20 bis 100°, gemessen durch eine Quecksilbersäule in Millimetern und Druck auf einen Quadratcentimeter in Kilogrammen.

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Druck auf ein Quadratcentimeter in Kilogrammen.	Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Druck auf ein Quadratcentimeter in Kilogrammen.
— 20	1,333	0,0018	15	12,837	0,0170
— 15	1,879	0,0026	16	13,630	0,0186
— 10	2,631	0,0036	17	14,468	0,0197
— 5	3,660	0,0050	18	15,353	0,0209
0	5,059	0,0069	19	16,288	0,0222
+ 1	5,393	0,0074	20	17,314	0,0235
2	5,749	0,0078	21	18,317	0,0250
3	6,123	0,0084	22	19,447	0,0265
4	6,523	0,0089	23	20,577	0,0281
5	6,947	0,0094	24	21,805	0,0297
6	7,396	0,0101	25	23,090	0,0314
7	7,871	0,0107	26	24,452	0,0334
8	8,375	0,0114	27	25,881	0,0353
9	8,909	0,0122	28	27,390	0,0374
10	9,475	0,0129	29	29,045	0,0396
11	10,074	0,0137	30	30,643	0,0418
12	10,707	0,0146	31	32,410	0,0440
13	11,378	0,0155	32	34,261	0,0465
14	12,087	0,0165	33	36,188	0,0492

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Druck auf ein Quadratcentimeter in Kilogrammen.	Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Druck auf ein Quadratcentimeter in Kilogrammen.
34	38,245	0,0520	68	209,440	0,28456
35	40,404	0,0549	69	219,060	0,29761
36	42,743	0,0581	70	229,070	0,31121
37	45,038	0,0612	71	239,450	0,32532
38	47,579	0,0646	72	250,230	0,33996
39	50,147	0,0681	73	261,430	0,35518
40	52,998	0,0720	74	273,030	0,37094
41	55,772	0,0758	75	285,070	0,39632
42	58,792	0,0799	76	297,570	0,40428
43	61,958	0,08418	77	310,490	0,42184
44	65,627	0,08916	78	323,890	0,44004
45	68,751	0,09340	79	337,760	0,45888
46	72,393	0,09835	80	352,080	0,47834
47	76,205	0,10353	81	367,000	0,49860
48	80,195	0,10900	82	382,380	0,51950
49	84,370	0,11662	83	398,280	0,54110
50	88,743	0,12056	84	414,730	0,56345
51	93,301	0,12676	85	431,710	0,58632
52	98,075	0,13325	86	449,206	0,61036
53	103,060	0,13999	87	467,380	0,63498
54	108,270	0,14710	88	486,090	0,66040
55	113,710	0,15449	89	505,380	0,68661
56	119,390	0,16220	90	525,28	0,71364
57	125,310	0,17035	91	545,80	0,74152
58	131,500	0,17866	92	566,95	0,77026
59	137,940	0,18736	93	588,47	0,79986
60	144,660	0,19653	94	611,18	0,83035
61	151,700	0,20610	95	634,27	0,86172
62	158,960	0,21586	96	658,05	0,89402
63	166,506	0,22639	97	682,59	0,92736
64	174,470	0,23758	98	707,63	0,96138
65	182,710	0,24823	99	733,46	0,99448
66	191,270	0,25986	100	760,00	1,03253
67	200,180	0,27196			

Für Temperaturen über 100° haben Dulong und Arago die umfassendsten Versuche gemacht. Sie ließen den Dampf in einem Kessel sich entwickeln, wo zugleich seine Temperatur beobachtet wurde, und maßen die Spannkraft durch eine Quecksilbersäule, welche dem Drucke das Gleichgewicht hielt.

Folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Untersuchungen. Die den beigesetzten Temperaturen entsprechenden Spannkräfte sind in Atmosphären, welche einer Quecksilbersäule von 760 Millimetern entsprechen, ausgedrückt. Die letzte Columne enthält den Druck in Kilogrammen, welchen der Dampf auf ein Quadratcentimeter ausüben würde.

Die Resultate von 1 bis 24 Atmosphären sind beobachtet, die von 24 bis 50 Atmosphären aber nach der Formel

$$t = \frac{\sqrt[5]{e} - 1}{0{,}7153}$$

berechnet, wo t die Temperatur und e die Spannkraft bezeichnet.

Von 1 bis 4 Atmosphären entspricht die von Tredgold aufgestellte Formel der Erfahrung mehr als die vorstehende.

Spannkraft in Atmosphären.	Höhe der Quecksilbersäule, welche der Spannkraft entspricht, in Millimetern.	Entsprechende Temperaturen.	Druck auf ein Quadratcentimeter in Kilogrammen.
1	0,76	100°	1,033
$1\frac{1}{2}$	1,14	112,2	1,549
2	1,52	121,4	2,066
$2\frac{1}{2}$	1,90	128,8	2,582
3	2,28	135,1	3,099
$3\frac{1}{2}$	2,66	140,6	3,615
4	3,04	145,4	4,132
$4\frac{1}{2}$	3,42	149,06	4,648
5	3,80	153,08	5,165
$5\frac{1}{2}$	4,18	155,8	5,681
6	4,56	160,2	6,198
$6\frac{1}{2}$	4,94	163,48	6,714

Spannkraft in Atmosphären.	Höhe der Quecksilbersäule, welche der Spannkraft entspricht, in Millimetern.	Entsprechende Temperaturen.	Druck auf ein Quadratcentimeter in Kilogrammen.
7	5,32	166,5	7,231
$7\frac{1}{2}$	5,70	169,37	7,747
8	6,08	172,1	8,264
9	6,84	177,1	9,297
10	7,60	181,6	10,330
11	8,36	186,03	11,363
12	9,12	190,0	12,396
13	9,88	193,7	13,429
14	10,64	197,19	14,462
15	11,40	200,48	15,495
16	12,16	203,60	16,528
17	12,92	206,57	17,561
18	13,68	209,4	18,594
19	14,44	212,1	19,627
20	15,20	214,7	20,660
21	15,96	217,2	21,693
22	16,72	219,6	22,726
23	17,48	221,9	23,759
24	18,24	224,2	24,792
25	19,00	226,3	25,825
30	22,80	236,2	30,990
35	26,60	244,85	36,155
40	30,40	252,55	41,320
45	34,20	259,52	46,485
50	38,00	265,89	51,650

In neuester Zeit haben Magnus und Regnault Untersuchungen über die Spannkraft des Wasserdampfes angestellt. Magnus gibt folgende empirische Formel:

$$e = 4{,}525 \,.\, 10^{\frac{7{,}4475\, t}{234{,}69 + t}}$$

wo e die Spannkraft in Millimetern und t die Temperatur in Graden der hundertheiligen Skale bezeichnet.

Regnault gibt folgende drei empirische Formeln:

1) für Temperaturen unter 0°

$$e = 0{,}0131765 + 0{,}29682 \,.\, 1{,}0893^{(t+32)}$$

2) für Temperaturen zwischen 0° und 100

$$\log e = 4{,}738480 + 0{,}013616 \,.\, 1{,}0159329^{t} - 4{,}0878 \,.\, 0{,}992487^{t}$$

3) für Temperaturen über 100°

$$\log e = 5{,}826789 - 2{,}945976 \,.\, 0{,}994865^{(t-100)}$$

wo e und t dieselben Bedeutungen haben.

Nach diesen drei Formeln ist folgende Tabelle berechnet worden.

t	e in Millimetern.	t	e in Millimetern	t	e in Millimetern.
— 32	0,320	10	2,093	12	10,457
31	0,352	9	2,267	13	11,162
30	0,386	8	2,455	14	11,908
29	0,424	7	2,658	15	12,699
28	0,664	6	2,876	16	13,536
27	0,508	5	3,113	17	14,421
26	0,555	4	3,368	18	15,357
25	0,605	3	3,644	19	16,346
24	0,660	2	3,941	20	17,491
23	0,719	1	4,263	21	18,495
22	0,783	0	4,600	22	19,659
21	0,853	+ 1	4,940	23	20,888
20	0,927	2	5,302	24	22,184
19	1,008	3	5,687	25	23,550
18	1,095	4	6,097	26	24,988
17	1,189	5	6,534	27	25,505
16	1,290	6	6,998	28	28,101
15	1,400	7	7,492	29	29,787
14	1,518	8	8,017	30	31,548
13	1,646	9	8,574	31	33,406
12	1,783	10	9,165	32	35,359
11	1,933	11	9,792	33	37,411

t	e in Millimetern.	t	e in Millimetern.	t	e in Millimetern.
34	39,565	71	243 393	108	1004,91
35	41,827	72	254,073	109	1039,65
36	44,201	73	265,147	110	1075,37
37	46,691	74	276,624	111	1112,69
38	49,302	75	288,517	112	1149,83
39	52,039	76	300,838	113	1188,61
40	54,906	77	313,600	114	1228,47
41	57,910	78	326,811	115	1269,41
42	61,055	79	340,488	116	1311,47
43	64,346	80	354,643	117	1354,66
44	67,790	81	369,487	118	1399,02
45	71,391	82	384,435	119	1444,55
46	75,158	83	400,101	120	1491,28
47	79,093	84	416,298	121	1539,25
48	83,204	85	433,041	122	1588,47
49	87,499	86	450,344	123	1638,96
50	91,982	87	468,221	124	1690,76
51	96,661	88	486,687	125	1743,88
52	101,543	89	505,759	126	1798,35
53	106,636	90	525,450	127	1854,20
54	111,945	91	545,778	128	1911,47
55	117,478	92	566,757	129	1970,15
56	123,244	93	588,406	130	2030,28
57	129,251	94	610,740	131	2091,94
58	135,505	95	633,778	132	2155,03
59	142,015	96	657,535	133	2219,69
60	148,791	97	682,029	134	2285,92
61	155,839	98	707,280	135	2353,73
62	163,170	99	733,305	136	2423,16
63	170,791	100	760,000	137	2494,23
64	178,714	101	787,59	138	2567,00
65	186,945	102	816,01	139	2641,44
66	195,496	103	845,28	140	2717,63
67	204,376	104	875,41	141	2795,57
68	213,596	105	906,41	142	2875,30
69	223,165	106	938,31	143	2956,86
70	233,093	107	971,14	144	3040,26

t	e in Millimetern.	t	e in Millimetern.	t	e in Millimetern.
145	3125,55	175	6717,43	204	12694,30
146	3212,74	176	6877,22	205	12955,66
147	3301,87	177	7039,97	206	13221,12
148	3392,98	178	7205,72	207	13490,75
149	3486,09	179	7374,25	208	13764,53
150	3581,23	180	7546,39	209	14042,52
151	3678,43	181	7721,37	210	14324,80
152	3777,74	182	7899,52	211	14611,32
153	3879,18	183	8080,84	212	14902,22
154	3982,77	184	8265,40	213	15197,48
155	4088,56	185	8453,23	214	15497,17
156	4196,59	186	8644,35	215	15801,33
157	4306,88	187	8838,82	216	16109,94
158	4419,45	188	9036,68	217	16423,15
159	4534,36	189	9237,95	218	16740,90
160	4651,62	190	9442,70	219	17063,29
161	4771,28	101	9650,93	220	17390,36
162	4893,36	192	9862,71	221	17722,13
163	5017,91	193	10078,04	222	18058,64
164	5144,97	194	10297,01	223	18399,94
165	6274,54	195	10519,63	224	18746,07
166	5406,69	196	10745,95	225	19097,04
167	5541,43	197	10975,00	226	19452,92
168	5678,82	198	11209,82	227	19813,76
169	5818,90	199	11447,46	228	20179,61
170	5961,66	200	11688,96	229	20550,48
171	6107,19	201	11934,37	230	20926,40
172	6255,48	202	12183,69	231	21407,39
173	6406,60	203	12437,00	232	21693,47
174	6560,55				

Will man für eine gegebene Spannkraft des Wasserdampfes die zugehörige Temperatur berechnen, so hat Egen folgende Formel aufgestellt:

$$t = 100 + 64{,}29512 \,.\, \log \varepsilon + 13{,}89479\,(\log \varepsilon)^2 + 2{,}909769\,(\log \varepsilon)^3 + 0{,}1742634\,(\log \varepsilon)^4$$

wo t die Temperatur und ε die gegebene Spannkraft in Atmosphären bezeichnet.

Hiernach ist folgende Tabelle berechnet.

ε	t	ε	t	ε	t	ε	t
0	0,0	13	193,2	26	227,7	39	250,3
1	100,0	14	166,6	27	229,8	40	251,8
2	120,7	15	199,9	28	231,7	41	253,2
3	134,2	16	203,0	29	233,6	42	254,6
4	144,4	17	206,0	30	225,5	43	256,0
5	152,8	18	208,8	31	237,3	44	257,4
6	159,9	19	211,5	32	239,1	45	258,7
7	166,1	20	214,1	33	240,8	46	260,0
8	171,7	21	216,6	34	242,5	47	261,3
9	176,7	22	218,9	35	244,1	48	262,6
10	181,3	23	221,3	36	245,7	49	263,8
11	185,5	24	223,5	37	247,3	50	265,1
12	189,5	25	225,6	38	248,8		

Da der Siedepunkt einer Flüssigkeit derjenige Temperaturgrad ist, bei welchem die Spannkraft der Dämpfe dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält, so kann man durch Beobachtung des Siedepunktes an verschiedenen Orten, den atmosphärischen Druck und hieraus wieder die Höhendifferenz dieser Orte bestimmen. Auf diese Weise können mit dem Thermometer Höhenmessungen gemacht werden.

Thermometer, welche zu diesem Zwecke dienen, werden **Thermobarometer** genannt. Sie müssen so eingerichtet sein, daß man Zehntel und Hundertel Grade ablesen kann, was man dadurch erreicht, daß man die Kugel verhältnißmäßig groß und die Röhre verhältnißmäßig sehr enge macht. Die Theilung beginnt in der Regel erst bei 85°.

In nachstehender Tabelle sind die Spannkräfte des Wasserdampfes, wie sie den beigesetzten Temperaturen entsprechen, angegeben.

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.
85,0	433,04	7	499,98	4	575,34
1	434,75	8	501,90	5	577,50
2	435,46	9	503,82	6	579,67
3	438,17	89,0	505,76	7	581,84
4	439,89	1	507,70	8	584,02
5	441,62	2	509,65	9	586,20
6	443,35	3	511,60	93,0	588,41
7	445,09	4	513,56	1	590,61
8	446,84	5	515,53	2	592,82
9	448,59	6	517,50	3	595,04
86,0	450,34	7	519,48	4	597,26
1	452,10	8	521,46	5	599,49
2	453,87	9	523,45	6	601,72
3	455,64	90,0	525,45	7	603,97
4	457,42	1	527,45	8	606,22
5	459,21	2	529,46	9	608,48
6	461,00	3	531,48	94,0	610,74
7	462,80	4	533,50	1	613,01
8	464,60	5	535,53	2	615,29
9	466,41	6	537,57	3	617,58
87,0	468,22	7	539,61	4	619,87
1	470,04	8	541,66	5	622,17
2	471,87	9	543,72	6	624,48
3	473,70	91,0	545,78	7	626,79
4	475,54	1	547,85	8	629,11
5	477,38	2	549,92	9	631,44
6	479,23	3	552,00	95,0	633,78
7	481,08	4	554,09	1	636,12
8	482,94	5	556,19	2	638,47
9	484,81	6	558,29	3	640,83
88,0	486,69	7	560,39	4	643,19
1	488,57	8	562,51	5	645,57
2	490,45	9	564,63	6	647,95
3	492,34	92,0	566,76	7	650,34
4	494,24	1	568,89	8	652,73
5	496,15	2	571,03	9	655,13
6	498,06	3	573,18	96,0	657,54

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.
1	659,95	1	709,82	1	762,73
2	662,37	2	712,39	2	765,46
3	664,80	3	714,97	3	768,20
4	667,24	4	717,56	4	771,95
5	669,69	5	720,15	5	773,71
6	672,14	6	722,75	6	776,48
7	674,60	7	725,35	7	779,26
8	677,07	8	727,96	8	782,04
9	679,55	9	730,58	9	784,83
97,0	682,03	99,0	733,21	101,0	787,63
1	684,52	1	735,85	1	790,44
2	687,02	2	738,50	2	793,25
3	689,53	3	741,16	3	796,07
4	692,04	4	743,83	4	798,90
5	694,56	5	746,50	5	801,73
6	697,08	6	749,18	5	804,57
7	699,61	7	751,87	7	807,42
8	702,15	8	754,57	8	810,28
9	704,70	9	757,28	9	813,15
98,0	707,26	100,0	760,00		

Die Anzahl der Versuche, welche über die Spannkraft der Dämpfe anderer Flüssigkeiten gemacht worden sind, ist bis jetzt noch sehr gering. Für Alkoholdampf haben Munke und Ure folgende empirische Formel aufgestellt:

$$\log e = 5{,}029065 + \log(213 + t) - \frac{1666{,}7}{213 + t}$$

wo e die Spannkraft in pariser Zollen und t die Temperatur in Graden der achtzigtheiligen Skale bezeichnet.

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle berechnet worden.

t	e	t	e	t	e
— 20	0,0477	+ 30	3,5938	+ 80	64,768
15	0,0808	35	5,0431	85	81,304
10	0,1336	40	6,9960	90	102,24
5	0,2157	45	9,5578	100	158,30
0	0,3406	50	12,937	120	351,73
+ 5	0,5270	55	17,295	140	716,35
10	0,8000	60	22,989	160	1355,9
15	1,1929	65	30,030	180	2411,7
20	1,7495	70	39,014	200	4066,9
25	2,5260	75	50,244		

Für Schwefelätherdampf haben Munke und Schmidt folgende empirische Formel aufgestellt.

$$\log e = 3{,}7818278 + \log(213 + t) - \frac{1144{,}2}{213 + t}$$

wo e und t in denselben Maßen wie vorher genommen sind.

Nach der Formel ist folgende Tabelle berechnet.

t	e	t	e	t	e
— 30	0,619	+ 20	17,31	+ 60	106,3
20	1,376	30	28,75	70	155,0
10	2,836	40	45,95	80	220,5
0	5,473	50	70,91	100	423,9
+ 10	9,978				

Marx gibt für Schwefelkohlenstoffdampf folgende empirische Formel:

$$\log e = 4{,}0653887 + \log(213 + t) - \frac{987{,}5164}{213 + t}$$

Hier ist t wie vorher, aber e in pariser Linien bestimmt.

Folgende Werthe sind nach dieser Formel berechnet.

t	e	t	e	t	e
— 10	28,34	+ 15	123,61	+ 35	300,38
5	43,23	20	156,43	40	367,56
0	58,41	25	196,24	45	446,05
5	74,81	30	234,94	50	515,53
+ 10	96,67				

Für Quecksilberdampf sind in folgender Tabelle die den beigesetzten Temperaturen nach C entsprechenden Spannkräfte in Millimetern enthalten.

Temperatur.	Spannkraft.	Temperatur.	Spannkraft.	Temperatur.	Spannkraft.
+ 150	1,43	+ 310	357,75	+ 340	566,37
200	19,30	320	419,38	350	655,77
250	103,78	330	488,38	360	760,00
300	302,33				

Da der Siedepunkt einer Flüssigkeit derjenige Temperaturgrad ist, bei welchem die Spannkraft des aus der Flüssigkeit entwickelten Dampfes dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält, so haben die Dämpfe aller Flüssigkeiten beim Siedepunkte dieselbe Spannkraft.

Dalton stellte daher den Satz auf, daß die Dämpfe aller Flüssigkeiten für gleiche Entfernungen vom Siedepunkte auch gleiche Spannkraft haben müßten.

Wäre dieß richtig, so könnte man, wenn der Siedepunkt einer Flüssigkeit bekannt wäre, die Spannkraft ihres Dampfes für irgend eine Temperatur aus der dieser Temperatur entsprechenden Spannkraft des Wasserdampfes bestimmen.

Obwohl für größere Entfernungen vom Siedepunkte diese Voraussetzung nicht ganz richtig ist, so kann man doch in vielen Fällen ohne merklichen Fehler davon Gebrauch machen.

Wenn sich Dampf bei einer gewissen Temperatur im Maximum seiner Spannkraft befindet, so hat er auch für diese Temperatur seine größte Dichtigkeit. Ist diese Dichtigkeit durch Versuche bestimmt, so kann man die Dichtigkeit für jede andere Temperatur berechnen, wenn man den Ausdehnungscoefficienten des Dampfes kennt.

Bezeichnet man allgemein mit d die Dichtigkeit eines Dampfes für das Maximum seiner Spannkraft e und die diesem Maximum entsprechende Temperatur t; bezeichnet man ferner mit d_1 die Dichtigkeit dieses Dampfes, welche der Temperatur t_1 und der Spannkraft e_1 entspricht; ist endlich μ der Ausdehnungscoefficient dieses Dampfes für 1°, und setzt man sein Volumen bei $0^0 = 1$; so ist sein Volumen bei $t^0 = 1 + \mu t$ und bei $t_1{}^0 = 1 + \mu t_1$. Da nun die Dichtigkeit der Spannkraft direct dem Volumen umgekehrt proportional ist; so hat man

$$d : d_1 = e\,(1 + \mu t_1) : e_1\,(1 + \mu t)$$

woraus

$$d_1 = \frac{e_1\,(1 + \mu t)}{e\,(1 + \mu t_1)}\,d$$

Um die Dichtigkeit des Wasserdampfes zu bestimmen, brachte Gay-Lussac in eine graduirte Glasröhre über Quecksilber eine gewogene Menge Wasser, und ließ es daselbst verdampfen. Beim Maximum der Spannkraft des Dampfes wurde das Volumen an der Glasröhre beobachtet, und da das Gewicht des Dampfes dem des verdampften Wassers gleich sein muß, so konnte hieraus die Dichtigkeit berechnet werden.

Die Temperatur wurde an einem Thermometer abgelesen.

Dumas bediente sich eines Glasballons, dessen Volumen und Gewicht vorher bestimmt worden war, füllte ihn mit Dampf, welcher bei der beobachteten Temperatur im Maximum der Spannkraft sich befand und ermittelte sein Gewicht. Aus diesem Gewichte und dem Volumen des Ballons ergibt sich die Dichtigkeit des Dampfes.

Diese Methode ist auch von Dumas zur Bestimmung der Dichtigkeit anderer Dämpfe angewendet worden.

Die Dichtigkeit des Wasserdampfes ist auf verschiedene Einheiten bezogen worden.

Nimmt man die Dichtigkeit des Dampfes, welche der Temperatur 0^0 entspricht, als Einheit an; so ist $d = 1$, $t = 0$ und $e = 4{,}6$, folglich

$$d_1 = \frac{e_1}{4{,}6\,(1 + \mu t_1)}$$

Nach Holtzmanns theoretischer Bestimmung ist $\mu = 0{,}004233$.

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle berechnet.

Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.
— 30	0,09164	+ 60	25,7946	+ 150	476,179
25	0,14709	65	31,8711	155	536,688
20	0,21515	70	39,0897	160	601,507
15	0,32498	75	47,6070	165	675,111
10	0,47510	80	57,5930	170	735,667
5	0,69137	85	69,2300	175	838,886
0	1,00000	90	82,7160	180	931,087
+ 5	1,39099	95	98,2629	185	1030,60
10	1,91148	100	116,081	190	1137,72
15	2,59583	105	136,404	195	1252,79
20	3,48556	110	159,509	200	1376,09
25	4,62963	115	185,607	205	1507,92
30	6,08547	120	214,983	210	1648,71
35	7,91951	125	247,922	215	1798,38
40	10,2077	130	284,699	220	1957,54
45	13,0365	135	325,609	225	2126,35
50	16,5032	140	370,955	230	2305,05
55	20,7156	145	421,039		

Nimmt man die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft bei 0° und einem Barometerstande = 760 Millimeter als Einheit an, so ist d = 0,6459, weil sich die Dichtigkeit der Luft zur Dichtigkeit des Wasserdampfes bei gleicher Temperatur und Spannung verhält wie 1 : 0,6459, ferner ist t = 0 und e = 760, daher

$$d_1 = \frac{e_1}{760\,(1 + \mu t_1)}$$

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle berechnet.

Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.
—30	0,00036	+60	0,05462	+150	1,86157
25	0,00058	65	0,12460	155	2,09813
20	0,00082	70	0,15282	160	2,35153
15	0,00127	75	0,18611	165	2,63928
10	0,00186	80	0,22515	170	2,94638
5	0,00270	85	0,27065	175	3,27954
0	0,00382	90	0,32337	180	3,63999
+5	0,00544	95	0,39310	185	4,02901
10	0,00747	100	0,45380	190	4,44781
15	0,01015	105	0,53329	195	4,89763
20	0,01363	110	0,62358	200	5,37967
25	0,01810	115	0,72561	205	5,89507
30	0,02379	120	0,84026	210	6,44547
35	0,03096	125	0,96923	215	7,03057
40	0,03991	130	1,11300	220	7,65279
45	0,04096	135	1,27294	225	8,31272
50	0,04991	140	1,45021	230	9,01134
55	0,05096	145	1,64601		

Bezieht man die Dichtigkeit des Wasserdampfes auf das Maximum der Dichtigkeit des Wassers, so folgt, weil Wasser im Zustande seiner größten Dichtigkeit 773,3 mal schwerer ist, als Luft

bei 0° und 760 Millimeter Barometerdruck, aus der letzten Formel sofort

$$d_1 = \frac{e_1}{760\,(1 + \mu t_1)} \cdot \frac{1}{773{,}3}$$

Nach dieser Formel ist folgende Tabelle berechnet.

Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.
—20	0,000001	+65	0,000161	+150	0,002407
15	2	70	198	155	2713
10	2	75	241	160	3040
5	3	80	291	165	3413
0	5	85	350	170	3790
+ 5	7	90	418	175	4241
10	0,000010	95	508	180	4704
15	13	100	587	185	5210
20	18	105	690	190	5752
25	23	110	806	195	6333
30	31	115	938	200	6957
35	40	120	0,001087	205	7623
40	52	125	1253	210	8335
45	66	130	1439	215	9092
50	83	135	1646	220	9896
55	0,000105	140	1875	225	0,010750
60	130	145	2148	230	0,011653

Da ein Kubikmeter Wasser im Zustande seiner größten Dichtigkeit 1000 Kilogramm wiegt, so geben die Zahlen dieser Tabelle an, wie viel Mal 1000 Kilogramme Wasserdampf in einem Kubikmeter oder wie viel Kilogramm in einem Liter enthalten sind.

Die folgende Tabelle enthält die Dichtigkeit des Wasserdampfes, wenn man die Dichtigkeit der Luft bei gleicher Temperatur und Spannung als Einheit annimmt.

Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Dichtigkeit.
—30	0,65845	+60	0,62843	+150	0,61240
25	0,65611	65	0,62729	155	0,61172
20	0,65388	70	0,62618	160	0,61107
15	0,65175	75	0,62526	165	0,61043
10	0,64971	80	0,62408	170	0,60980
5	0,64777	85	0,62307	175	0,60919
0	0,64590	90	0,62210	180	0,60860
+ 5	0,64411	95	0,62116	185	0,60802
10	0,64240	100	0,62024	190	0,60745
15	0,64075	105	0,61936	195	0,60689
20	0,63917	110	0,61849	200	0,60635
25	0,63764	115	0,61766	205	0,60582
30	0,63618	120	0,61678	210	0,60530
35	0,63477	125	0,61605	215	0,60480
40	0,63341	130	0,61528	220	0,60430
45	0,63210	135	0,61453	225	0,60382
50	0,63083	140	0,61380	230	0,60335
55	0,62962	145	0,61309		

Auch die beiden folgenden Tabellen geben die Dichtigkeit und das Volumen des Wasserdampfes im Maximum seiner Spannkraft für die beigesetzten Temperaturen an, wobei die Dichtigkeit und das Volumen des Wassers bei 0° als Einheit angenommen ist.

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Dichtigkeit.	Volumen.
—20	1,333	0,00000154	650588
15	1,879	212	470898
10	2,631	292	342984
5	3,660	398	251358
0	5,059	540	182323
+ 1	5,393	573	174495
2	5,748	609	164332
3	6,123	646	154842
4	6,523	686	145886
5	6,947	727	137488

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Dichtigkeit.	Volumen.
6	7,396	0,00000772	129587
7	7,871	818	122241
8	8,375	867	115305
9	8,909	919	108790
10	9,475	974	102670
11	10,074	0,00001032	99202
12	10,707	1092	91564
13	11,378	1157	86426
14	12,087	1224	81686
15	12,837	1299	77008
16	13,630	1372	72913
17	14,468	1451	68923
18	15,353	1534	65201
19	16,288	1622	61654
20	17,314	1718	58224
21	18,317	1811	55206
22	19,417	1914	52260
23	20,577	2021	49487
24	21,805	2133	46877
25	23,090	2252	44411
26	24,452	2376	42084
27	25,881	2507	39895
28	27,890	2643	37838
29	29,045	2794	35796
30	30,643	2938	34041
31	32,410	3097	32291
32	34,261	3263	30650
33	36,188	3435	29112
34	38,254	3619	27636
35	40,404	3809	26253
36	42,743	4017	24897
37	45,038	4219	23704
38	47,579	4442	22513
39	50,147	4666	21429
40	52,998	4916	20343
41	55,772	5156	19396
42	58,792	5418	18459

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Dichtigkeit.	Volumen.
43	61,958	0,00005691	17572
44	65,627	6023	16805
45	68,751	9274	15938
46	72,393	6585	15185
47	76,203	6910	14477
48	80,195	7242	13809
49	84,370	7602	13154
50	88,742	7970	12546
51	93,301	8354	11971
52	98,075	8753	11424
53	103,060	9174	10901
54	108,270	9606	10410
55	113,710	0,00010054	9946
56	119,390	10525	6501
57	125,310	11011	9082
58	131,550	11523	8680
59	137,940	12044	8303
60	144,660	12599	7937
61	151,700	13179	7594
62	158,960	13760	7267
63	166,560	14374	6957
64	174,470	15010	6662
65	182,710	15668	6382
66	191,270	16356	6114
67	200,180	17066	5860
68	209,440	17797	5619
69	219,060	18566	5386
70	229,070	19355	5167
71	239,050	20174	4957
72	250,230	21013	4759
73	261,430	21889	4569
74	273,030	22794	5387
75	285,070	23789	4204
76	297,570	24702	4048
77	310,490	25699	3891
78	323,890	26739	3741
79	337,760	27789	3599

Temperatur.	Spannkraft in Millimetern.	Dichtigkeit.	Volumen.
80	352,080	0,00028889	3462
81	367,000	30025	3331
82	382,380	31195	3206
83	398,280	32399	3087
84	414,730	33637	2973
85	431,710	34916	2864
86	449,260	36237	2760
87	467,380	37590	2660
88	486,090	38984	2565
89	505,380	40417	2474
90	525,280	41891	2387
91	545,800	43405	2304
92	566,950	44956	2224
93	588,740	46556	2148
94	611,180	48201	2075
95	634,270	49886	2005
96	658,050	51613	1938
97	682,590	53388	1873
98	707,630	55191	1812
99	733,460	57055	1751
100	760,000	58955	1695

Temperatur.	Spannkraft in Atmosphären.	Dichtigkeit.	Volumen.
100	1	0,0005895	1696
112,2	$1\frac{1}{2}$	8563	1167,8
121,4	2	0,0011147	897,09
128,8	$2\frac{1}{2}$	13673	731,39
135,1	3	16150	619,19
140,6	$3\frac{1}{2}$	18589	537,96
145,4	4	20997	476,26
149,1	$4\frac{1}{2}$	23410	427,18
153,1	5	25763	388,16
156,8	$5\frac{1}{2}$	28091	355,99

Temperatur.	Spannkraft in Atmosphären.	Dichtigkeit.	Volumen.
160,2	6	0,0030402	328,93
163,5	$6\frac{1}{2}$	32683	305,98
166,5	7	34911	286,12
169,4	$7\frac{1}{2}$	37217	268,82
172,1	8	39434	353,59
177,1	9	43865	227,98
181,6	10	48226	207,36
186,0	11	52557	190,27
190,0	12	56834	175,96
193,7	13	6107	163,74
197,2	14	6527	153,10
200,5	15	6944	144,00
203,6	16	7359	135,90
206,6	17	7769	128,71
209,4	18	8178	122,28
212,1	19	8583	116,51
214,7	20	8986	111,28
217,2	21	9387	106,53
219,6	22	9785	102,19
221,9	23	0,010182	98,21
224,2	24	10575	94,56
226,3	25	10968	91,17
236,2	30	12903	77,50
244,8	35	14663	68,20
252,5	40	16644	60,08
259,5	45	18497	54,06
265,9	50	20306	49,32
311,36	100	37417	26,726
363,58	200	68635	14,570
397,65	300	97671	10,238
423,57	400	0,12534	7,978
444,70	500	0,15202	6,578
462,71	600	0,17791	5,621
478,45	700	0,20318	4,921
492,47	800	0,2279	4,387
505,16	900	0,2522	3,965
516,76	1000	0,267	3,622

Die in beiden vorstehenden Tabellen in der Columne „Volumen“ enthaltenen Zahlen geben an, wie viel Volumen gesättigten Wasserdampfes ein Volumen Wasser bei den beigesetzten Temperaturen liefert oder was dasselbe ist, diese Zahlen geben die specifischen Dampfvolumina für die beigesetzten Temperaturen an.

Da ein Kubikmeter trockener Luft bei 0° und einem Barometerdrucke von 760 Millimeter 0,001299 Gramm wiegt und der Ausdehnungscoefficient der Gase nach Gay-Lussac 0,00375 ist, so nehmen die 0,001299 Gramm Luft bei 100° einen Raum von 1,375 Kubikcentimeter ein. Folglich ist $\frac{1,375}{0,001299} = 1058,47$ Kubikcentimeter derjenige Raum, welchen 1 Gramm trockener Luft bei 100° einnimmt.

Bezeichnet man nun mit x das Volumen, welches 1 Gramm Wasserdampf bei 100° und einem Drucke von 760 Millimeter einnimmt, so hat man, mit Berücksichtigung, daß nach Gay-Lussac die Dichte des Wasserdampfes sich zur Dichte der Luft verhält wie 0,6235 : 1

$$x : 1058,47 = 1 : 0,6235$$

woraus

$$x = 1697,62$$

Ein Kubikcentimeter Wasser nimmt daher, wenn es bei 100° verdampft, einen nahe 1700 mal so großen Raum als vorher ein.

Folgende Tabelle enthält die den beigesetzten Temperaturen entsprechenden Gewichte eines Kubikmeters gesättigten Wasserdampfes in Grammen.

Temperatur.	Gewicht.	Temperatur.	Gewicht.	Temperatur.	Gewicht.
0	5,3	35	39,00	70	196,40
5	7,3	40	49,90	75	238,80
10	9,7	45	63,70	80	293,60
15	13,10	50	71,00	85	355,70
20	17,30	55	102,20	90	426,10
25	22,70	60	126,10	95	507,40
30	29,70	65	159,20	100	590

Ueber die Dichtigkeit anderer Dämpfe sind bis jetzt bei Weitem weniger Untersuchungen angestellt worden, als über die Dichtigkeit des Wasserdampfes.

Folgende Tabelle enthält die Dichtigkeiten einiger Dämpfe für den Siedepunkt, wobei die Dichtigkeit der Luft bei 0° und 760 Millimeter Barometerdruck = 1 gesetzt ist.

Namen der Dämpfe.	Dichtigkeit.	Namen der Dämpfe.	Dichtigkeit.
Alkohol	1,613	Phosphorchlorür .	4,875
Ammoniak . . .	0,5967	Quecksilber . . .	7,03
Arsenik	10,6	Salzsäureäther . .	2,219
Arsenikchlorür . .	6,301	Schwefel	6,9
Arsenikwasserstoff .	2,695	Schweflige Säure .	2,247
Blausäure . . .	0,946	Schwefelsäure . .	3,0
Brom	5,54	Schwefeläther . .	2,586
Chlor	2,47	Schwefelkohlenstoff .	2,645
Chlorkiesel . . .	5,939	Terpentinöl . . .	5,013
Jod	8,716	Titanchlorid . .	6,856
Jodwasserstoffäther .	5,475	Wasser	0,623
Phosphor . . .	4,58	Zinnchlorid . . .	9,2

c. Mischung von Gasen mit Dämpfen.

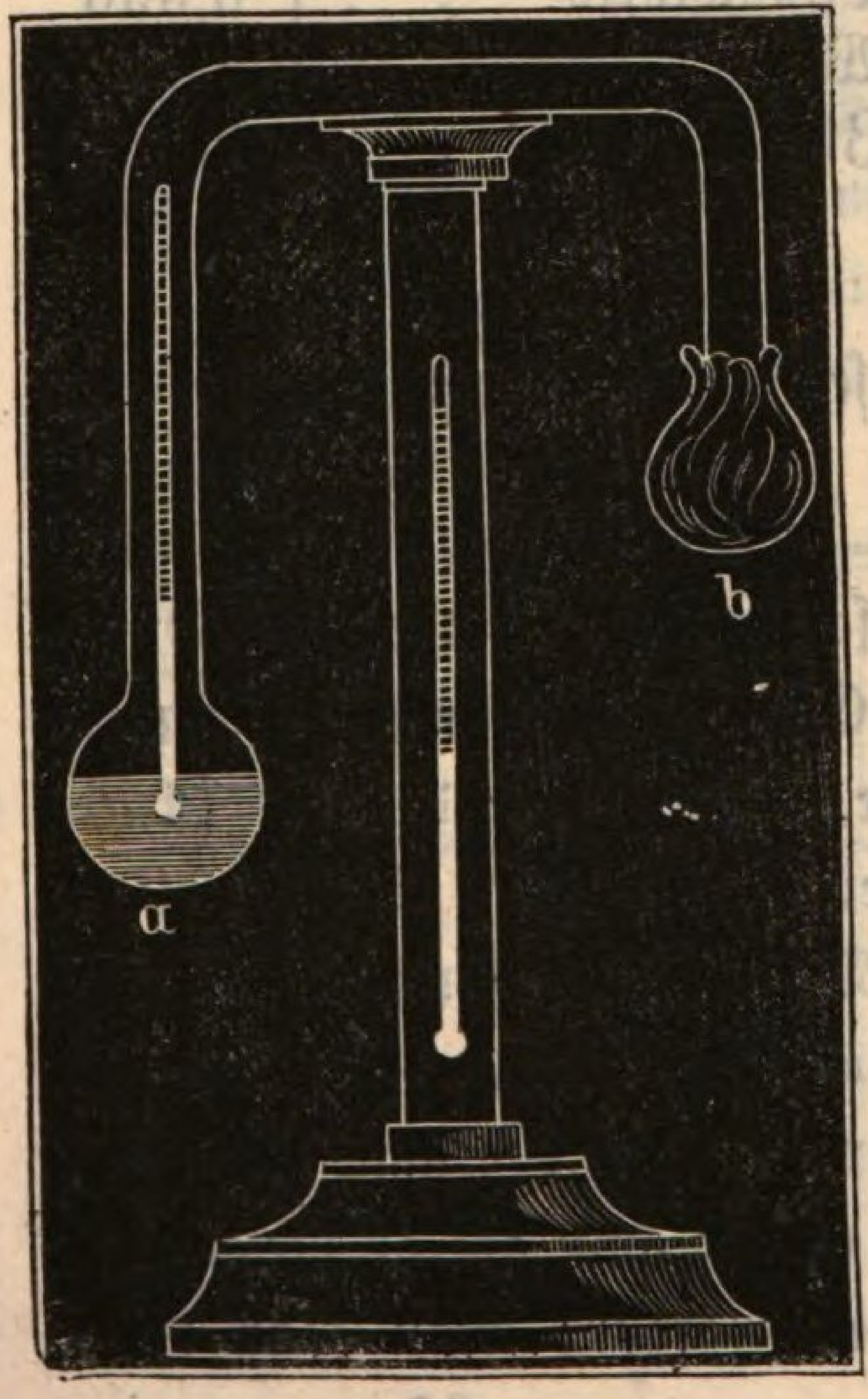
Die Dämpfe mögen sich im leeren Raume oder in einem Raume entwickeln, in welchem sich schon ein Gas oder ein Dampf befindet oder in welchem mehrere Gase oder Dämpfe vorhanden sind, immer gelten dieselben Gesetze. Die Masse des entwickelten Dampfes und seine Spannkraft bleibt unter allen Umständen dieselbe. Im leeren Raume findet die Dampfbildung nur rascher statt als in einem mit Gas oder Dampf erfüllten Raum. Befinden sich in einem geschlossenen Raume mehrere Gase und Dämpfe, so füllt jedes Gas, jeder Dampf den Raum ebenso aus, als ob die übrigen Gase und Dämpfe nicht vorhanden wären. Man sagt daher,

Gase und Dämpfe verhalten sich zu einander wie zum leeren Raume. Jedes Gas, jeder Dampf hat hierbei eine der vorhandenen Temperatur entsprechende Dichtigkeit und Spannkraft. Der Druck, den ein solches Gemenge von Gasen und Dämpfen ausübt, ist gleich der Summe der Drucke, welche jedes allein ausüben würde.

Die atmosphärische Luft ist stets mehr oder weniger mit Wasserdampf angefüllt, da dieser mit der Luft sich fortwährend mengt. Je höher die Temperatur der Atmosphäre steigt, um so mehr Wasserdampf vermag sie aufzunehmen, und zwar wird dieser Wasserdampf, da er sich ungehindert ausbreiten kann, bei gleichbleibender Temperatur das Maximum seiner Spannkraft nicht erlangen. Sinkt nun aber die Temperatur der Atmosphäre bis zu derjenigen herab, für welche die in der Luft enthaltene Dampfmenge das Maximum der Spannkraft hat, so wird der Dampf condensirt und schlägt sich als Regen, Nebel, Thau u. dergl. nieder.

Derjenige Temperaturgrad, bei welchem der Niederschlag erfolgt, heißt der Thaupunkt.

Fig. 217.



Man hat verschiedene Apparate construirt, mit welchen man den Feuchtigkeitszustand der Luft beobachtet. Die vorzüglichsten sind Daniells Hygrometer (Feuchtigkeitsmesser) und Augusts Psychrometer (Naßkältemesser).

Daniells Hygrometer, Fig. 217, besteht aus einer luftleeren Glasröhre, welche an beiden Enden zu Kugeln ausgeblasen ist. In der Kugel a, welche zum Theil mit einer dünnen Gold- oder Platinschicht überzogen ist, befindet sich Aether und ein kleines Thermometer, dessen Kugel nahe unter

der Oberfläche des Aethers steht. Die Kugel b ist mit einem feinen Leinwandläppchen umwickelt. Am Stativ befindet sich ein Thermometer, welches die Temperatur der Luft angibt.

Da der Apparat luftleer ist, so füllt er sich mit Aetherdämpfen. Befeuchtet man nun die Kugel b mit Aether, so wird sie zufolge der Verdunstung abgekühlt. Der Aetherdampf in der Kugel b wird daher verdichtet, wodurch die Verdunstung in der Kugel a befördert wird. Hierdurch sinkt nun die Temperatur der Kugel a, welche endlich mit einem feinen Thau beschlägt.

In diesem Augenblicke beobachtet man beide Thermometer. Das in der Kugel a befindliche zeigt diejenige Temperatur an, bei welcher die in der Luft befindlichen Wasserdämpfe das Maximum ihrer Spannkraft haben, mithin den Thaupunkt.

Man kann daher mit diesem Instrumente den Thaupunkt direct beobachten. Zeigt das Thermometer in der Kugel t^0 und das in der Luft $t_1{}^0$ und sind p und p_1 die Gewichte der Dampfmengen, welche im Maximum ihrer Spannung bei den Temperaturen t und t_1 ein Kubikmeter Luft aufzunehmen vermag, so ist bei der beobachteten Temperatur der Luft $\frac{p}{p_1}$ der relative Dampfgehalt der Luft, das ist die Zahl, welche angibt, wie viel von demjenigen Dampfquantum, welches die Luft bei der beobachteten Temperatur aufzunehmen vermag, wirklich vorhanden ist.

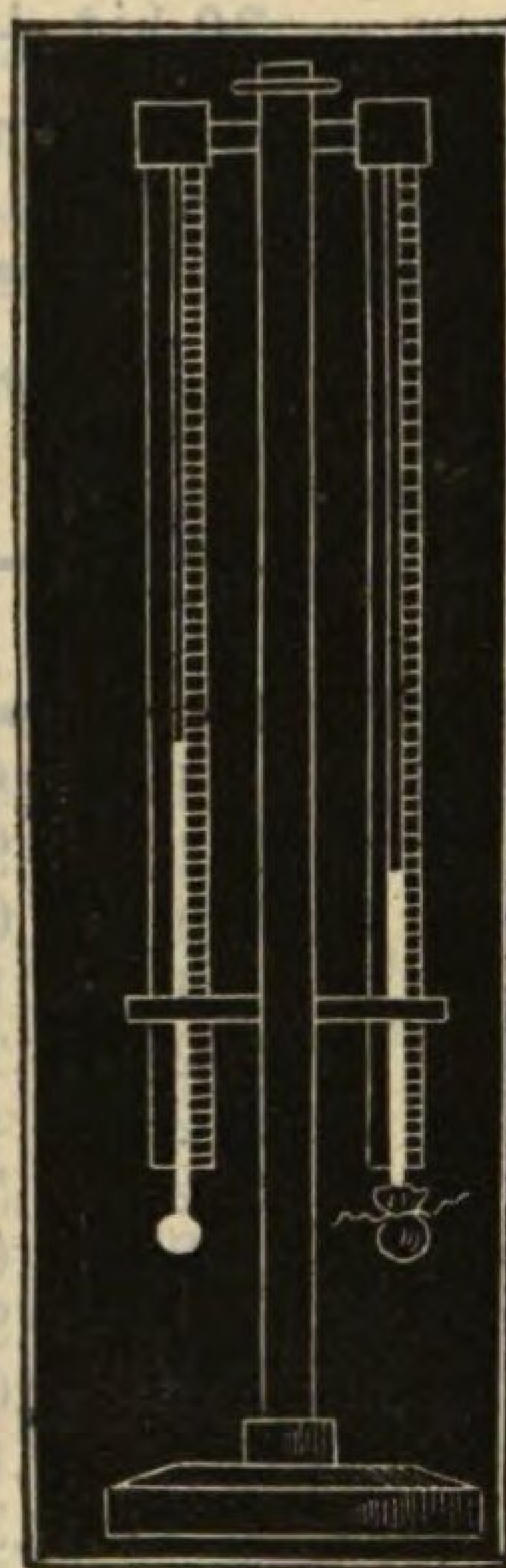
Folgende Tabelle gibt die den beigesetzten Temperaturen entsprechenden Dampfmengen in Grammen an, welche ein Kubikmeter Luft im Maximum der Spannkraft aufnehmen kann.

Temperatur.	Dampfmenge.	Temperatur.	Dampfmenge.
— 20	1,062	+ 11	10,355
19	1,178	12	11,047
18	1,294	13	11,739
17	1,410	14	12,431
16	1,526	15	13,123
15	1,643	16	14,022
14	1,794	17	14,921
13	1,946	18	15,821
12	2,098	19	16,721
11	2,250	20	17,621
10	2,402	21	18,777
9	2,620	22	19,934
8	2,838	23	21,091
7	3,057	24	22,248
6	3,276	25	23,405
5	3,495	26	24,877
4	3,781	27	26,349
3	4,068	28	27,821
2	4,355	29	29,293
1	4,642	30	30,765
0	4,929	31	32,629
+ 1	5,349	32	34,483
2	5,769	33	36,337
3	6,190	34	38,192
4	6,111	35	40,037
5	7,032	36	42,350
6	7,558	37	44,663
7	8,084	38	46,977
8	8,610	39	49,291
9	9,136	40	51,605
10	9,663		

Ist z. B. die Temperatur der Luft 19° und der Thaupunkt 6°, so ist nach der Tabelle $p = 7{,}558$ und $p_1 = 16{,}721$, daher $\frac{p}{p_1} = \frac{7{,}558}{16{,}721}$ das relative Dampfquantum der Luft.

August's Psychrometer, Fig. 218, besteht aus zwei übereinstimmenden Thermometern, welche an einem Gestelle befestigt sind. Die Kugel des einen ist mit einem Leinwandläppchen umgeben, welches mit Wasser befeuchtet ist und feucht erhalten wird. Die Verdunstung findet um so rascher statt, je weniger Wasserdampf die Luft enthält. Durch die Verdunstung wird das Thermometer abgekühlt, bis es diejenige Temperatur hat, für welche die Luft mit Wasserdampf gesättigt ist.

Fig. 218.



Die Dampfmenge, welche die Luft aufnimmt, während sie an der nassen Kugel vorbeistreicht, ist um so größer, je größer die Temperaturdifferenz beider Thermometer ist, so daß sie dieser Differenz proportional gesetzt werden kann. Ist diese Temperaturdifferenz t^0, so ist αt die Dampfmenge, welche die Luft noch aufnimmt, um für die Temperatur des nassen Thermometers gesättigt zu sein, wo α ein constanter Factor ist der durch Versuche bestimmt werden muß.

Bezeichnet q das Gewicht desjenigen Wasserdampfes, welchen für die Temperatur des nassen Thermometers ein Kubikmeter Luft aufzunehmen vermag, um bis zum Thaupunkte gesättigt zu sein, so wie p das Gewicht desjenigen Wasserdampfes, welchen ein Kubikmeter Luft bereits enthält, so ist, weil noch das Quantum αt aufgenommen wird, offenbar

$$q = p + \alpha t$$
$$p = q - \alpha t$$

wodurch das in der Luft enthaltene Quantum Wasserdampf bestimmt ist.

Nach vergleichenden Versuchen mit dem Daniellschen Hygrometer ist $\alpha = 0,65$.

Folgende Tabelle gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf in einem Kubikcentimeter Luft bei den beobachteten Lufttemperaturen von — 20 bis + 35° und bei den beobachteten Temperaturdifferenzen beider Thermometer von 0° bis 12° enthalten sind.

Temperatur der Luft.	Temperaturdifferenz beider Thermometer und entsprechender Wassergehalt der Luft.												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
— 20	1,5	0,8	0,1										
19	1,6	0,9	0.2										
18	1,8	1,0	0,3										
17	1,9	1,1	0,4										
16	2,0	1,2	0.5										
15	2,1	1,4	0,6										
14	2,3	1,5	0,8										
13	2,4	1,6	0,9	0,1									
12	2,6	1,8	1,0	0,3									
11	2,7	2,0	1,2	0,4									
10	2,9	2,1	1,3	0,6									
9	3,1	2,3	1,5	0,7									
8	3,3	2,5	1,7	0,9	0,1								
7	3,5	2,7	1,9	1,1	0,3								
6	3,7	2,9	2,1	1,3	0,5								
5	4,0	3,1	2,3	1.5	0,7								
4	4,2	3,4	2,5	1,7	0,9	0,1							
3	4,5	3.6	2,8	1,9	1,1	0,3							
2	4,8	3,9	3,0	2,2	1,4	0,5							
1	5,1	4,2	3,3	2,4	1,6	0 8							
0	5,4	4,5	3,6	2,7	1,9	1,0	0,2						
+ 1	5,7	4,7	3,8	2,9	2,1	1,2	0,4						
2	6,1	5,1	4,1	3,2	2,3	1,4	0,5						
3	6,5	5,4	4,4	3,4	2,5	1,6	0,7						
4	6,9	5,8	4,8	3,7	2,7	1,8	1,0						
5	7,3	6,2	5,1	4,1	3,1	2.1	1,2	0,3					
6	7,7	6,6	5,5	4,5	3,4	2,4	1,4	0,5					
7	8,2	7,0	5,9	4,9	3,8	2,8	1,8	0,8					
8	8,7	7,5	6,4	5,3	4,2	3,2	2,1	1,1	0,2				
9	9,2	8,0	6,9	5,7	4,6	3,6	2,5	1,5	0,5				
10	9,7	8,5	7,3	6.2	5,1	4,0	2,9	1,9	0,9				
11	10,3	9,1	7,9	6,7	5,6	4,4	3,3	2,3	1,2	0,2			
12	10,9	9,7	8,4	7,2	6,0	4,9	3,8	2,7	1,7	0,6			
13	11,6	10,3	9,0	7,8	6,6	5,4	4,3	3,1	2,1	1,0			
14	12,2	10,9	9,6	8,3	7,1	5,9	4,8	3,6	2,5	1,4	0,4		
15	13,0	11,6	10,3	9,0	7,7	6,5	5,3	4,1	3,0	1,9	0,8		
16	13,7	12,3	10,9	9,6	8,3	7,0	5,8	4,6	3,5	2,4	1,3	0,2	
17	14,5	13,1	11,6	10,3	9,0	7,7	6 4	5,2	4,0	2,9	1,7	0,7	

Temperatur der Luft.	Temperaturdifferenz beider Thermometer und entsprechender Wassergehalt der Luft.												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
+18	15,3	13,8	12,4	11,0	9,6	8,3	7,0	5,8	4,6	3,4	2,2	1,1	
19	16,2	14,7	13,2	11,7	10,3	9,0	7,7	6,4	5,1	3,9	2,8	1,6	
20	17,1	15,5	14,0	12,5	11,1	9,7	8,3	7,0	5,8	4,5	3,3	2,2	
21	18,1	16,5	14,9	13,4	11,9	10,5	9,1	7,7	6,4	5,1	3,9	2,7	
22	19,1	17,4	15,8	14,2	12,7	11,2	9,8	8,4	7,1	5,8	4,5	3,3	
23	20,2	18,5	16,8	15,2	13,6	12,1	10,6	9,2	7,8	6,4	5,2	3,9	2,5
24	21,3	19,5	17,8	16,1	14,5	12,9	11,4	10,0	8,5	7,2	5,8	4,5	3,1
25	22,5	20,6	18,9	17,1	15,5	13,8	12,3	10,8	9,3	7,9	6,5	5,2	3,9
26	23,8	21,8	20,0	18,2	16,5	14,8	13,2	11,6	10,1	8,7	7,3	5,9	4,6
27	25,1	23,1	21,2	19,3	17,5	15,8	14,2	12,6	11,0	9,5	8,1	6,7	5,3
28	26,4	24,4	22,4	20,5	18,7	16,9	15,2	13,5	11,9	10,4	8,9	7,5	6,1
29	27,9	25,8	23,7	21,7	19,8	18,0	16,3	14,6	12,9	11,3	9,8	8,3	6,8
30	29,4	27,2	25,1	23,0	21,1	19,2	17,4	15,6	13,9	12,3	10,7	9,1	7,7
31	31,0	28,7	26,5	24,4	22,4	20,4	18,5	16,7	15,0	13,3	11,6	10,1	8,5
32	32,6	30,3	28,0	25,8	23,8	21,7	19,8	17,9	16,1	14,3	12,7	11,0	9,4
33	34,4	31,9	29,6	27,3	25,2	23,1	21,1	19,1	17,3	15,4	13,7	12,0	10,4
34	36,2	33,7	31,2	28,9	26,7	24,5	22,4	20,4	18,5	16,6	14,8	13,1	11,4
35	38,1	35,5	33,0	30,6	28,2	26,0	23,8	21,8	19,8	17,8	16,0	14,2	12,5

Ist z. B. die Temperatur der Luft 16° und die Temperaturdifferenz beider Thermometer 5°, so daß das nasse Thermometer 11° zeigt, so sind in einem Kubikcentimeter Luft 7,0 Gramm Wasserdampf enthalten.

Viele organische Substanzen, namentlich Haare, Fischbein, Federkiele, Darmsaiten u. dergl. mehr haben die Eigenschaft, je nach dem Feuchtigkeitszustande der Luft Feuchtigkeit aufzunehmen oder abzugeben. Man nennt solche Körper hygroskopisch. Bei Aufnahme von Feuchtigkeit dehnen sie sich aus und ziehen sich wieder zusammen, wenn sie trocknen. Solche Körper sind ebenfalls zu Hygrometern benutzt worden, allein sie geben keine zuverlässigen Resultate.

4. Von der specifischen Wärme und der Wärmecapacität.

Es wird angenommen, daß diejenige Wärmemenge, welche erforderlich ist, um die Temperatur eines Körpers um einen Grad zu erhöhen, der Masse des Körpers direct proportional ist, woraus folgt, daß gleiche Massen desselben Körpers auch gleiche Wärmemengen bedürfen, wenn ihre Temperaturen sich um gleich viel Grade erhöhen sollen, so wie daß sie gleiche Wärmemengen abgeben müssen, wenn ihre Temperatur um gleich viel Grade sinken soll.

Bei gleichen Massen verschiedener Körper sind nun die Wärmemengen, welche gleiche Temperaturen hervorbringen, verschieden; oder was dasselbe ist, die Temperaturen sind verschieden, welche dieselbe Wärmemenge in gleichen Massen verschiedener Körper erzeugt.

Man nennt die Eigenschaft der Körper, vermöge welcher sie ungleiche Wärmemengen bedürfen, um auf gleiche Temperaturen erhoben zu werden, ihre Wärmecapacität; die Wärmemenge aber, welche die Gewichtseinheit eines Körpers aufnimmt, wenn er seine Temperatur um einen Grad erhöht, seine specifische Wärme.

Hieraus folgt, daß die specifische Wärme eines Körpers seiner Temperaturerhöhung umgekehrt proportional ist.

Bezeichnet man die specifische Wärme eines Körpers mit c, seine Masse mit m und die Temperaturerhöhung, welche eine gewisse Wärmemenge in ihm hervorbringt, mit t; bezeichnet man ferner die specifische Wärme eines andern Körpers mit c_1, seine Masse mit m_1 und die Temperaturerhöhung, welche dieselbe Wärmemenge in ihm hervorbringt, mit t_1, so hat man

$$c : c_1 = m_1 t_1 : mt$$

hieraus

$$c_1 = \frac{mt}{m_1 t_1} c$$

Setzt man $c = 1$, d. h. nimmt man die specifische Wärme dieses Körpers als Einheit an, so ist

$$c_1 = \frac{mt}{m_1 t_1}$$

Ist außerdem noch $m = m_1$, so ist

$$c_1 = \frac{t}{t_1}$$

Es wird die specifische Wärme des Wassers als Einheit angenommen. Man findet daher die specifische Wärme irgend eines Körpers, wenn man die Temperaturerhöhung, welche eine gewisse Wärmemenge in der Gewichtseinheit Wasser erzeugt, durch die Temperaturerhöhung, welche dieselbe Wärmemenge in der Gewichtseinheit des fraglichen Körpers erzeugt, dividirt.

Ist die specifische Wärme eines Körpers bekannt, so kann man mittelst der obigen Formel seine Temperatur bestimmen; denn es ist

$$t_1 = \frac{mt}{m_1 c_1}$$

Es können hiernach Temperaturen bestimmt werden, welche man mit dem Thermometer nicht mehr zu messen im Stande ist.

a. Specifische Wärme fester und flüssiger Körper.

Es gibt drei Methoden, die specifische Wärme fester und flüssiger Körper zu bestimmen. Die Mischungsmethode, die Schmelzungsmethode und die Abkühlungsmethode.

Bei der Mischungsmethode wird eine beliebige Menge desjenigen Körpers, dessen specifische Wärme bestimmt werden soll, bis zu einer beliebigen Temperatur erwärmt, und dann in ein Gefäß mit Wasser gebracht, dessen Temperatur niedriger ist. Der Körper gibt hierbei so lange Wärme an das Wasser ab, bis beide gleiche Temperatur haben.

Ist die Masse des Wassers m und seine Temperatur vor der Mischung t, die Masse des zu prüfenden Körpers m_1 und seine Tem-

peratur vor der Mischung t_1; ist endlich die gemeinschaftliche Temperatur nach der Mischung t_2, so hat sich die Temperatur des Wassers um $t_2 - t$ Grade erhöht, die Temperatur des zu prüfenden Körpers aber um $t_1 - t_2$ Grade vermindert. Es ist daher die specifische Wärme des fraglichen Körpers

$$c = \frac{m\ (t_2 - t)}{m_1\ (t_1 - t_2)}$$

Diese Methode ist indessen nur bei solchen festen Körpern anwendbar, welche sich gegen Wasser chemisch indifferent verhalten.

Bei genauen Untersuchungen muß auch die Temperaturveränderung des Gefäßes mit in Rechnung gezogen werden, was am einfachsten dadurch geschieht, daß man die Masse des Gefäßes auf eine rücksichtlich der Wärmecapacität äquivalente Masse Wasser reducirt und zu der vorhandenen Wassermenge addirt.

Es sei die Masse des Gefäßes m_2, die specifische Wärme des Körpers, aus welchem das Gefäß gefertigt ist, c_2 und die äquivalente Masse Wasser μ, so hat man, weil die Wärmecapacitäten den Massen umgekehrt proportional sind,

$$m_2 : \mu = 1 : c_2$$

woraus

$$\mu = m_2 c_2$$

Hiernach geht die obige Formel in folgende über

$$c = \frac{(m + m_2 c_2)\ (t_2 - t)}{m_1\ (t_1 - t_2)}$$

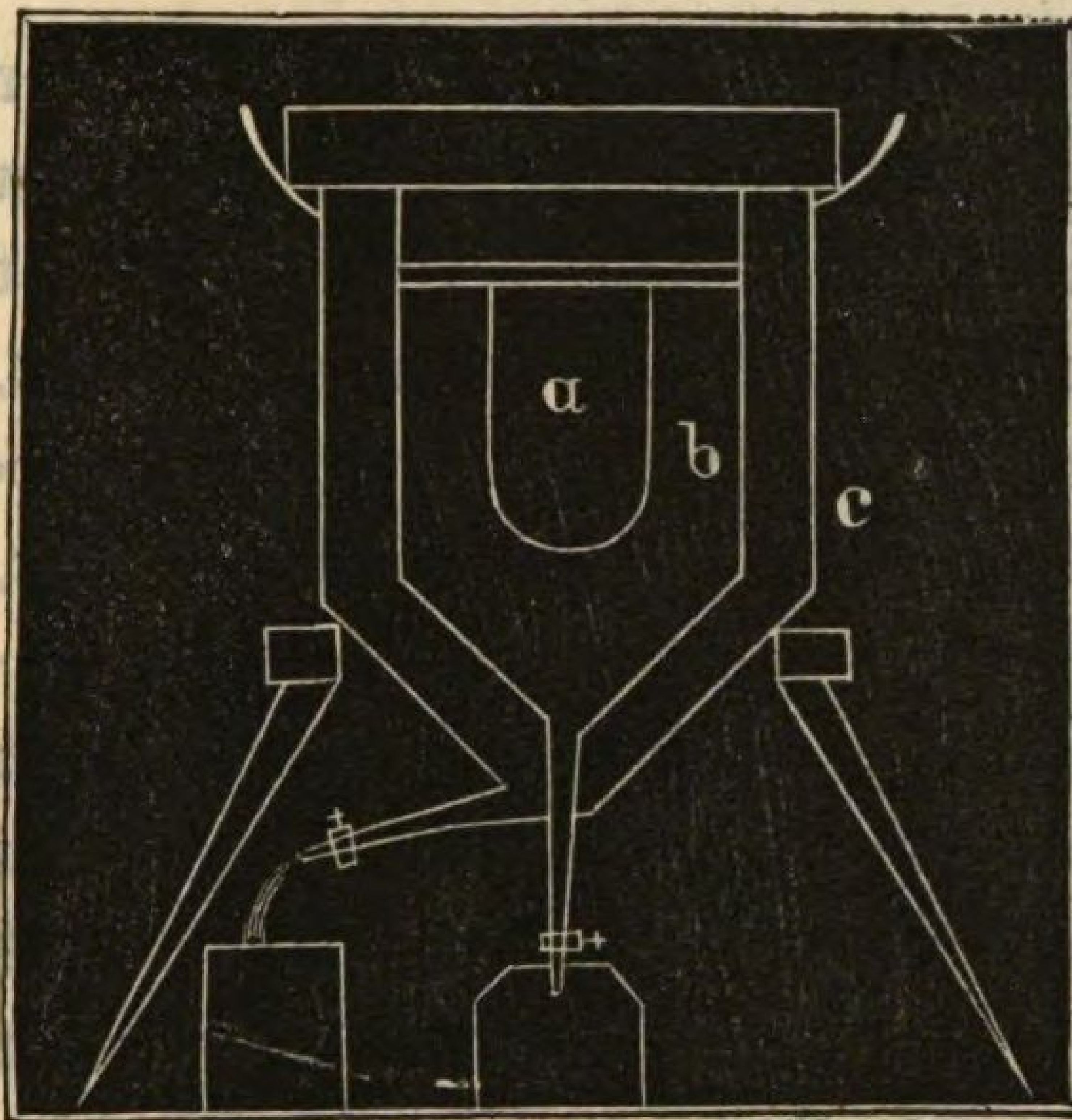
Bei der Schmelzungsmethode bringt man den zu untersuchenden und gehörig erwärmten Körper mit Eis so in Berührung, daß, während der Körper sich bis zu 0^0 abkühlt, die sämmtliche von ihm abgegebene Wärme zur Schmelzung von Eis verwendet wird.

Es geht daher, mit Berücksichtigung, daß dieselbe Wärmemenge, welche die Gewichtseinheit Eis schmilzt, die Temperatur der Gewichtseinheit Wasser von 0^0 auf 79^0 erhöhen würde, obige Formel über in

$$c = \frac{m \,.\, 79}{m_1 t_1}$$

Lavoisier und Laplace bedienten sich zu diesen Versuchen eines Calorimeters, von welchem Fig. 219 einen senkrechten Durchschnitt darstellt. Dasselbe besteht aus drei in einander gesteckten Gefäßen von Eisenblech. Im Gefäße a befindet sich der abzukühlende Körper; in den Gefäßen b und c aber befinden sich kleine Eisstücke. Das im Gefäße c befindliche Eis dient nur dazu, die Wärme von außen abzuhalten. Die Gefäße b und c sind mit Hähnen versehen, so daß das in beiden gebildete Wasser abfließen kann.

Fig. 219.



Vor dem Beginn des Versuchs muß überall im Innern des Calorimeters die Temperatur = 0° sein; auch gießt man in das Gefäß b etwas Wasser, um die Eisstücke zu benetzen. Man kann dann ohne merklichen Fehler annehmen, daß nach dem Versuche eben so viel Wasser an den Eisstücken haften werde, als vor dem Versuche. Das aus b nach dem Versuche abgeflossene Wasser wird gewogen.

Die Abkühlungsmethode stützt sich auf die Voraussetzung, daß die Zeiten, innerhalb welcher Körper von gleichem Volumen, gleicher Oberfläche, gleicher Umgebung und gleicher ursprünglicher Temperatur sich um gleich viel Grade abkühlen, bei gleichen Massen sich verhalten wie die Wärmecapacitäten, bei gleichen Wärmecapacitäten wie die Massen, daher bei ungleichen Wärmecapacitäten und ungleichen Massen wie die Producte aus Wärmecapacität und Masse.

Bezeichnen m und m_1 die Massen, c und c_1 die Wärmecapacitäten und τ und τ_1 die Zeiten, innerhalb welcher beide Körper sich um gleich viel Grade abkühlen, so ist

$$mc : m_1 c_1 = \tau : \tau_1$$

oder

$$\frac{mc}{m_1 c_1} = \frac{\tau}{\tau_1}$$

Der Apparat hierzu ist ein bleiernes Gefäß, welches luftleer gemacht werden kann und sich während des Versuches in einem Wasserbade von constanter Temperatur befindet. In dem luftdicht schließenden Deckel ist mittelst einer Hülse ein Thermometer befestigt, dessen Gefäß in einem polirten cylindrischen Silbergefäße sich befindet. In das Silbergefäß bringt man den zu prüfenden Körper, welcher, wenn er ein fester ist, vorher gepulvert werden muß.

Nachdem man die Temperatur des im Silbergefäße befindlichen Körpers entsprechend erhöht hat, schließt man den Apparat, macht ihn rasch luftleer und beobachtet die Zeit, innerhalb welcher das Thermometer um eine gewisse Anzahl Grade sinkt. Das Gewicht des im Silbergefäße enthaltenen Körpers muß vorher geprüft sein.

Hat man für Wasser, wo $c = 1$ ist, die Größen m und τ ermittelt, so gilt dies natürlich ein für allemal. Der so eben beschriebene Versuch gibt die Größen m_1 und τ_1 für irgend einen beliebigen Körper, dessen specifische Wärme dann

$$c_1 = \frac{m\tau_1}{m_1 \tau}$$

ist.

Die nach dieser Methode erhaltenen Resultate sind nur dann richtig, wenn die Substanzen ihre Wärme mit gleicher Leichtigkeit an das Silber abgeben.

Aus den Untersuchungen über die specifische Wärme fester und flüssiger Körper hat sich Folgendes ergeben.

1) **Die specifische Wärme eines und desselben Körpers ist um so kleiner, je dichter der Körper ist.**

Nach Regnault ist z. B. die specifische Wärme für

Thierische Kohle . . .	0,26085
Holzkohle	0,24150
Coaks	0,20307
Steinkohle	0,20085

Anthrazit	0,20135
Graphit	0,20083
Diamant	0,14687

Auf gleiche Weise ist die specifische Wärme für

gegossenes Kupfer . . .	0,09478
gehämmertes Kupfer . .	0,09346

2) Die specifische Wärme ist in höheren Temperaturen größer als in niederen Temperaturen.

Dulong und Petit bestimmten die specifische Wärme mehrerer Körper, indem sie das eine Mal den Körper bis 100°, das andere Mal bis 300° erwärmten, wobei die aus den höheren Temperaturen gewonnenen Resultate stets größer ausfielen, als die aus den minder hohen Temperaturen gewonnenen, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

Namen der Körper.	Specifische Wärme aus	
	100°	300°
Eisen	0,1098	0,1218
Quecksilber	0,0330	0,0350
Zink	0,0927	0,1015
Antimon	0,0507	0,0549
Silber	0,0557	0,0611
Kupfer	0,0949	0,1013
Glas	0,1770	0,1900

Nach Neumann und Regnault nimmt die specifische Wärme des Wassers mit steigender Temperatur zu, wie folgende Zusammenstellung zeigt, wo die specifische Wärme bei 0° = 1 gesetzt ist.

t	c	t	c	t	c
0	1,0000	50	1,0017	150	1,0097
10	1,0002	100	1,0050	200	1,0160

Nach Pouillets Untersuchungen zeigt folgende Zusammenstellung ein gleiches Verhalten des Platins.

t	c	t	c	t	c
100	0,03350	500	0,03518	900	0,03686
200	0,03392	600	0,03560	1000	0,03728
300	0,03434	700	0,03602	1100	0,03770
400	0,03476	800	0,03644	1200	0,03812

3) Die specifische Wärme der einfachen Körper oder ein Multiplum derselben ist den Atomgewichten umgekehrt proportional. Oder mit andern Worten: Bei einfachen Körpern ist das Product aus der specifischen Wärme oder einem Vielfachen derselben in das Atomgewicht stets eine constante Zahl.

Bezeichnet man die specifische Wärme mit c, ein Vielfaches derselben mit γc, das Atomgewicht mit a und die constante Zahl mit C, so ist

$$C = ca \text{ oder } C = \gamma ca$$

In folgender Tabelle ist das Atomgewicht, die specifische Wärme und das Product beider enthalten.

Namen der Elemente.	Specifische Wärme. Die des Wassers = 1.	Atomgewicht. Wasserstoff = 1.	Werthe von C.
Antimon .	0,0508	129	6,5532 = 3,2766 . 2
Arsen . .	0,0814	75,2	6,1213 = 3,0606 . 2
Blei . .	0,0314	103,8	3,2593
Brom . .	0,1350	78,4	10,5840 = 3,1946 . 3
Diamant .	0,1469	6	0,8814 = 3,5256 . $\frac{1}{4}$
Eisen . .	0,1138	28	3,1864
Gold . .	0,0324	199	6,4476 = 3,2238 . 2
Graphit .	0,2019	6	1,2114 = 3,6342 . $\frac{1}{3}$
Jod . .	0,0541	126	6,8166 = 3,4083 . 2
Iridium .	0,0368	98,7	3,6322

Namen der Elemente.	Specifische Wärme. Die des Wassers = 1.	Atomgewicht. Wasserstoff = 1.	Werthe von C.
Kadmium .	0,0567	55,8	3,1639
Kobalt .	0,1070	29,6	3,1672
Kupfer . .	0,0951	31,8	3,8242
Mangan .	0,1441	27,6	3,9772
Molybdän .	0,0722	48	3,4656
Nickel . .	0,1086	29,6	3,2146
Palladium .	0,0593	53,4	3,1666
Phosphor .	0,1887	31,4	5,9251 = 2,9625 . 2
Platin . .	0,0324	98,7	3,1979
Quecksilber	0,0333	101,4	3,3766
Sauerstoff .	0,2361	8	1,8888 = 3,7776 . $\frac{1}{2}$
Schwefel .	0,2026	16	3,2416
Selen . .	0,0837	40	3,3480
Silber . .	0,0570	108,1	6,1617 = 3,0808 . 2
Stickstoff .	0,2754	14	3,8556
Tellur . .	0,0515	64	3,2960
Wasserstoff .	3,2936	1	3,2936
Wismuth .	0,0308	106,4	3,2771
Zink . .	0,0955	32,2	3,0751
Zinn . .	0,0562	95	3,3158

Wenn die Werthe von C nicht absolut gleich sind, so hat dieses seinen Grund einestheils darin, daß die specifische Wärme sich mit dem Cohäsionszustande und der Temperatur ändert, anderntheils darin, daß die Zahlen, welche die Atomgewichte sowohl, als die Zahlen, welche die specifische Wärme angeben, durch Beobachtungen gefunden sind und daher nicht frei von Beobachtungsfehlern sein können.

4) **Für die specifische Wärme zusammengesetzter Körper gilt dasselbe Gesetz, was für die specifische Wärme der Elemente gilt.** (Nach **Neumann** und **Regnault**.)

5) **Die specifische Wärme zusammengesetzter Körper ist gleich der Summe der specifischen Wärmen seiner**

Bestandtheile in demjenigen Condensationszustande, in welchem sie in der Verbindung vorkommen. (Nach Schröder.)

6) Die specifische Wärme einer Legirung ist das Mittel aus den specifischen Wärmen der legirten Metalle. (Nach Regnault.)

Folgende Tabelle enthält die specifische Wärme mehrerer fester und flüssiger Körper.

a. Specifische Wärme fester Körper.

Achat	0,1950
Anhydrit	0,1772
Antimon	0,0508
Antimonige Säure	0,0953
Antimonoxyd	0,0901
Apfelbaumholz	0,57
Arragonit	0,2085
Arsenik	0,0814
Arsenikoxyd	0,126
Arsenige Säure	0,1279
Arseniksäure	0,1315
Asche von Ulmenholz	0,1402
„ „ Holzkohle	0,0909
„ „ Schmiedekohle	0,1855
Baryt, kohlensaurer	0,1104
„ salpetersaurer	0,1523
„ schwefelsaurer	0,1129
Bergkrystall	0,1894
Birkenholz	0,48
Birnbaumholz	0,50
Bitterspath	0,2161
Blei	0,0314
Bleiglanz	0,049
Bleioxyd, gelbes	0,068

Bleioxyd, rothes	0,062
„ kohlensaures	0,086
„ schwefelsaures	0,0872
„ phosphorsaures	0,0821
„ borsaures	0,0905
Bleiweiß	0,067
Blende	0,133
Buchenholz	0,49
Cadmium	0,0567
Chromoxyd	0,1796
Cölestin	0,130
Chlornatrium	0,214
Chlorkalium	0,173
Chlorsilber	0,0911
Chlorbaryum	0,0896
Chlorkalcium	0,1642
Chlormagnesium	0,1946
Chlorblei	0,0664
Eichenholz	0,51
Eis	0,92
Eisen	0,1138
Eisenblech	0,1099
Eisenglanz	0,163
Eisenoxyd	0,1692
„ kohlensaures	0,1935
Eisenoxydul	0,1666
Eisenrost	0,250
Eschenholz	0,51
Fichtenholz	0,65
Galmei	0,151
Gerste	0,421
Glas	0,1977
Glockenspeise	0,11
Gold	0,0324
Graphit	0,2019

Graphit aus Hohöfen	0,497
Gußeisen	0,1298
Gyps	0,1966
Hafer	0,416
Holzkohle	0,2631
Jod	0,0541
Kali, kohlensaures	0,2162
„ salpetersaures	0,2388
„ chlorsaures	0,2096
„ phosphorsaures	0,1910
„ arsenikſaures	0,1563
„ schwefelsaures	0,1901
„ chromsaures	0,1851
„ doppelchromsaures	0,1894
„ borsaures	0,2198
Kalk, ätzend	0,2397
„ kohlensaurer	0,271
Kalkspath	0,2086
Kieselsäure	0,1913
Kiessand	0,19
Kobalt	0,1121
Kochsalz	0,226
Kohle von Zucker	0,2411
Kreide	0,256
Kupfer	0,0951
Kupferoxyd	0,142
Legirung von	
1 Th. Blei und 1 Th. Zinn	0,0407
1 „ „ 2 „ „	0,0451
1 „ „ 1 „ Antimon	0,0388
1 „ Wismuth und 1 Th. Zinn	0,04
1 „ „ „ 2 „ „	0,045
1 Th. Wismuth, 2 Th. Zinn und 1 Th. Antimon	0,0462

Legirung von	
1 Th. Wismuth, 2 Th. Zinn, 1 Th. Antimon und 2 Th. Zink	0,0566
1 Th. Blei, 2 Th. Zinn und 1 Th. Wismuth	0,0448
1 Th. Blei, 2 Th. Zinn und 2 Th. Wismuth	0,0608
1 Th. Quecksilber und 1 Th. Zinn	0,0729
1 „ „ „ 2 „ „	0,0659
1 „ „ „ 1 „ Blei	0,0383
Lindenholz	0,67
Magnesia	0,2439
„ kohlensaure	0,379
Magnesit	0,227
Mangan	0,1441
Messing	0,0939
Mörtel	0,223
Molybdän	0,0723
Muskelfleisch	0,74
Nickel	0,1086
Ochsenhaut mit Haaren	0,787
Palladium	0,0593
Pflaumenbaumholz	0,44
Phosphor	0,1887
Platin	0,0324
Platinschwamm	0,0329
Preußisch Blau	0,3
Quecksilberoxyd, rothes	0,0501
Realgar	0,13
Reis	0,506
Rose'sches Metall	0,0338
Rotheisenstein	0,166
Schwefel	0,2026
Schwefelantimon	0,084
Schwefelblei	0,0509

Schwefeleisen	0,1357
Schwefelkies	0,1301
Schwefelkupfer	0,1212
Schwefelmolybdän	0,1097
Schwefelquecksilber	0,0512
Schwefelsilber	0,0746
Schwefelwismuth	0,06002
Schwefelzinn, einfach	0,0837
„ doppelt	0,1193
Schwerspath	0,1068
Selen	0,0837
Silber	0,057
Spatheisenstein	0,1825
Spießglanzerz	0,088
Stahl	0,1185
Steingut	0,119
Steinkohle	0,2777
Strontian, kohlensaurer	0,1448
„ schwefelsaurer	0,1428
Tannenholz	0,6
Tellur	0,0516
Thon, weißer	0,241
„ gebrannter	0,185
Ulmenholz	0,45
Uran	0,0619
Wachs, weißes	0,45
Weizen	0,477
Wismuth	0,0308
Wolfram	0,0364
Zink	0,0956
Zinkoxyd	0,1248
„ kohlensaures	0,1712
Zinkstein	0,9
Zinn, indisches	0,0562
„ englisches	0,057

Zinnober	0,052
Zinnoxyd	0,0933

b. Specifische Wärme flüssiger Körper.

Alaunlösung	0,649
Alkohol, specif. Gewicht 0,793	0,622
" " " 0,817	0,7
" " " 0,848	0,760
Ammoniak, specif. Gew. 0,948	1,03
" kohlensaures	0,95
Blut, arterielles	1,03
" venöses	0,892
Brom	0,135
Chlorcalciumlösung, specif. Gew. 1,4	0,62
Essig	0,92
Essigsäure	0,66
Jod-Kali-Wasserstoff (Faradays Flüssigkeit)	0,475
Kalilösung	0,75
" kohlensaure	0,76
Kalkmilch (9 Th. Kalk, 16 Th. Wasser)	0,439
Kochsalzlösung, spec. Gew. 1,12	0,8473
" 1 Th. Salz, 10 Th. Wasser	0,936
" 1 " " 5 " "	0,868
" 1 " " 3,33 "	0,8208
Leinöl	0,528
Milch (Kuhmilch)	0,98
Naphtaöl	0,493
Olivenöl	0,504
Quecksilber	0,0333
Rübsamenöl	0,452
Salpeterlösung, 1 Th. Salpeter, 3 Th. Wasser	0,646
" 1 " " 8 " "	0,817
Salpetersäure, specif. Gew. 1,3	0,6614
" 1 Th. Salpetersäure, 9,33 Th. Wasser	0,6189
Salzsäure, specif. Gew. 1,153	0,6

Salmiak (1 Th. Salmiak u. 5 Th. Wasser)	0,798
Schwefeläther, specif. Gew. 0,715 . . .	0,52
„ „ „ 0,76 . . .	0,66
„ „ „ 0,817 . . .	0,7
Schwefelkohlenstoff	0,329
Schwefelsäure, specif. Gew. 1,844 . . .	0,35
„ „ „ 1,871 . . .	0,3346
1 Vol. Säure und 1 Vol. Wasser . .	0,52
4 Gew.-Th. Säure und 3 Gew.-Th. Wasser	0,6031
4 „ „ „ 5 „ „	6,6631
Schwefelsaures Eisenoxydul, 1 Th. Salz und 2,5 Th. Wasser	0,734
Schwefelsaures Natron	
1 Th. Salz und 2,9 Th. Wasser .	0,728
1 „ „ „ 6,4 „ „ .	0,905
Spermaceti, geschmolzen	0,32
Spermacetiöl	0,52
Talg, geschmolzen	0,3
Terpentinöl	0,4209
Wasser	1,000
Weinstein (1 Th. Weinstein und 337,3 Th. Wasser)	0,765
Zuckerlösung (specif. Gew. 1,17) . . .	0,77

b. Specifische Wärme der Gase.

Bei der specifischen Wärme gasförmiger Körper hat man die specifische Wärme bei constantem Drucke von der specifischen Wärme bei constantem Volumen zu unterscheiden, indem die erstere größer als die letztere ist.

Die specifische Wärme der Gase bei constantem Drucke bestimmt man dadurch, daß man das Gas bis zu einer gewissen Temperatur, etwa 100°, erwärmt und dann unter einem constanten Drucke durch ein von Wasser umgebenes Schlangenrohr, ein Wassercalorimeter, leitet. Hierbei beobachtet man entweder, mit welcher Temperatur das Gas aus dem

Calorimeter wieder austritt und welche Temperaturerhöhung dasselbe in dem durch genaue Wägung bestimmten Wasserquantum innerhalb einer gewissen Zeit hervorgebracht hat, oder man läßt das Gas so lange durch das Calorimeter hindurchgehen, bis das Wasser eine constante Temperatur hat, so daß es von dem Gase in derselben Zeit eben so viel Wärme empfängt, als es an die Umgebung abgibt. Beobachtet man nun innerhalb einer gewissen Zeit die Temperatur des ein- und ausströmenden Gases, so findet man, wieviel Wärme dasselbe während dieser Zeit an das Wasser abgegeben hat.

Da nun wegen des constanten Druckes in gleichen Zeiten auch gleiche Gasvolumina das Rohr durchströmen, so sind die von den Gasen in gleichen Zeiten an das Wasser abgegebenen Wärmemengen den Temperaturerhöhungen des Wassers proportional. Da ferner die Wärmecapacitäten den in gleichen Zeiten abgegebenen Wärmemengen proportional sind, so sind auch die Wärmecapacitäten den in gleichen Zeiten hervorgebrachten Temperaturerhöhungen des Wassers proportional.

Bezeichnet man die Wärmecapacitäten zweier Gase mit c und c_1, so wie die durch sie in denselben Zeiten, denselben Wassermengen ertheilten Temperaturerhöhungen beziehungsweise mit t und t_1, so ist

$$c : c_1 = t : t_1$$

$$c = \frac{t}{t_1} c_1$$

Diese Bestimmungen beziehen sich auf gleiche Volumina. Um sie auf gleiche Massen zu reduciren, muß man die Raumcapacität durch das specifische Gewicht dividiren.

Ist die Raumcapacität c, die Gewichtscapacität γ und das specifische Gewicht s, so ist

$$c = s\gamma \text{ daher } \gamma = \frac{c}{s}$$

Gewöhnlich wird die Capacität der atmosphärischen Luft als Einheit angenommen. Will man die Wärmecapacität des Wassers als Einheit annehmen, so muß man die Wärmecapacität der atmosphärischen Luft in Beziehung auf die des Wassers bestimmen.

Folgende Tabelle enthält die specifische Wärme einiger Gase bei gleichem Drucke nach Bestimmungen von de la Roche und Berard.

Namen der Gase.	Capacität für gleiche Volumina.	Capacität für gleiche Gewichte.	
		Luft = 1.	Wasser = 1.
Atmosphärische Luft . .	1,000	1,000	0,267
Sauerstoff	0,976	0,885	0,236
Wasserstoff	0,903	12,540	3,294
Stickstoff	1,000	1,032	0,275
Kohlenoxyd	1,034	1,080	0,288
Stickstoffoxydul . . .	1,350	0,888	0,237
Kohlensäure	1,258	0,828	0,221
Oelbildendes Gas . .	1,553	1,576	0,421
Wasserdampf	1,960	3,136	0,847

Da nach dem Vorstehenden die Capacitäten der einfachen Gase für gleiche Volumina nur sehr wenig von einander abweichen, so kann man annehmen, daß alle Gase gleiche Raumcapacität besitzen. Da nun bei gleichen Volumen sich die Massen umgekehrt wie die specifischen Gewichte und bei den einfachen Gasen die specifischen Gewichte sich wie die Atomgewichte verhalten, so gilt auch hier das Gesetz: daß die Atomgewichte den specifischen Wärmen umgekehrt proportional sind. Oder: daß das Product aus dem Atomgewichte in die specifische Wärme für alle einfachen Gase dieselbe constante Zahl ist.

Die Untersuchungen haben ferner gezeigt, daß mit der Verminderung des Druckes oder der Dichtigkeit eines Gases seine specifische Wärme zunimmt.

Nach Poisson ist

$$c = 0,2669 \sqrt[3,41]{\frac{760}{e}}$$

Nach Holtzmann ist

$$c = 0{,}267 - 180 \log \frac{e}{760}$$

wo c die specifische Wärme und e den Druck in Millimetern bezeichnet.

Es ist bereits bemerkt worden, daß die specifische Wärme bei constantem Volumen kleiner ist als die specifische Wärme bei constantem Drucke.

Wenn die Temperatur eines Gases erhöht wird und es kann sich dasselbe dabei entsprechend ausdehnen, so daß es fortwährend unter demselben Drucke sich befindet, so wird ein Theil der zugeführten Wärme dazu verwendet, die Ausdehnung zu bewirken. Es muß daher das Gas bei Aenderung seines Volumens gerade so viel Wärme mehr aufnehmen, wie diese Ausdehnungswärme beträgt, als es aufnehmen würde, wenn es sein Volumen nicht änderte. Es ist daher die specifische Wärme des Gases bei gleichem Drucke um die Ausdehnungswärme größer als die specifische Wärme bei gleichem Volumen.

Hat man die Temperatur eines Gases um t^0 erhöht, wobei sich das Volumen entsprechend vergrößert hat, so wächst die Temperatur noch um $t_1{}^0$, wenn das Gas wieder auf sein ursprüngliches Volumen zusammengedrückt wird, wo t_1 die Ausdehnungswärme bezeichnet. Da nun die Capacitäten den durch gleiche Wärmemengen hervorgebrachten Temperaturerhöhungen umgekehrt proportional sind, so ist, wenn c die Capacität eines Gases bei gleichem Drucke und c_1 die Capacität desselben bei gleichem Volumen so wie t die Temperaturerhöhung bei gleichem Drucke und $t + t_1$ die Temperaturerhöhung bei gleichem Volumen bezeichnet

$$c : c_1 = t + t_1 : t$$

$$\frac{c}{c_1} = \frac{t + t_1}{t}$$

Das Verhältniß $\frac{c}{c_1}$ läßt sich entweder dadurch ermitteln, daß man t_1 direct durch den Versuch bestimmt, oder daß man es aus der Formel

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}(1 + \alpha t) k}$$

berechnet, wo v die Schallgeschwindigkeit in dem betreffenden Gase, e seine Spannkraft, d seine Dichtigkeit, α den Ausdehnungscoefficienten, t die Temperatur und k das Verhältniß $\frac{c}{c_1}$ bezeichnet. Es ergibt sich hieraus

$$\frac{c}{c_1} = \frac{v^2 d}{e(1 + \alpha t)}$$

Für atmosphärische Luft ist nach Dulong

$$\frac{c}{c_1} = 1{,}421$$

$$c : c_1 = 1{,}421 : 1$$

d. h. diejenige Wärmemenge, welche die Temperatur eines gegebenen Luftquantums bei gleichem Drucke um einen Grad erhöht, verhält sich zu der Wärmemenge, welche die Temperatur desselben Luftquantums bei gleichem Volumen um einen Grad erhöht, wie 1,421 : 1.

Nachstehende Tabelle enthält für mehrere Gase den Werth von $\frac{c}{c_1}$, so wie die specifische Wärme bei constantem Volumen, wobei die der atmosphärischen Luft als Einheit angenommen ist.

Namen der Gase.	Werth von $\frac{c}{c_1}$	Specifische Wärme bei gleichem Volumen. Die der Luft = 1 gesetzt.
Atmosphärische Luft . .	1,421	1,000
Sauerstoff	1,415	1,000
Wasserstoff	1,407	1,000
Kohlensäure	1,338	1,249
Kohlenoxyd	1,427	1,000
Stickstoffoxydul . . .	1,343	1,227
Oelbildendes Gas . .	1,240	1,754

5. Von den Bewegungsgesetzen der Wärme.

Die Fortpflanzung der Wärme von einem Körper zum andern geschieht auf doppelte Art. Durch Strahlung, wenn die Körper sich nicht berühren, durch Mittheilung oder Leitung, wenn eine Berührung der Körper stattfindet.

a. Wärmestrahlung.

Viele alltägliche Erscheinungen geben Zeugniß von der Existenz der strahlenden Wärme. Bringt man z. B. in einige Entfernung von einem erwärmten Körper ein Thermometer, so beobachtet man ein Steigen desselben.

Von einem erwärmten Körper verbreiten sich die Wärmestrahlen nach allen Richtungen ebenso wie sich die Lichtstrahlen von einem leuchtenden Körper verbreiten. Die Fortpflanzung geschieht durch dasselbe Mittel geradlinig. Die Wärmestrahlen werden von den Körpern absorbirt, reflectirt, hindurchgelassen, einfach und doppelt gebrochen, zerstreut und polarisirt. Es findet Beugung und Interferenz statt. Kurz man beobachtet alle diejenigen Erscheinungen, welche man beim Lichte beobachtet.

Der empfindlichste Apparat, mit welchem Versuche über die strahlende Wärme angestellt worden sind, ist Melloni's Thermo-

multiplicator. Er gründet sich darauf, daß wenn zwei verschiedenartige Metallstäbe, namentlich Wismuth und Antimon, so zusammengelöthet sind, daß sie eine Kette bilden, in dieser Kette eine electrische Strömung entsteht, wenn beide Löthstellen verschiedene Temperaturen haben.

Bringt man daher eine thermoelectrische Säule mit einem Multiplicator in Verbindung, so kann man die feinsten Temperaturdifferenzen beobachten, da die Ablenkung der Nadel der Temperaturdifferenz proportional ist.

Das Vermögen, die Wärme auszustrahlen, ist bei den verschiedenen Körpern sehr verschieden und hängt wesentlich von ihrer Dichte und der Beschaffenheit ihrer Oberfläche ab. Dichte Körper strahlen, unter gleichen Umständen, weniger Wärme aus als minder dichte; glatte Oberflächen weniger als rauhe; Metalle weniger als Nichtmetalle; gehämmerte oder gewalzte Metalle weniger als gegossene.

Man kann das Ausstrahlungsvermögen einer Oberfläche vergrößern, wenn man sie ritzt und wenn durch das Ritzen minder dichte Stellen bloß gelegt werden. Wird aber durch den Druck, welcher mit dem Ritzen verbunden ist, eine größere Dichte an den betreffenden Stellen erzeugt, so wird das Ausstrahlungsvermögen vermindert. Wo endlich durch das Ritzen weder eine Vergrößerung noch eine Verkleinerung der Dichte herbeigeführt wird, hat es auf das Ausstrahlungsvermögen der Körper auch keinen Einfluß.

Zu Versuchen über das Wärmestrahlungsvermögen der Körper bedient man sich eines hohlen Würfels von Blech, dessen Seitenflächen von verschiedener Beschaffenheit sind; die eine rauh, die andere polirt, eine dritte mit Ruß oder irgend einer andern Substanz überzogen u. dergl. Diesen Würfel füllt man mit heißem Wasser, welches man auf einer constanten Temperatur erhält, und bringt ihn entweder in einer passenden Entfernung vor die Thermosäule oder vor einen Hohlspiegel, in dessen Brennpunkte die eine Kugel eines Differenzialthermometers sich befindet, indem man bald die eine bald die andere Fläche der Thermosäule oder dem Spiegel entgegenhält.

Je mehr Wärme nun eine Fläche in derselben Zeit ausstrahlt, um so größer ist in dem einen Falle die Ablenkung der Nadel in dem andern Falle die Temperaturdifferenz der Thermometerkugeln. Beides wird ein Maß für das relative Ausstrahlungsvermögen.

Nach Versuchen von Leslie ist das Ausstrahlungsvermögen folgender Körper den beigesetzten Zahlen proportional, wobei das Ausstrahlungsvermögen des Kienrußes = 100 gesetzt wurde.

Kienruß = ...	100
Wasser	100
Schreibepapier	98
Gewöhnliches Glas	98
Tusch	88
Spiegelglas	85
Quecksilber	20
Blei, glänzend	19
Polirtes Eisen	15
Gold, Silber, Zinn	12

Melloni hat bei seinen Versuchen für folgende Körper die beigesetzten Verhältnißzahlen gefunden.

Kienruß	100
Bleiweiß	100
Hausenblase	91
Tusch	85
Gummilack	72
Metallfläche	12

Die Intensität der Wärmestrahlen ist unter sonst gleichen Umständen dem sin des Ausstrahlungswinkels direct und dem Quadrate der Entfernung vom strahlenden Körper umgekehrt proportional.

Wenn Wärmestrahlen einen Körper treffen, so erhöht sich seine Temperatur und zwar um so mehr, je mehr Wärmestrahlen er in sich aufnimmt. Man nennt die Fähigkeit der Körper, Wärmestrahlen aufzunehmen, das Absorptionsvermögen und die Erscheinung selber Absorption. Das Absorptionsvermögen der

Körper ist ebenfalls von ihrer Dichte und von der Beschaffenheit ihrer Oberfläche abhängig, so daß im allgemeinen diejenigen Körper, welche ein größeres Strahlungsvermögen haben, auch ein größeres Absorptionsvermögen besitzen und umgekehrt. Es ist daher das Absorptionsvermögen eines Körpers seinem Strahlungsvermögen direct proportional.

Außerdem hängt aber das Absorptionsvermögen eines Körpers noch von der Beschaffenheit und der Natur derjenigen Körper ab, von welchen die Wärmestrahlen ausgehen. Der Kienruß zeigt für die Wärmestrahlen aller Wärmequellen gleiches Absorptionsvermögen.

Die Beobachtungen, welche Melloni hierüber machte, haben zu folgenden Resultaten geführt, wobei das Absorptionsvermögen des Kienrußes = 100 gesetzt ist.

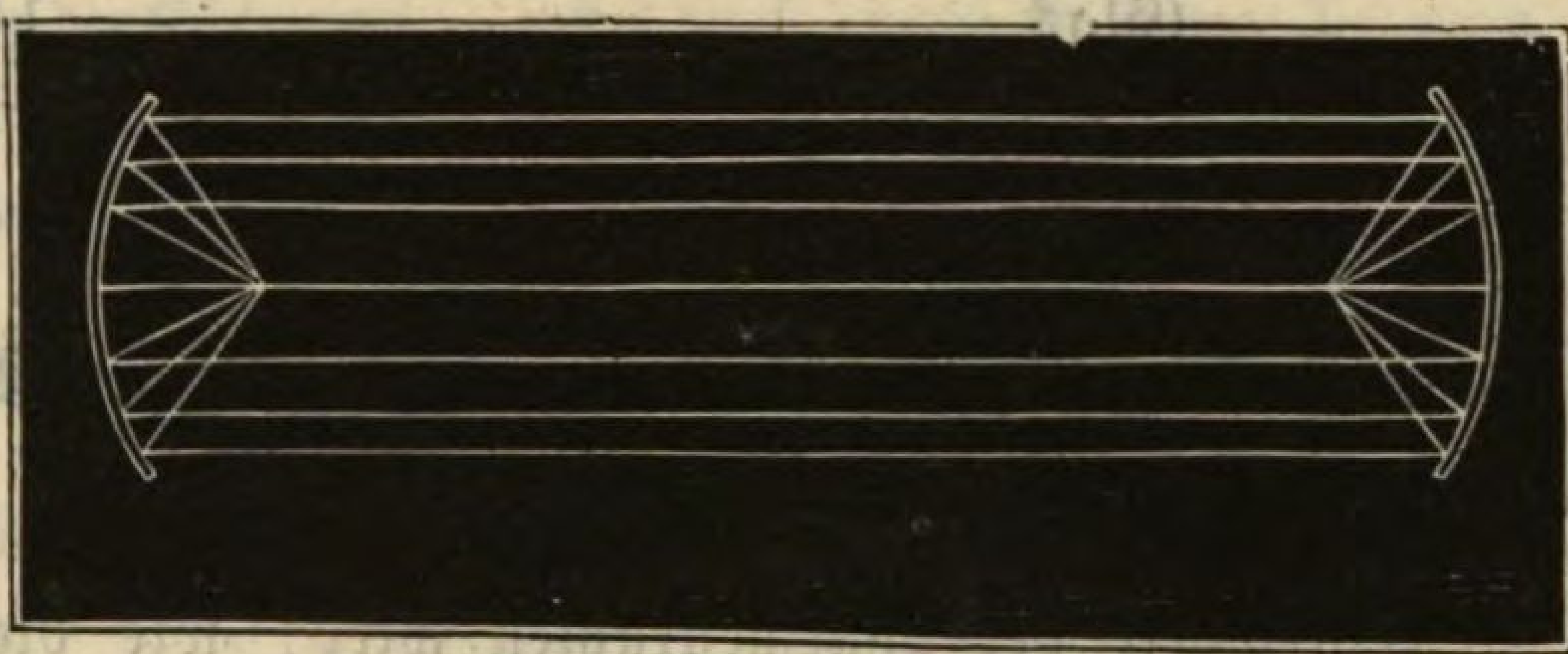
Namen der Körper.	Lampe.	Glühendes Platin.	Kupfer von 400°.	Kupfer von 100°.
Kienruß	100	100	100	100
Bleiweiß	53	56	89	100
Hausenblase . . .	52	54	64	91
Tusch	96	95	87	85
Gummilack . . .	43	47	70	72
Blanke Metallfläche .	14	13,5	13	13

Die Erwärmung, welche eine Ebene erleidet, wenn sie von Wärmestrahlen getroffen wird, ist unter sonst gleichen Umständen dem sin desjenigen Winkels proportional, welchen der auffallende Strahl mit der Ebene macht.

Diejenigen Wärmestrahlen, welche ein Körper nicht absorbirt oder hindurchläßt, werden reflectirt und zwar nach denselben Gesetzen, welchen die Lichtstrahlen unterworfen sind.

Stellt man zwei sphärische oder parabolische Hohlspiegel, Fig. 220, so gegeneinander, daß ihre Axen zusammenfallen, und bringt dann in den Brennpunkt des einen Spiegels einen leicht entzündlichen Körper, in den Brennpunkt des andern aber einen glühenden Körper oder die Flamme einer Lampe, so entzündet sich der fragliche Körper sofort, was aber nicht geschieht, wenn man ihn dem glühenden Körper nähert, ihn also aus dem Brennpunkte des Spiegels herausrückt. Es kann daher die hohe Temperatur in dem Brennpunkte des einen Spiegels nur durch die von der spiegelnden Fläche reflectirten Wärmestrahlen erzeugt werden. Von dieser Erscheinung hat der Brennpunkt seinen Namen.

Fig. 220.



Bringt man statt des brennbaren Körpers in den Brennpunkt des Spiegels die Kugel eines Thermometers, so steigt dieses sehr rasch und zwar viel rascher, als wenn die Thermometerkugel zwar dem glühenden Körper näher, aber aus dem Brennpunkte des Spiegels herausgebracht wird.

Aus den hierüber angestellten Versuchen hat sich ergeben, daß das Reflexionsvermögen der Körper um so größer ist, je geringer ihr Absorptionsvermögen ist und umgekehrt, so daß also das Reflexionsvermögen eines Körpers seinem Absorptionsvermögen umgekehrt proportional ist. Es haben daher polirte Flächen das größte Reflexionsvermögen.

Nach Versuchen von Leslie ist das Reflexionsvermögen folgender Körper den beigesetzten Zahlen proportional.

Messing	100
Silber	90
Staniol	80

Stahl	70
Blei	60
Zinnamalgam	10
Glas	10
Geöltes Glas	5
Kienruß	0

Nach Melloni ist das Reflexionsvermögen flüssiger Körper wenig von einander verschieden.

Ein Theil der Wärmestrahlen wird, wie dieses auch beim Lichte geschieht, unregelmäßig reflectirt, d. h. nach allen Richtungen hin zerstreut. Denn wenn man durch eine Oeffnung im Fensterladen eines dunkeln Zimmers Sonnenstrahlen auf die gegenüberstehende Wand fallen läßt, und hält der beleuchteten Stelle die Thermosäule entgegen, so bekommt man für jede Stellung des Apparates einen Ausschlag der Nadel, was nur von zerstreuten Wärmestrahlen herrühren kann.

Es gibt Körper, welche die Fähigkeit haben, die Wärmestrahlen mehr oder weniger vollständig hindurchzulassen, während andere Körper den Wärmestrahlen den Durchgang nicht gestatten. Die ersteren haben also zu den Wärmestrahlen dieselbe Beziehung, welche durchsichtige und durchscheinende Körper zu den Lichtstrahlen haben, während die letzteren sich zu den Wärmestrahlen ebenso verhalten wie die undurchsichtigen Körper zu den Lichtstrahlen. Die ersteren nennt man nach Melloni diatherman, die letzteren atherman.

Die Fähigkeit der Körper, die Wärmestrahlen hindurchzulassen, hängt aber nicht von diesen Körpern allein ab, sondern auch von der Natur der Wärmestrahlen selber, so wie von denjenigen Körpern, von welchen die Wärmestrahlen ausgehen.

Folgende Tabelle enthält die Resultate, welche Melloni aus seinen Versuchen erhielt, die er mit verschiedenen diathermanen Körpern sowohl als mit verschiedenen Wärmequellen anstellte.

Namen der Körper.	Dicke der Platte. mm.	Lampe.	Glühende Platinspirale.	Geschwärztes auf 400° erwärmtes Kupferblech.	Geschwärztes auf 100° erwärmtes Messingblech.
Freie Strahlung der Wärme	—	100	100	100	100
Steinsalz	2,6	92	92	92	92
Flußspath, klar, farblos .	2,6	78	69	42	33
Kalkspath	2,6	39	28	6	0
Spiegelglas	2,6	39	24	6	0
Bergkrystall	2,6	38	28	6	0
Gyps, krystallisirt . . .	2,6	14	5	0	0
Citronensäure	2,6	11	2	0	0
Alaun	2,6	9	2	0	0
Schwarzes Glas . . .	1	26	25	12	0
Schwarzer Glimmer . .	0,9	20	20	9	0
Eis	2,6	6	0	0	0

Hieraus geht hervor, daß das Steinsalz derjenige feste Körper ist, welcher nicht nur die Wärmestrahlen am vollständigsten, sondern auch die von verschiedenen Wärmequellen ausgehenden Strahlen mit gleicher Leichtigkeit hindurchläßt.

Es verhält sich demnach das Steinsalz zu den Wärmestrahlen ebenso, wie vollkommen durchsichtige Körper sich zu den Lichtstrahlen verhalten.

Andere Körper lassen die Strahlen verschiedener Wärmequellen nicht mit gleicher Leichtigkeit hindurch, was auf eine Verschiedenheit dieser Wärmestrahlen hindeutet.

Wenn Wärmestrahlen bereits durch einen Körper hindurchgegangen sind, so werden sie in ihrem Verhalten gegen andere Körper wesentlich verändert. Wärmestrahlen, welche durch eine Glasplatte gegangen sind, werden von einer Alaunplatte vollständig absorbirt, während die Alaunplatte Wärmestrahlen, welche vorher durch eine Schicht Citronensäure gingen, fast vollständig hindurchläßt.

Es verhalten sich daher solche Körper zu den Wärmestrahlen, wie sich farbige Mittel zu den Lichtstrahlen verhalten.

Die Eigenschaft der Körper, gewisse Wärmestrahlen vorzugsweise zu absorbiren und andere vorzugsweise hindurchzulassen, nennt

man nach Melloni Diathermansie, während man die Eigenschaft, Wärmestrahlen überhaupt hindurchzulassen, Diathermanität nennt. Es entspricht daher die Diathermanität der Durchsichtigkeit, während die Diathermansie der Färbung entspricht.

Die Durchsichtigkeit eines Körpers steht zu seiner Diathermanität in keiner Beziehung. Körper von fast gleicher Durchsichtigkeit lassen die Wärmestrahlen sehr verschieden hindurch, während beinahe ganz undurchsichtige Körper den Wärmestrahlen den Durchgang gestatten.

Die Wärmestrahlen werden im Allgemeinen um so leichter hindurchgelassen, je höher die Temperatur der Wärmequelle ist. Strahlen, welche minder hohe Temperaturen haben, werden mehr absorbirt.

Die Absorption hängt aber nicht allein hiervon, sondern auch von der Dicke des Körpers und von seiner Diathermanität ab, indem ein Körper um so mehr Strahlen absorbirt, je dicker er ist und je weniger er sich für die ihn treffenden Strahlen diatherman zeigt.

In den ersten Schichten werden mehr Wärmestrahlen absorbirt als in den folgenden. Die Absorption nimmt aber sehr rasch ab, und wird bei einer gewissen Dicke des Körpers eine beständige Größe.

Läßt man durch eine 8 Millimeter dicke Glasplatte und dann durch 6 gleichartige Glasplatten, deren Dicke zusammen 8 Millimeter beträgt, Wärmestrahlen hindurchgehen, so verhält sich das durch die eine Platte hindurchgegangene Quantum zu dem durch die 6 Platten hindurchgegangenen Quantum wie 23 : 15.

Da nun, wegen der gleichen Dicke, die Absorption in beiden Fällen gleich sein muß, so kann die Differenz nur durch die Reflexion herrühren, welche an beiden Flächen einer Platte stattfindet.

Bezeichnet man das Quantum der auffallenden Strahlen mit 1 und das an beiden Flächen einer Platte reflectirte Quantum mit r, so ist $1 - r$ das Quantum der hindurchgelassenen Strahlen. Demnach verhalten sich bei einer Platte die auffallenden zu den hindurchgelassenen Strahlen wie $1 : 1 - r$. Auf die zweite Platte fallen aber nur $1 - r$ Strahlen auf; daher ist das durch 2 Platten hindurchgegangene Strahlenquantum $= (1 - r)^2$ und auf gleiche

Weise das durch 6 Platten hindurchgegangene Strahlenquantum $= (1-r)^6$. Es verhält sich also das durch eine Platte hindurchgegangene Strahlenquantum zu dem durch 6 Platten hindurchgegangenen Strahlenquantum wie $1-r : (1-r)^6 = 1 : (1-r)^5$. Daher ist zu Folge des oben bemerkten Versuches

$$1 : (1-r)^5 = 23 : 15$$

woraus

$$(1-r)^5 = 0,6522$$

$$5 \,.\, \log (1-r) = 0,8143808 - 1$$

$$1 - r = 0,918$$

$$r = 0,082$$

wofür man auch nahe genug setzen kann

$$r = \frac{1}{13}$$

Da sich nun derselbe Werth von r für Quarz und Steinsalz findet, so folgt hieraus, daß für Steinsalz, Glas und Quarz das bei einer Platte reflectirte Strahlenquantum $\frac{1}{13}$ von dem auffallenden Strahlenquantum beträgt.

Nach obiger Tabelle aber verhält sich beim Steinsalz das hindurchgelassene zum auffallenden Strahlenquantum wie 92 : 100 oder nahe wie 1 : 13. Daher findet beim Steinsalz fast keine Absorption der Wärmestrahlen statt; es werden vielmehr die nicht hindurchgegangenen Strahlen fast vollständig reflectirt.

Die Wärmestrahlen, welche ein diathermaner Körper hindurchläßt, werden von ihrer urspüglichen Richtung abgelenkt, gebrochen. Der Beweis dafür wird schon durch das gewöhnliche Brennglas geliefert.

Die hierüber angestellten Versuche haben ergeben, daß die Wärmestrahlen der Sonne nicht alle gleiche Brechbarkeit haben, so wie, daß die Vertheilung der Wärme im Spectrum, von der Substanz abhängig ist, aus welcher das Prisma besteht. Bei einem Steinsalzprisma ist die größte Wärme jenseits der rothen Strahlen; bei einem Crownglasprisma fallen die meisten Wärmestrahlen in

das Roth; bei einem mit Schwefelsäure gefüllten Prisma in das Orange und bei einem mit Wasser gefüllten Prisma in das Gelb.

Die Wärmestrahlen werden überhaupt um so stärker gebrochen, je höher die Temperatur der Wärmequelle ist. Auch werden die stärker brechbaren Wärmestrahlen vorzugsweise hindurchgelassen, die weniger brechbaren vorzugsweise absorbirt.

Es findet demnach wie bei den Lichtstrahlen auch bei den Wärmestrahlen eine Dispersion statt, welche je nach Verschiedenheit der brechenden Substanz verschieden ist.

Ueber doppelte Brechung, Beugung und Polarisation der Wärmestrahlen hat Knoblauch eine Reihe von Untersuchungen angestellt.

Er ließ die durch einen schmalen Spalt geleiteten parallelen Wärmestrahlen durch einen Kalkspathkrystall hindurchgehen und brachte hinter denselben eine Thermosäule.

Ließ er die Strahlen auf die natürliche rhombische Fläche des Krystalles auffallen, so wurden dieselben in zwei Bündel zerlegt, ein feststehendes, ordentliches und ein bewegliches, außerordentliches. Denn wurde der Krystall gedreht, so behielt das eine Strahlenbündel seine Stellung unverändert bei, während das andere sich um das erstere herumdrehte; und zwar hatten jedesmal nach einer Drehung von 90° beide Bündel abwechselnd einen größten und einen kleinsten Abstand von einander. Beide Strahlenbündel hatten völlig gleiche Intensität.

Ließ er die Strahlen in einer der krystallographischen Axe parallelen Richtung durch den Kalkspath hindurch gehen, so fanden diese Erscheinungen nicht statt. Es war aber die Intensität der in diesem Falle durch den Krystall hindurchgegangenen Strahlen der Summe der Intensitäten jener beiden Strahlenbündel gleich.

Die über die Beugung der Wärmestrahlen angestellten Untersuchungen ergaben, daß die hinter dem Spalte wahrgenommene Ausbreitung der Wärmestrahlen von der geradlinig berechneten abweicht und zwar um so mehr, 1) je größer der Abstand von dem Spalte ist, in welchem die Messung angestellt wird; 2) je enger der

Spalt ist, durch welchen die Wärmestrahlen hindurchgehen; 3) je größer die Entfernung des Spaltes von der Wärmequelle ist.

Eine Polarisation der Wärmestrahlen findet durch Reflexion, durch einfache und durch doppelte Brechung statt.

Die Polarisation durch Reflexion von einem schwarzen Glasspiegel nimmt anfangs zu, je kleiner der Winkel wird, den die Strahlen mit dem Spiegel bilden; sie erreicht bei ungefähr 35° ihr Maximum, und nimmt von hier an wieder ab, je flacher die Strahlen auf den Spiegel auffallen.

Bei der Reflexion von einem Stahlspiegel findet das Maximum der Polarisation bei einem Winkel von 15° statt. Auch ist dieses Maximum kleiner als das beim schwarzem Glasspiegel erhaltene.

Rücksichtlich der Polarisation durch einfache Brechung ergab sich, daß die Polarisationsebenen der vom Glase reflectirten und der von ihm in derselben Ebene gebrochenen Wärmestrahlen einen Winkel von 90° mit einander bilden.

Gehen die Wärmestrahlen durch mehrere Glasplatten hindurch, so nimmt die Polarisation zu, 1) je größer bei einer constanten Anzahl von Glasplatten der Winkel wird, welchen ihre Normale mit den einfallenden Strahlen bildet, 2) je größer bei constantem Einfallswinkel der Wärmestrahlen die Anzahl der Glasplatten ist, welche sie durchdringen.

Was endlich die Polarisation der Wärmestrahlen durch doppelte Brechung anlangt, so sind die beiden, durch einen Kalkspath erzeugten Strahlenbündel senkrecht zu einander polarisirt.

Ueber Inteferenz der Wärmestrahlen hat A. Seebeck Versuche angestellt. Derselbe ließ durch zwei nebeneinander befindliche kleine Oeffnungen Wärmestrahlen gehen und beobachtete mittelst eines guten Thermoskops abwechselnd Intensitätsmaxima und Intensitätsminima, und zwar war das kleinste Minimum der Erwärmung kleiner als die Erwärmung, welche die durch eine Oeffnung gehenden Strahlen hervorbrachten.

Dieser Beobachtung zufolge müssen die durch beide Oeffnungen gehenden Wärmestrahlen mit einander interferiren.

b. Wärmeleitung.

Wenn ein Körper an irgend einer Stelle erwärmt wird, so verbreitet sich die Wärme nach und nach durch die ganze Masse des Körpers, indem sie von Theilchen zu Theilchen sich fortpflanzt; und zwar geschieht dieses so lange, bis überall das mobile Gleichgewicht hergestellt ist, jedes Theilchen also fortwährend eben so viel Wärme empfängt als es abgibt.

Die Geschwindigkeit, mit welcher diese Mittheilung erfolgt, ist bei den verschiedenen Körpern sehr verschieden, und zwar muß sie um so größer sein, je geringer die Wärmecapacität des Körpers ist. Man hat in dieser Beziehung die Körper in gute und schlechte Wärmeleiter eingetheilt. Die besten Wärmeleiter sind die Metalle, die schlechtesten sind lockere Körper wie Wolle, Haare, Federn, Seide, Stroh überhaupt solche Körper in deren Zwischenräumen sich viel ruhende Luft befindet.

Um die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, haben Ingenhauß und Franklin kleine prismatische Stäbchen von gleichem Querschnitte daraus gefertigt, sie mit Wachs überzogen und seitlich in einen Blechkasten gleich weit hineingesteckt, in welchem heißes Wasser oder heißes Oel sich befand. Je besser ein solcher Körper die Wärme leitete, um so weiter war das Wachs in derselben Zeit geschmolzen.

Das Gesetz, nach welchem sich die Wärme von einer Stelle aus in einem und demselben Körper verbreitet, wurde von Despretz dadurch bestimmt, daß er von diesen Körpern prismatische Stäbe nahm, in gleichen Abständen empfindliche Thermometer anbrachte, indem er sie in gleich tiefe mit Quecksilber angefüllte Löcher steckte und die Stäbe an dem einen Ende erwärmte, sie auch, um überall eine gleichmäßige Wärmeabgabe herbeizuführen, mit Ruß überzog.

Nach einiger Zeit änderten die Thermometer ihre Stände nicht mehr und es war also der Zustand des mobilen Gleichgewichtes eingetreten. Aus diesen Versuchen ergab sich, daß die Temperatur eines Stabes von der erwärmten Stelle aus in einer geometrischen

Reihe abnimmt, wenn die zugehörigen Entfernungen in einer arithmetischen Reihe wachsen.

Folgendes sind die Resultate, welche ein Stab von Kupfer lieferte.

Entfernung der Thermometer von der erwärmten Stelle in Millimetern.	Temperaturüberschüsse der Thermometer über die Temperatur der umgebenden Luft.	Exponenten aus je zwei auf einanderfolgenden Temperaturüberschüssen.
100	66,4°	1,43
200	46,3	1,42
300	32,6	1,33
400	24,5	1,37
500	18,6	1,14
600	16,2	

Hiernach ist der mittlere Exponent 1,34.

Das Wärmequantum, welches in einer gewissen Zeit einen festen Körper z. B. eine Platte bei constanten Temperaturen ihrer Oberflächen durchdringt, hängt ab von der Wärmeleitungsfähigkeit der Substanz, von der Dicke der Platte und von der Temperaturdifferenz ihrer Oberflächen; und zwar ist es der Leitungsfähigkeit und der Temperaturdifferenz direct, dem Querschnitte aber umgekehrt proportional.

Bezeichnet man mit $\varkappa$ die Leitungsfähigkeit der Substanz, mit d den Querschnitt oder die Dicke der Platte, mit τ die Zeit mit t und t_1 die Temperaturen, und mit w das Wärmequantum, so ist für die Flächeneinheit

$$w = \frac{\varkappa}{d}(t - t_1)\,\tau$$

und wenn mit a der Flächeninhalt der Platte bezeichnet wird, so ist für die ganze Platte

$$w = \frac{\varkappa a}{d}(t - t_1)\,\tau$$

Für Platten von gleicher Dicke und gleichen Temperaturdifferenzen ist nach Despretz die Leitungsfähigkeit folgender Körper den beigesetzten Zahlen proportional.

Gold	1000
Platin	981
Silber	973
Kupfer	898
Eisen	374
Zink	363
Zinn	303
Blei	179
Marmor	23
Porzellan	12
Töpferzeug	11

In Beziehung auf den Einfluß, den der Querschnitt eines Stabes auf die Wärmeleitungsfähigkeit hat, fand Despretz, daß für Stäbe von gleicher Substanz die Entfernungen von der Wärmequelle, wo die Thermometer gleiche Temperatur zeigen, den Quadratwurzeln aus den Dicken der Stäbe direct proportional sind.

Für die Leitungsfähigkeit in Stäben von gleichen Dimensionen aber verschiedenen Substanzen fand Despretz, daß die Leitungsfähigkeiten den Quadraten derjenigen Entfernungen von der Wärmequelle direct proportional sind, in welchen gleiche Temperaturüberschüsse über die Umgebung stattfinden.

In Körpern, deren Cohäsion nach allen Richtungen dieselbe ist, ist auch die Wärmeleitungsfähigkeit nach allen Richtungen dieselbe; ist aber die Cohäsion nach verschiedenen Richtungen ungleich, so ist es auch die Wärmeleitungsfähigkeit.

Bei Hölzern ist das Wärmeleitungsvermögen nach der Richtung der Fasern größer als in der Richtung senkrecht darauf. (de Candolle und de la Rive.)

Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit krystallisirter Substanzen hat Sénarmont Untersuchungen angestellt. Er schnitt zu diesem Zwecke aus den Krystallen dünne Platten, und überzog sie mit einer Wachsschicht, führte durch die Mitte der Platte ein Metallrohr und leitete durch dasselbe einen Strom erwärmter Luft. Durch die der Platte mitgetheilte Wärme schmolz das Wachs; und zwar war die Linie, in welcher die Schmelzung fortschritt, bei Körpern von gleich-

mäßigem Wärmeleitungsvermögen, ein Kreis, bei solchen von ungleichmäßigem Wärmeleitungsvermögen aber eine andere Kurve, z. B. eine Ellipse.

Sénarmont gelangte auf diese Weise zu folgenden Resultaten:

1) Die Wärmeleitungsfähigkeit in Körpern, wo die Cohäsion nach allen Richtungen dieselbe ist, so wie in Krystallen, welche dem regelmäßigen Systeme angehören, ist nach allen Richtungen gleich.

2) Die Wärmeleitungsfähigkeit in Krystallen des quadratischen so wie des drei- und einaxigen Systems, ist in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe ein Maximum oder ein Minimum.

3) Die Wärmeleitungsfähigkeit in Krystallen, welche dem unregelmäßigen Systeme angehören, ist nach allen drei Axenrichtungen verschieden.

Bei 2 und 3 zeigt das geschmolzene Wachs, wenn das Metallrohr in der Richtung einer Axe durch die Platte geht, die Platte also senkrecht auf diese Axe geschnitten ist, eine Ellipse.

In Beziehung auf die Wärmeleitungsfähigkeit flüssiger und gasförmiger Körper, hat man wohl zu unterscheiden, ob dabei eine Bewegung stattfindet oder nicht.

Befindet sich eine Flüssigkeit in einem Gefäße, und wird dieses am Boden erwärmt, so theilt sich die Wärme den untersten Flüssigkeitsschichten mit, diese dehnen sich aus, werden specifisch leichter, steigen in die Höhe und die darüber liegenden kälteren Schichten sinken nach, so daß eine Strömung entsteht, vermöge welcher die Wärme sich rasch durch die ganze Flüssigkeitsmasse verbreitet.

Wird aber die Wärme der Flüssigkeit von der Oberfläche aus zugeführt, so theilt sie sich nur sehr langsam den tiefer liegenden Schichten mit. Dasselbe gilt von den Gasen.

Es sind daher flüssige und gasförmige Körper schlechte Wärmeleiter, wenn keine Bewegung stattfinden kann; bei stattfindender Bewegung aber verbreiten sie die Wärme schnell.

Nach Versuchen von Despretz gilt für flüssige Körper dasselbe Gesetz wie für feste, daß die Temperatur in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Entfernung in einer arithmetischen Reihe wächst. Nach seinen Versuchen liegt, mit Rücksicht auf obige Zusammenstel-

lung, die der Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers proportionale Zahl zwischen 9 und 10.

Wenn ein flüssiger Körper mit einem erwärmten festen Körper in unmittelbarer Berührung sich befindet, so erfolgt die Mittheilung der Wärme schnell; sie erfolgt aber äußerst langsam, wenn der flüssige Körper den festen nicht unmittelbar berührt.

Gießt man auf eine glühende Metallplatte Wasser, so bilden sich Tropfen, welche auf der Metallplatte fortrollen und dabei fortwährend kleiner werden. Man sagt dann, die Flüssigkeit befindet sich im sphäroidischen Zustande. Macht man den Versuch in einem glühenden Platintiegel, so daß der Wassertropfen etwas groß wird und bringt in den Wassertropfen die Kugel eines Thermometers, so zeigt dieses an, daß die Temperatur im Innern des Tropfens noch einige Grade unter dem Siedepunkte des Wassers ist.

Man kann sich außer dem Wasser auch anderer Flüssigkeiten bedienen.

Man erklärt diese Erscheinung, welche zuerst von Leidenfrost beobachtet wurde dadurch, daß um den Tropfen eine Dampfschicht sich lagert, welche einestheils die Temperaturerhöhung der Flüssigkeit hindert, indem die zugeführte Wärme fortwährend dazu verwendet wird, die äußerste Flüssigkeitsschicht in Dampf zu verwandeln, anderntheils die rotirende Bewegung des Tropfens erzeugt.

---

6. Von der Abkühlung erwärmter Körper.

Wenn ein erwärmter Körper in einer kälteren Umgebung sich befindet, so gibt er so lange von seiner Wärme ab, bis keine Temperaturdifferenz mehr stattfindet, und zwar erfolgt die Wärmeabgabe theils durch Strahlung, theils durch Mittheilung, im leeren Raume nur durch Strahlung, in einem mit Gas angefülltem Raume aber sowohl durch Strahlung als auch durch Mittheilung.

Unter der Geschwindigkeit des Erkaltens versteht man die Temperaturabnahme, welche der erwärmte Körper in der Zeiteinheit erleidet.

Dulong und Petit hatten bei ihren Versuchen, welche sie hierüber anstellten, einen Ballon von Kupfer von etwa 30 Centimeter Durchmesser, welcher inwendig mit Ruß überzogen war und sich in einem Wasser- oder Oelbade von constanter Temperatur befand. Auf den Rand der Oeffnung, welcher gut abgeschliffen war, wurde eine ebenfalls abgeschliffene Glasplatte gelegt, durch deren Mitte ein Thermometer ging, dessen Kugel 3 bis 6 Centimeter Durchmesser hatte. Diese Thermometerkugel befand sich in der Mitte des Ballons.

Das Thermometer wurde bis zu einem beliebigen Grade erwärmt in den Ballon gebracht, welcher schnell luftleer gemacht wurde. Sollte die Abkühlung in einem Gase statt finden, so wurde trockenes Gas aus einem Gasometer in den Ballon geleitet.

Folgende Tabelle enthält die Resultate einer Versuchsreihe im leeren Raume.

Temperaturüberschuß des Thermometers.	Geschwindigkeit des Erkaltens.				
	Hülle von 0°	Hülle von 20°	Hülle von 40°	Hülle von 60°	Hülle von 80°
240°	10,69	12,40	14,35	—	—
220°	8,81	10,41	11,98	—	—
200	7,40	8,58	10,01	11,64	13,45
180	6,10	7,04	8,20	9,55	11,05
160	4,89	5,67	6,61	7,68	8,95
140	3,88	4,57	5,32	6,14	7,19
120	3,02	3,56	4,15	4,84	5,64
100	3,30	2,74	3,16	3,68	4,29
80	1,74	1,99	2,30	2,73	3,19
60	—	1,40	1,62	1,88	2,17

Hieraus geht hervor, daß die Erkaltungsgeschwindigkeit eines Körpers um so größer ist, je größer die Temperaturdifferenz ist. Außerdem hängt sie wesentlich noch von dem Zustande der Oberfläche, namentlich von dem Strahlungsvermögen derselben ab. Die Erkaltungsgeschwindigkeit im leeren Raume läßt sich durch die Formel

$$m\,(a^t - 1)$$

ausdrücken, wo t die Temperaturdifferenz ist, m und a aber beständige Größen sind, und zwar ist für alle Körper

$$a = 1{,}0077$$

m hängt von der Natur und Größe der Oberfläche und von der Temperatur der Umgebung ab.

Wenn ein erwärmter Körper von einem Gase umgeben ist, so kühlt er sich nicht allein durch Strahlung, sondern auch durch Mittheilung ab. Die durch Mittheilung bewirkte Abkühlung ist von der Natur der Körper unabhängig, sie hängt vielmehr wesentlich von der Temperaturdifferenz ab, und die auf diese Weise bewirkte Abkühlungsgeschwindigkeit läßt sich durch die Formel

$$nt^b$$

ausdrücken, wo t die Temperaturdifferenz $b = 1{,}233$ und n eine von der Natur des Gases und den Dimensionen des Körpers abhängigen Größe ist.

Für die gesammte Erkaltungsgeschwindigkeit hat man daher

$$m\,(a^t - 1) + nt^b$$

Dulong und Petit fanden bei ihren Versuchen mit verschiedenen Thermometern, daß die Erkaltungsgeschwindigkeit dem Durchmesser der Thermometerkugel umgekehrt proportional ist.

Da die vorstehende von Dulong und Petit für die Erkaltungsgeschwindigkeit aufgestellte Formel sich für die praktische Anwendung weniger gut eignet, so leitete Péclet aus den in nachstehender Tabelle verzeichneten Beobachtungen eine andere ab, welche die Erkaltungsgeschwindigkeit mit einer für die Praxis hinlänglichen Genauigkeit angibt. Zu diesen Beobachtungen diente dasselbe Thermometer, dessen Kugel einmal im natürlichen Zustande sodann übersilbert und endlich mit Kienruß geschwärzt angewendet wurde.

Temperaturüberschüsse.	Thermometerkugel Glas.			Thermometerkugel versilbert.			Thermometerkugel geschwärzt.		
	gesammte Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Abkühlung durch Berührung mit der Luft.	gesammte Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Abkühlung durch Berührung mit der Luft.	gesammte Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Abkühlung durch Berührung mit der Luft.
260°	24,42	16,32	8,10	10,96	2,86	8,10	32,02	23,92	8,10
240	21,12	13,71	7,41	9,82	2,41	7,41	27,48	20,07	4,41
220	17,92	11,31	6,61	8,59	1,98	6,61	23,10	16,49	6,61
200	15,30	9,38	5,92	7,57	1,65	5,92	19,66	13,74	5,92
180	13,04	7,85	5,19	6,57	1,38	5,19	16,28	11,09	5,19
160	10,70	6,20	4,50	5,59	1,09	4,50	13,57	9,07	4,50
140	8,75	5,02	3,73	4,61	0,88	3,73	11,06	7,33	3,73
120	6,82	3,71	3,11	3,80	0,69	3,11	8,85	5,74	3,11
100	5,56	3,03	2,53	3,06	0,53	2,53	6,94	4,41	2,53
80	4,15	2,22	1,93	2,32	0,39	1,93	5,17	3,24	1,93
60	2,86	1,53	1,33	1,60	0,27	1,33	3,67	2,24	1,33
40	1,74	0,95	0,79	0,96	0,17	0,79	2,20	1,41	0,79
20	0,77	0,43	0,34	0,42	0,08	0,34	1,00	0,66	0,34
10	0,37	0,22	0,15	0,19	0,04	0,15	0,48	0,33	0,15

Die hieraus für die Erkaltungsgeschwindigkeit abgeleitete Formel ist

$$v = at\,(1 + mt)$$

wo t die Temperatur bezeichnet; a und m aber beständige von der Natur der Körper abhängige Größen sind.

Für Temperaturen zwischen 0° und 20° ist m

für Glas = 0,0039
„ Silber = 0,011
„ Kienruß = 0,0043

Für Temperaturen zwischen 10° und 260° ist m

für Glas = 0,0065
„ Silber = 0,0051
„ Kienruß = 0,0066

Die Werthe für Glas gelten auch für glasirte, lackirte und mit Firniß überzogene Körper; die Werthe für Silber gelten für

blanke Metallfläche überhaupt; die Werthe für Kienruß gelten auch für rauhe Metallfläche, geschwärzte und mit Kienruß überzogene Körper.

Ferner ist für den Wärmeverlust eines Quadratmeters Oberfläche während einer Stunde und einer Temperaturdifferenz von 1°

a = 4,38 für blanke Metallfläche,

a = 6,40 für Glas, glasirte, lackirte und mit Firniß überzogene Körper;

a = 7,70 für rauhe Metallfläche, Blech oder Gußeisen;

a = 8,48 für eine mit Ruß überzogene Fläche.

In allen Fällen waren die Flächen Gefäße, in denen Wasser von der entsprechenden Temperatur sich befand.

Wenn ein erwärmter Körper, z. B. ein Gefäß, in welchem warmes Wasser sich befindet, von einer oder von mehreren Hüllen dergestalt umgeben ist, daß die eingeschlossene Luft sich zwar frei bewegen, aber mit der äußeren nicht communiciren kann, so wird die Erkaltungsgeschwindigkeit um so kleiner, je größer die Anzahl der Hüllen ist.

Bezeichnet man mit a die Oberfläche des Gefäßes und mit a_1 die Oberfläche der Hülle, mit t den Temperaturüberschuß des Gefäßes und mit t_1 den Temperaturüberschuß der Hülle über die Temperatur der umgebenden Luft; bezeichnet man ferner mit $\varkappa$ diejenige Wärmemenge, welche die Einheit der Oberfläche in der Zeiteinheit bei einer Temperaturdifferenz von 1° abgibt, so ist, wenn man den in gleichen Zeiten stattfindenden Wärmeverlust dem Temperaturüberschusse proportional setzt, und Gefäß und Hülle von gleicher materieller Beschaffenheit sind, der Wärmeverlust des Gefäßes

$$\varkappa a\,(t - t_1)$$

und der Wärmeverlust der Hülle oder die Erkaltungsgeschwindigkeit

$$\varkappa a_1 t_1$$

Da nun aber diese Verluste gleich sein müssen, so ist

$$a_1\, t_1 = at - at_1$$

woraus

$$t_1 = \frac{at}{a + a_1}$$

Setzt man diesen Werth von t_1 in die Formel $\varkappa a_1 t_1$ ein, so ist die Erkaltungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{\varkappa a a_1 t}{a + a_1}$$

Wenn unter denselben Umständen wie vorher das Gefäß von zwei Hüllen umgeben ist und man bezeichnet die Oberfläche der zweiten Hülle mit a_2, so wie den Temperaturüberschuß derselben über die Temperatur der umgebenden Luft mit t_2, so ist unter denselben Voraussetzungen wie vorher der Wärmeverlust des Gefäßes

$$\varkappa a (t - t_1)$$

der Wärmeverlust der ersten Hülle

$$\varkappa a_1 (t_1 - t_2)$$

und der Wärmeverlust der zweiten Hülle

$$\varkappa a_2 t_2$$

Da aber diese Verluste gleich sein müssen, so hat man

$$a (t - t_1) = a_1 (t_1 - t_2) = a_2 t_2$$

hieraus

$$t_2 = \frac{a a_1 t}{a a_1 + a a_2 + a_1 a_2}$$

so wie

$$v = \frac{\varkappa a a_1 a_2 t}{a a_1 + a a_2 + a_1 a_2}$$

Auf gleiche Weise ist unter denselben Voraussetzungen für drei Hüllen

$$v = \frac{\varkappa a a_1 a_2 a_3 t}{a a_1 a_2 + a a_1 a_3 + a a_2 a_3 + a_1 a_2 a_3}$$

woraus sich das Gesetz der Erkaltungsgeschwindigkeit für eine beliebige Anzahl von Hüllen ergibt.

Péclet machte einige Versuche, wozu er sich eines cylindrischen, von zwei Kegeln begrenzten Gefäßes von Weißblech bediente. Die

Hüllen waren von derselben Substanz und hatten dieselbe Form. Sie standen in Entfernungen von 0,005 Meter von einander ab und die Oberflächen des Gefäßes und der Hüllen waren den Zahlen

260, 320, 420, 480, 560

proportional.

Wurde die Erkaltungsgeschwindigkeit des Gefäßes = 1 gesetzt, so waren die Erkaltungsgeschwindigkeiten für 1, 2, 3, 4 Hüllen beziehungsweise

0,60; 0,43; 0,36; 0,30

Hierauf wurde die Oberfläche des Gefäßes mit einem schwarzen Lack überzogen und mit Hüllen von gewöhnlichem Eisenblech umgeben. Wurde die Erkaltungsgeschwindigkeit des Gefäßes = 1 gesetzt, so waren die Erkaltungsgeschwindigkeiten für 1, 2, 3, 4 Hüllen beziehungsweise

0,59; 0,44; 0,34; 0,31

Die Rechnung, wobei ebenfalls die Erkaltungsgeschwindigkeit des Gefäßes = 1 gesetzt wurde, ergab für die Erkaltungsgeschwindigkeiten bei 1, 2, 3, 4 Hüllen beziehungsweise

0,57; 0,41; 0,33; 0,28

Sind die Hüllen einander so nahe, daß ihre Oberflächen gleich gesetzt werden können, so hat man für n Hüllen

$$v = \frac{\varkappa a t}{n + 1}$$

Wird daher die Erkaltungsgeschwindigkeit für das Gefäß = 1 gesetzt, so sind die Erkaltungsgeschwindigkeiten für 1, 2, 3, 4 Hüllen beziehungsweise

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ u. s. w.

Es ist mithin die Erkaltungsgeschwindigkeit der Anzahl von Hüllen umgekehrt proportional.

Für Hüllen von verschiedenem Strahlungsvermögen fand Péclet aus seinen Versuchen, indem er sich des geschwärzten Gefäßes und der Hüllen von Weißblech bediente, wenn er die Erkaltungsgeschwindigkeit des Gefäßes = 1 setzte, für die Erkaltungsgeschwindigkeiten bei 1, 2, 3, 4 Hüllen beziehungsweise

0,38; 0,35; 0,30; 0,25

Versuche, welche Péclet mit Glashüllen anstellte, führten zu dem Resultate, daß bei einem großen Strahlungsvermögen des sich abkühlenden Körpers die Erkaltungsgeschwindigkeit bei einer Hülle halb so groß ist als die Erkaltungsgeschwindigkeit ohne Hülle, wenn die Fläche der Hüllen das Dreifache von der Größe der Fläche des Gefäßes nicht übersteigt.

Bei einem mit schwarzem Lack überzogenen Gefäße von Weißblech, welches nach und nach mit 1, 2, 3, 4 Glashüllen umgeben wurde, die 0,005 Meter von einander abstanden, erhielt Péclet für die Erkaltungsgeschwindigkeiten folgende Zahlen

1 ; 0,50 ; 0,41 ; 0,34 ; 0,30

Wenn die Hüllen einander so nahe sind, daß die zwischen ihnen befindliche Luft nicht in Strömung kommen kann, oder wenn die Zwischenräume luftleer sind, so findet die Abkühlung mit Ausnahme der äußersten Hülle nur durch Strahlung statt.

Bezeichnet man den Wärmeverlust durch Strahlung für die Einheit der Fläche, die Einheit der Zeit und eine Temperaturdifferenz von 1^0 mit r, so ist mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen für eine Hülle der Wärmeverlust des Gefäßes

$$ra\,(t - t_1)$$

und der der Hülle

$$\varkappa a_1 t_1$$

Da nun aber diese Verluste gleich sein müssen, so ist

$$ra\,(t - t_1) = \varkappa a_1 t_1$$

woraus

$$t_1 = \frac{rat}{ra + \varkappa a_1}$$

und folglich ist die Erkaltungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{\varkappa raa_1 t}{ra + \varkappa a_1}$$

Ist unter denselben Voraussetzungen das Gefäß von zwei Hüllen umgeben, so ist mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen der Wärmeverlust des Gefäßes

$$ra\,(t - t_1)$$

der der ersten Hülle

$$ra_1 (t_1 - t_2)$$

und der der äußeren Hülle

$$\varkappa a_2 t_2$$

Da aber diese Verluste gleich sein müssen, so ist

$$ra (t - t_1) = ra_1 (t_1 - t_2) = \varkappa a_2 t_2$$

woraus

$$t_2 = \frac{raa_1 t}{raa_1 + \varkappa a_2 (a + a_1)}$$

und folglich die Erkaltungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{r\varkappa aa_1 a_2 t}{raa_1 + \varkappa a_2 (a + a_1)}$$

Auf gleiche Weise ist für drei Hüllen

$$v = \frac{r\varkappa aa_1 a_2 a_3 t}{raa_1 a_2 + \varkappa a_3 (aa_1 + aa_2 + a_1 a_2)}$$

woraus sich das Gesetz der Erkaltungsgeschwindigkeit für eine beliebige Anzahl von Hüllen ergibt.

Wenn die Hüllen einander so nahe sind, daß ihre Flächen als gleich angesehen werden können, so ist für n Hüllen

$$v = \frac{r\varkappa at}{r + n\varkappa}$$

Ist $n\varkappa$ sehr groß, so daß r dagegen nicht in Betracht kommt, so wird

$$v = \frac{rat}{n}$$

d. h. in diesem Falle ist die Erkaltungsgeschwindigkeit der Anzahl der Umhüllungen umgekehrt proportional.

Wenn die Hüllen einander sehr nahe sind und eine blanke metallische Oberfläche haben, so ist für nicht hohe Temperaturen

$$r = 0,2\ \varkappa$$

und für 1, 2, 3, 4, 5 Hüllen sind die Erkaltungsgeschwindigkeiten beziehungsweise

1; 0,54; 0,37; 0,28; 0,23

Wenn die Hüllen oben und unten offen sind, so verzögern sie die durch Strahlung erzeugte Abkühlung, während sie die durch Berührung mit der Luft herbeigeführte beschleunigen, indem eine Strömung erzeugt wird.

Für Körper, welche ein starkes Strahlungsvermögen besitzen, verzögern zwar cylindrische, an beiden Enden offene Hüllen die Abkühlungsgeschwindigkeit, was aber nicht mehr der Fall ist, wenn in dem ringförmigen Raume durch Verlängerung der Cylinder und dergl. die Luftströmung vermehrt wird. Es kann hierdurch sogar die Erkaltungsgeschwindigkeit größer werden, als sie ohne Hülle sein würde.

Das Wärmequantum, welches eine Platte bei constanten Temperaturen ihrer gegenüberliegenden Oberflächen in der Zeiteinheit durchdringt, ist

$$w = \frac{ka\,(t - t_1)}{d}$$

wo k die Wärmeleitungsfähigkeit der Substanz, a die Größe, d die Dicke der Platte und $t - t_1$ die Temperaturdifferenz der gegenüberstehenden Flächen bezeichnet.

Nach Péclets Versuchen ist

für Liaskalk	k = 0,8
„ Ziegelsteine	„ = 0,68
„ Gyps	„ = 0,73
„ Tannenholz	„ = 0,17
„ Eichenholz	„ = 0,32
„ Kork	„ = 0,093
„ gehacktes Stroh	„ = 0,07
„ Kleien	„ = 0,10
„ Holzkohlenstaub	„ = 0,35
„ Koaksstaub	„ = 0,44
„ ganz trockne Erde	„ = 0,27
„ fein zertheilte Baumwolle	„ = 0,035
„ stark zusammengedrückte Baumwolle	„ = 0,17
„ fein zertheilte Wolle	„ = 0,063
„ stark zusammengedrückte Wolle . .	„ = 0,136

Ist die Temperatur t der einen Seite der Platte constant und ist die andere Seite derselben mit der Luft in Berührung, so ist, wenn $\varkappa$ seine frühere Bedeutung hat und t_1 den Temperaturüberschuß dieser Plattenseite über die Temperatur der umgebenden Luft bezeichnet, für nicht hohe Temperaturen die Wärmemenge, welche die Platte in jeder Zeiteinheit an die Luft abgibt

$$\varkappa a t_1$$

Da aber dieser Wärmeverlust demjenigen Wärmequantum gleich sein muß, welches in derselben Zeit die Platte durchdringt, so hat man

$$\varkappa t_1 = \frac{k(t - t_1)}{d}$$

woraus

$$t_1 = \frac{kt}{\varkappa d + k}$$

und daher

$$w = \frac{\varkappa k a t}{\varkappa d + k}$$

Ist $\varkappa$ gegen k verschwindend klein, so daß $\varkappa d$ gegen k nicht in Betracht kommt, was bei sehr guten Wärmeleitern der Fall ist, so wird

$$w = \varkappa a t$$

Es ist daher das Wärmequantum, welches die Platte durchdringt, von der Dicke der Platte unabhängig. Es gilt dieses von den Metallen.

Ist dagegen k gegen $\varkappa d$ verschwindend klein, was bei schlechten Wärmeleitern der Fall ist, so wird

$$w = \frac{kat}{d}$$

Es ist daher bei schlechten Wärmeleitern dasjenige Wärmequantum, welches die Platte durchdringt, der Dicke der Platte umgekehrt proportional.

---

7. Von der Verbrennung und den Brennstoffen.

Die Verbindung des Sauerstoffes mit irgend einem andern Körper heißt Verbrennung (Oxydation). Sehr oft ist dieser chemische Proceß von Licht- und Wärmeentwicklung begleitet; allein nicht immer ist dieses der Fall.

Die meisten Körper fordern eine höhere Temperatur, bevor sie sich mit dem Sauerstoffe verbinden; einige thun es aber auch schon bei gewöhnlicher Temperatur. Die Producte der Verbrennung werden Oxyde genannt. Man unterscheidet basische Oxyde oder Basen, saure Oxyde oder Säuren und indifferente Oxyde, Hyperoxyde und Superoxyde.

Wenn ein Körper in der atmosphärischen Luft sich befindet, und bis zur entsprechenden Temperatur erwärmt wird, so verbindet er sich mit dem Sauerstoffe der atmosphärischen Luft. Dieses ist bei allen Verbrennungen der Fall, welche in der atmosphärischen Luft oder unter Zutritt von atmosphärischer Luft vor sich gehen.

In der Technik wird die Verbrennung vorzugsweise nach zwei Hauptrichtungen hin angewendet; das einemal zur Erzeugung von Licht, das anderemal zur Erzeugung von Wärme. Körper, welche behufs der Erzeugung von Licht der Verbrennung unterworfen werden, heißen Leuchtstoffe; solche, deren Verbrennung den Zweck hat, Wärme zu erzeugen, werden Brennstoffe genannt.

Obwohl die Anzahl der brennbaren Körper sehr groß ist, so eignen sich doch nur wenige für die practische Anwendung. Denn von einem practisch anwendbaren Brennstoffe fordert man, daß seine Verbrennung durch den Sauerstoff der atmosphärischen Luft mit hinlänglicher Energie bewirkt wird, daß er die zur Unterhaltung der Verbrennung erforderliche Temperatur selbst erzeugt, daß die Producte der Verbrennung den Fortgang derselben weder stören noch einen schädlichen Einfluß auf die Thiere und Pflanzen ausüben, so wie endlich, daß er überall in hinlänglicher Quantität vorhanden ist und daher sein Preis dem Zwecke seiner Anwendung entspricht.

Die gebräuchlichsten Brennstoffe sind Holz, Torf, Braunkohle, Steinkohle, Holzkohle, Torfkohle, Koaks, das ist Kohlen der Stein-

und Braunkohlen. Die chemischen Bestandtheile dieser Körper sind im Wesentlichen Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff.

Unter Holz begreift man den Stamm, die Wurzeln und Aeste der Bäume und Sträucher. Der wichtigste Bestandtheil des Holzes ist die Holzfaser. Nach der Dichtigkeit derselben unterscheidet man harte und weiche Hölzer. Zu den harten gehören Eiche, Buche, Birke, Ulme, Erle; zu den weichen Tanne, Fichte, Kiefer, Lärche, Linde, Weide, Pappel.

Ferner haben die Hölzer Säfte, welche sehr verschieden sind. Sie sind harzig bei den Nadelhölzern, extractiv bei Buchen, Birken und dergl., gerbsäurehaltig bei den Eichen. Auf das Verhältniß der Hauptbestandtheile des Holzes üben indessen die Säfte keinen wesentlichen Einfluß aus, da sie nur in verhältnißmäßig geringen Quantitäten vorhanden sind.

In folgender Tabelle sind nach Untersuchungen von Schödler und Petersen die Bestandtheile der Hölzer den beigesetzten Zahlen proportional. Diese Hölzer wurden bei 100° getrocknet und gepulvert.

Holzart.	Kohlenstoff.	Wasserstoff.	Sauerstoff.
Reine Holzfaser . .	52,65	5,25	42,10
Steineiche	49,43	6,07	44,50
Esche	49,36	6,075	44,57
Ahorn	49,80	6,31	43,89
Buche	48,53	6,30	45,17
Birke	48,60	6,375	45,02
Ulme	50,19	6,425	43,39
Schwarzpappel . .	49,70	6,31	43,99
Linde	49,41	6,86	43,73
Weide	48,44	6,36	44,80
Tanne	49,95	6,41	43,65
Fichte	49,59	6,38	44,02
Kiefer	49,94	6,25	43,81
Lärche	50,11	6,31	43,58

Alle Hölzer haben eine gewisse Quantität Wasser, welche theils nach der Holzart, theils nach der Jahreszeit verschieden ist. Nach Schübler und Hartig sind in 100 Gewichtstheilen frisch gefälltem Holze folgende Wassermengen enthalten.

Holzart.	Wasser. pr. Ct.	Holzart.	Wasser. pr. Ct.
Hainbuche . .	18,6	Kiefer	39,7
Saalweide . . .	26,0	Rothbuche . . .	39,7
Ahorn	27,0	Erle	41,6
Vogelbeere . . .	28,3	Espe	43,7
Esche	28,7	Ulme	44,5
Birke	30,8	Fichte	45,2
Mehlbeere . . .	32,3	Linde	47,1
Traubeneiche . .	34,7	Italienische Pappel	48,2
Stieleiche . . .	35,4	Lärche	48,6
Weißtanne . . .	37,1	Baumweide . .	50,6
Roßkastanie . . .	38,2	Schwarzpappel .	51,8

Durch längeres Liegen an der Luft verdunstet ein Theil dieses Wassers, so daß der Wassergehalt auf 25 bis 20 % herabsinkt. In diesem Zustande nennt man das Holz lufttrocken. Dieser letzte Rest von Wasser kann nur durch Anwendung höherer Temperaturen entfernt werden.

Rumfort erwärmte lufttrockenes Holz bis 136°, wobei 100 Gewichtstheile der nachstehenden Hölzer die beigesetzten Wassermengen verloren.

Holzart.	Wassermenge. pr. Ct.	Holzart.	Wassermenge. pr. Ct.
Eiche . .	16,64	Ahorn . .	18,63
Tanne . .	17,53	Linde . .	18,79
Ulme . .	18,20	Birke . .	19,38
Buche . .	18,56	Pappel . .	19,55

Der Wassergehalt des Holzes hat natürlich auf das specifische Gewicht desselben einen großen Einfluß, weshalb das specifische Gewicht der Hölzer je nach dem Grade der Trockenheit verschieden ist.

Folgende Tabelle enthält die specifischen Gewichte mehrerer Hölzer im frischgefällten, lufttrocknen und stark getrockneten Zustande.

Holzart.	Frisch gefällt.	Lufttrocken.	Stark getrocknet.
Steineiche . .	1,0754	0,7075	0,663
Stieleiche . .	1,0494	0,6777	0,663
Baumweide . .	0,9859	0,4873	0,457
Buche . . .	0,9822	0,5907	0,560
Ulme	0,9476	0,5474	0,518
Hainbuche . .	0,9452	0,7695	0,691
Lärche . . .	0,9205	0,4735	0,441
Kiefer . . .	0,9121	0,5502	0,485
Ahorn . . .	0,9036	0,6592	0,618
Esche	0,9036	0,6440	0,619
Birke	0,9012	0,6274	0,598
Vogelbeere . .	0,8993	0,6440	0,552
Tanne . . .	0,8941	0,5550	0,493
Fichte	0,8699	0,4716	0,434
Mehlbeere . .	0,8633	0,5910	0,549
Roßkastanie . .	0,8614	0,5749	0,551
Erle	0,8571	0,5001	0,443
Linde	0,8170	0,4390	0,431
Schwarzpappel .	0,7795	0,3656	0,346
Espe	0,7654	0,4302	0,418
Pappel . . .	0,7634	0,3931	0,440
Saalweide . .	0,7155	0,5289	0,501
Guajakholz . .	—	1,3420	—
Ebenholz . . .	—	1,2260	—

Beim Verbrennen hinterläßt das Holz einen unverbrennlichen Rückstand, die Asche. Sie besteht aus kohlensauren Salzen, deren Basen vorzugsweise Alkalien und Erden sind, welche die Pflanze während ihres Lebensprozesses aus dem Boden aufgenommen hat.

Von den nachfolgenden Hölzern gaben 100 Gewichtstheile die beigesetzten Aschenmengen.

Holzart.	Asche. pr. Ct.	Holzart.	Asche. pr. Ct.
Nach Berthier.		Nach Saussure.	
Eiche	0,0250	Junge geschälte	
Eichenrinde . . .	0,0600	Eichenzweige .	0,004
Linde	0,0500	Die Rinde derselben	0,060
Hasel	0,0157	Eichenstamm . .	0,002
Birke	0,0100	Die Rinde desselben	0,060
Ebenholz . . .	0,0125		
Tanne	0,0083		
Weizenstroh . . .	0,0440		
Kartoffelkraut . .	0,1500		

Im Allgemeinen ist die Menge der Asche desselben Holzes nach Verschiedenheit des Bodens, der Lage, des Alters, ja selbst in den verschiedenen Pflanzentheilen verschieden. Krautartige Pflanzen geben mehr als Sträucher, diese mehr als Bäume; die Blätter geben mehr als die Zweige, diese mehr als der Stamm.

Der Torf besteht aus entmischten Pflanzenresten. Seine Bildung findet in Sümpfen und Morästen statt, wo die darauf wachsende Vegetation im Herbste abstirbt und zu Boden sinkt, im nächsten Frühjahre eine neue entsteht, welche ebenfalls abstirbt und sich dieses so lange wiederholt, bis der Sumpf locker mit solchen Pflanzenresten ausgefüllt ist. Diese unterliegen nun unter den obwaltenden Umständen einem Entmischungsprocesse, wobei saure und wasserstoffreiche Gase, namentlich Kohlenwasserstoff (Sumpfgas) sich bilden, welche entweichen. Der Kohlenstoff bleibt größtentheils zurück, so daß das relative Quantum desselben größer wird.

Regnault fand die Zusammensetzung einiger Torfsorten wie folgt.

Torfsorte.	Kohlenstoff.	Wasserstoff.	Sauerstoff.	Asche.
Torf von Buclaire bei Abbeville . . .	57,05	5,63	31,76	1,69
Torf von Long bei Abbeville . . .	58,09	5,93	31,37	4,61
Torf v. Champ-du-Feu bei Framont . .	57,79	6,11	30,97	5,33

Man unterscheidet den jüngeren und älteren Torf. Der jüngere, Rasentorf, ist ein lockeres leichtes Gewebe von zerbrechlichen Wurzeln und Stengeln, welche ihre Structur meist noch unvollkommen besitzen. Der ältere, Moortorf, ist eine erdige Masse, in welcher die organische Structur gänzlich untergegangen ist; der älteste heißt Pechtorf; er ist feinkörnig und dicht, glatt und wachsartig.

Der Aschegehalt des Torfes ist sehr verschieden, wie schon die vorstehenden Beispiele zeigen; er variirt zwischen 1 % und 30 % Ein Hauptgrund hiervon ist der, daß in der Asche alle diejenigen erdigen Theile mit enthalten sind, welche während der Bildung des Torfes in dem Lager sich vorfanden.

Die Torfasche enthält keine kohlensauren, sondern vorzugsweise phosphorsaure und schwefelsaure Salze.

Einhof fand in 100 Theilen Torfasche 15,25 Kalkerde, 20,5 Thonerde, 5,5 Eisenoxyd, 41 Kieselerde, 15 phosphorsauren Kalk, 1,55 Kochsalz und Gyps.

Das specifische Gewicht des Torfes ist ebenfalls sehr verschieden, wie folgende Resultate von Karmarsch zeigen.

Torfsorte.	Specif. Gewicht.
Heller junger Rasentorf, aus kaum veränderten Mosen u. dergl. bestehend .	0,113 bis 0,263
Junger Braun- und Schwarztorf, erdige Grundmasse mit Wurzeln durchzogen	0,240 „ 0,600
Alter Erdtorf ohne Fasertextur . . .	0,564 „ 0,902
Pechtorf	0,639 „ 1,033

Demnach nimmt das specifische Gewicht des Torfes mit jedem Alter fortwährend zu.

Der Wassergehalt des Torfes ist sehr verschieden und noch wenig untersucht.

Die Braunkohle und Steinkohle sind ebenfalls Verwesungsproducte untergegangener Vegetationen. Das absolute Alter derselben läßt sich zwar nicht bestimmen, nach ihrem relativen Alter jedoch werden sie als Braunkohle, Steinkohle und Anthrazit unterschieden, so daß die Braunkohle das jüngste, der Anthrazit das älteste Glied in der Reihe dieser fossilen Brennstoffe ist. Ueberall hat durch Ausscheidung von Sauerstoff und Wasserstoff, indem sich Kohlensäure, Wasser und Kohlenwasserstoff bildeten, eine größere Concentration des Kohlenstoffes stattgefunden, welche im Anthrazit die höchste Stufe erreicht hat, wie nachfolgende Zusammenstellung zeigt.

Stoffe.	Kohlenstoff.	Wasserstoff.	Sauerstoff.
Holzfaser	52,65	5,25	42,10
Torf	60,44	5,96	33,60
Lignit	66,96	5,27	27,76
Erdige Braunkohle .	74,20	5,89	19,90
Steinkohle, jüngere .	76,18	5,64	18,07
„ ältere . .	90,50	5,05	4,40
Anthrazit	92,85	3,96	3,19

Die Braunkohle zeigt zum Theil noch deutlich die Structur des Holzes, in der Steinkohle kommen nur undeutliche Abdrücke vor und im Anthrazit ist jede Spur verschwunden. Die Braunkohlen werden in Lignite (fossiles, auch bituminöses Holz genannt) und in erdige Braunkohlen eingetheilt. Die Lignite haben deutliche Holztextur, einen erdigen, zum Theil flachmuscheligen Bruch, sind etwas fettglänzend und fester als die erdige Braunkohle, welche eine staubartige, glanzlose, zerreibliche Masse darstellt.

Das specifische Gewicht der Lignite ist 1,10 bis 1,85 und das der erdigen Braunkohle 1,254 bis 1,276.

Die Steinkohlen werden nach ihrem äußeren Ansehen als

Faserkohle, Pechkohle, Schieferkohle, Blätterkohle, Grobkohle und dergl. unterschieden.

Das specifische Gewicht der Steinkohlen ist 1,240 bis 1,483 das der Anthrazite 1,270 bis 1,750. Der Aschegehalt der Braunkohlen sowohl als der der Steinkohlen ist sehr verschieden; bei den Braunkohlen 0,81 % bis 58 %, bei den Steinkohlen 0,15 % bis 28,4 %.

Nach ihrem Verhaltem bei der trockenen Destillation werden die Steinkohlen als Backkohlen, Sandkohlen und Sinterkohlen unterschieden. Die Backkohlen sind reicher an Wasserstoff und backen zu einem festen Stücke zusammen; die Sandkohlen sind reicher an Kohlenstoff, sie verändern ihre Form wenig; die Sinterkohlen stehen zwischen beiden, die einzelnen Stücke haften zwar zusammen, ohne jedoch zu schmelzen.

Die Holzkohlen, Torfkohlen und Koaks werden durch den Proceß der trocknen Destillation dargestellt. Dieser Proceß besteht darin, daß man die Stoffe bei abgehaltener Luft der Glühhitze aussetzt. Hierbei werden sie entmischt, es bilden sich neue Producte, deren Natur theils nach den angewendeten Stoffen, theils nach der Temperatur verschieden ist. Die flüssigen Producte entweichen; der Rückstand aber ist die Kohle, welche noch etwas Wasserstoff und alle diejenigen Bestandtheile der Substanz enthält, welche bei der Verbrennung die Asche geben.

Unter der Heizkraft der Brennstoffe versteht man die Menge von Wärmeeinheiten, welche die Gewichtseinheit eines Brennstoffes bei der Verbrennung liefert. Für denselben Brennstoff ist diese Wärmemenge immer constant, mögen die Umstände, unter welchen die Verbrennung stattfindet, sein, welche sie wollen.

Die Heizkraft wird durch kalorimetrische Versuche ermittelt indem man beobachtet, welche Temperaturerhöhung eine gegebene Gewichtsmenge eines Brennstoffes bei der Verbrennung in einer gegebenen Gewichtsmenge Wasser hervorbringt.

Rumfort war der erste, welcher sich mit derartigen Versuchen beschäftigte. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von Resultaten seiner Versuche über die Heizkraft der Hölzer.

Name und Zustand des Holzes.	Wärmeeinheiten für 1 Pfd.
1. Lindenholz.	
Trockenes Tischlerholz, 4 Jahre liegend . . .	3470,7
leicht gedörrt	3883,3
stark gedörrt	4013,1
2. Buchenholz.	
Trockenes Tischlerholz, 4 bis 5 Jahre liegend	3379,8
stark gedörrt	3647,6
3. Ulmenholz.	
Tischlerholz, noch etwas feucht	2714,7
trocken, 4 bis 5 Jahre liegend	3020,5
stark gedörrt	3408,3
braun gedörrt	3090,0
4. Eichenholz.	
Gewöhnliches Brennholz in dünnen Hobelspähnen	2627,2
in mittleren Hobelspähnen	2559,0
in dicken Hobelspähnen	2474,8
gut lufttrocken	2921,0
sehr trockenes Tischlerholz in dünnen Spähnen	2983,8
in dicken Spähnen	2622,7
5. Eschenholz.	
Gewöhnliches trockenes Tischlerholz . . .	3066,6
an der Luft getrocknete Hobelspähne . . .	3372,0
auf dem Ofen gedörrte Hobelspähne . . .	3544,9
6. Ahornholz.	
Auf dem Ofen stark getrocknet	3611,7
7. Eberesche.	
Auf dem Ofen stark getrocknet	3613,0
braun gedörrt	3233,7
8. Vogelkirsche.	
Trockenes Tischlerholz	3333,9
auf dem Ofen stark getrocknet	3690,4
braun gedörrt	3473,6

Name und Zustand des Holzes.	Wärmeeinheiten für 1 Pfd.
9. Fichtenholz.	
Gewöhnliches trockenes Tischlerholz . . .	3032,2
lufttrockene Hobelstreifen	3400,0
dergl. auf dem Ofen getrocknet	3737,9
braun gedörrt	3335,8
in dicken Spähnen	2869,5
10. Pappelholz.	
Gewöhnliches trockenes Tischlerholz . . .	3460,1
auf dem Ofen stark getrocknet	3716,0
11. Hainbuchenholz.	
Gewöhnliches trockenes Tischlerholz . . .	3170,4

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß die Heizkraft der weichen Hölzer größer ist, als die der harten. Dieses hat seinen Grund in Folgendem. In der reinen Holzfaser ist das Verhältniß des Wasserstoffes zum Sauerstoff 1 : 8, also das der Wasserbildung. In dem Holze aber, wie es als Brennmaterial angewendet wird, ist Wasserstoff im Ueberschusse enthalten. Dieser überschüssige Wasserstoff veranlaßt bei der Verbrennung die Bildung von dampfförmigen Kohlenwasserstoffen, leichtentzündliche Körper, welche mit Flamme und einer starken Wärmeentwickelung verbrennen. Inwiefern nun bei den weichen Hölzern dieser Wasserstoffüberschuß größer ist als bei den harten Hölzern, verbrennen die ersteren mit einer stärkeren, nur kurze Zeit andauernden Wärmeentwickelung, da mehr dampfförmige Producte sich bilden und weniger Kohle entsteht, während die letzteren mit einer weniger intensiven, aber länger andauernden Wärmeentwickelung verbrennen, da die Bildung von Kohle die der dampfförmigen Producte überwiegt.

Es ist daher bei der Anwendung der Hölzer als Brennmaterial wohl zu unterscheiden, ob man eine intensive Hitze von kurzer Dauer oder eine weniger intensive Wärmeentwickelung von größerer Dauer

erzielen will. Im ersten Falle verdienen die weichen, im letzten Falle die harten Hölzer den Vorzug.

Es ist demnach nicht die Heizkraft allein, welche den Werth eines Holzes und seine Anwendung bedingt, sondern es muß auch die Art und Weise, wie dieses Holz seine Wärme entbindet und in welcher Zeit dieses geschieht, dabei berücksichtigt werden.

Folgende Tabelle enthält mehrere andere Brennstoffe und Leuchtstoffe, nebst den bei der Verbrennung entbundenen Wärmeeinheiten.

Name des Brennstoffes.	Wärmeeinheiten für 1 Kilogramm.	Beobachter.
Wasserstoffgas	22125	Clément.
desgl.	23400	La Place.
desgl.	23640	Despretz.
Kohlenwasserstoffgas	3675	Dalton.
Oelbildendes Kohlenwasserstoffgas	6600	ders.
Kohlenoxydgas	1857	ders.
Vollkommen trockenes Holz . .	3666	Clément.
desgl.	3597	Péclet.
Lufttrockenes Holz 20% Wassergehalt	2945	Clément.
Lufttrockenes Holz 25% Wassergehalt	2600	Péclet.
desgl.	2700	Duma.
Holzkohlen	7050	Clément.
desgl.	7300	Péclet.
desgl.	7500	Duma.
Steinkohlen 1. Qualität . .	7050	Clément.
Steinkohlen 2. Qualität 20 % Aschegehalt	5935	ders.
Steinkohlen, fette, mittler Qualität	6000	Duma.
Coaks 10% Aschegehalt . . .	6345	Clément.
desgl. 15% „ „ . . .	6600	Duma.
desgl.	6500	Péclet.
Gewöhnlicher Torf	1500	Clément.
Guter Torf	3000	Péclet.

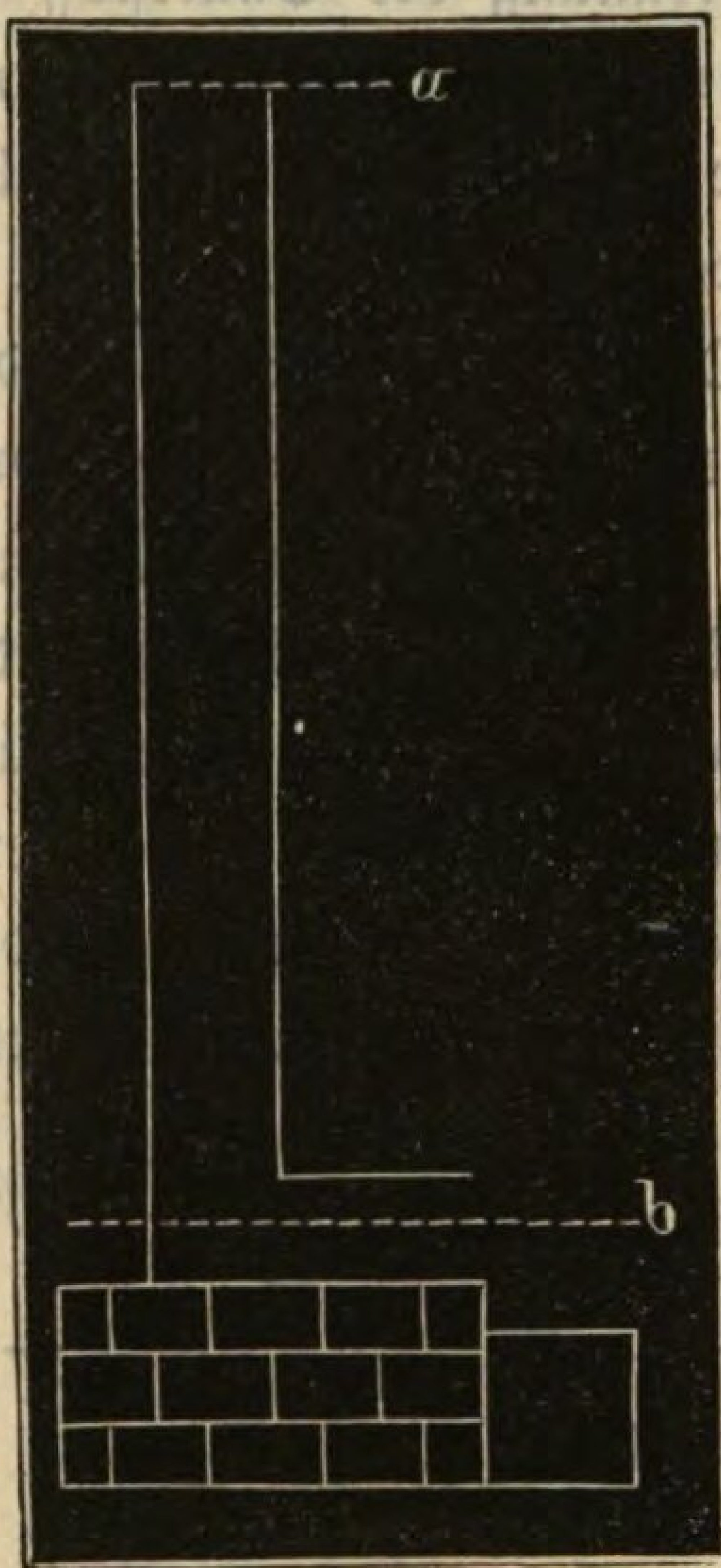
Name des Brennstoffes.	Wärmeeinheiten für 1 Kilogramm.	Beobachter.
Torfkohle von 18% Aschegehalt	6400	Péclet.
desgl. von 20%	6300	Duma.
Baumöl	9044	Rumfort.
desgl.	11196	Lavoisier.
Gereinigtes Rüböl	9307	Rumfort.
Schwefeläther, sp. G. 0,728 .	8030	ders.
Alkohol 99% T.	6195	ders.
desgl. 84,5% = ...	5261	ders.
Talg	7186	Laplace.
desgl.	8639	Rumfort.
Weißes Wachs	9479	ders.
desgl.	10500	Laplace.
Steinöl, sp. G. 0,827 . . .	7338	Rumfort.
Phosphor	7500	Laplace.
Terpentinöl	4500	Dalton.

Alle Feuerungsanlagen müssen einen Raum haben, in welchem die Verbrennung erfolgt. Diesen Raum nennt man den Feuerraum. Es muß ferner ein Raum vorhanden sein, in welchem die erzeugte Wärme dem Zwecke entsprechend verwendet wird. Diesen Raum nennt man Heizraum. Endlich muß ein Apparat vorhanden sein, welcher die Zu- und Abführung von Luft, das ist den Zug bewirkt. Dieses ist in den meisten Fällen eine Esse.

Die Zugkraft einer Esse wird durch ihre Höhe und durch die Temperaturdifferenz zwischen der innern und äußern Luft bedingt. Denn die erwärmte Luft dehnt sich aus und steigt in die Höhe, so daß die kältere von unten nachdringt. Die Geschwindigkeit, mit welcher dieses geschieht, hängt von der Differenz der Gewichte gleicher Volumina der äußern und innern Luft ab.

Bezeichnet man den atmosphärischen Druck in der Höhe a Fig. 221 mit P, und ist p das Gewicht einer Luftsäule von der Temperatur t und der Höhe ab = h, so wie p_1 das Gewicht einer gleich hohen Luftsäule von der Temperatur t_1, so sind die Drucke bei b, wo beide Säulen zusammenstoßen, beziehungsweise P + p und P + p_1. Ist daher $t_1 > t$, so ist $p > p_1$, folglich die Differenz beider Drucke $p - p_1$. Und es wird die Luft in der Esse ab sich mit einer Geschwindigkeit in die Höhe erheben, welche dem Drucke $p - p_1$ proportional ist.

Fig. 221.



Dieser Druck läßt sich durch eine Luftsäule von derjenigen Höhe messen, um welche sich die Säule h vergrößert, wenn die Temperatur der darin befindlichen Luft von t^0 auf $t_1{}^0$ steigt. Bezeichnet man diese Höhenzunahme mit x, so ist

$$h : h + x = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t_1$$

wo α der Ausdehnungscoefficient der Luft ist. Hieraus

$$x = \frac{h\alpha\,(t_1 - t)}{1 + \alpha t}$$

Die Geschwindigkeit, welche dieser Höhe entspricht, das ist die Geschwindigkeit, mit welcher die erwärmte Luft in der Esse in die Höhe steigt, ist gleich derjenigen, welche ein freifallender Körper erlangt, wenn er die Höhe x durchfallen hat. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit v, so ist

$$v = \sqrt{2gx}$$

oder

$$v = \sqrt{2g\frac{h\alpha(t_1 - t)}{1 + \alpha t}}$$

Hierbei ist vorausgesetzt worden, daß die Luft nur erwärmt, nicht aber auch verändert worden ist. Nun wird aber bei der Ver-

brennung der Sauerstoff in Kohlensäure umgewandelt, während nur der Stickstoff unverändert bleibt. Dieses muß berücksichtigt werden. Denn da die Kohlensäure eine andere Dichte als der Sauerstoff hat, und die Höhen der Gassäulen sich umgekehrt wie ihre Dichten verhalten, so wird auch diejenige Gassäule eine andere werden, welche dem obigen Drucke entspricht.

Es bestehen 100 Raumtheile der atmosphärischen Luft aus 79 Raumtheilen Stickstoff und 21 Raumtheilen Sauerstoff. Da nun der Sauerstoff in Kohlensäure umgewandelt wird, so bestehen, wenn man eine vollständige Verbrennung voraussetzt, 100 Raumtheile der in der Esse aufsteigenden Luft aus 79 Raumtheilen Stickstoff, und 21 Raumtheilen Kohlensäure.

Die Dichtigkeit des Stickstoffes ist 0,9757, die der Kohlensäure 1,5245, daher

$$21 . 1{,}5245 + 79 . 0{,}9757 : 100 = 1 : x$$

woraus

$$x = 1{,}09$$

Hiermit müßte der Ausdruck

$$\frac{h\alpha(t_1 - t)}{1 + \alpha t}$$

dividirt werden. Da man aber durchschnittlich nur die Hälfte der einströmenden Luft als verbrannt annehmen kann; so ist die Dichtigkeit dieser zur Hälfte verbrannten Luft

$$\frac{1 + 1{,}09}{2} = 1{,}045$$

und daher

$$v = \sqrt{2g \frac{h\alpha\,(t_1 - t)}{1{,}045(1 + \alpha t)}}$$

Nun ist noch die Reibung zu berücksichtigen, welche zwischen der Luft und den Essenwänden stattfindet. Diese Reibung kann nach denselben Gesetzen beurtheilt werden, nach welchen sie bei der kalten Luft beurtheilt wurde.

Bezeichnet p den wirklich vorhandenen Druck und p_1 denjenigen, welcher der effectiven Geschwindigkeit entspricht; bezeichnet

ferner h die Höhe, d den Durchmesser der Esse und k den Reibungscoefficienten; so ist

$$p - p_1 = k\frac{h}{d}v^2$$

da aber

$$p_1 = \frac{v^2}{2g}$$

so ist

$$p - \frac{v^2}{2g} = k\frac{h}{d}v^2$$

woraus

$$v = \sqrt{\frac{2gpd}{d + 2gkh}}$$

Nach Versuchen von Péclet ist

für Essen von Stein $k = 0,0127$
" " " Eisenblech $k = 0,0050$
" " " Gußeisen $k = 0,0025$

Die Essen von Stein und Eisenblech waren neu; die von Gußeisen aber war berußt, so daß ganz allgemein 0,0025 der Reibungscoefficient für berußte Essenwände ist, mag das Material der Esse sein, welches es wolle.

Durch die Abnahme des Druckes einestheils und durch die Abkühlung der in der Esse aufsteigenden Luft anderntheils muß eine Verzögerung der Geschwindigkeit herbeigeführt werden. Nach Péclet ist die Abnahme des Druckes ohne Einfluß; was aber die Abkühlung anlangt, so stimmt obige Formel mit der Erfahrung sehr nahe überein, wenn man das Mittel zwischen den Temperaturen an der untern und obern Oeffnung der Esse nimmt.

Nach Untersuchungen von Péclet ist das aus der Esse hervorgehende Luftquantum und mithin die Zugkraft ein Maximum, wenn

$$t_1 = \frac{1}{\alpha} + 2t$$

$$t_1 = 274^0 + 2t$$

Folgende Tabelle enthält die den Temperaturen von 30 bis 1000° entsprechenden, die Zugkraft bestimmenden Zahlen.

Temperatur der erwärmt. Luft.	Werthe, welche die Zugkraft bestimmen.	Temperatur der erwärmt. Luft.	Werthe, welche die Zugkraft bestimmen.
30°	4,93	260	8,273
40	5,51	270	8,278
50	5,98	275	8,279
60	6,35	280	8,276
70	6,66	290	8,275
80	6,92	300	8,27
90	7,13	310	8,26
100	7,33	320	8,25
110	7,48	350	8,21
120	7,62	400	8,13
130	7,73	450	8,03
140	7,83	500	7,92
150	7,92	550	7,80
160	7,98	600	7,62
170	8,05	650	7,56
180	8,09	700	7,44
190	8,14	750	7,33
200	8,17	800	7,22
210	8,21	850	7,11
220	8,23	900	7,00
230	8,25	950	6,90
240	8,26	1000	6,8
250	8,27		

Hieraus geht hervor, daß die Zugkraft für Temperaturen von 250 bis 300° am größten ist, so wie, daß sie für höhere Temperaturen wieder abnimmt.

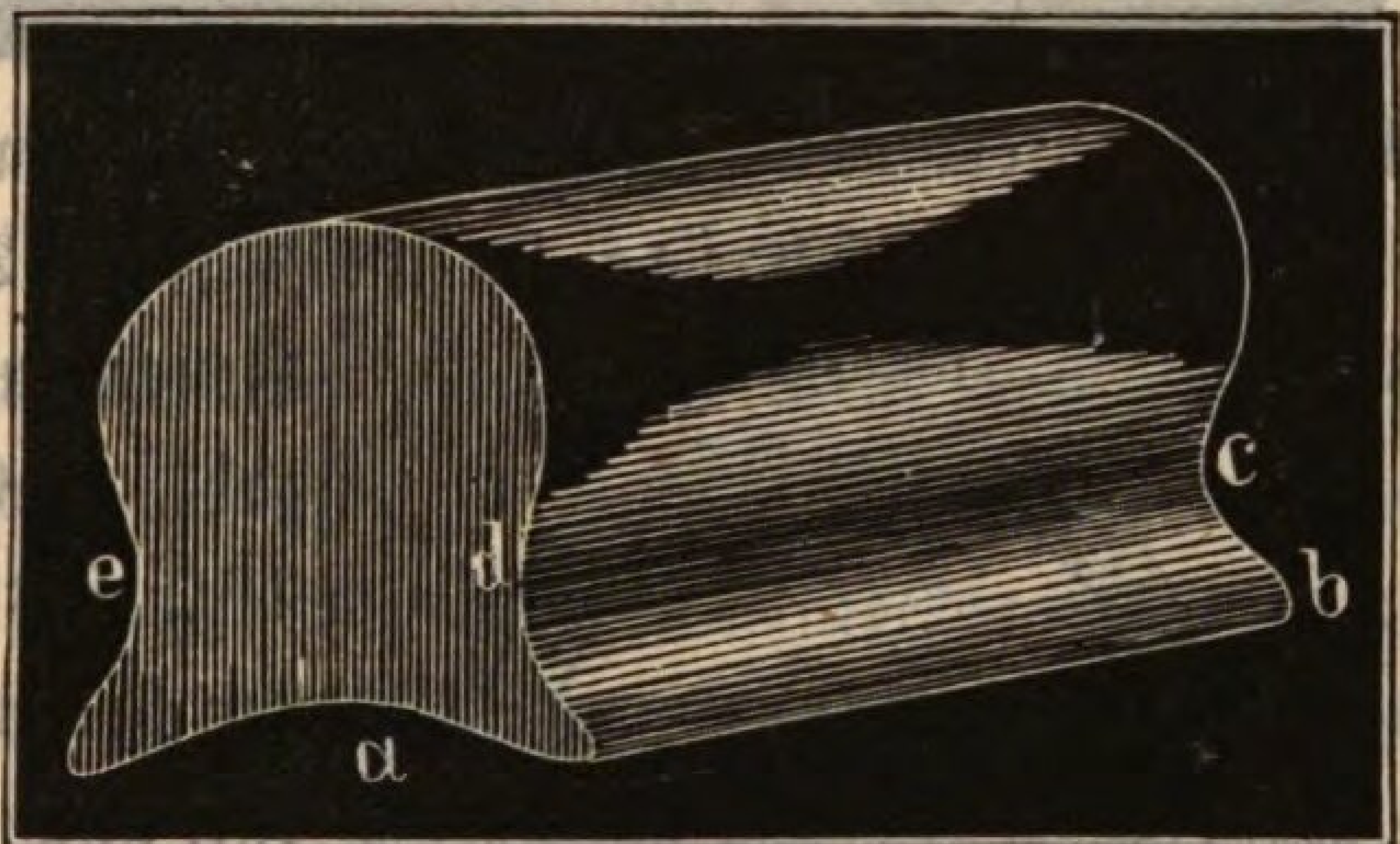
8. Von der Dampfmaschine.

a. Dampferzeugungsapparate.

Der Dampfkessel ist ein metallenes Gefäß, in welchem Dampf entwickelt wird. Er ist gewöhnlich aus Eisenblech zusammengenietet, wird aber auch aus Gußeisen und andern Metallen gefertigt.

Rücksichtlich der Form unterscheidet man folgende:

Fig. 222.



1) Walzen- oder Kofferkessel, Fig. 222. Das Feuer trifft zunächst die Fläche ab und geht dann in der Richtung cde noch einmal um den Kessel herum. Diese Kessel finden nur da Anwendung, wo Dampf von geringer Spannung erzeugt wird.

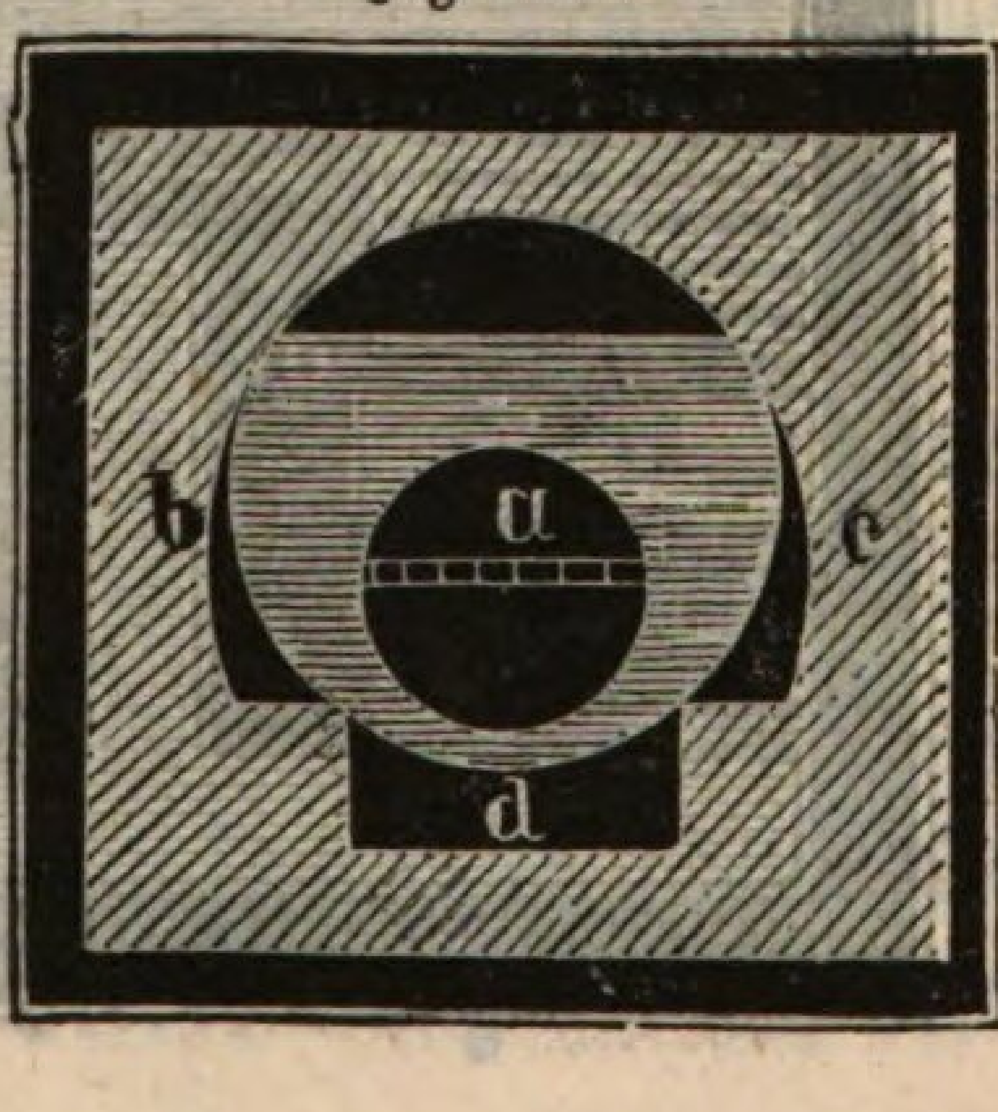
2) Walzenkessel mit äußerer Feuerung, Fig. 223, sind Cylinder, welche an beiden Enden durch Kugelsegmente begrenzt werden. Die Bewegung des Feuers ist wie beim Wagenkessel. Man wendet diese Kessel da an, wo Dämpfe von sehr großer Spannung erzeugt werden.

Fig. 223.



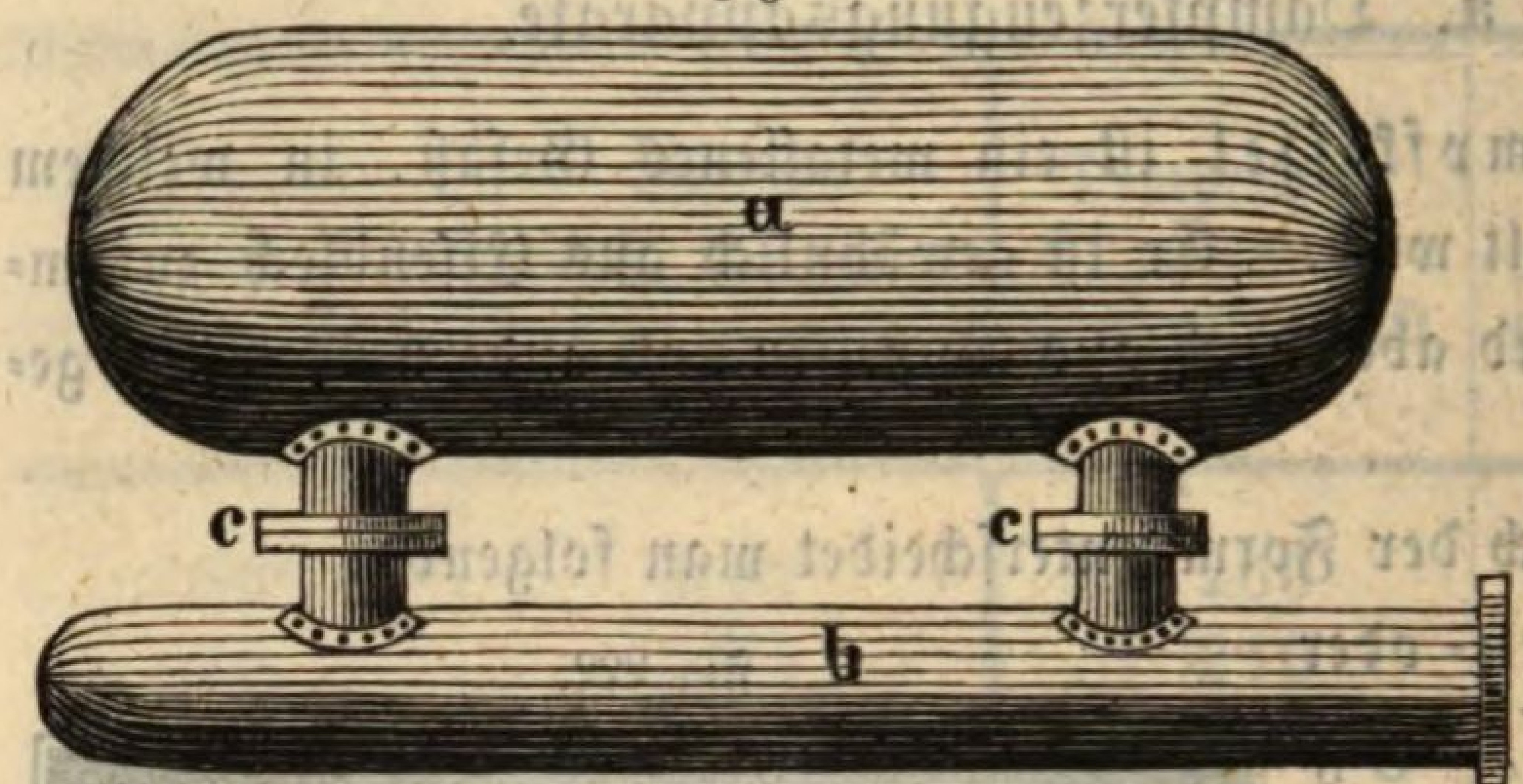
3) Walzenkessel mit innerer Feuerung, Fig. 224. Hier ist der Feuerraum eine Röhre a, welche im Innern des Kessels sich befindet. Der Zug geht aus dem Innern des Kessels heraus, durch bc um denselben herum und bisweilen auch noch unter demselben durch d hin. Man wendet diese Kessel vorzugsweise bei Dampfschiffen an.

Fig. 224.



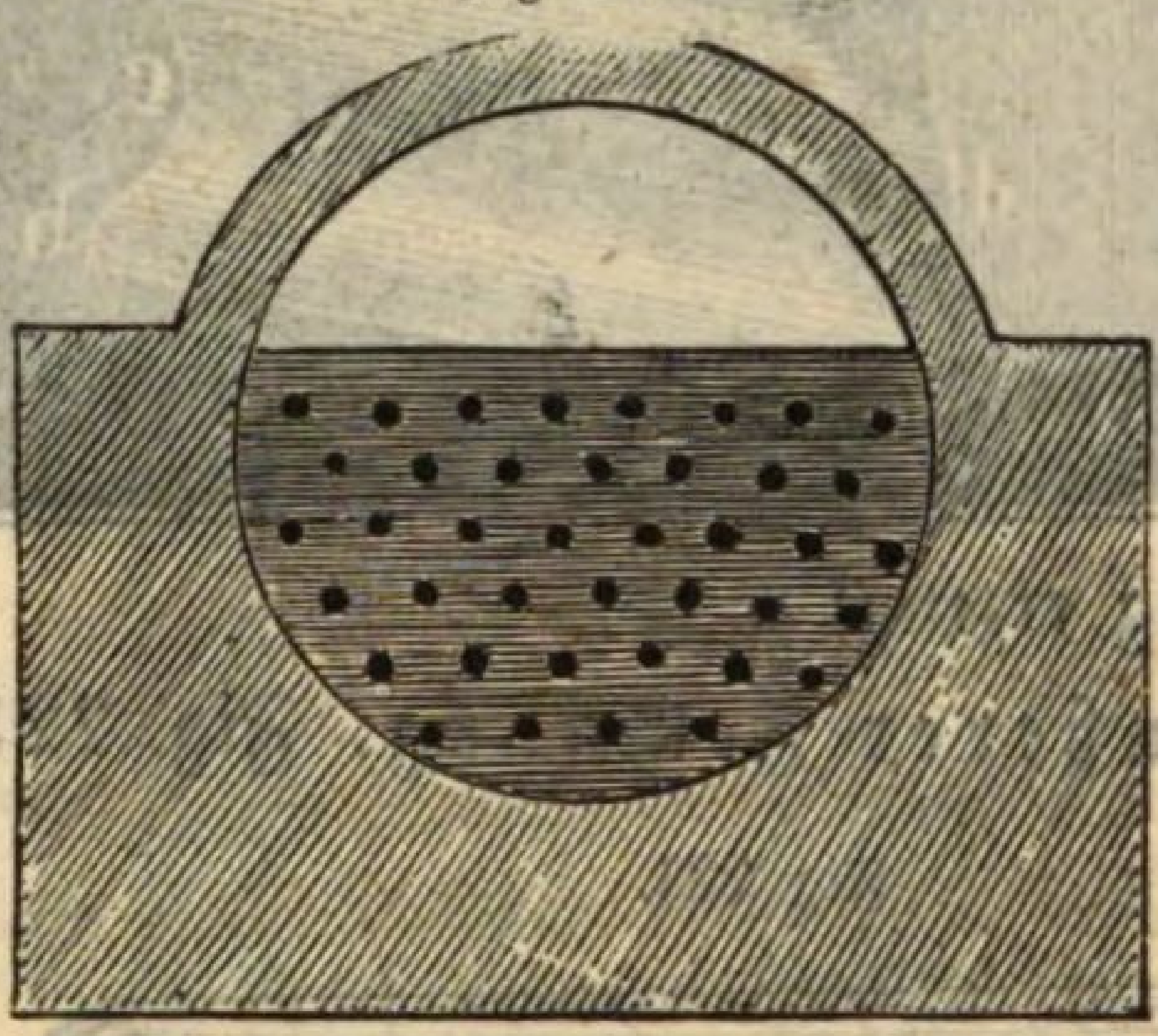
4) Kessel mit Sieteröhren, Fig. 225. Der Kessel a kommt hier mit dem Feuer gar nicht in Berührung, sondern nur die Sieteröhreb, welche durch die Röhren c mit dem Kessel in Verbindung steht. Der Kessel wird hier sehr geschont.

Fig. 225.



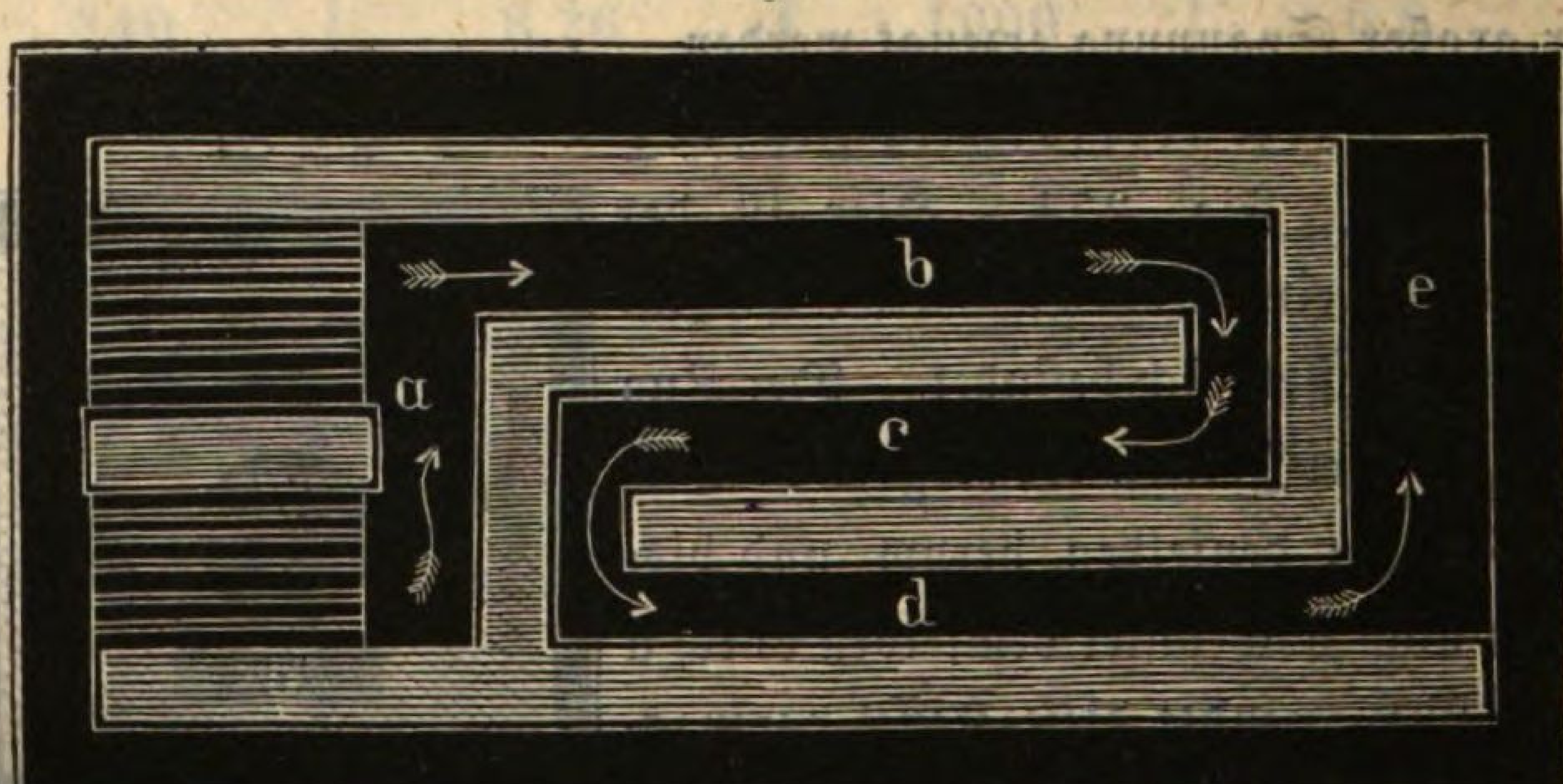
5) Vielröhrige Kessel, Fig. 226. Hier gehen vom Feuerraume aus eine große Anzahl, 100 und mehr, messingene $1\frac{1}{2}$ bis $2\frac{1}{4}$ Zoll weite Röhren durch den Kessel, welche die Feuerluft nach der Esse führen und einen Theil ihrer Wärme an das Wasser übertragen. Man wendet sie an, wo man die Dampfentwickelung beschleunigen will, z. B. bei Dampfwagen. Sie verbrauchen aber viel Brennmaterial.

Fig. 226.



6) Kessel mit lothrechten Kammern für Dampfschiffe. Fig. 227. Die Feuerluft macht hier den Weg abcde, bevor sie in

Fig. 227.



die Esse übergeht. Sie sind bei starker Dampfspannung nicht anwendbar.

Die Größe des Kessels richtet sich nach dem Dampfquantum, welches in einer gewissen Zeit darin erzeugt werden soll. Das in einem Kessel erzeugte Dampfquantum aber ist um so größer, je größer die Heizfläche des Kessels ist, d. h. je größer derjenige Theil der Kesseloberfläche ist, welcher vom Feuer getroffen wird. Weil aber die vom Feuer getroffene Fläche des Kessels im Innern desselben mit Wasser bedeckt sein muß, damit der Kessel nicht glüht oder gar zerspringt, und der Dampfraum zum Wasserraume in einem bestimmten Verhältnisse stehen muß, so lassen sich die Dimensionen eines Kessels den gegebenen Verhältnissen entsprechend bestimmen.

Die Größe des Wasserraumes hängt übrigens auch von dem Wasserquantum ab, welches von Zeit zu Zeit dem Kessel zugeführt wird, das Speisewasser. Denn dieses darf weder eine große Veränderung der Temperatur noch des Standes des Kesselwassers herbeiführen.

Der Dampfraum muß so groß sein, daß kein Wasser vom Dampfe mechanisch mit fortgerissen wird, und durch den Verbrauch des Dampfes keine großen Schwankungen in der Dampfspannung eintreten. Nach Tredgold soll der Dampfraum so groß sein, daß die aus dem ungleichmäßigen Verbrauche des Dampfes entspringende Veränderlichkeit der Dampfspannung nicht größer als $1/_{30}$ wird.

Die Dicke der Kesselwandung ist einestheils von dem Materiale und den Dimensionen des Kessels, anderntheils von der Spannung des entwickelten Dampfes abhängig. Nach dem preußischen Dampfkesselgesetz muß sein

$$e = (2{,}71828^{0{,}003p} - 1)\, r + 0{,}1$$

wo e die Dicke der Kesselwandung, r den Halbmesser des Cylinders und p den Druck bezeichnet.

Der Heizapparat eines Dampfkessels besteht aus dem Feuerraume mit Aschenfall, den Feuerkanälen oder Zügen und dem Schornsteine. Die zur Verbrennung des auf dem

Roste befindlichen Brennstoffes erforderliche Luft tritt in den Aschenraum und von hier durch den Rost in den Feuerraum. Um den Zug zu reguliren, ist ein Schieber (das Register des Feuerraumes) vorhanden. Der Feuerraum hat eine Thür, welche nur dann geöffnet wird, wenn man Brennstoff auflegt oder überhaupt das Feuer schürt. Sie ist, um die Abkühlung zu vermeiden, mit einer doppelten Wandung oder auf der Innenseite mit Ziegelsteinen versehen. Da, wo der Feuerraum in die Feuerkanäle übergeht, befindet sich eine Feuerbrücke, das ist eine Mauer, deren Abstand von der Kesselwandung nur 4 bis 6 Zoll beträgt. Diese Feuerbrücke hat den Zweck, die Flamme zusammenzupressen, so daß einestheils eine vollkommenere Verbrennung, anderntheils eine innige Berührung der Flamme mit dem Kessel herbeigeführt wird.

Der Gang der Feuerkanäle ist schon bei den verschiedenen Kesselformen beschrieben worden. Der Querschnitt eines um den Kessel herumgeführten und von feuerfesten Steinen gemauerten Kanales muß der Erfahrung zufolge einen Flächeninhalt haben, welcher dem vierten oder sechsten Theile der Rostfläche gleich ist. Die Länge des Kanales muß von der Art sein, daß die in den Schornstein eintretende Feuerluft eine Temperatur von 250 bis 300° hat, weil für diese Temperatur die Zugkraft der Esse ein Maximum ist, mithin die Verbrennung am vollständigsten stattfindet. Die Höhe einer Esse beträgt gewöhnlich 60 bis 120 Fuß.

Nach Regnault ist die Gesammtwärme des Dampfes von t^0

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\,t$$

Sollen daher Q Gewichtseinheiten Wasser von der Temperatur t_1 in Dampf von der Temperatur t verwandelt werden, so sind hierzu

$$(606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1)\,Q$$

Wärmeeinheiten erforderlich.

Bezeichnet man mit w die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche die Gewichtseinheit Wasser von $t_1{}^0$ braucht, um in Dampf von t^0 verwandelt zu werden, und bezeichnet man mit w_1 die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche die Gewichtseinheit irgend eines Brenn-

stoffes liefert, so ist $\frac{w_1}{w}$ die Anzahl der Gewichtseinheiten Dampf, welche die Gewichtseinheit des fraglichen Brennstoffes erzeugt oder es sind $\frac{w}{w_1}$ Gewichtseinheiten Brennstoff erforderlich, um die Gewichtseinheit Dampf zu erzeugen.

Bei den besten Feuerungsanlagen kommen übrigens höchstens nur $^3/_5$ der vom Brennstoffe entwickelten Wärmeeinheiten zur Wirkung.

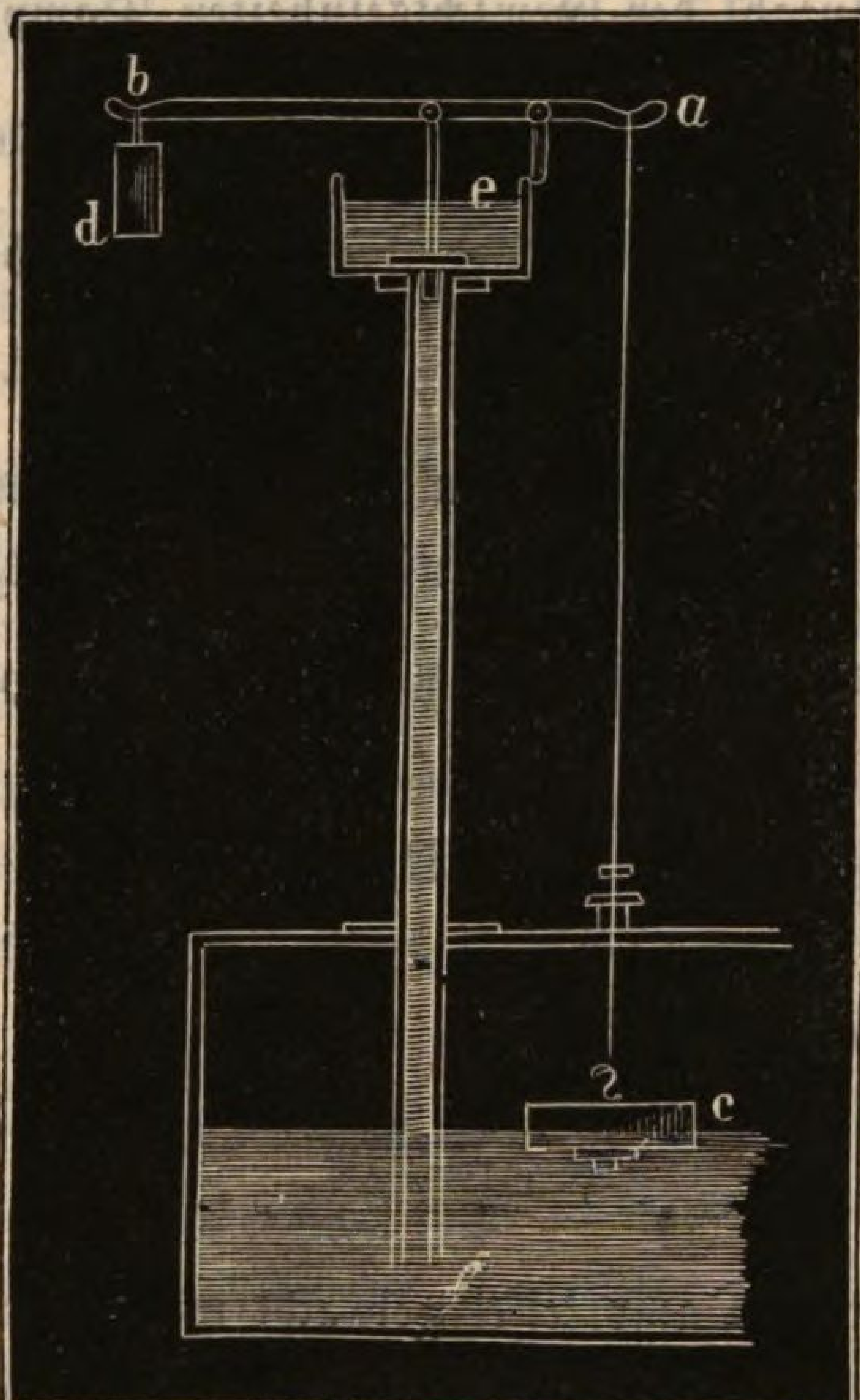
Der Erfahrung zufolge gibt bei zweckmäßigen Feuerungsanlagen

1 Gew.-Th.	Steinkohle	5	bis	7	Gew.-Th.	Dampf
„ „	Koaks	4,6	„	5,8	„	„
„ „	Holzkohle			6	„	„
„ „	Holz	2,5	„	2,7	„	„
„ „	Torf			2,5	„	„

Das Wasser, welches in die Dampfkessel gebracht wird, muß möglichst rein und warm sein. Ist das Wasser unrein, so entstehen Niederschläge, welche die Kesselwandung bedecken und der Wirkung der Wärme hindernd entgegentreten. Ist das Wasser kalt, so erfolgt eine Abkühlung, welche die Dampfentwicklung stört. Ist die Dampfspannung im Kessel gering, so wird das Wasser durch ein einfaches Rohr in den Kessel geleitet; bei größerer Dampfspannung aber sind hierzu Pumpen erforderlich.

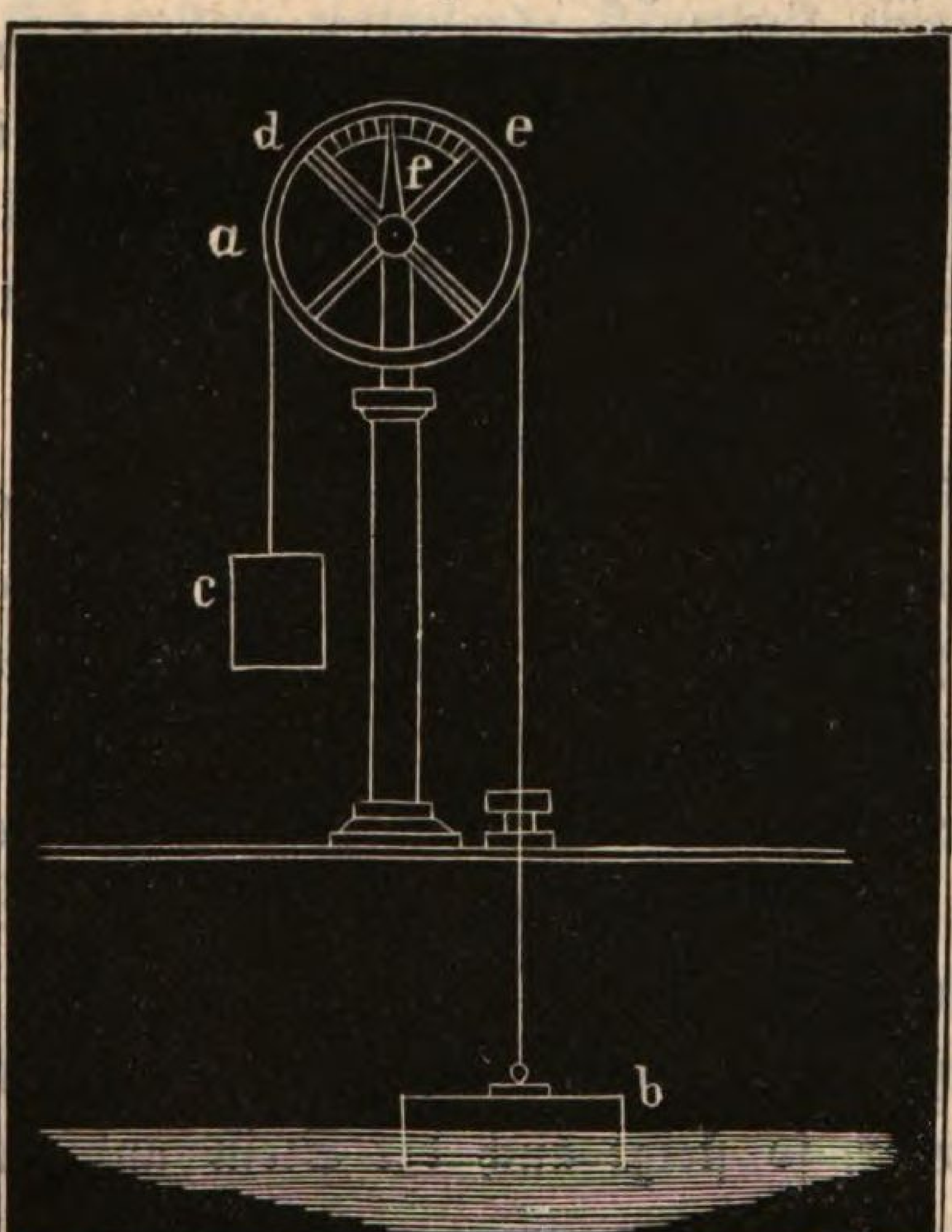
Bei geringer Dampfspannung wendet man zum Speisen der Kessel gewöhnlich sogenannte Schwimmer an. Diese Schwimmer sind zweiarmige Hebel ab, Fig. 228 (s. f. S.) An dem einen Hebelarme hängt ein Stein c, welcher auf dem Wasser im Kessel schwimmt, an dem andern Hebelarme hängt ein Gegenwicht d. Sinkt der Wasserspiegel im Kessel, so sinkt auch der Stein c. Hierdurch wird aber ein mit dem Schwimmer in Verbindung gebrachtes Ventil e geöffnet, durch welches Wasser in den Kessel fließt. Steigt nun der Wasserspiegel im Kessel wieder, so steigt auch der Stein und das Ventil wird geschlossen.

Fig. 228.



Damit man immer weiß, wie hoch das Wasser im Kessel steht, hat man sogenannte Wasserstandszeiger. Es sind dieses entweder Schwimmer oder Probirhähne oder endlich Wasserstandsröhren. Beim Schwimmer, Fig. 229 (s. u.), geht über das Rädchen a eine Kette. An dem einen Ende derselben hängt der Stein b, welcher im Kessel auf dem Wasser schwimmt, am andern Ende hängt das Gegengewicht c. Das Rädchen hat an seinem Umfange den getheilten Kreisbogen de, auf dessen Nullpunkte der Zeiger f steht, wenn der Wasserstand im Kessel normal ist. Die Probirhähne, Fig. 230 (s. f. S.), sind Hähne, die in verschiedenen Höhen an dem Dampfkessel angebracht sind und welche beim Oeffnen Dampf oder Wasser ausströmen lassen, wodurch man den Stand des Wassers erfährt. Sie geben nur dann sichere Resultate, wenn die Bewegungen des Wassers

Fig. 229.



unbedeutend sind. Man hat deshalb den Korb ab angebracht. Die genauesten Angaben geben die Wasserstandsröhren. Es sind dieses Glasröhren, welche in metallenen Fassungen sich befinden, und auf der einen Seite mit dem Wasser, auf der andern mit dem Dampfe communiciren. Fig. 231.

Fig. 230.

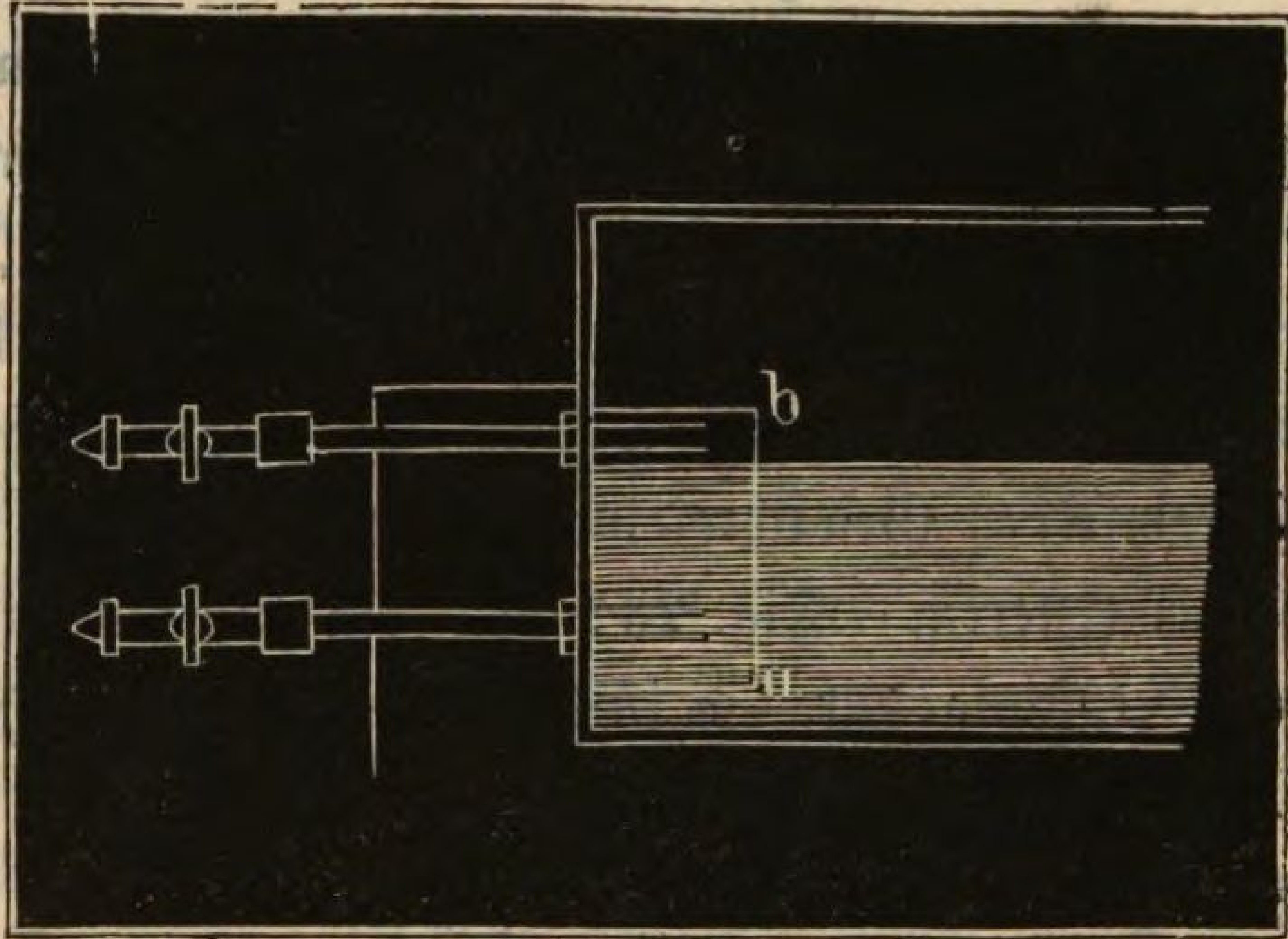
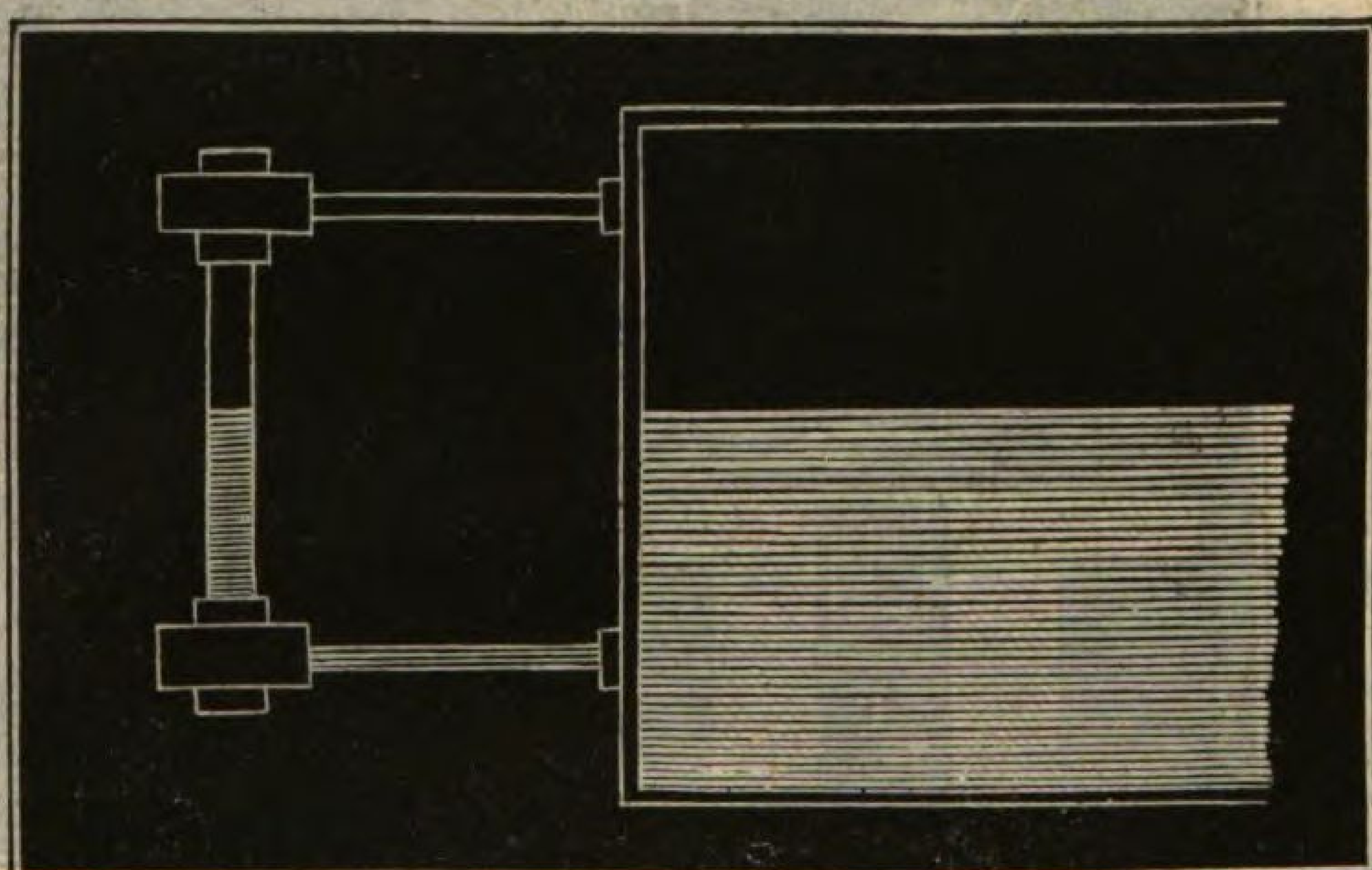


Fig. 231.

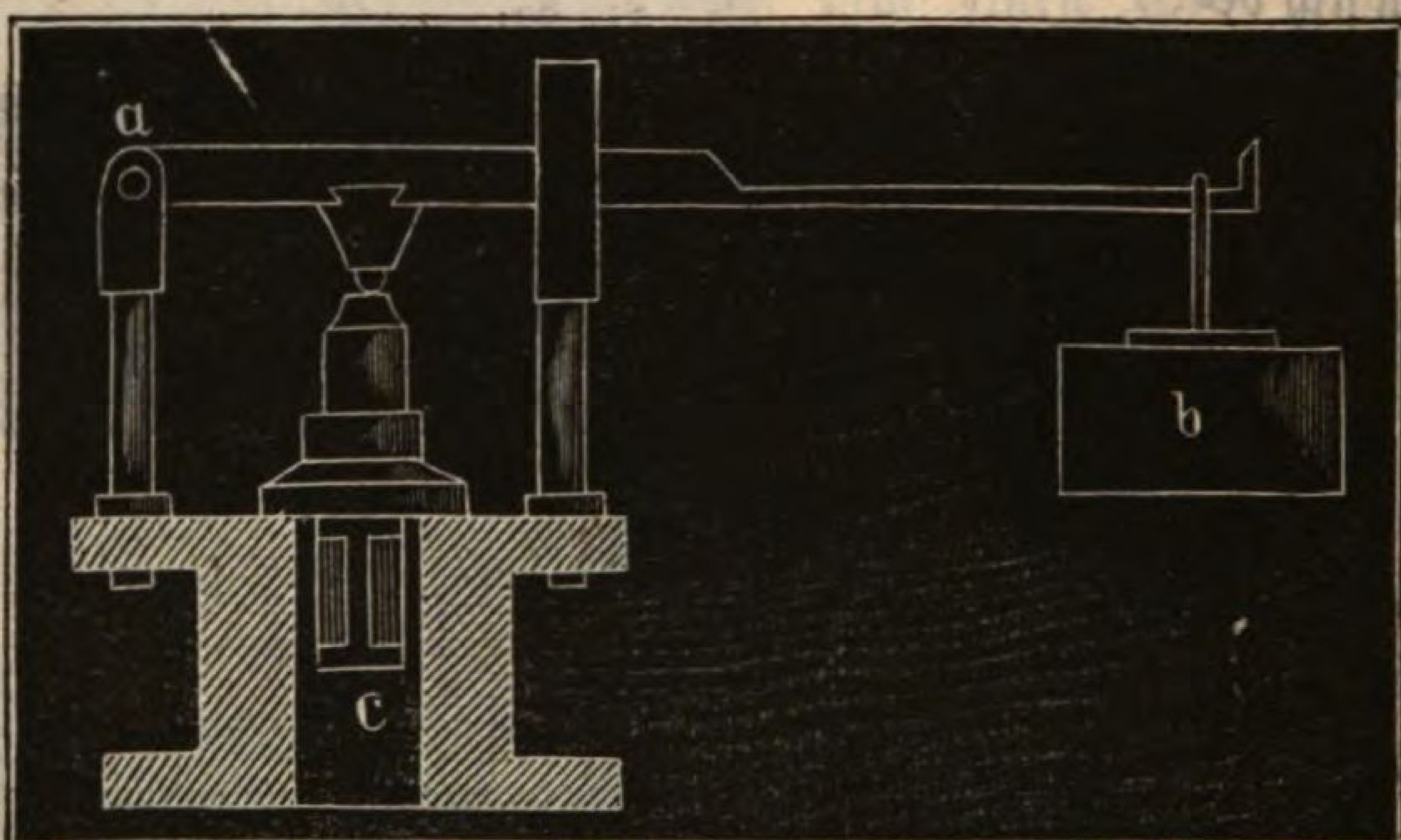


Die Spannung der Dämpfe wird durch Manometer angezeigt.

An jedem Dampfkessel befinden sich Sicherheitsventile und zwar unterscheidet man innere und äußere Sicherheitsventile. Die äußeren Sicherheitsventile haben den Zweck, den Dampfdruck im Kessel nicht über eine gewisse Grenze hinaus wachsen zu lassen. Sie öffnen sich nach Außen, wenn der Dampfdruck diese Grenze übersteigt und gestatten so dem Dampfe einen Abzug. Die innern Sicherheitsventile haben den Zweck, den Kesselraum mit der atmosphärischen Luft in Verbindung zu setzen, wenn durch Abkühlung und Condensation der Dämpfe der Druck im Innern des Kessels unter den atmosphärischen Druck herabsinkt. Sie öffnen sich in diesem Falle nach Innen, so daß Luft in den Kessel eindringt. Die äußeren Sicherheitsventile werden nun wieder als Ventile mit

directer Belastung und als Ventile mit indirecter Belastung oder Hebelbelastung unterschieden. Die ersteren werden bei geringen Dampfspannungen, die letzteren bei starken Dampfspannungen angewendet. Bei den ersteren liegt die Belastung, welche einen Cylinder bildet, unmittelbar auf dem Ventile, bei den letzteren hängt sie an einem einarmigen Hebel. Man kann daher bei den letzteren mit demselben Gewichte eine stärkere Belastung hervorbringen als bei den ersteren. Fig. 232 stellt ein äußeres Sicherheitsventil mit Hebelbelastung dar. a ist der Drehpunkt des Hebels, b das Gewicht und c ist das Ventil.

Fig. 232.



Wenn man auch möglichst reines Wasser zur Speisung des Kessels anwendet, so bleiben doch einestheils noch mechanisch beigemengte Unreinigkeiten, anderntheils aufgelöste Salze, namentlich Kalksalze in dem Wasser, welche bei der Verdunstung sich ausscheiden, und einen festen Niederschlag, den Pfannen- oder Kesselstein bilden. Um nun diesen Pfannen- oder Kesselstein von Zeit zu Zeit losschlagen und aus dem Kessel entfernen zu können, befindet sich im Kessel eine Oeffnung von 16 bis 18 Zoll Länge und 13 Zoll Weite, das Mann- oder Fahrloch, durch welches ein Arbeiter in den Kessel gelangen kann. Ferner befindet sich, um das Wasser aus dem Kessel ablassen zu können, im Boden desselben ein Loch, das Ablaßloch, welches durch einen konischen Stahlzapfen verschlossen wird.

Endlich ist noch das Ausblaserohr zu erwähnen. Es ist dieses ein Rohr, welches bis dicht über den Boden des Kessels hinabgeht und sich dort trompetenartig erweitert. Von Außen ist es durch einen Hahn verschließbar. Will man den Kessel ausblasen, so öffnet man diesen Hahn, nachdem man vorher das Feuer gelöscht hat. Der auf das Wasser wirkende Dampfdruck treibt dann das am Boden des Kessels befindliche Wasser durch das Rohr heraus. Dieses Ausblasen ist besonders bei Seedampfschiffen und überhaupt da nöthig, wo das Speisewasser Schlamm führt, der sich über dem Boden ansammelt.

Mit jedem Kessel muß vor dem Gebrauche eine Prüfung vorgenommen werden, welche in der Regel darin besteht, daß man einen stärkeren Druck auf ihn wirken läßt, als derjenige ist, welchen er später auszuhalten hat. Es darf aber mit diesem Drucke nicht übertrieben werden, damit der Kessel nicht dadurch leidet.

b. Dampfmaschinen.

Je nach der Art und Weise, wie der Dampf als bewegende Kraft auf die Maschine wirkt, ob dieses mittelbar oder unmittelbar, ob es mit einer großen oder geringen Spannung geschieht, werden mehrere Arten der Dampfmaschinen unterschieden. Der Dampf kann mittelbar wirken, wenn er durch Condensation einen beinahe leeren Raum erzeugt, so daß durch den atmosphärischen Druck ein Kolben in diesem Raume fortgeschoben werden kann. Solche Maschinen werden atmosphärische Dampfmaschinen genannt. Sie sind nur noch wenig in Gebrauch. Der Dampf kann unmittelbar durch Stoß oder Druck wirken und dadurch einen Körper in rotirende oder abwechselnd hin- und zurückgehende Bewegung versetzen. Nur die letztere Wirkungsweise ist die jetzt gebräuchliche. Solche Maschinen werden Cylinder oder Kolbenmaschinen genannt. Diese Dampfmaschinen sind nun aber wieder einfach wirkende oder doppelt wirkende. Bei den einfach wirkenden treibt der Dampf den Kolben nur nach einer Richtung, während die entgegengesetzte Bewegung durch ein Gegengewicht

hervorgebracht wird. Bei den doppelt wirkenden Dampfmaschinen dagegen bewegt der Dampf den Kolben im Cylinder hin und zurück.

Je nach der Größe der Spannung, mit welcher der Dampf angewendet wird, unterscheidet man Niederdruck-, Mitteldruck- und Hochdruckdampfmaschinen. Die Niederdruck- oder Tiefdruckdampfmaschinen arbeiten mit einer Dampfspannung von höchstens 1 $\frac{1}{2}$ Atmosphären, die Mitteldruckdampfmaschinen arbeiten mit einer Dampfspannung von 2 bis 4 Atmosphären, während bei den Hochdruckdampfmaschinen der Dampf eine Spannung von 5 und mehr Atmosphären hat.

Ferner unterscheidet man Dampfmaschinen ohne Condensation und Dampfmaschinen mit Condensation. Bei den Dampfmaschinen mit Condensation wird der Dampf, nachdem er die Bewegung erzeugt hat, in einem dazu bestimmten Apparate, dem Condensator, condensirt, während er bei den Dampfmaschinen ohne Condensation nach vollbrachter Wirkung in die freie Luft ausströmt.

Da nun die bewegende Kraft des Kolbens die Differenz zwischen den auf beiden Seiten des Kolbens lastenden Drucken ist, so ist die Wirkung einer Maschine um so größer, je größer diese Differenz ist. Der eine Druck ist die Spannkraft des in den Cylinder einströmenden Dampfes, der andere Druck ist bei Maschinen mit Condensation der Druck des im Condensator befindlichen Luft- und Dampfgemenges, bei Maschinen ohne Condensation dagegen der atmosphärische Druck. Da nun das Luft- und Dampfgemenge im Condensator nur eine Spannung von $\frac{1}{10}$ Atmosphäre hat, der atmosphärische Druck aber der einer ganzen Atmosphäre gleich ist, so sieht man, daß unter sonst gleichen Umständen Maschinen mit Condensation eine größere Wirkung hervorzubringen im Stande sind, als Maschinen ohne Condensation. Ferner geht hieraus hervor, daß nur Hochdruckmaschinen ohne Condensation arbeiten können, dagegen Niederdruckmaschinen stets mit Condensation arbeiten müssen.

Endlich unterscheidet man noch Dampfmaschinen mit Expansion und Dampfmaschinen ohne Expansion. Wenn der Dampf

während der Bewegung des Kolbens und bis zur Vollendung derselben fortwährend in den Cylinder einströmt, so daß seine Spannung fortwährend dieselbe bleibt, so hat man eine Maschine ohne Expansion; wird aber der Dampf während der Bewegung des Kolbens abgesperrt, so daß die weitere Bewegung des Kolbens durch die Expansion des in den Cylinder eingetretenen Dampfquantums erfolgt, die Spannkraft des Dampfes also nach und nach abnimmt, so hat man eine Maschine mit Expansion. Die Arbeit, welche der Dampf während der Expansion verrichtet, geht bei Maschinen ohne Expansion verloren, so daß bei diesen mit derselben Dampfmenge unter sonst gleichen Umständen die Wirkung geringer ist als bei Maschinen mit Expansion.

Der Dampfcylinder ist eine genau ausgebohrte Röhre von Gußeisen, welche an beiden Enden mit gutschließenden Deckeln verschlossen ist. In der Nähe dieser Deckel befinden sich die Oeffnungen zum Ein- und Austritte des Dampfes. Damit die durch die Cylinderoberfläche erfolgende Abkühlung des Dampfes ein Minimum sei, macht man die Dimensionen des Cylinders so, daß sich der Durchmesser zur Höhe verhält, wie 1 : 1,5 oder wie 1 : 2 oder wie 1 : 2,5 Man umgibt auch, namentlich bei größeren Maschinen, den Cylinder mit schlechten Wärmeleitern oder einem Mantel und läßt zwischen dem Cylinder und dem Mantel heißen Dampf hindurchgehen. Die Wandstärke des Dampfcylinders ist in rheinischen Zollen

$$e = 0{,}005\, pd + \tfrac{5}{6}$$

wo d den Durchmesser des Cylinders und p die um eine Atmosphäre verminderte Dampfspannung bezeichnet.

Der Dampfkolben ist ein kurzer Cylinder, welcher sich im Dampfcylinder hin und her bewegt. Damit nun die Berührung beider Cylinder eine möglichst innige ist, und nur eine geringe Reibung bei der Bewegung stattfindet, hat der Kolben eine Liderung. Man unterscheidet Hanfliderungen und Metallliderungen. Die Hanfliderungen sind Hanfzöpfe, welche um die krumme Oberfläche des Kolbens herumgewunden sind; die Metallliderungen bestehen aus genau abgedrehten Metallringen, welche durch Federn

von innen nach außen, also an die innere krumme Oberfläche des Dampfcylinders angedrückt werden. Die Hanfliderungen sind nur bei Niederdruckdampfmaschinen anwendbar; Hochdruckdampfmaschinen haben stets Metallliderungen.

Von besonderer Wichtigkeit ist das Verhältniß der Höhe des Kolbens zu seinem Durchmesser. Ist die Höhe zu groß, so wird einestheils die Reibung beträchtlich vermehrt, anderntheils die Hubhöhe vermindert, da diese um die Höhe des Kolbens kleiner als die Höhe des Cylinders ist. Man müßte dann, um dieses auszugleichen, den Dampfcylinder entsprechend höher machen. Ist die Höhe des Kolbens zu klein, so kann die Liderungsfläche nicht vollkommen abschließen, auch kann dann die Kolbenfläche leicht eine schiefe Lage gegen die Axe des Cylinders annehmen. Der Erfahrung zufolge ist das Verhältniß des Durchmessers zur Höhe des Kolbens bei Hanfliderungen 3 : 1 bis 6 : 1, bei Metallliderungen 6 : 1 bis 9 : 1.

Die Kolbenstange, welche dazu dient, die Bewegung fortzupflanzen, ist an der Mitte des Kolbens befestigt, und geht bei doppelt wirkenden Maschinen durch eine Stopfbüchse, welche in dem einen Deckel des Cylinders sich befindet. Der Deckel der Stopfbüchse hat eine Vertiefung zur Aufnahme von Schmiere, so daß die Kolbenstange bei jeder Bewegung geschmiert wird. Das Material der Kolbenstange ist Schmiedeeisen oder Stahl; zuweilen auch Gußeisen. In Beziehung auf die Festigkeit derselben sind folgende Formeln aufgestellt worden.

Für Gußeisen ist $d_1 = \frac{d}{12}\sqrt{p}$

„ Schmiedeeisen ist $d_1 = \frac{d}{14}\sqrt{p}$

„ Stahl ist $d_1 = \frac{d}{22}\sqrt{p}$

wo d_1 den Durchmesser der Kolbenstange, d den Durchmesser des Kolbens und p die um eine Atmosphäre verminderte Dampfspannung bezeichnet.

Das **Dampfrohr** leitet den Dampf aus dem Kessel nach dem Cylinder. Es muß sich an derjenigen Stelle des Dampfkessels befinden, wo die kräftigste Dampfentwicklung stattfindet. Es muß eine aufsteigende Lage haben, damit das von dem Dampfe mechanisch mit fortgerissene Wasser wieder in den Kessel zurückfließen kann. Es muß so construirt sein, daß es der Bewegung des Dampfes die wenigsten Hindernisse entgegensetzt. Deshalb muß es hinlänglich weit, aber es darf nicht zu lang sein; auch darf es keine plötzlichen Richtungs- oder Querschnittsveränderungen haben. Es muß ferner so eingerichtet sein, daß die Abkühlung möglichst gering ist. Man umgibt es deshalb mit schlechten Wärmeleitern. Endlich muß der Querschnitt des Dampfrohrs zur Kolbenfläche ein angemessenes Verhältniß haben. Gewöhnlich beträgt der Querschnitt des Dampfrohres $^1/_{25}$ der Kolbenfläche.

Aus dem Dampfrohre tritt der Dampf nicht sofort in den Dampfcylinder, sondern er geht erst in die **Dampfkammer**, das ist ein neben dem Dampfcylinder befindlicher Behälter, und von hier durch Kanäle, die **Dampfwege**, in den Cylinder. Die Regulirung des Einströmens von Dampf in den Cylinder und des Fortleitens desselben in die freie Luft oder den Condensator wird durch die **Steuerung** bewirkt. Man unterscheidet die **innere** und **äußere** Steuerung. Die innere Steuerung befindet sich in der Dampfkammer und besteht aus Hähnen, Kolben, Klappen, Ventilen oder Schiebern; die äußere Steuerung besteht aus excentrischen Scheiben oder oscillirenden Hebeln, wodurch die innere Steuerung bewirkt wird.

Die Schiebersteuerung ist die vorzüglichste, weshalb sie auch am meisten angewendet wird. Am wichtigsten sind die **Muschel-** oder **CSchieber** und die **Röhrenschieber**.

Die Einrichtung einer Steuerung mit Muschelschieber zeigt Fig. 233 (s. f. S.). Aus dem Dampfrohre a tritt der Dampf in die Dampfkammer b und von hier durch den Dampfweg c in den Cylinder d. Der verbrauchte Dampf geht aus dem Cylinder durch den Dampfweg e in den Schieberraum f und von hier durch den

Weg g in die freie Luft oder den Condensator. In der Stellung I. bewegt sich der Kolben von unten nach oben, in der Stellung II. findet die Bewegung in entgegengesetzter Richtung statt.

Fig. 233 I.

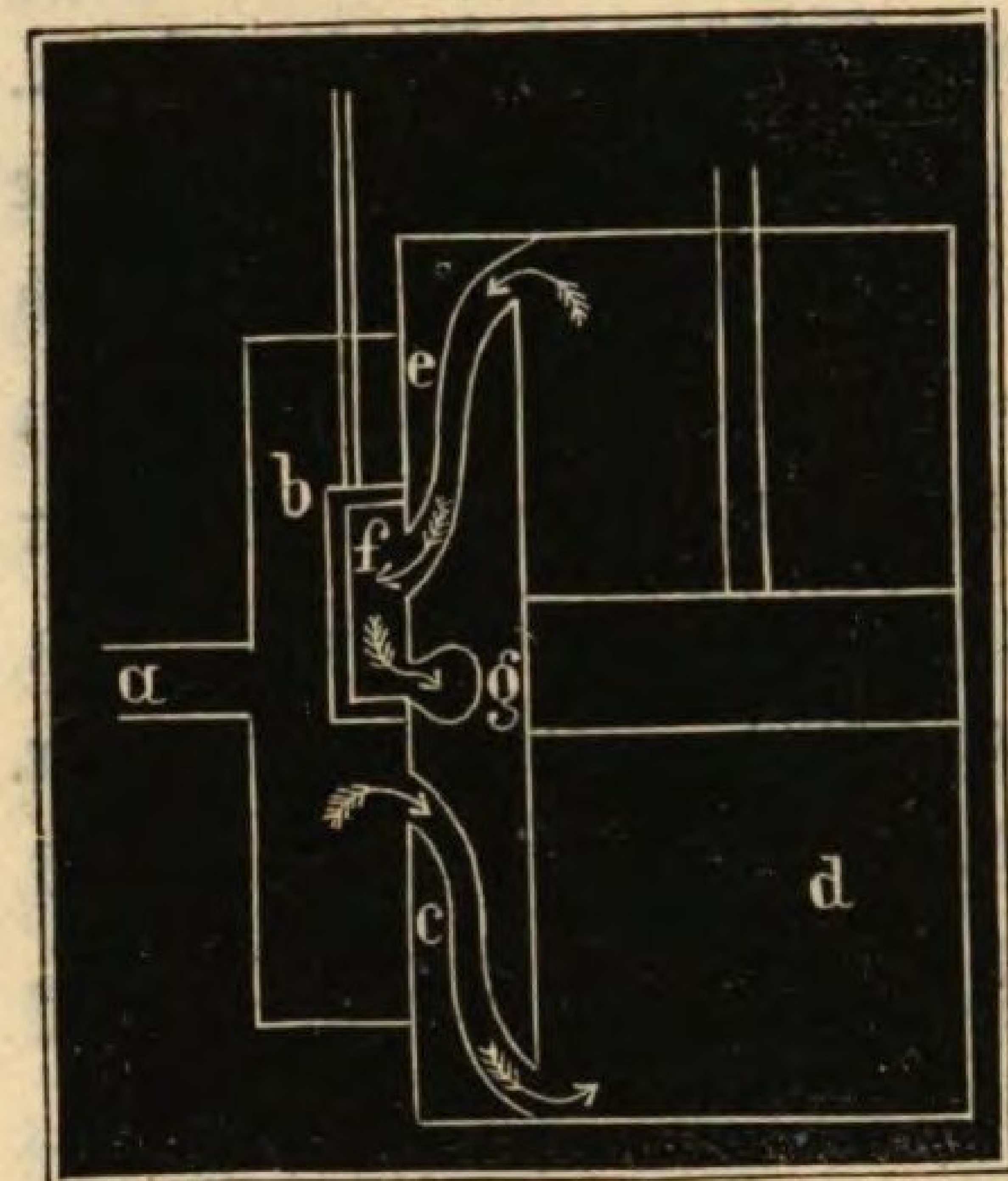
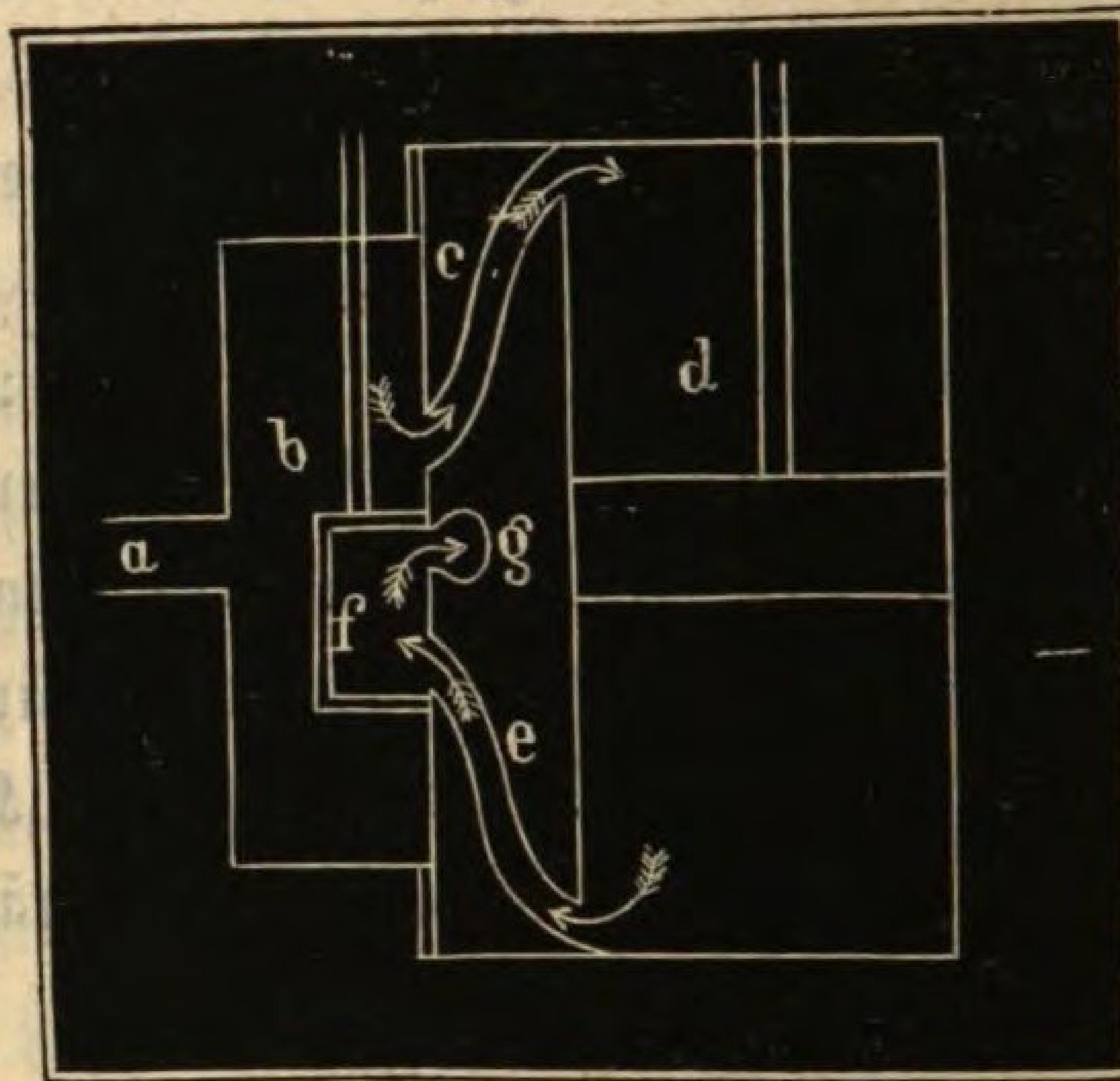


Fig. 233 II.



Die Fig. 234 zeigt eine Steuerung mit Röhrenschieber. Der Dampf tritt durch die Oeffnung a in das Innere des Schiebers und von hier durch b in den Cylinder. Der verbrauchte Dampf geht durch c aus dem Cylinder heraus in eine mit dem Schieber verbundene Röhre d und von hier durch e in die freie Luft oder den Condensator. In der Stellung I. bewegt sich der Kolben von unten nach oben, in der Stellung II. von oben nach unten.

Fig. 234 I.

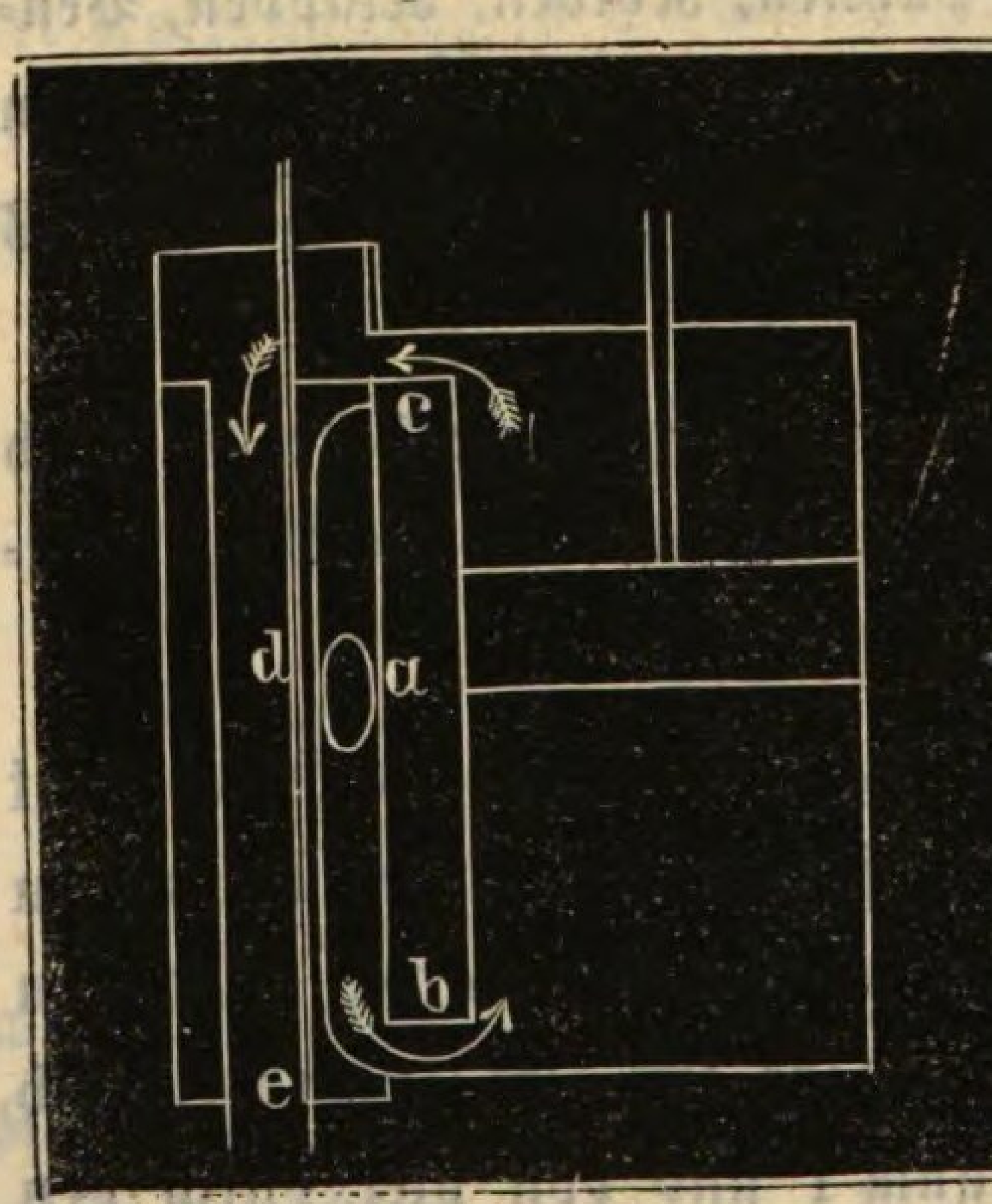
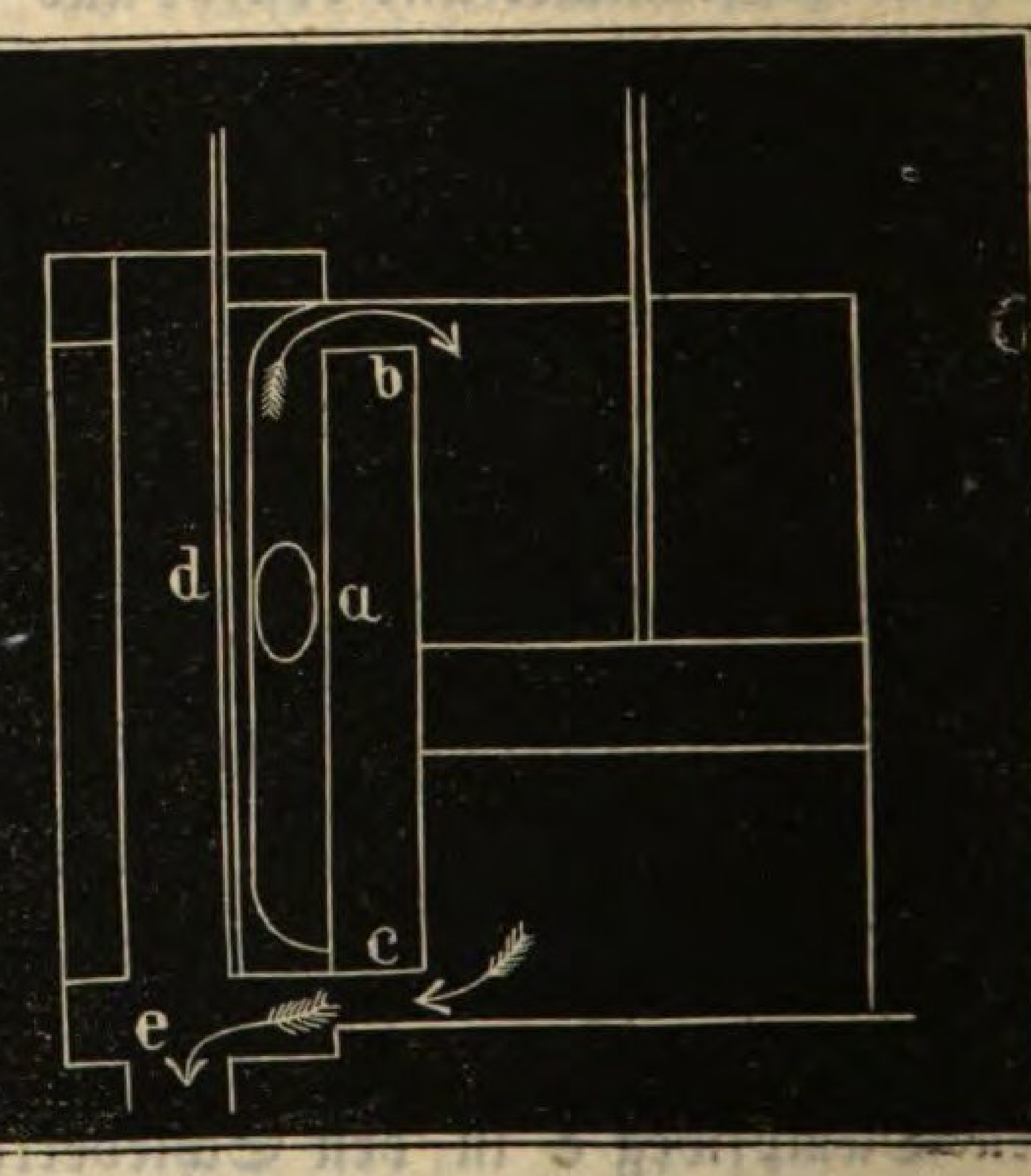


Fig. 234 II.



Die Schieberstange geht bei jeder Schiebersteuerung durch eine Stopfbüchse, welche sich im Deckel der Dampfkammer befindet.

Der Dampf wirkt in der Maschine vortheilhafter, wenn sich die Dampfwege früher schon öffnen, ehe der Kolben seinen Weg vollendet hat. Namentlich ist dieses bei der Dampfabführung von besonderer Wichtigkeit. Man erreicht dieses durch eine entsprechende Stellung des Schiebers, welche man das Voreilen des Schiebers nennt. Dieses Voreilen des Schiebers beträgt bei der Dampfabführung $^1/_{20}$ bis $^1/_{15}$, bei der Dampfzuführung $^1/_{100}$ und weniger.

Den Dampfwegen gibt man denselben Querschnitt, welchen das Dampfrohr hat, und macht das Verhältniß der Breite zur Höhe 4 : 1 oder 5 : 1.

Bei Expansionsmaschinen ist noch eine besondere Vorrichtung, welche den Dampf absperrt, sobald er seine Wirkung durch Expansion beginnen soll. Es gibt verschiedene Einrichtungen. Im Wesentlichen sind es ebenfalls Schieber.

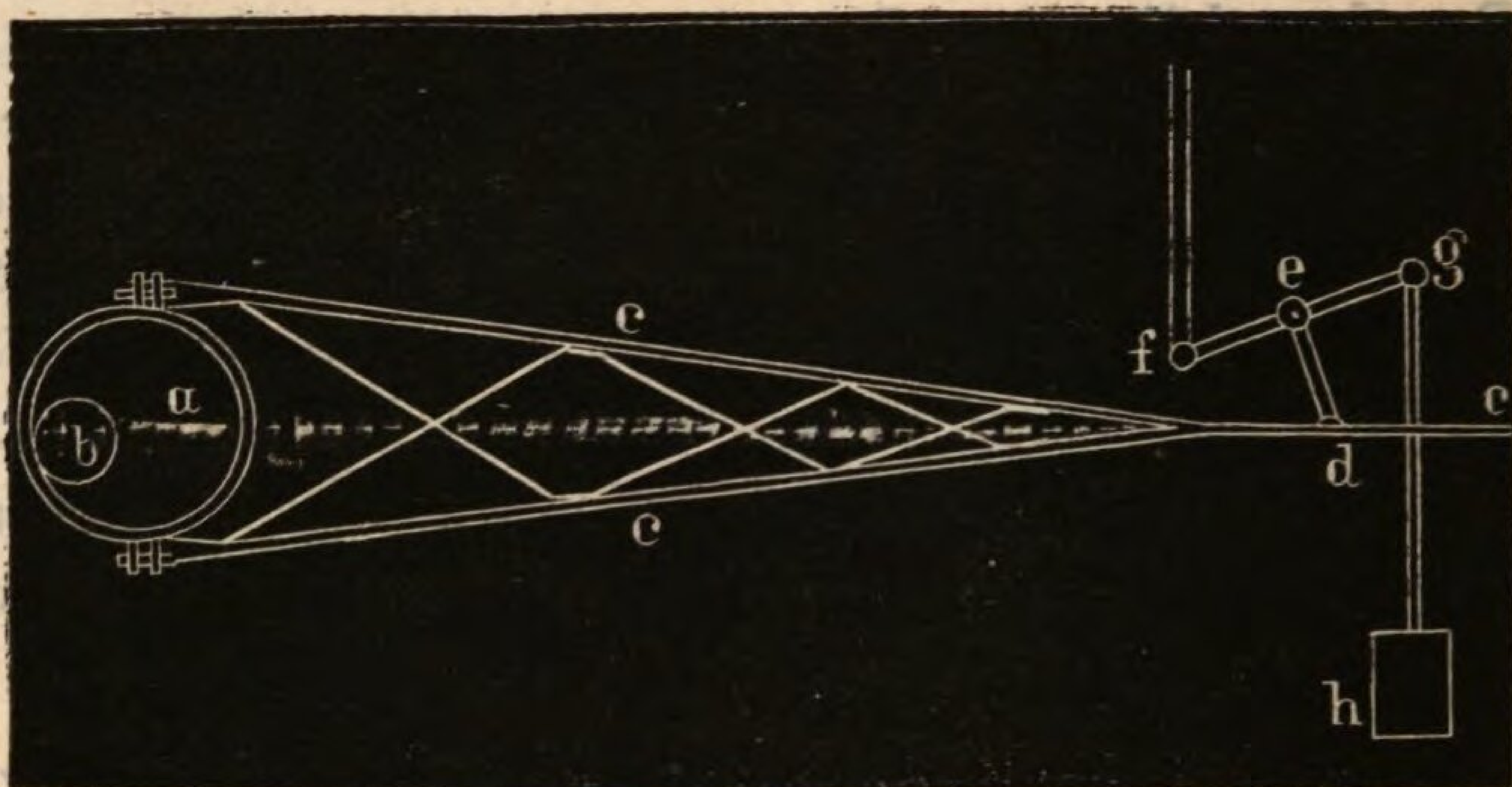
Es ist bereits bemerkt worden, daß die äußere Steuerung, wodurch die innere Steuerung in Bewegung gesetzt wird, aus excentrischen Scheiben oder aus oscillirenden Hebeln besteht. Die ersteren wendet man bei doppelt wirkenden, die letzteren bei einfach wirkenden Maschinen an. Die äußere Steuerung muß durch die Maschine selbst in Bewegung gesetzt werden.

Die excentrische Scheibe oder das Excentrik ist kreisförmig, dreieckig oder gezahnt. Am gebräuchlichsten ist das Kreisexcentrik. Es besteht aus der kreisförmigen Scheibe a, Fig. 235 (s. f. S.), welche sich mit der Welle b dreht und von einem Bande aus Messing oder Schmiedeeisen umgeben ist. Dieses Band steht mit einer aus Eisenstäben zusammengesetzten Stange, der Excentrikstange c in Verbindung. def ist ein um e drehbarer Winkelhebel. In d greift die Excentrikstange und in f die Schieberstange an. Bei jeder Umdrehung der Welle b wird die Excentrikstange um das Doppelte der Excentricität hin und her geschoben, wodurch der Winkelhebel und mit diesem die Schieberstange in Bewegung gesetzt wird. Der Hebel hat noch einen dritten Arm eg, an welchem ein Gewicht h

32*

wirkt, welches dem Gewichte der Schieberstange das Gleichgewicht hält.

Fig. 235.



Der *Condensator*, wohin bei Maschinen mit Condensation der verbrauchte Dampf geleitet und wo er condensirt wird, ist ein gußeisernes Gefäß, welches auf einer hinlänglich niederen Temperatur erhalten wird. Zu diesem Zwecke ist es von außen mit kaltem Wasser umgeben; in das Innere wird aber durch die *Kaltwasserpumpe* kaltes Wasser, das *Injections-* oder *Einspritzwasser* geleitet, welches durch eine Brause als ein Bündel feiner Strahlen mündet. Um das Wasser, die aus dem Injectionswasser hervorgegangene Luft und die noch übrigen Dämpfe aus dem Innern des Condensators wieder fortzuschaffen, dient eine Pumpe, die sogenannte *Luftpumpe*. Außerdem steht mit dem Condensator noch ein kurzes Rohr, das *Ausblaserohr*, in Verbindung, in welchem ein nach außen sich öffnendes Ventil, das *Ausblaseventil*, sich befindet. Durch dieses Rohr läßt man die Luft entweichen, welche sich nach längerem Stillstande der Maschine im Condensator angesammelt hat.

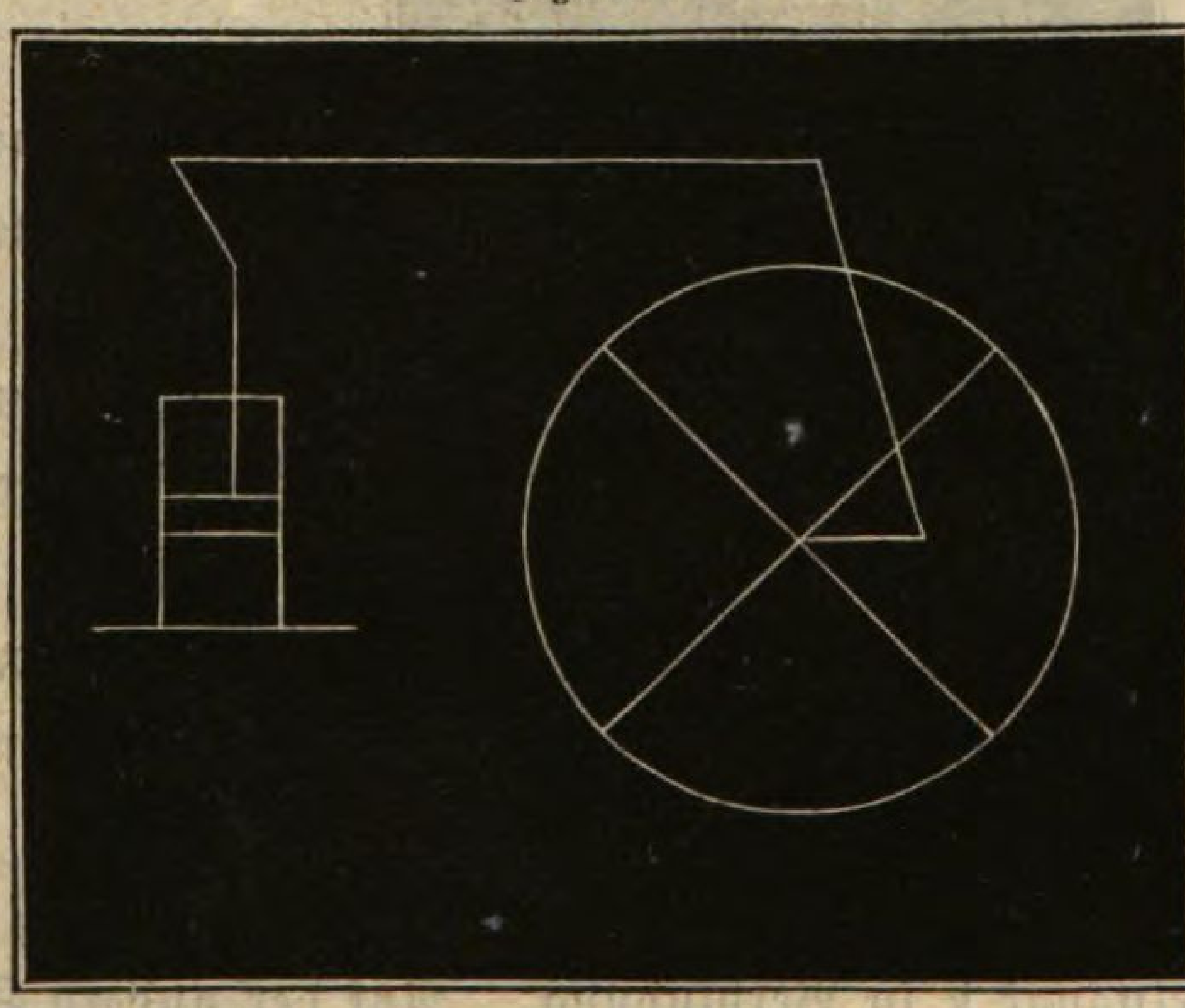
Die Bewegung des Kolbens, welche durch die Kolbenstange fortgepflanzt wird, ist eine geradlinige hin und her gehende. Hat nun die Arbeitsmaschine ebenfalls eine solche Bewegung, so ist die Uebertragung der Bewegung des Kolbens auf die Arbeitsmaschine sehr einfach. Beim Dampfhammer z. B. befindet sich der Hammer

unmittelbar an der Kolbenstange. Bei Pumpen hat man einen einfachen Hebel. Hat aber die Arbeitsmaschine, wie das größtentheils der Fall ist, eine ununterbrochen rotirende Bewegung, so wird die Uebertragung der Bewegung durch eine Kurbel oder einen Krummzapfen, mit welchem ein Schwungrad in Verbindung steht, hergestellt. Je nach der Art nun, nach welcher die Kolbenstange mit dem Krummzapfen verbunden ist, unterscheidet man vorzüglich drei Systeme von Dampfmaschinen, nämlich

1) Dampfmaschinen mit Balancier oder Wagebalken;
2) Dampfmaschinen ohne Balancier mit feststehendem Cylinder;
3) Dampfmaschinen ohne Balancier mit oscillirendem Cylinder.

Bei den Dampfmaschinen der ersten Art, Fig. 236, ist mit dem einen Ende des Balanciers, welches ein zweiarmiger gleicharmiger Hebel ist, die Kolbenstange, mit dem andern Ende desselben aber die Kurbel durch die Kurbel-, Lenk- od. Bleylstange in Verbindung. Bei den Maschinen der zweiten Art, Fig. 237 (s. f. S.), ist die Kolbenstange ab mit dem Krummzapfen cd durch die Kurbelstange bc in Verbindung. Bei den Maschinen der dritten Art endlich, Fig. 238 (s. f. S.), steht die Kolbenstange mit der Kurbel unmittelbar in Verbindung und der Cylinder hat eine schaukelnde Bewegung. Damit die Kolbenstange durch die Lenkstange nicht von der Richtung der Verticalen abgezogen wird, befindet sich bei den Maschinen der ersten und zweiten

Fig. 236.



Art bei b ein Leitungsapparat, während bei den Maschinen der dritten Art der Leitungsapparat am Cylinder sich befindet.

Fig. 237.

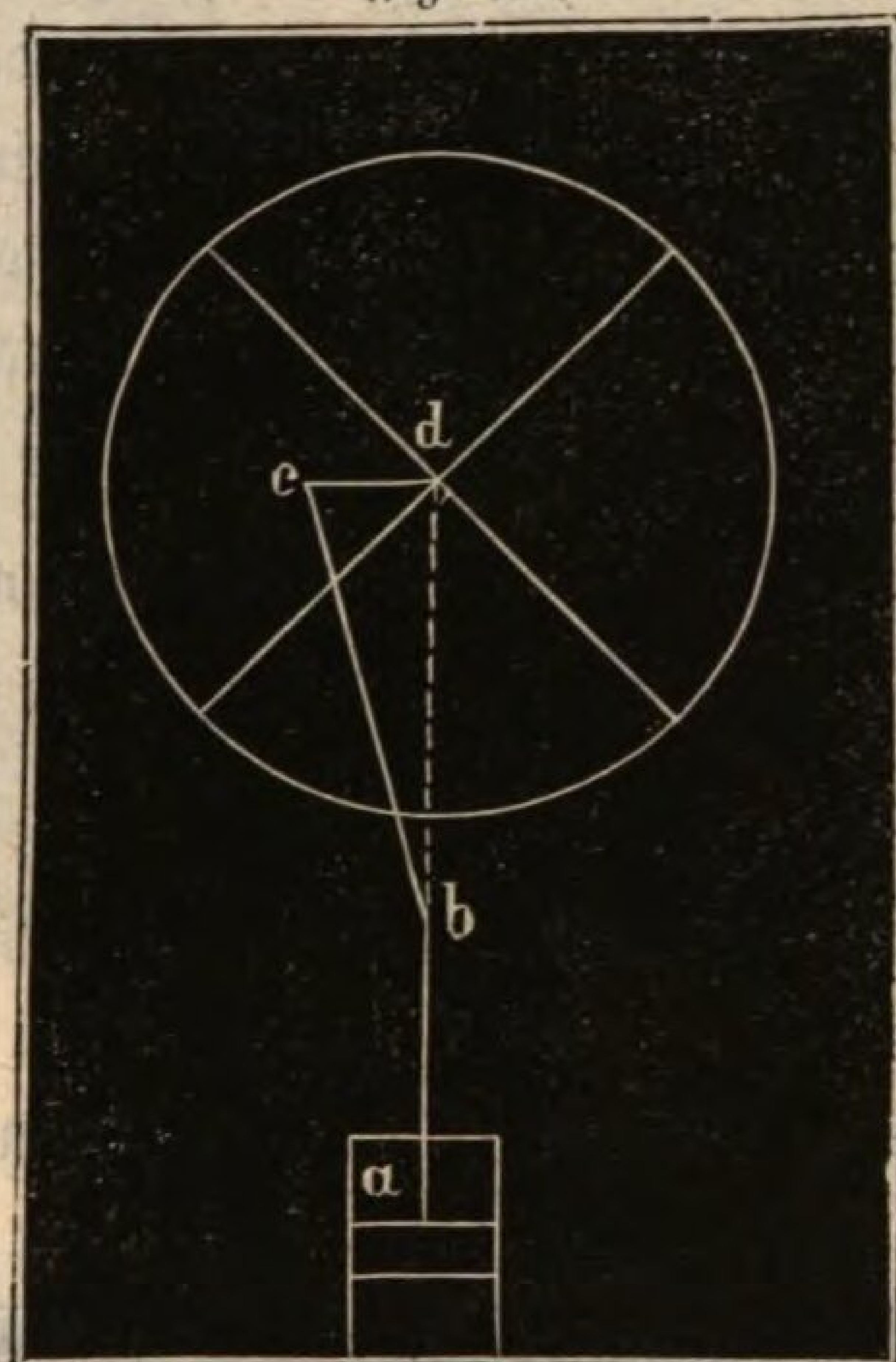
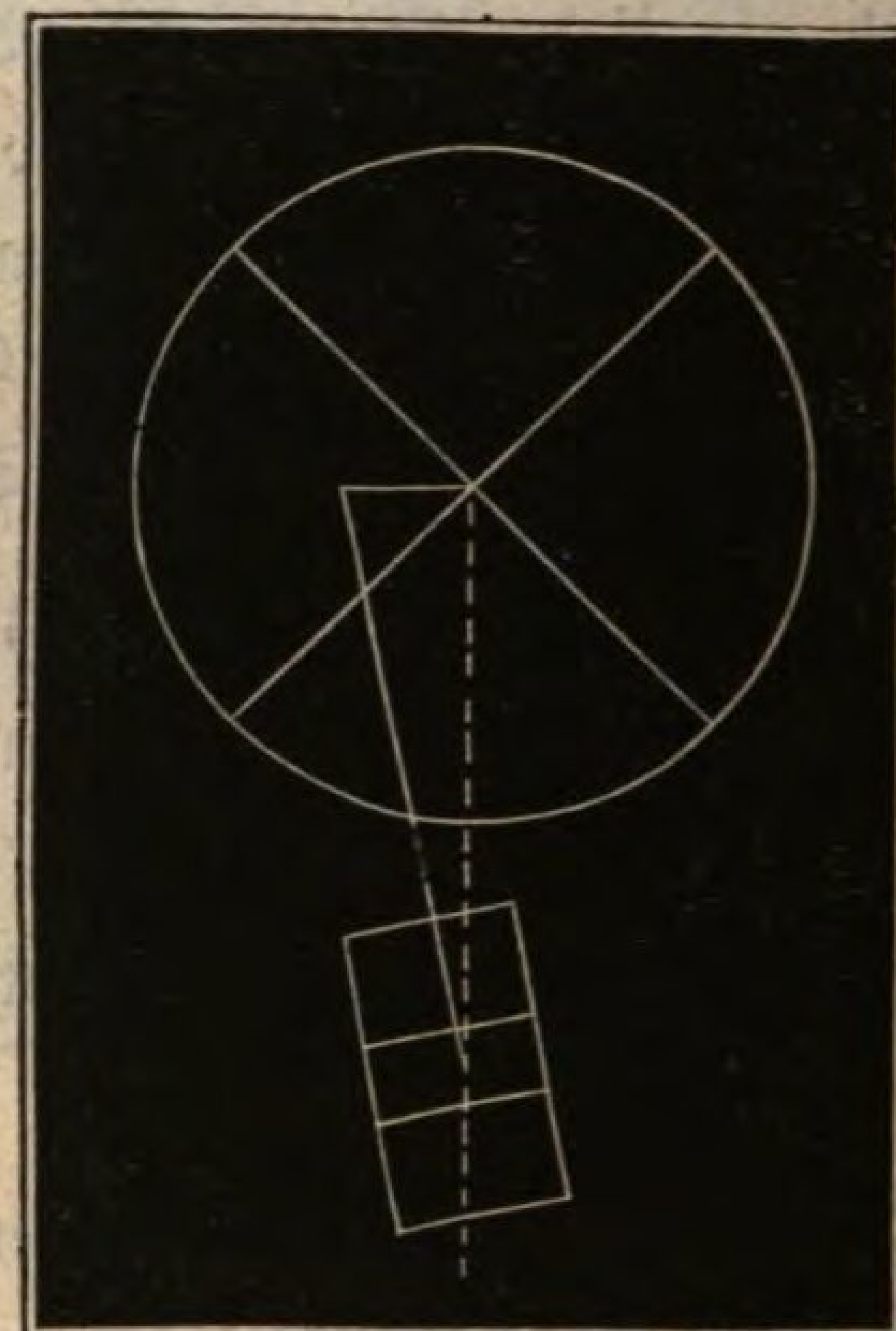


Fig. 238.



Nachdem die einzelnen Theile der Maschine beschrieben worden sind, soll der Zusammenhang derselben an einem Beispiele gezeigt werden.

Die Fig. 239 (s. f. S.) stellt eine doppelt wirkende Niederdruck-Dampfmaschine nach dem Watt'schen Systeme dar. Der Zusammenhang ihrer Theile ist sehr leicht einzusehen. Durch das Dampfrohr a gelangt der Dampf in die Dampfkammer b und von hier durch die Dampfwege c in den Cylinder d, wo er den Kolben e abwechselnd nach oben und nach unten treibt. Die Kolbenstange f ist mit dem Balancier gh, dessen Drehpunkt i ist, durch eine Kurbelstange k in Verbindung. Auf der andern Seite des Balanciers ist die Kurbelstange l mit dem Krummzapfen m und dem Schwungrade n. Der Condensator ist mit o, die Luftpumpe mit p bezeichnet. q ist die Speisepumpe, hinter welcher sich die Kaltwasserpumpe q_1 befindet. Die Kolbenstangen beider Pumpen sind mit dem Balancier in Verbindung. Außerdem ist noch die Kolbenstange der Pumpe p mit der Kolbenstange des Dampfkolbens durch ein sogenanntes Parallelogramm verbunden. An der Welle des

Schwungrades sitzt das Kreisexcentrik r mit der Lenkstange s. Durch einen über die Schwungradwelle gehenden Schnurlauf t und das Räderwerk u wird der Centrifugalregulator v in Be-

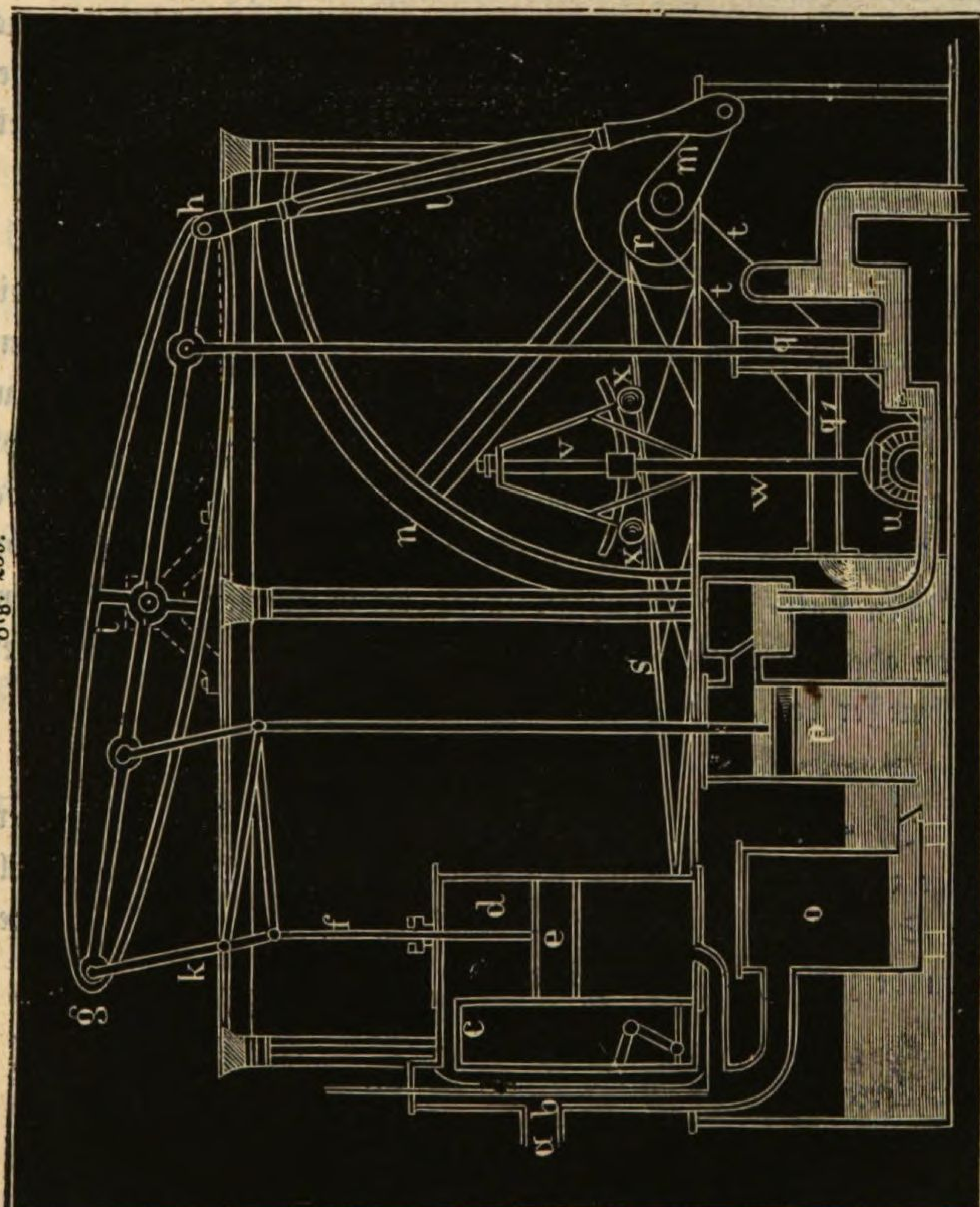


Fig. 239.

wegung gesetzt. Derselbe besteht aus der verticalen Welle w, woran zwei Kugeln xx befindlich sind, welche sich vermöge der Centrifugalkraft um so mehr von der Welle entfernen, je größer die Rotationsgeschwindigkeit derselben ist. Dieser Apparat steht durch eine Hebelverbindung mit einem Ventile im Dampfrohre in Verbindung, welches sich um so mehr öffnet oder schließt, je langsamer oder je

rascher die Bewegung ist. Es wird also hierdurch der Dampfzutritt und mithin die Geschwindigkeit der Maschine regulirt.

Die Leistung einer Dampfmaschine, oder der Nutzeffect derselben, wird entweder aus dem verbrauchten Dampfvolumen, oder da dieses wieder von der verbrauchten Brennstoffmenge abhängt, aus der letzteren berechnet, welche Rechnung natürlich verschieden ist, jenachdem die Maschine ohne Expansion oder mit Expansion arbeitet.

Bei Maschinen ohne Expansion ist

$$E = Pv$$

wenn man mit P den Druck auf die Kolbenfläche und mit v die Geschwindigkeit des Kolbens, so wie mit E den Effect der Maschine bezeichnet. Nun ist aber P die Differenz der zu beiden Seiten auf den Kolben wirkenden Drucke. Bezeichnet man daher den Dampfdruck auf die Flächeneinheit mit p und den Gegendruck, welches bei Maschinen mit Condensation die Spannung des im Condensator befindlichen Luft- und Dampfgemenges, bei Maschinen ohne Condensation aber die Atmosphäre ist, mit p_1 bezeichnet man ferner den Halbmesser des Kolbens mit r, so ist

$$P = r^2\pi\,(p - p_1)$$

Ist s der Weg, den der Kolben bei einem Hin- oder Hergange zurücklegt, und macht der Kolben in einer Minute n Spiele (ein Spiel gleich einem Hin- und Hergange), so ist der in einer Secunde zurückgelegte Weg oder

$$v = \frac{2ns}{60} = \frac{ns}{30}$$

daher

$$E = Pv = \frac{nsr^2\pi}{30}\,(p - p_1)$$

Es ist aber

$$sr^2\pi = V$$

das bei jedem Kolbengange verbrauchte Dampfvolumen, mithin

$$\frac{nsr^2\pi}{30} = \frac{n}{30}\cdot V = Q$$

das in einer Minute verbrauchte Dampfquantum; folglich

$$E = \frac{n}{30} V (p - p_1) = Q (p - p_1)$$

Ist p und p_1 in Kilogrammen auf ein Quadratcentimeter und V und Q in Kubikmetern gegeben, so ist

$$E = 10000 \cdot \frac{n}{30} V (p - p_1) = 10000\, Q (p - p_1) \text{ Kilogrammmeter.}$$

Ist p und p_1 in Pfunden auf den Quadratzoll, und V und Q in Cubikfußen gegeben, so ist

$$E = 144 \cdot \frac{n}{30} V (p - p_1) = 144\, Q (p - p_1) \text{ Fußpfund.}$$

Da dieser theoretische Effect in der Praxis nie erreicht wird, so muß man diese Ausdrücke noch mit einem Erfahrungscoefficienten multipliciren. Bezeichnet man diesen Coefficienten allgemein mit μ, so ist

$$E = \mu \frac{n}{30} V (p - p_1) = \mu Q (p - p_1)$$

zu setzen.

Der Werth von μ ist je nach der Construction und Stärke der Maschine verschieden. Bei Niederdruckmaschinen ist

für	4	bis	8	Pferdekräfte	μ =	0,42 bis	0,50
„	10	„	20	„	„ =	0,47 „	0,56
„	30	„	100	„	„ =	0,50 „	0,60

Bei Hochdruckmaschinen ist

		bis	10	Pferdekräfte	μ =	0,40 bis	0,50
für	10	„	20	„	„ =	0,44 „	0,55
„	20	„	30	„	„ =	0,48 „	0,60
„	30	„	40	„	„ =	0,52 „	0,65
„	40	und mehr		„	„ =	0,56 „	0,70

Da die Berechnung der Leistung einer Maschine mit Expansion die Anwendung der höheren Mathematik erfordert, so soll hier nur eine allgemeine Formel angegeben werden. Es ist nämlich

$$E = \frac{n}{30} V p \left\{ 1 + \text{log. nat.} \left(\frac{s_1}{s} \right) - \frac{q}{p_1} \right\}$$

wo n die Anzahl der Kolbenspiele in einer Minute, V das bei einem Kolbengange verbrauchte Dampfvolumen, p die Spannung des Dampfes beim Eintritte in den Cylinder, p_1 seine Spannung bei der Expansion und q den Gegendruck bezeichnet, so wie s_1 den ganzen Kolbenweg und s den Theil des Kolbenweges darstellt, welchen der Kolben bis zum Beginne der Expansion zurücklegt. Dieser Formel ist das Mariottsche Gesetz zu Grunde gelegt. Sie muß ebenfalls mit einem Erfahrungsfactor multiplicirt werden. Bezeichnet man diesen Factor mit μ, so ist

bei	4	bis	8	Pferdekräften	μ	$= 0,30$	bis	0,33
„	8	„	20	„	„	$= 0,35$	„	0,42
„	20	„	40	„	„	$= 0,42$	„	0,50
„	40	„	50	„	„	$= 0,46$	„	0,57
„	50	„	60	„	„	$= 0,50$	„	0,62
„	60	„	70	„	„	$= 0,53$	„	0,66
„	70	„	80	„	„	$= 0,66$	„	0,82

Um die Leistung einer Maschine nach dem verbrauchten Brennstoffe zu bestimmen, sei P das Gewicht in Kilogrammen von einem Kubikmeter Dampf bei der Temperatur t und der Spannung e. Es haben demnach Q Kubikmeter Dampf von derselben Temperatur und Spannung ein Gewicht $=$ QP Kilogramm.

Soll nun dieses Dampfquantum aus Wasser von der Temperatur t_1 entwickelt werden, so sind hierzu

$$(606,5 + 0,305\, t - t_1)\, QP = W$$

Wärmeeinheiten erforderlich. Ist nun w die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche die Gewichtseinheit des Brennstoffes erzeugt und bezeichnet man mit K die Menge des Brennstoffes, welche erforderlich ist, um das Dampfquantum QP zu entwickeln, so muß sein

$$Kw = W = (606,5 + 0,305\, t - t_1)\, QP$$

$$K = \frac{W}{w} = \frac{(606,5 + 0,305\, t - t_1)\, QP}{w}$$

Setzt man der Kürze wegen

$$606,5 + 0,305\, t - t_1 = \alpha$$

so folgt aus vorstehender Gleichung

$$Q = \frac{wK}{\alpha P}$$

Wird dieser Werth von Q in die obigen Formeln eingesetzt, so ist z. B. für Maschinen ohne Expansion

$$E = \mu \cdot \frac{wK}{\alpha P} (p - p_1)$$

Zehnter Abschnitt.

Vom Magnetismus.

---

1. Von den magnetischen und diamagnetischen Erscheinungen.

Magnete sind Körper, welche die Eigenschaft besitzen, sich mit gewissen Körpern gegenseitig anzuziehen, und mit andern sich gegenseitig abzustoßen.

Man unterscheidet natürliche und künstliche Magnete, jenachdem die Körper mit dieser Eigenschaft in der Natur vorkommen, oder diese Eigenschaft ihnen erst mitgetheilt wird. Der natürliche Magnet ist ein Eisenerz, der Magneteisenstein, Eisenoxyd-Oxydul.

Körper, welche sich mit dem Magneten gegenseitig anziehen, werden magnetische Körper genannt. Körper, welche sich mit dem Magneten gegenseitig abstoßen, nennt man diamagnetische Körper.

Die diamagnetischen Erscheinungen wurden vor wenigen Jahren von Faraday entdeckt.

Die Anziehung welche ein Magnet auf einen magnetischen Körper, so wie die Abstoßung, welche er auf einen diamagnetischen Körper ausübt, geht vorzugsweise von zwei Punkten des Magneten aus. Diese Punkte nennt man die Pole des Magneten.

Eine gerade Linie, welche die beiden Pole mit einander verbindet, wird magnetische Axe genannt.

Nach der Mitte des Magneten zu wird die Anziehung, so wie die Abstoßung schwächer, so daß man ungefähr in der Mitte um den Magneten herum eine Linie ziehen kann, wo weder Anziehung noch Abstoßung stattfindet. Diese Linie wird die Mittellinie, Indifferenzlinie des Magneten genannt. Sie theilt den Magneten in zwei Theile, welche wohl auch Pole genannt werden.

Wenn man einen Magneten in der Mitte horizontal an einem Faden aufhängt, so daß er sich in einer Horizontalebene drehen kann, wozu sich am besten ein Magnetstab, oder eine Magnetnadel eignet, und ihm den einen Pol eines andern Magneten nähert, so wird von diesem der eine Pol des aufgehangenen Magneten angezogen, der andere abgestoßen. Nähert man hierauf dem aufgehangenen Magneten den andern Pol, so wird der Pol angezogen, welcher vorher abgestoßen wurde und der Pol abgestoßen, welcher vorher angezogen wurde.

Es geht hieraus hervor, daß beide Pole eines Magneten entgegengesetzte Eigenschaften haben. Pole, welche sich abstoßen, nennt man gleichnamige, Pole, welche sich anziehen, nennt man ungleichnamige. Man bezeichnet den einen Pol mit +, den andern mit — und nennt den ersteren den Pluspol, den letzteren den Minuspol.

Bringt man in die Nähe beider Pole eines Magneten einen magnetischen Körper, welcher eine prismatische oder cylindrische Gestalt hat, so wird er von den Polen des Magneten so gerichtet, daß seine Axe mit der Axe des Magneten zusammenfällt. Diese Lage des magnetischen Körpers wird daher axial genannt. Es wird mithin ein magnetischer Körper von den Polen eines Magneten so gerichtet, daß er die axiale Lage gegen den Magneten annimmt.

Bringt man ebenso in die Nähe beider Pole eines Magneten einen diamagnetischen Körper, welcher eine prismatische oder cylindrische Gestalt hat, so wird er von den Polen des Magneten so gerichtet, daß seine Axe auf der Axe des Magneten senkrecht steht. Diese Lage des diamagnetischen Körpers wird daher äquatorial genannt. Es wird mithin ein diamagnetischer Körper von den Po-

len eines Magneten so gerichtet, daß er die äquatoriale Lage gegen den Magneten einnimmt.

Unter den magnetischen Körpern steht das Eisen, unter den diamagnetischen Körpern steht das Wismuth oben an.

Wenn man einem Magneten ein Stück weiches Eisen nähert, so wird dieses selbst ein Magnet, bekommt zwei Pole und eine Mittellinie so wie überhaupt alle Eigenschaften eines Magneten. Nähert man diesem Eisenstücke ein zweites, diesem ein drittes und so fort, so findet immer dieselbe Erscheinung statt; jedes Eisenstück wird ein Magnet. Die magnetischen Kräfte dieser Eisenstücke werden aber immer schwächer, je weiter sie sich vom ursprünglichen Magneten entfernen. Hierbei sind überall die entgegengesetzten Pole einander zugekehrt.

Entfernt man den ursprünglichen Magneten, so verlieren alle Eisenstücke ihren Magnetismus.

Macht man denselben Versuch mit hartem Eisen oder Stahl, so finden zwar dieselben Erscheinungen statt, allein der im harten Eisen oder Stahl erregte Magnetismus ist weit schwächer als der im weichen Eisen erregte, und zwar um so schwächer, je härter der Stahl oder das Eisen ist. Wenn man aber ein Stahlstück längere Zeit der Einwirkung eines Magneten aussetzt, so verliert es seine magnetischen Eigenschaften, nachdem man den ursprünglichen Magneten entfernt hat, nicht leicht wieder, und kann sogar für die Dauer ein Magnet bleiben.

Der Widerstand, welchen der Stahl der Einwirkung des Magneten entgegensetzt, wird seine Coercitivkraft genannt.

Wird ein Stück Eisen oder Stahl, welches in der Nähe eines Magneten selbst ein Magnet geworden ist, in die entgegengesetzte Lage gebracht, so wird auch sein ganzer Magnetismus ein entgegengesetzter, d. h. seine Pole kehren sich um.

Es wird daher durch einen Magneten im Eisen und Stahl eine magnetische Polarität hervorgerufen, inducirt, und zwar so, daß die inducirte Polarität der inducirenden Polarität entgegengesetzt ist.

Wenn man ein Stück Eisen mit einem Magneten in unmittelbare Berührung bringt, so wird es von diesem festgehalten und getragen, wenn sein Gewicht nicht größer ist als die anziehende Kraft des Magneten. Das Gewicht, welches ein Magnet zu tragen vermag, bestimmt daher sein Tragvermögen und ist ein Maß für seine Anziehungskraft.

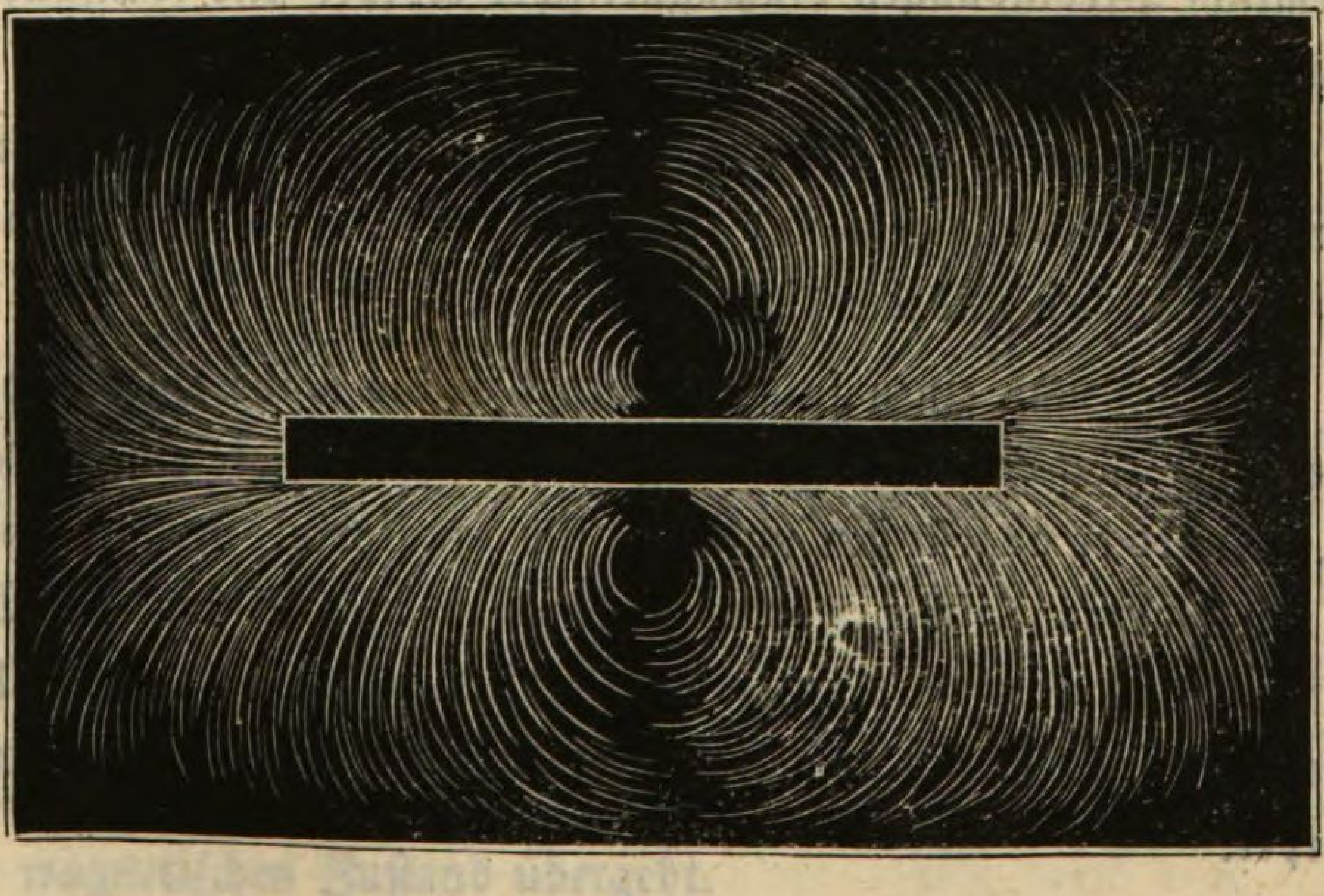
Taucht man einen Magnetstab in Eisenfeile, so hängt sich diese in Form von Fäden an, indem immer ein Eisentheilchen an das andere sich anschließt, ebenso wie dieses bei größeren Eisenstücken geschieht. In der Nähe der Pole ist die Anziehung am stärksten, hier sind die Fäden am längsten und die Eisenfeile ist hier am meisten angehäuft. Nach der Mitte des Magnetstabes zu werden die Fäden kürzer und in der Mitte hängen sich keine Eisentheilchen an. Fig. 240.

Fig. 240.



Legt man über einen Magneten ein Blatt Papier, und bestreut dieses mit Eisenfeile, so bilden die Eisentheilchen Kurven. Fig. 241. Dieselbe Erscheinung zeigt ein Stück Eisen, welches mit einem Magneten in Berührung ist oder in seiner Nähe sich befindet.

Fig. 241.



Diese Kurven geben mithin die Richtungen an, in denen die magnetischen Kräfte wirken. Man nennt sie deshalb **Magnetkraftlinien.**

Ein Magnet verliert nicht nur nichts von seinem Magnetismus, wenn er in der Nähe von Eisen sich befindet, und in diesem die magnetischen Eigenschaften erregt, oder wenn er mit einem Eisenstücke belastet ist; sein Magnetismus wird vielmehr dadurch stärker und kräftiger. Es geht hieraus hervor, daß nichts vom Magneten an das Eisen übergeht, wenn er in diesem den Magnetismus erregt, daß vielmehr die Möglichkeit der Erregung magnetischer Eigenschaften im Eisen selbst begründet ist, so wie, daß die im Eisen inducirte Polarität auf die Polarität des Magneten inducirend zurückwirkt.

Wird ein Magnetstab in zwei oder mehr Theile zerschlagen, so ist jeder Theil wieder ein vollständiger Magnet mit zwei Polen und einer Mittellinie. Wie weit man auch die Theilung eines Magneten fortsetzt, und wie klein auch diese Theile werden mögen, immer zeigen sie die Eigenschaften eines vollständigen Magneten, allein mit immer abnehmender Intensität.

Außer dem Eisen sind noch viele andere Körper magnetisch; namentlich sind es Nickel und Kobalt, so wie die chemischen Verbindungen dieser Körper.

Alle Körper, welche nicht magnetisch sind, sind diamagnetisch. Chemische Verbindungen diamagnetischer Körper sind ebenfalls diamagnetisch.

Substanzen, welche aus magnetischen und diamagnetischen Körpern zusammengesetzt sind, besitzen auch beiderlei Eigenschaften; die magnetischen und die diamagnetischen.

Bringt man einen solchen Körper in die Nähe eines Magnetpoles oder zwischen beide hinlänglich genäherte Pole eines Magneten, so wird er abgestoßen und stellt sich äquatorial, verhält sich also wie ein diamagnetischer Körper. Wird er hierauf von den Polen entfernt, und über oder unter die Verbindungslinie beider Pole gebracht, so stellt er sich axial, und verhält sich wie ein magnetischer Körper.

Plücker, welcher diese Erscheinung zuerst beobachtete und untersuchte, hatte die ersten derartigen Versuche mit verschiedenen Baumrinden, namentlich aber mit einem Stückchen Kirschbaumrinde gemacht. Um sich noch besser zu überzeugen, fertigte er eine Legirung von Wismuth und Staniol, welcher letztere sich schwach magnetisch verhielt und kam zu demselben Resultate. Auch Kohle und mehrere andere organische Substanzen zeigten ein gleiches Verhalten.

Er schloß hieraus, daß in diesen Körpern beide Naturkräfte, der Magnetismus sowohl als der Diamagnetismus fortwährend in Thätigkeit sind, und daß die Magnetkraft mit der Entfernung langsamer abnimmt als die Diamagnetkraft, vorausgesetzt, daß die Kraft des Magneten mit der Entfernung von den Polen abnimmt, oder was dasselbe ist, der Magnet seinen Magnetismus nicht ändert. Aendert aber der Magnet seinen Magnetismus, nimmt seine Intensität in gleicher Weise zu als sich der Körper von seinen Polen entfernt, so nimmt der Diamagnetismus langsamer ab, da bei wachsender Kraft des Magneten die Diamagnetkraft in einem stärkeren Verhältnisse wächst als die Magnetkraft.

Es kann daher je nach Umständen dieselbe Substanz sich einmal wie ein magnetischer, das anderemal wie ein diamagnetischer Körper verhalten, und zwar hängt dieses einestheils von der Entfernung des Körpers von den Polen des Magneten, anderntheils von der Intensität des Magneten ab.

Es ist hiernach nicht möglich, aus magnetischen und diamagnetischen Substanzen einen Körper herzustellen, welcher sich gegen den Magneten absolut indifferent verhält. Es kann aber ein aus magnetischen und diamagnetischen Substanzen bestehender Körper, welcher sich gegen einen schwachen Magneten magnetisch verhält, bei wachsender Kraft des Magneten und gleichbleibender Entfernung von den Polen desselben aus dem magnetischen in den diamagnetischen Zustand übergehen und bei diesem Uebergange einen Zustand der Indifferenz durchlaufen. Dasselbe geschieht, wenn ein solcher Körper bei wachsender Entfernung von den Polen des Magneten und gleichbleibender Kraft desselben aus dem diamagnetischen in den magnetischen Zustand übergeht.

Reich näherte einem diamagnetischen Körper, einer Kugel von Wismuth, zwei entgegengesetzte Magnetpole gleichzeitig und fand, daß die Abstoßung weit schwächer war als diejenige, welche ein einziger Magnetpol bewirkte, so wie daß die Abstoßung in diesem Falle mit der Differenz der von den Polen ausgehenden Magnetkräfte erfolgte.

Während also jeder Magnetpol für sich einen diamagnetischen Körper abstößt, erfolgt die Abstoßung, welche zwei entgegengesetzte Magnetpole gleichzeitig hervorbringen, nicht mit der Summe, sondern mit der Differenz der von den Polen ausgehenden Magnetkräfte.

Um das magnetische oder diamagnetische Verhalten flüssiger Körper zu untersuchen, füllte Faraday drei Glasröhren mit Lösungen von Eisenvitriol von verschiedener Concentration. Die Mengen der darin enthaltenen Krystalle des Eisensalzes betrug beziehungsweise 16, 4 und 1 Procent. Die Röhren wurden hermetisch verschlossen, auch wurde die Luft möglichst daraus entfernt. Wurden die Röhren in diamagnetischen Mitteln wie Luft, Wasser, Alkohol u. dergl. zwischen die Pole eines Magneten gebracht, so stellten sie sich axial, verhielten sich also wie magnetische Körper und zwar um so bestimmter, je concentrirter die Lösung war.

Wurde die Röhre mit der concentrirtesten Lösung in diese Lösung getaucht und zwischen die Pole des Magneten gebracht, so verhielt sie sich gänzlich indifferent, sie stellte sich weder axial noch äquatorial, sondern blieb in jeder Lage in Ruhe. Wurde sie in die beiden minder concentrirten Lösungen gebracht, so stellte sie sich axial, verhielt sich also magnetisch, und zwar in der schwächsten Lösung mit größerer Kraft als in der minderschwachen Lösung.

Wurde die zweite Röhre, welche die Lösung von mittler Concentration enthielt, in die stärkere Lösung getaucht, so stellte sie sich äquatorial und verhielt sich wie ein diamagnetischer Körper. Wurde sie in dieselbe Lösung getaucht, welche sie enthielt, so war sie gänzlich indifferent. Wurde sie aber in die schwächste Lösung getaucht, so stellte sie sich axial und verhielt sich wie ein magnetischer Körper.

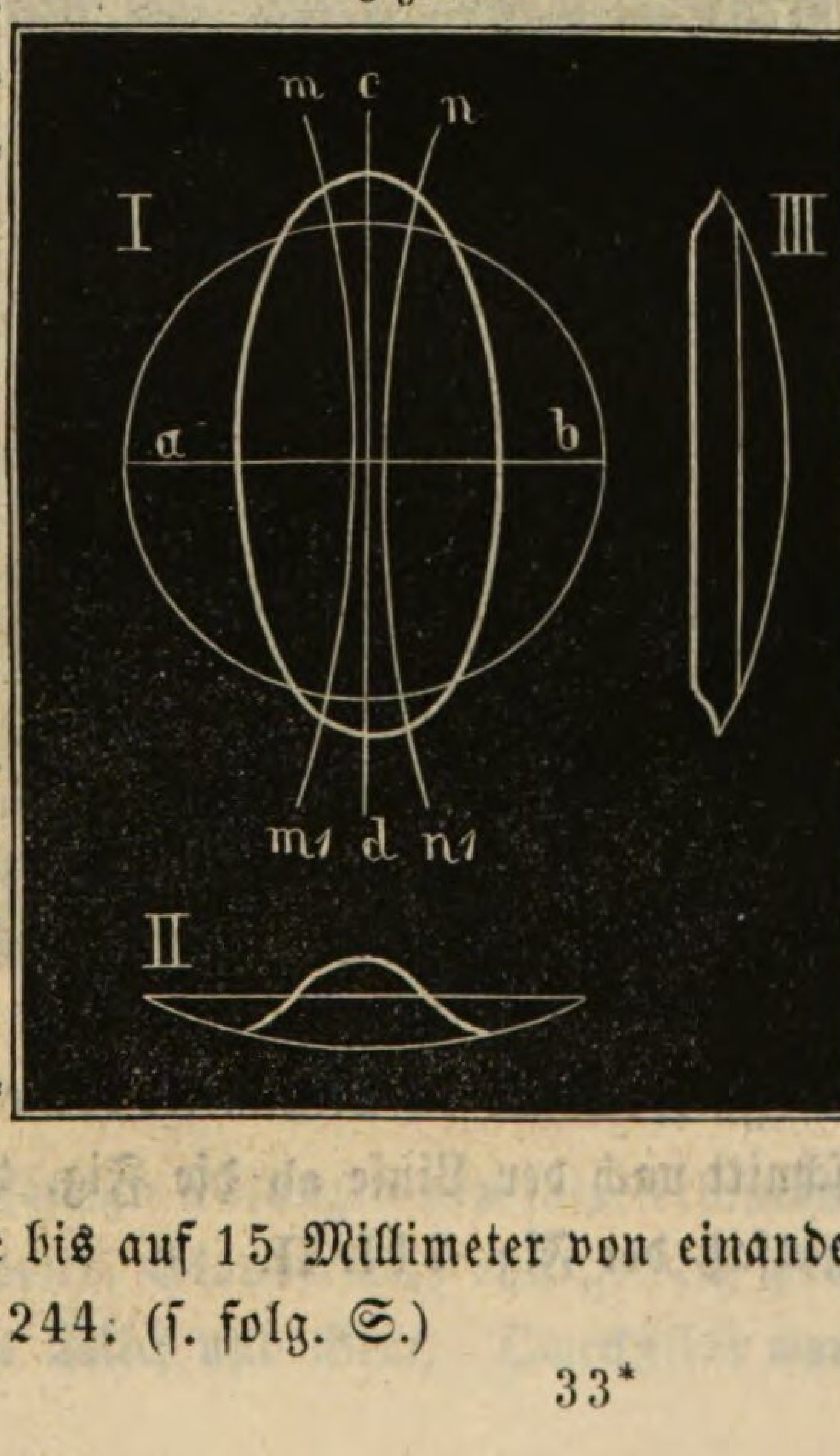
Die dritte Röhre, welche die schwächste Lösung enthielt, stellte

sich in beiden stärkeren Lösungen äquatorial, verhielt sich also diamagnetisch; in der schwächsten Lösung aber war sie indifferent.

Versuche mit mehreren anderen Eisensalzlösungen ergaben dasselbe; und es ging als allgemeines und constantes Resultat aus diesen Versuchen hervor, daß jede Röhre sich axial stellte, wenn die in ihr enthaltene Lösung concentrirter war, als die umgebende, und äquatorial, wenn die Lösung in der Röhre schwächer als die umgebende war.

Plücker brachte die Flüssigkeit, deren magnetisches oder diamagnetisches Verhalten er prüfen wollte, in ein Uhrglas, und das letztere zwischen die Pole eines kräftigen Electro-Magneten. Die erste Flüssigkeit, welche der Untersuchung unterworfen wurde, war eine ziemlich concentrirte Auflösung von Eisenchlorid in Wasser. Betrug der kleinste Abstand der Magnetpole 2,5 Millmtr. und bildete die Begrenzungslinie der Flüssigkeit im Zustande der Ruhe einen Kreis, so ging dieser unter der Einwirkung der Magnetkräfte in eine Ellipse über, deren große Axe in die Aequatorialebene und deren kleine Axe in die Meridianebene fiel. Fig. 242. zeigt die Erscheinung, und zwar I von oben gesehen, II einen Durchschnitt nach der Linie ab, und III einen Durschschnitt nach der Linie cd. Die Linien mm_1 und nn_1 stellen hierbei die Begrenzungslinien der Magnetpolflächen dar.

Fig. 242.



Bei einem Abstande der Pole von 8 Millimetern ging die Ellipse in ein Oval über Fig. 243. (s. folg. S.), wo überall die Bezeichnungen dieselben wie vorher sind.

Wurden die Magnetpole bis auf 15 Millimeter von einander entfernt, so entstand die Fig. 244. (s. folg. S.)

Fig. 243.

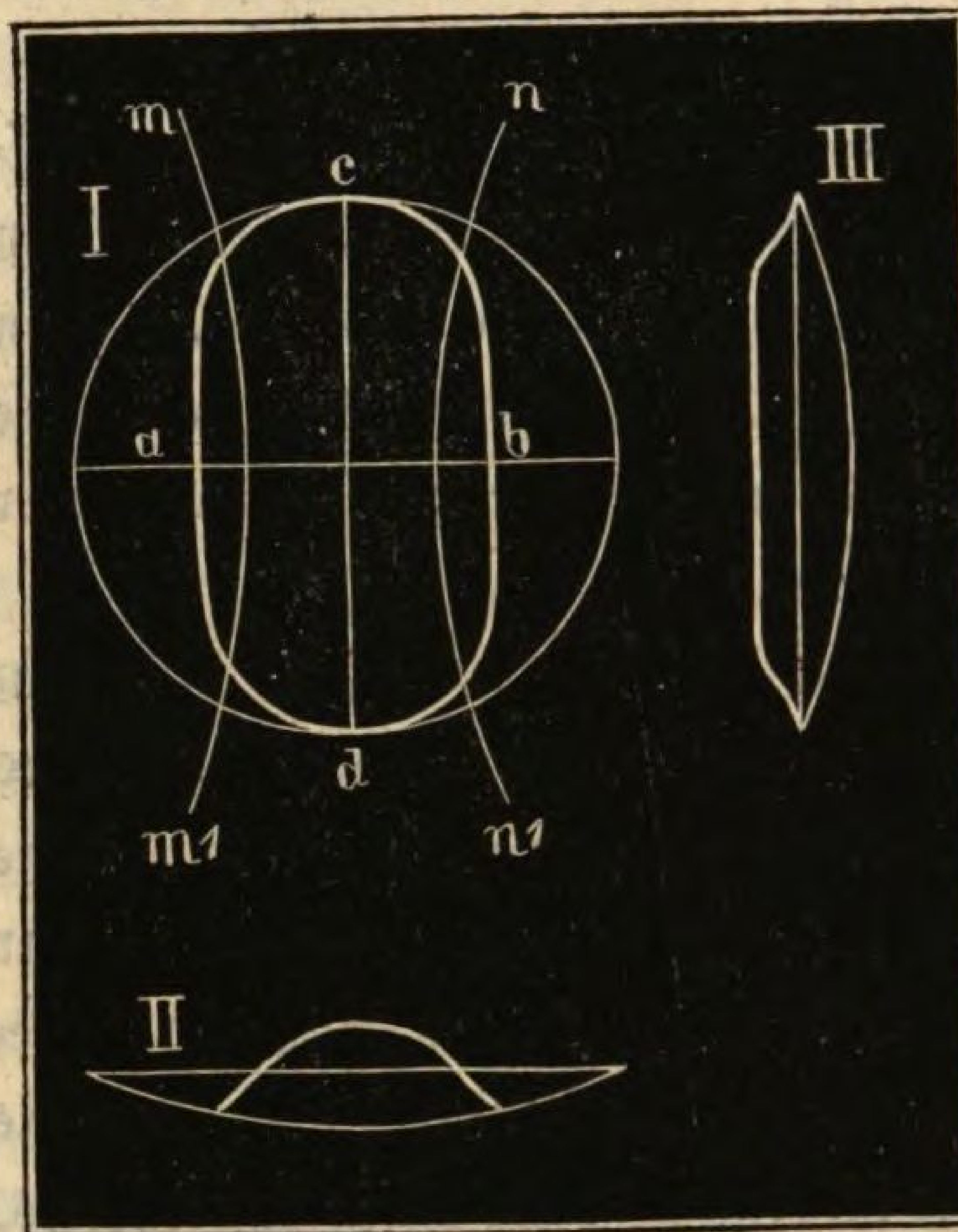
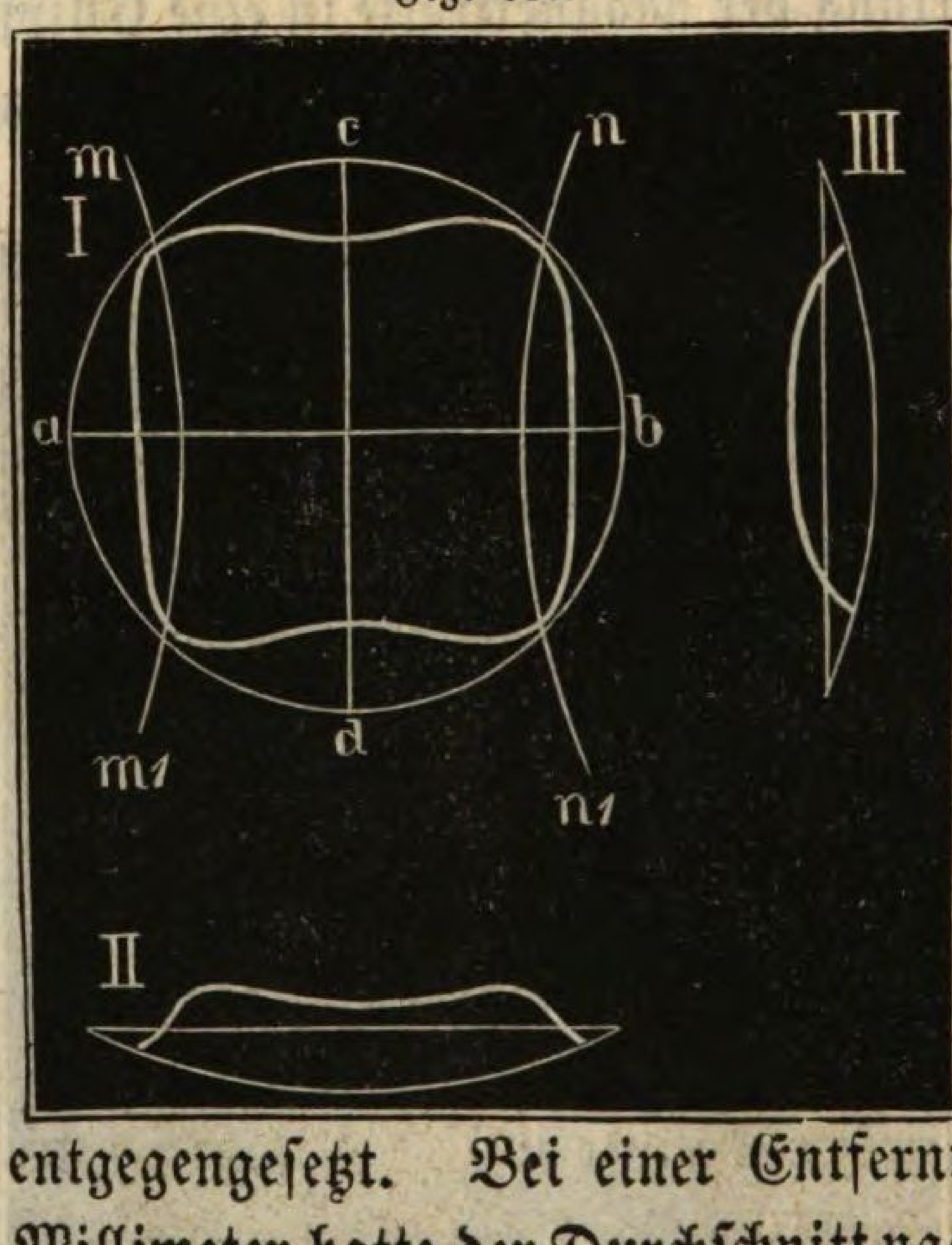


Fig. 244.



Bei einem Abstande der Pole von 23 Millimeter zeigte die Flüssigkeit die Fig. 245. (s. folg. S.)

Betrug der Abstand der Pole 31 Millimeter, so ging die Flüssigkeit wieder in eine wenig excentrische Ellipse über. Fig. 246. (s. folg. S.)

Eine Auflösung von Eisenchlorür in Wasser zeigte sich weniger stark magnetisch, als die vorher untersuchte Flüssigkeit. Noch schwächer in ihrem magnetischen Verhalten war eine Auflösung von Eisenvitriol. Stärker magnetisch als die letztere Lösung war eine gesättigte Lösung von salpetersaurem Nickeloxyd.

Wurden diamagnetische Flüssigkeiten denselben Versuchen unterworfen, so dehnten sie sich nach der axialen Richtung aus und zogen sich nach der äquatorialen Richtung zusammen; verhielten sich also den magnetischen Flüssigkeiten entgegengesetzt. Bei einer Entfernung der Magnetpole von 2,5 Millimeter hatte der Durchschnitt nach der Richtung ab die Fig. 247. (s. f. S. .) also der Gegensatz der Fig. 243. II. Standen die Magnetpole um 15 Millimeter von einander ab, so hatte der Durchschnitt nach der Linie ab die Fig. 248. (s. f. S.), also der Gegensatz der Fig. 244. II.

Als diamagnetische Flüssigkeiten zeigten sich hierbei folgende. Wasser, Alkohol, Schwefeläther, Schwefelsäure, Salpetersäure, Salzsäure, Ammoniakflüssigkeit, Schwefelkohlenstoff, fette und ätherische

Fig. 245.

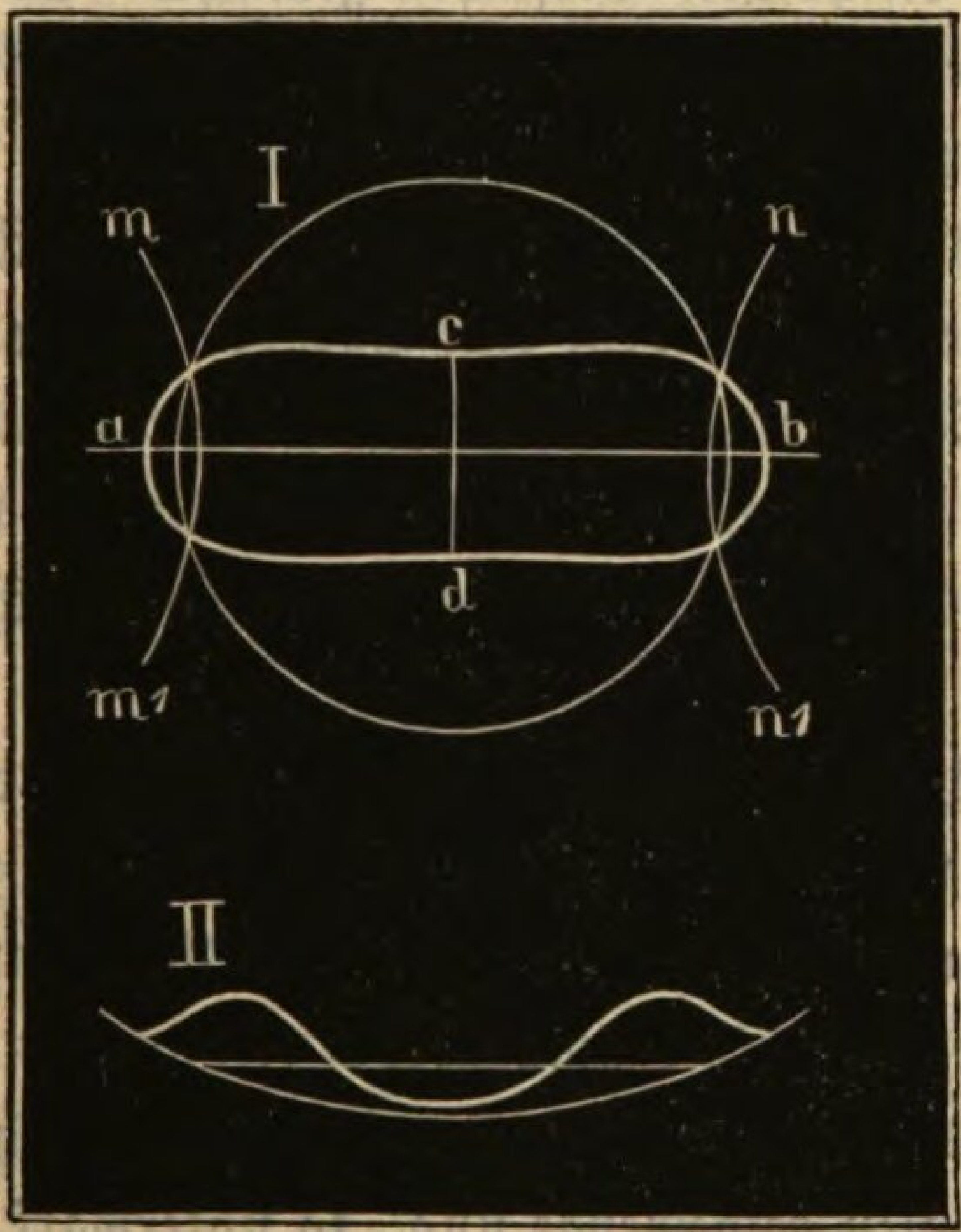


Fig. 247.



Fig. 246.

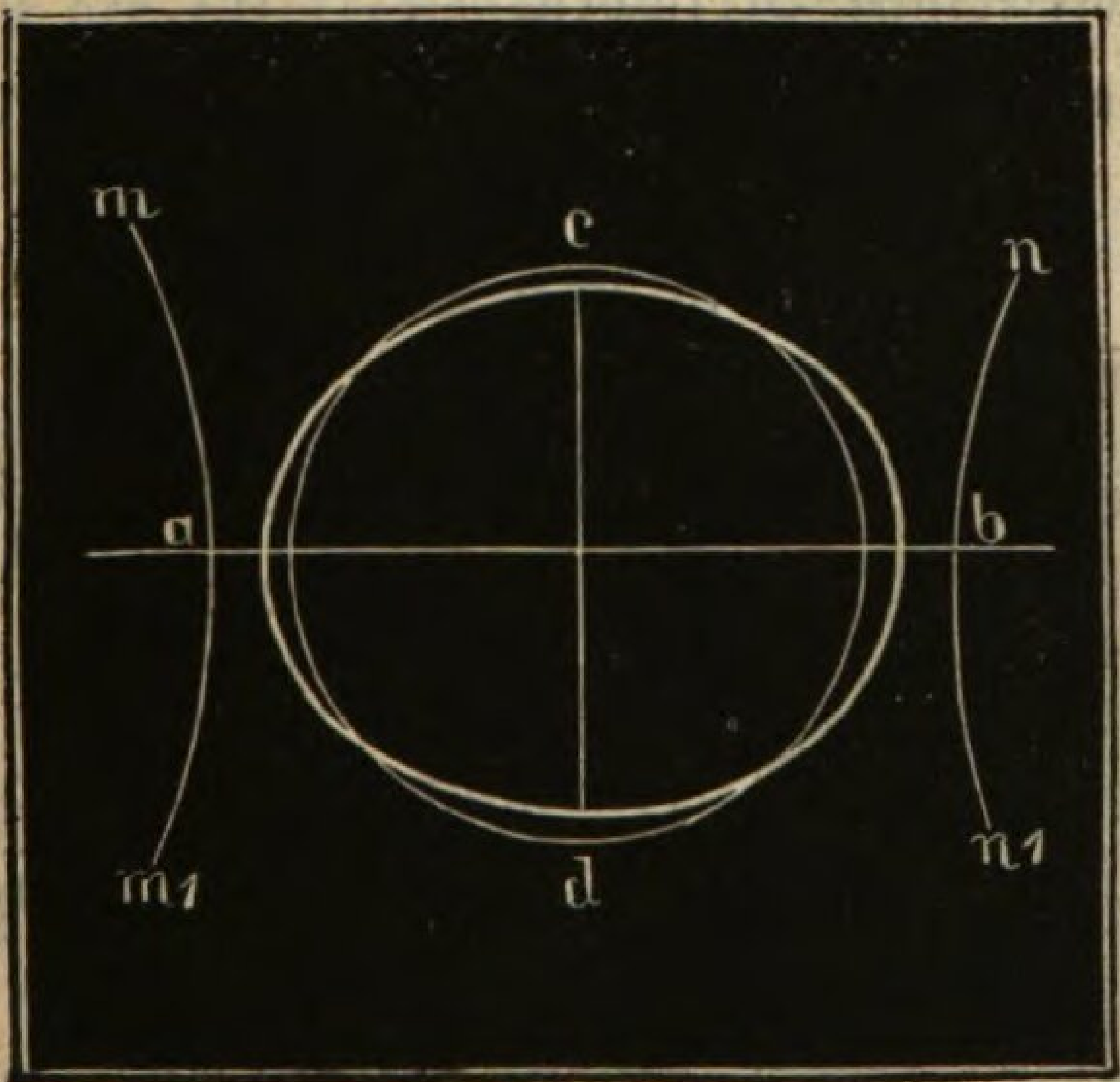


Fig. 248.



Oele, geschmolzenes Wachs, gesättigte Lösungen von salpetersaurem Wismuthoxyd, Kochsalz, Salpeter, Glaubersalz, von gelbem und rothem Blutlaugensalze, so wie Milch und Blut. Quecksilber war

im Uhrglase indifferent, aber in einer frisch amalgamirten Messingschale zeigte es sich diamagnetisch.

Ueber das magnetische und diamagnetische Verhalten der Gase hat Plücker ebenfalls eine Reihe von Versuchen gemacht. Er bediente sich dabei der gefärbten Gase.

Eine schmale Säule von Joddämpfen, welche zwischen den Spitzen der Magnetpole aufstieg, theilte sich in der Höhe der Polspitzen und bildete in der Aequatorialebene eine Parabel, welche besonders auf der concaven Seite, wo die violette Farbe der Dämpfe die größte Intensität hatte, mit großer Schärfe sich abzeichnete und bis zu einer Höhe von 100 bis 150 Millimeter vollkommen scharf blieb.

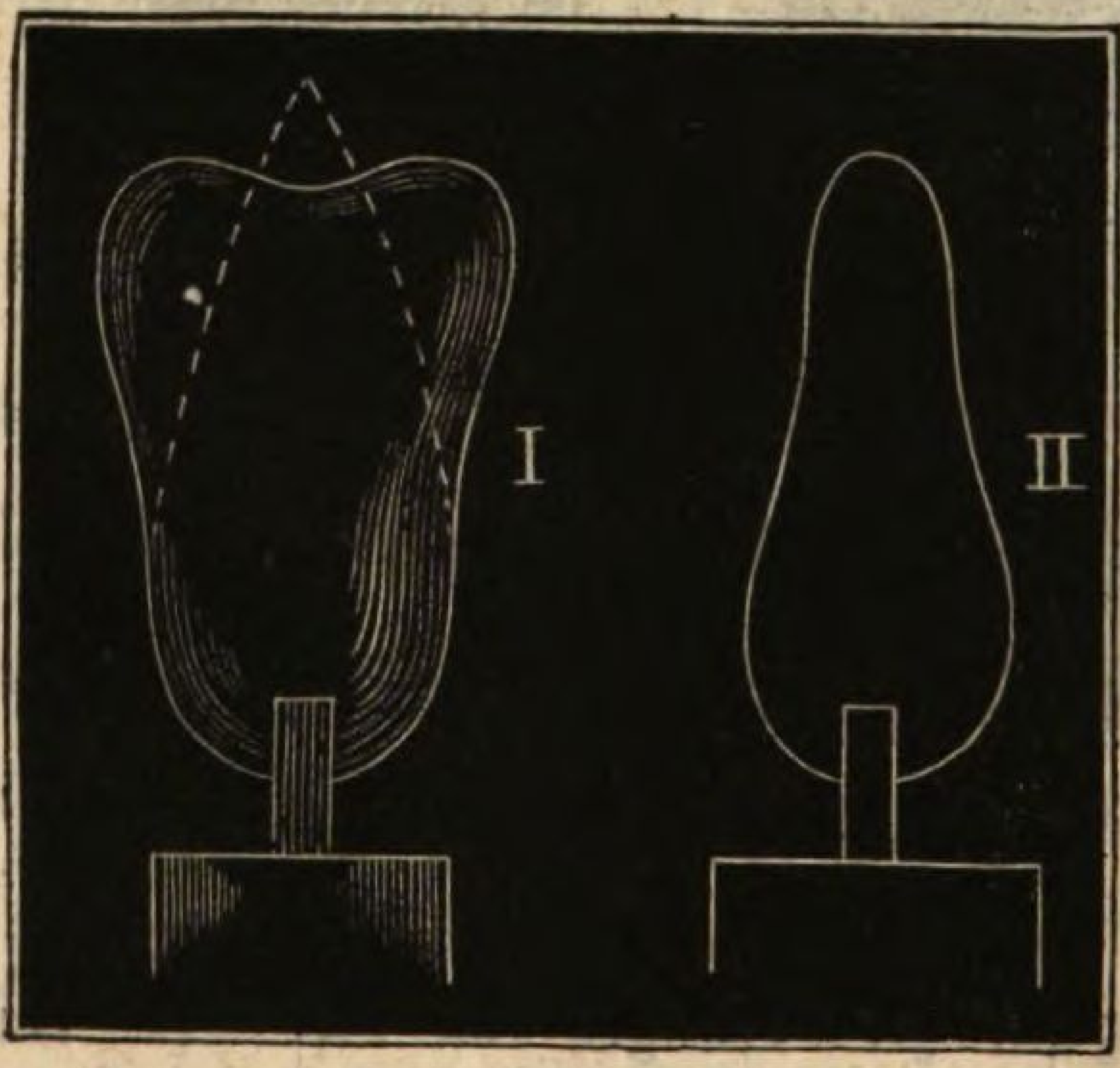
Dieser Versuch beweist, daß die Joddämpfe von beiden Polen eines Magneten abgestoßen werden, mithin diamagnetisch sind.

Auf diese Weise wurden noch Brom- Chlor- Quecksilberdämpfe, so wie der sichtbare Wasserdampf, als diamagnetisch erkannt.

Da die Flammen aus heißen aufsteigenden Gasen bestehen, denen glühende feste Substanzen beigemengt sind, so unterwarf der genannte Physiker auch diese seinen Versuchen.

Wurde die Flamme einer Stearinkerze zwischen die Polspitzen, welche 15 Millimeter von einander abstanden, so gebracht, daß diese in zwei Drittel ihrer Höhe sich befanden, so wurde die Flamme herabgedrückt und in der Aequatorialebene breit gezogen. Fig. 249. zeigt diese Erscheinung, I ist die Aequatorialansicht, II ein senkrechter axialer Durchschnitt der Flamme.

Fig. 249.

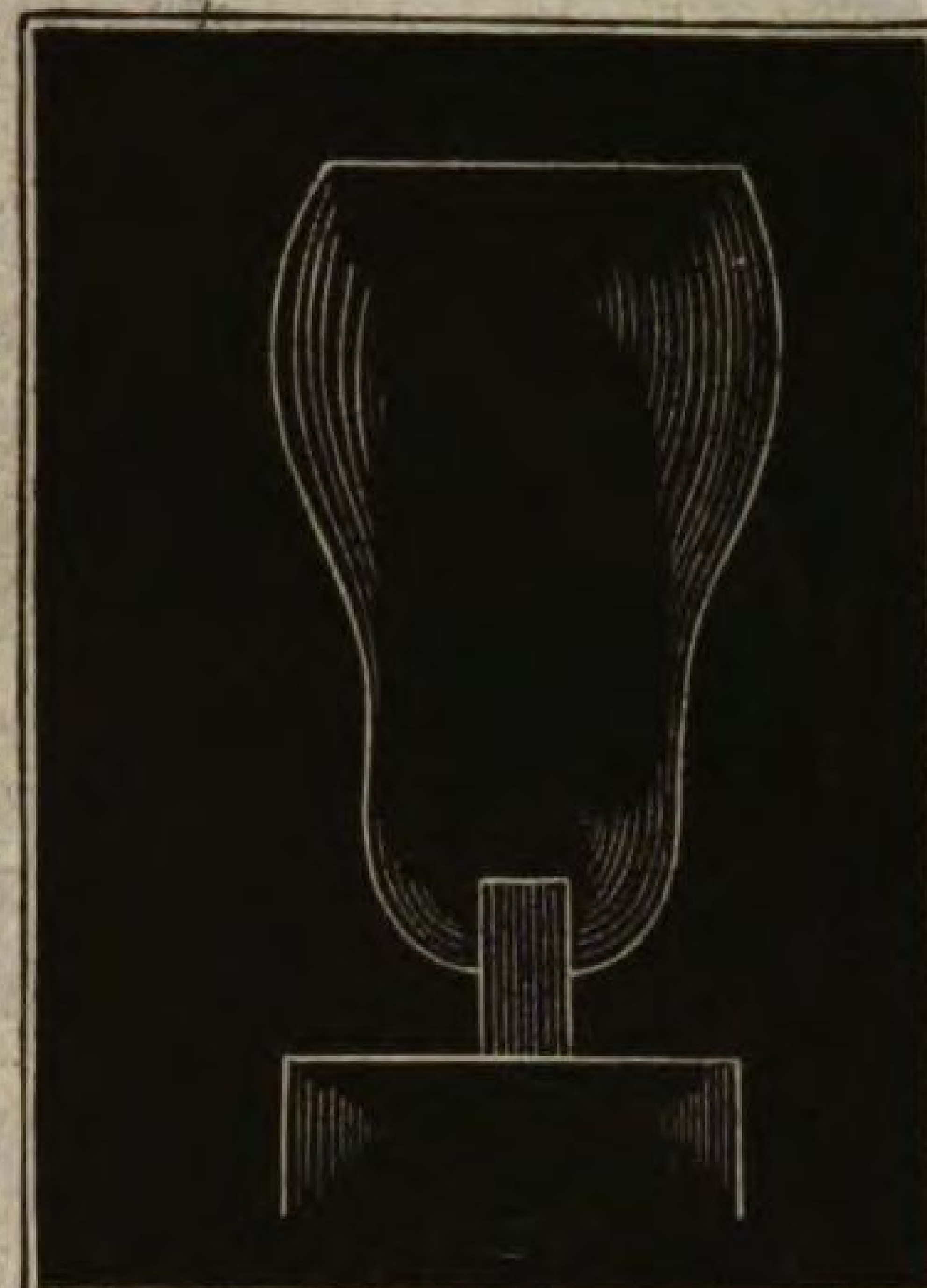


Wurde die Flamme aus der axialen Linie seitwärts herausgerückt, so wurde sie nach derjenigen Seite hin fortgestoßen und gebeugt, auf welcher sie sich befand. Wurde sie aus der Aequatorialebene herausgerückt

und einem der Pole genähert, so wurde sie nach jener Ebene zurückgetrieben.

Die Flamme wurde also von den Polen des Magneten abgestoßen, verhielt sich mithin wie ein diamagnetischer Körper.

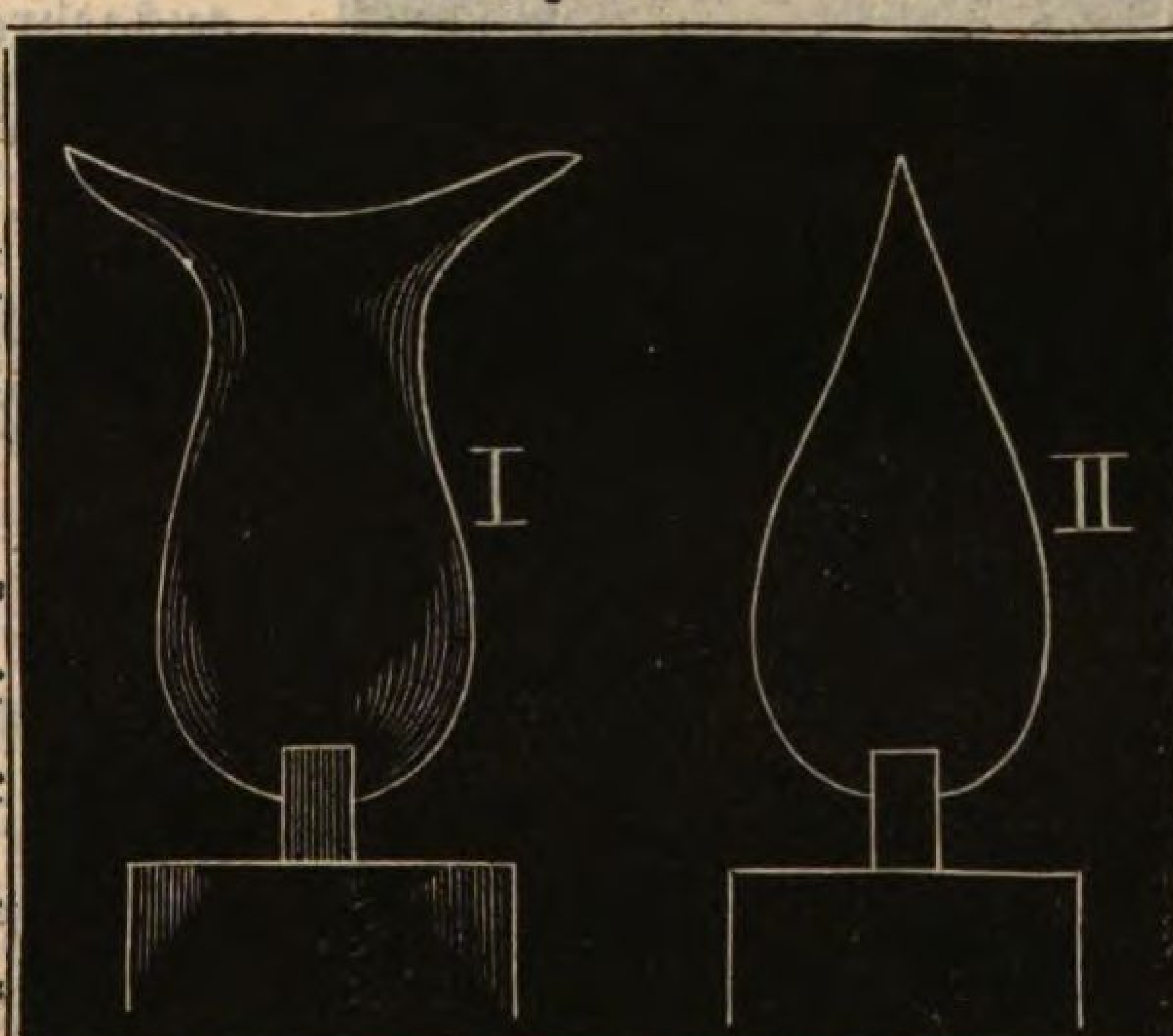
Fig. 250.



Eine Talgkerze, welche ruhig brannte und keinen Ruß absetzte, verhielt sich ähnlich. Bei demselben Abstande der Pole zeigte sie die Aequatorialansicht Fig. 250. Nach oben lief die Flamme in einen scharfen Keil mit geradliniger Schneide aus.

Bei einem Abstande der Polspitzen von 3,5 Millimeter und bei einer solchen Stellung der Flamme, daß die Polspitzen in $\frac{7}{8}$ ihrer Höhe sich befanden, zeigte die Flamme die Erscheinung Fig. 251. I ist die Aequatorialansicht, II ist der entsprechende axiale Durchschnitt.

Fig. 251.



Befanden sich die Polspitzen in der Mitte der Flammenhöhe, so änderte sich die Erscheinung. Fig. 252. (s. f. S.) I ist die Aequatorialansicht, II der entsprechende axiale Durchschnitt und III. eine Ansicht von oben, wo die Flamme die Form eines elliptischen Ringes annahm.

Waren die Polspitzen mit dem oberen Ende des Dochtes in gleicher Höhe, so wurde die Flamme durch das Eisen abgekühlt und brannte schwächer als vorher, wenn die Kette nicht geschlossen war. Sobald aber die Kette geschlossen wurde, brannte die Flamme stärker als ursprünglich und zeigte die Erscheinung Fig. 253. (s. f. S.) I ist die Aequatorialansicht, und II der entsprechende axiale Durchschnitt.

Ein stark rußendes Talglicht wurde so zwischen die Polspitzen gebracht, daß diese in $\frac{3}{4}$ der ursprünglichen Flammenhöhe sich befanden. Fig. 254. (s. f. S.) zeigt die Aequatorialansicht der Erscheinung, welche sich in diesem Falle ergab. Der aufsteigende Rauch breitete sich in der Aequatorialebene aus. Die äußere Grenze desselben bildete eine scharfbegrenzte Parabel. Im Innern war die Grenze wellenförmig unbestimmt. Die Parabel behielt ihre Regelmäßigkeit bis zu einer Höhe von 190 Millimeter. Die Flamme selbst war herabgedrückt und in der Aequatorialebene ausgebreitet.

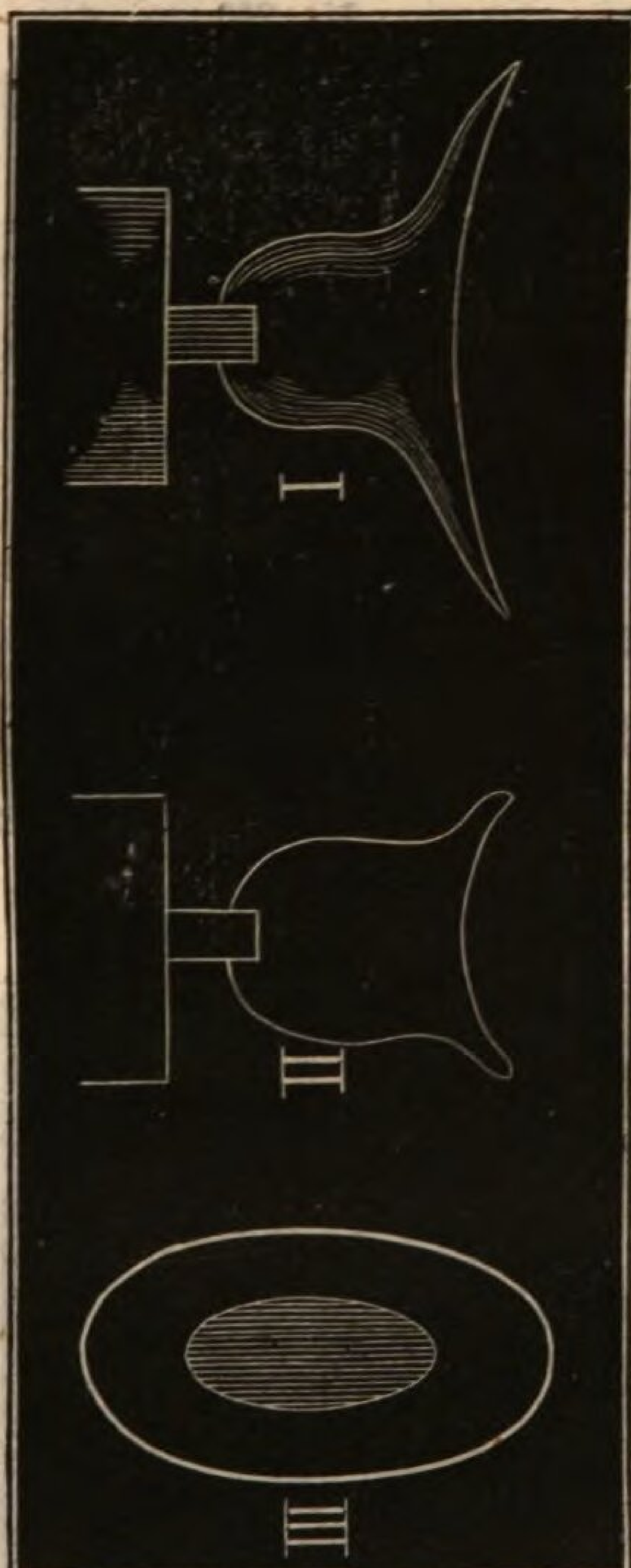


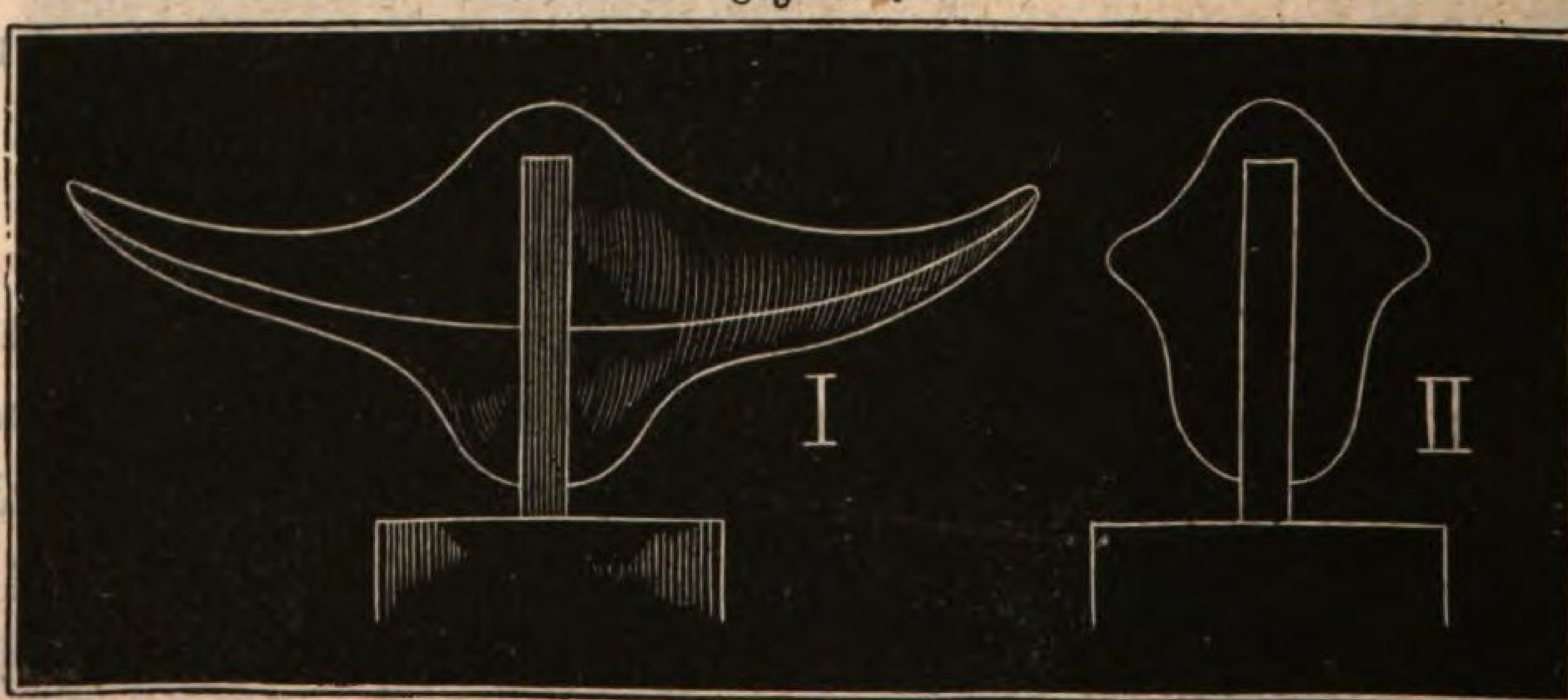
Fig. 252.

Aehnliche Erscheinungen zeigten eine Terpentinflamme und eine Schwefelflamme. Eine Alkoholflamme wurde schön gelb gefärbt.

Aus den Erscheinungen geht hervor, daß alle diese Flammen sich diamagnetisch verhielten.

Nach Untersuchungen von Faraday ist die atmosphärische Luft ebenfalls diamagnetisch, und zwar in höheren Temperaturen mehr als in niederen Temperaturen.

Fig. 253.



Ein eigenthümliches diamagnetisches Verhalten der atmosphärischen Luft hat Plücker beobachtet. Es besteht dieses darin, daß

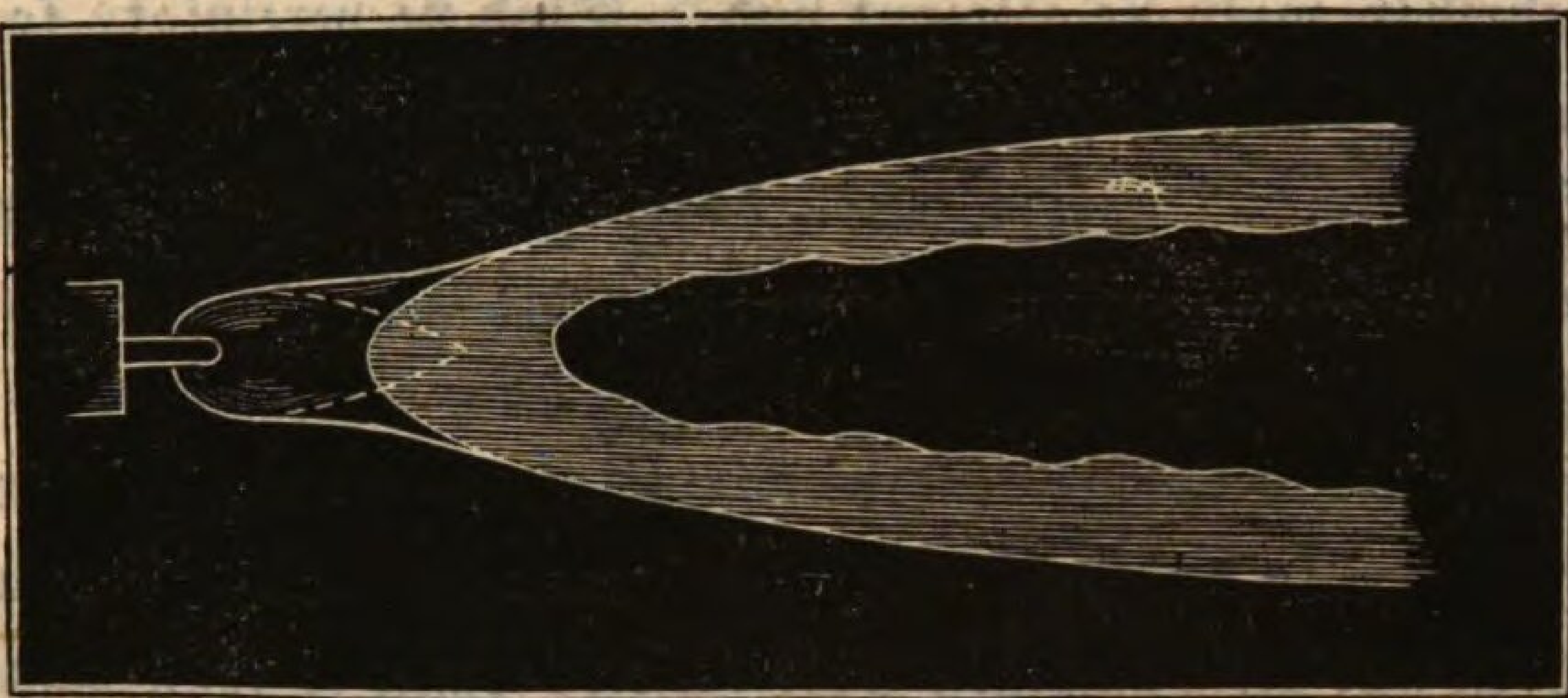


Fig. 254.

Luft in Folge diamagnetischer Abstoßung sich ausdehnt, und daß sie sich auf ihr früheres Volumen wieder zusammenzieht, wenn der Magnet zu wirken aufhört.

---

2. Theorie der magnetischen und diamagnetischen Erscheinungen.

Es ist bereits bemerkt worden, daß, wenn man einen Magnetstab theilt und diese Theilung beliebig fortsetzt, jeder auch noch so kleine Theil ein vollständiger Magnet bleibt; daß aber die Intensität der polaren Kräfte mit der Theilung fortwährend abnimmt.

Hieraus geht hervor, daß die Ursache der magnetischen Polarität, nicht in den beiden Punkten, welche man Pole nennt, zu suchen ist, sondern daß man vielmehr jedes Massentheilchen als einen vollständigen Magneten als einen Elementarmagneten anzusehen hat.

Jeder Magnet ist daher eine Summe von Elementarmagneten, deren gleichnamige Pole sämmtlich nach derselben Seite gerichtet sind, und jeder Magnetpol ist die Resultante aus allen gleichnamigen Elementarmagnetpolen; der Punkt aber, welcher den Ort des Poles bezeichnet, ist der Angriffspunkt dieser Resultante.

Als Ursache der magnetischen Polarität nimmt man zwei entgegengesetzte magnetische Fluida an, sogenannte imponderable Substanzen, welche die kleinsten Massentheilchen umhüllen, oder zwischen den Atomen des Körpers sich befinden. Im Magneten sind die ent-

gegengesetzten Fluida in jedem Molecüle getrennt, in jedem andern Körper sind sie aber vereinigt. Ihre Wirkungen werden nur dann wahrnehmbar, wenn sie getrennt sind. Sind sie vereinigt, so sind ihre Wirkungen, da sie entgegengesetzt sind, neutralisirt.

In einem Magneten wirkt daher auch nicht der gesammte Magnetismus nach außen, sondern nur die Differenz beider entgegengesetzter Magnetkräfte.

Liegt eine beliebige Anzahl von Elementarmagneten in einer geraden Linie, so daß ihre Pole in diese gerade Linie hineinfallen, und haben alle gleichnamigen Pole dieselbe Lage, so kann man, da die räumliche Ausdehnung eines solchen Elementarmagneten verschwindend klein ist, annehmen, daß je zwei entgegengesetzte Pole zweier aufeinanderfolgender Elementarmagnete zusammenfallen. Die Resultante aus beiden magnetischen Elementarkräften ist daher gleich der Differenz derselben. Zugleich geht hieraus hervor, daß diese Differenzen von der Mitte aus nach beiden Enden hin zunehmen, und daß mithin die Intensität der Magnetkräfte in gleicher Weise wächst.

Aus dieser Annahme lassen sich alle magnetische Erscheinungen erklären.

Rücksichtlich der diamagnetischen Erscheinungen stellte Faraday folgende Ansicht auf, indem er sagt:

„Eine Erklärung der Bewegungen diamagnetischer Körper und all der dynamischen Erscheinungen, die aus der Wirkung der Magnete auf sie entspringen, möchte sich in der Annahme darbieten, daß die magnetische Induction in ihnen einen entgegengesetzten Zustand hervorruft, wie er in magnetischen Körpern erzeugt wird, d. h. daß, wenn man von jeder Körperart ein Theilchen in das magnetische Feld brächte, beide magnetisch würden, und jedes seine Axe parallel der durch sie hingehenden magnetischen Resultante stellte, doch mit dem Unterschiede, daß die Theilchen des magnetischen Körpers ihre Nord- und Südpole den entgegengesetzten Polen des inducirenden Magneten zuwendeten, die Theilchen des diamagnetischen aber es umgekehrt machten. Daraus würde denn eine Näherung des einen Körpers und ein Zurückweichen des andern erfolgen.“

Die Versuche Reichs, nach welchen zwei entgegengesetzte Magnetpole, wenn sie gleichzeitig von derselben Seite her auf ein Stück Wismuth wirken, dasselbe nicht mit der Summe, sondern mit der Differenz derjenigen Kräfte abstoßen, welche sie einzeln ausüben würden, unterstützte die von Faraday aufgestellte Ansicht so, daß sie von Weber einer noch directeren Prüfung unterworfen wurde, deren Resultate die Richtigkeit der Faradayschen Ansicht bestätigten.

Weber ging bei seinen Versuchen von der Ansicht aus, daß man nicht diejenige Kraft beobachten dürfe, welche das diamagnetische Wismuth auf denjenigen Magnetpol ausübt, von welchem es selbst diamagnetisirt worden ist, daß man vielmehr solche Kräfte beobachten müsse, welche jenes Wismuth auf andere Magnetpole in der Ferne ausübt, welche keinen Einfluß auf seinen diamagnetischen Zustand haben.

Zu diesem Zwecke wurde eine kleine symmetrisch magnetisirte Magnetnadel an einem Coconfaden aufgehangen, und in die sie rechtwinkelig halbirende Ebene ein Stückchen Wismuth gebracht. In Uebereinstimmung mit dem Reichschen Versuche fand hier keine Wirkung statt. Hierauf wurde ein starker Hufeisenmagnet so aufgestellt, daß der Ort, welchen vorher das Wismuth einnahm, zwischen seine beiden Pole zu liegen kam, und daß die Verlängerung seiner magnetischen Axe die Nadel halbirte. Dieser Magnet übte auf die Nadel ein großes Drehungsmoment aus. Es wurde dasselbe aber durch ein anderes gleich großes, aber entgegengesetztes Drehungsmoment eines von der andern Seite her der Nadel genäherten Magnetstabes compensirt, so daß die Nadel ihren ursprünglichen Stand und ihre ursprüngliche Schwingungsdauer (Empfindlichkeit) wieder erhielt, daß es also ebenso war, als wenn kein Magnet auf die Nadel wirkte.

Nach diesen Vorbereitungen wurde dasselbe Stück Wismuth, welches vorher auf die Nadel gar nicht gewirkt hatte, an seine frühere Stelle, zwischen die Pole des Hufeisenmagneten gebracht. Es zeigte sich nun eine sehr wahrnehmbare und meßbare Wirkung, nämlich eine Ablenkung der Nadel in Folge davon, daß der eine Pol abgestoßen, der andere angezogen wird.

Wurden die Pole der Magnete, deren Wirkungen auf die Nadel sich compensirten, umgekehrt, so brachte das nämliche Stück Wismuth an derselben Stelle und in derselben Lage wie vorher die entgegengesetzte Ablenkung der Nadel hervor.

Wurde endlich das Stück Wismuth mit einem Stücke Eisen vertauscht, so waren die Wirkungen in allen Fällen denen des Wismuths entgegengesetzt.

Diese Versuche wurden mehrfach abgeändert; aber überall bestätigte sich der Satz, „daß Wismuth auf solche Pole stets entgegengesetzt wie Eisen an seiner Stelle wirkt, daß es also abstößt, wo das Eisen anzieht, und anzieht, wo das Eisen abstößt, kurz daß an anderen Magnetpolen als dem, welcher das Wismuth diamagnetisirt, eben so häufig anziehende wie abstoßende Kräfte des Wismuths beobachtet werden."

„Hierdurch kann nun," sagt Weber, „die Faradaysche Annahme als bewiesen betrachtet werden, wenigstens insofern, als sie den Grund der diamagnetischen Kraft nicht in die unveränderlichen metallischen Wismuththeilchen selbst, sondern in eine veränderliche Vertheilung setzt, welche im Wismuth stattfindet und auf andere Magnete gleich einer bestimmten Vertheilung magnetischer Fluida wirkt."

Demnach wäre der Magnetismus eine allgemeine Eigenschaft der Körper und der Diamagnetismus nur insofern eine Modification desselben, als durch einen Magnetpol bei magnetischen Körpern ein dem inducirenden Pole entgegengesetzter, bei diamagnetischen Körpern aber ein dem inducirenden Pole gleichnamiger Pol inducirt würde.

Poggendorff hat einen einfachen Versuch angegeben, wodurch die Polarität des Wismuths gezeigt werden kann. Wenn ein Wismuthstäbchen neben einem Pole, z. B. dem Pluspole eines kräftigen Magneten an einem Coconfaden aufgehangen die äquatoriale Lage angenommen hat, und man nähert ihm den Minuspol eines kleinen Strahlmagneten, so wird die dem großen Magnet zugekehrte Seite des Wismuthstäbchens vom Stahlmagnet angezogen. Es ist gut,

den Versuch an der vom Minuspol des großen Magneten abgewendeten Seite anzustellen, damit der Pol des Stahlmagneten nicht geschwächt oder umgekehrt werde.

---

3. Vom Erdmagnetismus.

Ist eine Magnetnadel in einer horizontalen Ebene frei beweglich, so nimmt sie stets eine bestimmte Stellung an, indem die eine Spitze nahe nach Norden, die andere nahe nach Süden gerichtet ist. Wird sie aus dieser Stellung gedreht, so schwingt sie in der Horizontalebene wie ein Pendel und kehrt nach und nach wieder in ihre Gleichgewichtslage zurück. Es geschieht dieses auch dann, wenn man die Nadel um einen Winkel von 180° dreht, woraus folgt, daß im Zustande der Ruhe immer dieselbe Spitze nach derselben Weltgegend hin gerichtet ist.

Denkt man sich durch die Gleichgewichtslage der magnetischen Axe der Nadel eine Verticalebene gelegt, so bezeichnet diese den magnetischen Meridian des Orts. Dieser macht mit dem geographischen Meridiane einen Winkel, welchen man die Abweichung oder Declination der Magnetnadel nennt.

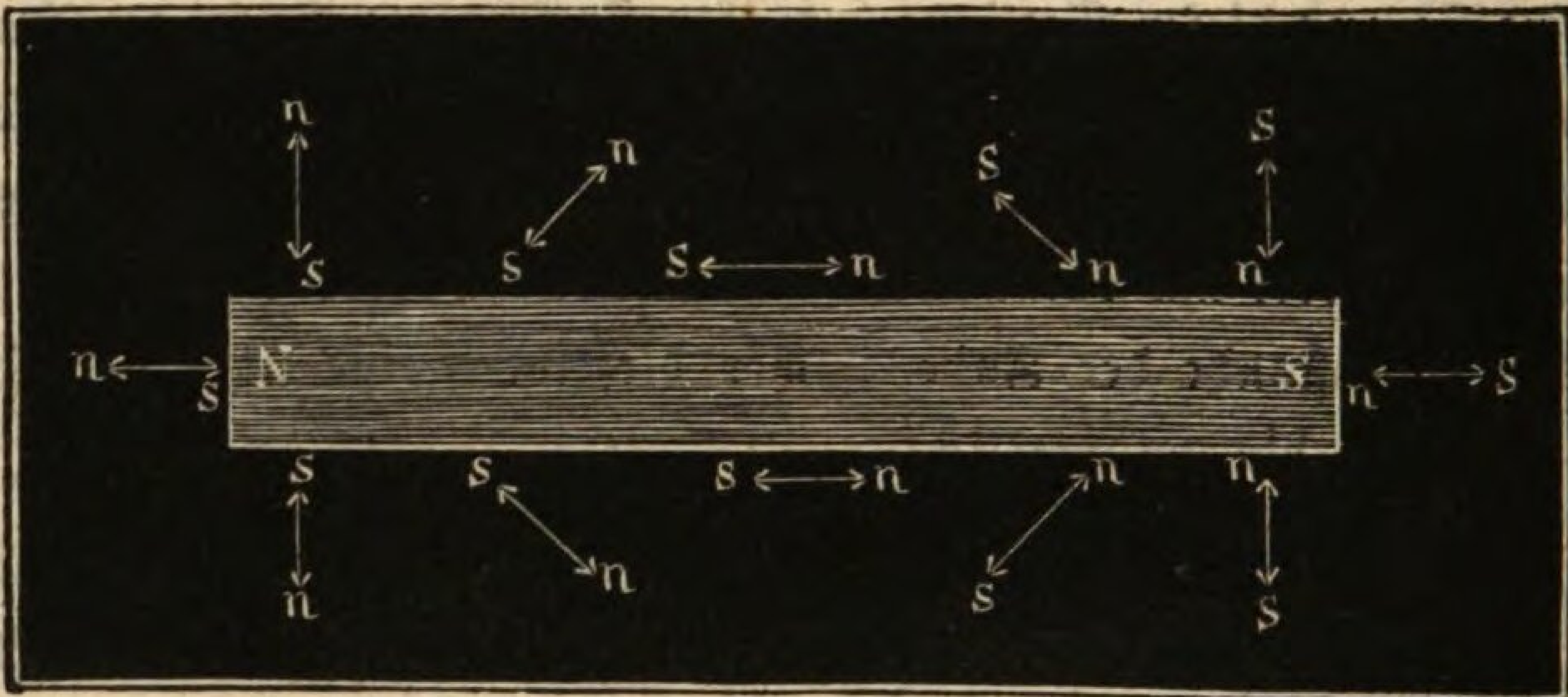
Ist die Nadel in ihrem Schwerpunkte so aufgehangen oder unterstützt, daß sie in einer Verticalebene sich drehen kann, so macht sie mit dem Horizonte einen Winkel, welchen man die Neigung, Inclination, der Magnetnadel nennt.

Für jeden magnetischen Meridian gibt es einen Punkt, in welchem die Inclination = 0 ist. Geht man von diesem Punkte aus nördlich, so senkt sich die nach Norden gerichtete Spitze der Nadel immer tiefer, oder was dasselbe ist, die Inclination wächst, bis man einen Punkt erreicht, in welchem die Inclination = 90° ist, die Nadel also vertical steht. Auf der nördlichen Halbkugel hat Kapitän Roß diesen Punkt gefunden. Er liegt 70° 5′ nördlicher Breite und 263° 14′ östlich von Greenwich.

Geht man von dem Punkte des Meridians, in welchem die Inclination = 0 ist, südlich, so senkt sich die nach Süden gerichtete Spitze der Nadel immer tiefer. Die Inclination wächst also auch nach dieser Richtung hin und es muß mithin auch auf der südlichen Halbkugel der Erde einen Punkt geben, in welchem die Inclination = 90° ist, die Nadel also vertical steht.

Da nun nach Norden hin stets der eine, nach Süden hin stets der andere Pol der Nadel inclinirt, da man ferner ganz dieselben Erscheinungen beobachtet, wenn man eine kleine Magnetnadel in die Nähe eines großen Magneten bringt, Fig. 255, da endlich eine

Fig. 255.



nicht magnetische Nadel diese Erscheinungen nicht zeigt, so geht hieraus hervor, daß die Erde sich gegen die Magnetnadel wie ein großer Magnet gegen einen kleinen verhält oder daß die Erde selbst ein Magnet ist. Den auf der nördlichen Halbkugel gelegenen Punkt, in welchem die Inclination 90° ist, nennt man den magnetischen Nordpol, und den auf der südlichen Halbkugel gelegenen entsprechenden Punkt den magnetischen Südpol der Erde. Verbindet man diejenigen Punkte aller Meridiane mit einander, in welchen die Inclination = 0 ist, so erhält man den magnetischen Aequator.

Dieser fällt nicht mit dem geographischen Aequator zusammen und bildet auch keinen größten Kreis. Er schneidet den geographischen Aequator in zwei Punkten, im 174. Längengrade und 18° östlich von Paris. Ungefähr 28° westlich von Paris hat er eine südliche Breite von 14°, nähert sich dann nach Westen hin dem

geographischen Aequator und erreicht ihn 120° westlich von Paris. Hierauf wendet er sich wieder nach Süden und erlangt 160° westlich von Paris wieder eine südliche Breite von 3° 75′. Seine nördliche Breite ist 62° östlich von Paris 10° 47′; 150° östlich von Paris 7° 44′; 130° östlich von Paris 8° 57′ u. s. f.

Die Bezeichnung der magnetischen Pole der Erde als Nordpol und Südpol hat man auch auf die Pole von Magnetstäben und Magnetnadeln übertragen und nennt gewöhnlich den nach Norden gerichteten Pol Nordpol, den nach Süden gerichteten, Südpol. Da aber entgegengesetzte Pole sich gegenseitig anziehen, so wird vom Nordpol der Erde der Südpol der Nadel angezogen, während vom Südpol der Erde der Nordpol der Nadel angezogen wird. Es ist daher richtiger, das nach Norden gerichtete Ende der Nadel Südpol und das nach Süden gerichtete Ende derselben Nordpol zu nennen.

Die Wirkung, welche die Erde auf eine Magnetnadel ausübt, besteht nur darin, daß sie ihr eine bestimmte Richtung gibt; eine fortschreitende Bewegung findet nicht statt. Man kann dieses nur dadurch erklären, daß man den Abstand der Pole der Nadel gegen die Abstände der Nadel von den magnetischen Polen der Erde als verschwindend klein ansieht.

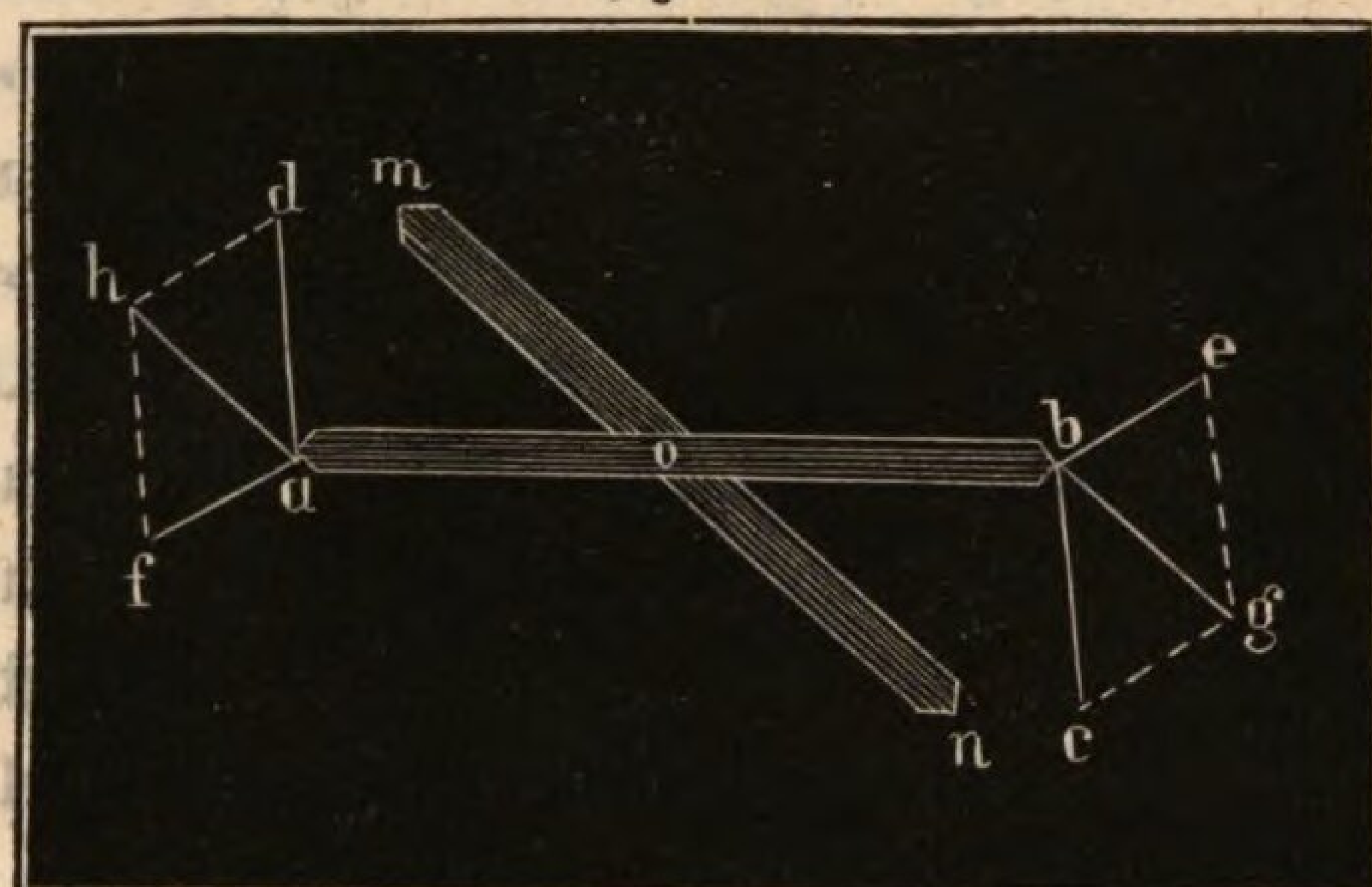
Es wird daher von jedem magnetischen Pole der Erde der eine Pol der Nadel eben so stark abgestoßen, als der andere angezogen wird. Es kann also eine fortschreitende Bewegung der Nadel weder nach der einen, noch nach der andern Richtung hin stattfinden.

Ist aber die Nadel in ihrem Schwerpunkte frei aufgehangen, und befindet sie sich dem einen oder dem andern Pole der Erde näher, so muß die Wirkung des näher liegenden Poles stärker sein, als die des ferner liegenden. So ist z. B. in unsern Gegenden die Wirkung des Nordpoles stärker als die des Südpoles. Es wirkt aber der Erdnordpol auf den Südpol der Nadel anziehend, auf ihren Nordpol abstoßend, und zwar ist die Anziehung der Abstoßung gleich und entgegengesetzt, wenn der Magnetismus der Nadel symmetrisch ist. Auf gleiche Weise wirkt der Erdsüdpol auf den Nordpol der Nadel anziehend und auf ihren Südpol abstoßend.

Die Richtungen, in welchen diese Kräfte wirken, kennen wir nicht, aber wir wissen, daß sie in der Ebene des magnetischen Meridianes liegen müssen.

Ist nun ab, Fig. 256, eine Magnetnadel, a das nach Süden, b das nach Norden gerichtete Ende und o der Drehpunkt derselben und befindet sie sich dem Nordpol der Erde näher als dem Südpole der Erde, so mögen bc und ad die Wirkungen des Nordpoles, so wie be und af die Wirkungen des Südpoles der Erde auf die Nadel darstellen. Die Resultanten aus diesen Kräften sind dann bg und ah. Weil aber bc mit ad und be mit af gleich parallel und entgegengesetzt ist, so müssen bg und ah gleich parallel und entgegengesetzt sein. Es können daher diese Resultanten nur eine Drehung der Nadel um ihren Schwerpunkt o in der Ebene des magnetischen Meridianes bewirken. Die Nadel selber ist mithin in Ruhe, wenn ihre magnetische Axe, das ist die Verbindungslinie ihrer Pole, mit bg und ah parallel ist, wenn sie die Lage mn hat. Dieses ist aber die Richtung der Inclination.

Fig. 256.



Die Declination sowohl als auch die Inclination sind fortwährenden Veränderungen unterworfen, welche man als seculare und tägliche Variationen unterscheidet. Die secularen Variationen ergeben sich aus folgenden Tabellen, wie sie aus in Paris gemachten Beobachtungen entnommen sind.

Declination für Paris.

1580	11° 30′ östlich	1814	22° 34′ westlich
1618	8° — "	1816	22° 25′ "
1663	0° — "	1825	22° 22′ "
1700	8° 10′ westlich	1828	22° 5′ "
1780	19° 55′ "	1832	22° 3′ "
1805	22° 5′ "	1835	22° 4′ "

Es war also von 1580 bis 1663 die Declination östlich, nahm fortwährend ab und wurde 1663 = 0. Von hier an wurde die Declination westlich, erreichte 1814 ein westliches Maximum und nimmt seitdem fortwährend ab.

Inclination für Paris.

1671	75°	1820	68° 20′
1780	71° 48′	1825	68°
1806	69° 12′	1831	67° 40′
1814	68° 36′	1835	67° 24′

Es ist also die Inclination seit 1671 fortwährend im Abnehmen begriffen.

In Beziehung auf die täglichen Variationen hat man im Allgemeinen in Paris beobachtet, daß während der Nacht die Nadel fast stationär ist, daß sie mit Sonnenaufgang ihr Nordende nach Westen hin bewegt, gegen 5 Uhr Nachmittags ein westliches Maximum erreicht und dann bis 9, 10 oder 11 Uhr Abends nach Osten zurückkehrt, so wie, daß die Abweichung in den Sommermonaten größer, in den Wintermonaten kleiner ist, indem sie im Mittel vom April bis September 13 bis 15 Minuten, vom October bis März 8 bis 10 Minuten beträgt.

Im magnetischen Aequator sind die täglichen Variationen fast unmerklich; sie werden aber um so größer und unregelmäßiger, je mehr man sich den Polen nähert. Auch ist in der Nähe der Pole die Nadel während der Nacht weniger stationär.

Auf der südlichen Halbkugel sind natürlich die Abweichungen denen auf der nördlichen entgegengesetzt.

Die Inclination erleidet ebenfalls tägliche Veränderungen; allein sie sind geringer als die der Declination und lassen sich nicht so genau beobachten.

Nach Kreil sind die täglichen Variationen der Inclination von der Art, daß die Inclination täglich drei Maxima und drei Minima hat. Das erste Maximum fällt im Sommer zwischen 8 und 9 Uhr, im Winter zwischen 10 und 11 Uhr Vormittags, das

zweite während des ganzen Jahres 3 Uhr Nachmittags, das dritte nach Mitternacht. Das erste Minimum fällt gegen Mittag, das zweite in die späten Abendstunden, das dritte in die Morgenstunden.

Auch plötzlichen Störungen ist die Magnetnadel unterworfen, welche besonders durch das Nordlicht bewirkt werden. Sobald ein solches erscheint, bewegt sich die Nadel stark und zeigt große Abweichungen. Diese Störungen sind um so größer, je intensiver die Erscheinung des Nordlichtes ist und je näher sich die Nadel dem Nordlichte befindet. Allein auch da, wo das Nordlicht nicht beobachtet wird, erleidet die Nadel Störungen, die aber weniger bedeutend sind.

Erdbeben und Ausbrüche von Vulkanen bewirken ebenfalls Schwankungen und Ablenkungen der Nadel.

Wenn man einen Stab weiches Eisen in die Richtung der Inclination bringt, so wird er unter dem Einflusse des Erdmagnetismus zum Magneten. Es geschieht dieses zwar unter jedem Winkel, den die Eisenstange mit dem Horizonte macht, nur wird die Wirkung um so schwächer, je mehr sich ihre Richtung von der Richtung der Inclination entfernt.

Wird eine auf diese Weise magnetisch gewordene Eisenstange mit dem Hammer geschlagen, so wird dadurch der Magnetismus bleibend. Ebenso wird der Magnetismus bleibend, wenn eine Stange weiches Eisen unter dem Einflusse des Erdmagnetismus magnetisch wird und gleichzeitig sich oxydirt.

Der magnetische Zustand irgend eines Ortes auf der Erdoberfläche wird bestimmt durch die Declination, Inclination und die Intensität des Magnetismus am betreffenden Orte.

Verbindet man die Orte von gleicher Declination, die von gleicher Inclination und ebenso die von gleicher Intensität mit einander, so erhält man drei Systeme von krummen Linien. Diejenigen Linien, welche die Orte gleicher Declination mit einander verbinden, heißen isogonische Linien; diejenigen Linien, welche die Orte gleicher Inclination mit einander verbinden, heißen isoklinische Linien, und diejenigen Linien, welche die Orte gleicher Intensität verbinden, werden isodynamische Linien genannt.

Endlich gibt es noch eine Linie, welche solche Punkte auf der Erdoberfläche mit einander verbindet, in denen der magnetische Meridian mit dem geographischen zusammenfällt.

Die Declination kann mit einer Declinationsboussole gemessen werden. Ein solches Instrument hat folgende Einrichtung. Im Mittelpunkte eines getheilten Horizontalkreises ist eine feine Spitze von Stahl, auf welcher sich mittelst eines Achathütchens eine Magnetnadel dreht, deren Spitzen auf der Kreistheilung spielen. Das Gehäuse, in welchem die Nadel und der getheilte Kreis sich befinden, ist um eine verticale Axe drehbar. An der Seite dieses Gehäuses befindet sich ein kleines Fernrohr, dessen Axe mit derjenigen Linie parallel ist, welche durch 0 und 180 der Kreistheilung geht. Stellt man das Instrument so auf, daß die Axe des Fernrohres mit dem geographischen Meridian zusammenfällt, so kann man die Declination ablesen. Bringt man das Instrument in eine solche Stellung, daß die Spitzen der Nadel auf 0 und 180 zeigen, so fällt die Axe des Fernrohrs mit dem magnetischen Meridian zusammen. Richtet man hierauf das Fernrohr auf irgend einen Gegenstand, indem man das Instrument um seine verticale Axe dreht, so zeigt die Nadel den Winkel an, welchen jener Gegenstand mit dem magnetischen Meridian macht. Auf diese Weise wird die Declinationsboussole als Winkelmeßinstrument angewendet.

Bei Weitem schärfer als mit der Boussole läßt sich die Declination mit dem Gauß'schen Magnetometer bestimmen.

Um die Inclination zu bestimmen, wendet man ein sogenanntes Inclinatorium an. Dasselbe besteht aus einem getheilten Verticalkreise, in dessen Mittelpunkte eine Magnetnadel in ihrem Schwerpunkte aufgehangen ist. Der Kreis wird in den magnetischen Meridian gebracht, wo man dann den Winkel, welchen die Nadel mit dem Horizonte macht, ablesen kann. Da es aber außerordentlich schwierig ist, die Nadel in ihrem Schwerpunkte aufzuhängen, so sind derartige Beobachtungen sehr mangelhaft.

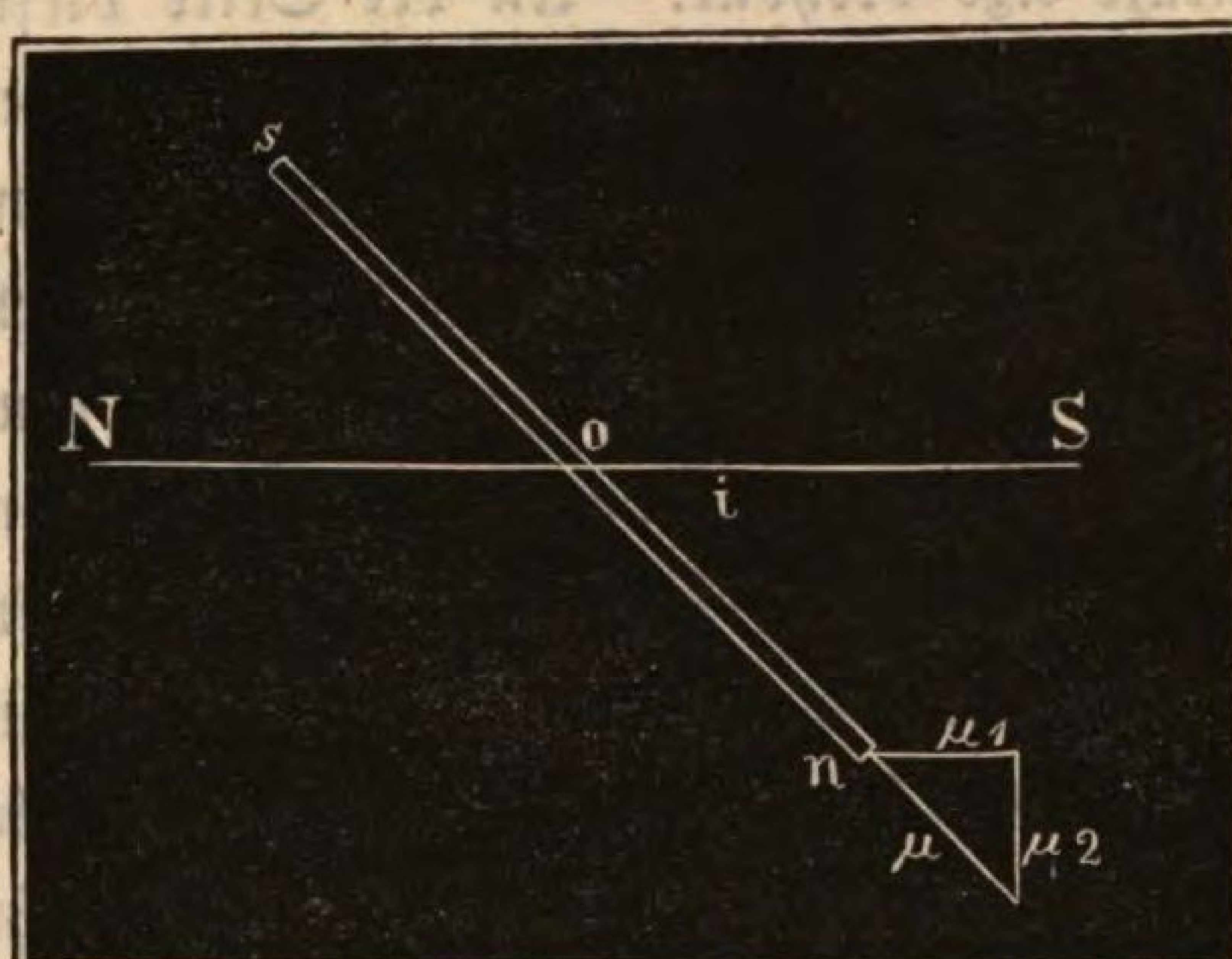
---

4. Von den Wirkungsgesetzen magnetischer Kräfte.

Bezeichnet man die Intensität des Erdmagnetismus an irgend einem Orte mit μ und die Inclination mit i, so kann man μ in eine horizontale Componente μ_1 und in eine verticale Componente μ_2 zerlegen. Es ist dann

$$\mu_1 = \mu \cos i; \ \mu_2 = \mu \sin i$$

Fig. 257.



Ist nun eine Magnetnadel ns, Fig. 257, in o so aufgehangen, daß sie sich in einer Horizontalebene um eine durch o gehende verticale Axe dreht, so nimmt sie stets eine solche Lage ein, daß ihre magnetische Axe in den magnetischen Meridian NS hineinfällt.

Die Kraft, welche ihr diese Richtung ertheilt, ist aber abhängig von dem magnetischen Zustande der Nadel, und von der horizontalen Componente der Intensität des Erdmagnetismus. Sie ist beiden Elementen direct proportional. Bezeichnet man daher diese Kraft mit p und den magnetischen Zustand der Nadel mit $\varkappa$, so ist

$$p = \varkappa\mu_1 = \varkappa\mu \cos i$$

Ist nun n der Angriffspunkt dieser Kraft und on = a, so ist das Moment der fraglichen Kraft oder das **magnetische Drehungsmoment** der Nadel

$$pa = \varkappa\mu_1 a = a\varkappa\mu \cos i$$

Wird eine solche Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, so schwingt sie wie ein Pendel. Auch finden diese Schwingungen nach denselben Gesetzen statt, nach welchen die Pendelschwingungen stattfinden.

Wenn man die Schwingungsdauer eines zusammengesetzten Pendels mit t bezeichnet, so ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{T}{g \lambda m}}$$

wo T das Trägheitsmoment, λm das statische Moment der Nadel und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet. Setzt man in diese Formel für das statische Moment λm das magnetische Drehungsmoment $pa' = a\varkappa\mu \cos i$ ein, so wird die Schwingungsdauer der Magnetnadel

$$t = \pi \sqrt{\frac{T}{g \cdot a\varkappa\mu \cos i}}$$

Hieraus folgt

$$a\varkappa\mu \cos i = \frac{\pi^2}{gt^2} \cdot T$$

Die Gesetze, nach welchen ein Pol eines Magneten auf einen Pol eines andern Magneten, sei es anziehend oder abstoßend wirkt, sind zuerst von Coulomb untersucht worden. Er bediente sich hierbei einmal der Schwingungen einer Magnetnadel, das andere mal seiner Drehwage. Die nach beiden Methoden gefundenen Resultate ware übereinstimmend.

Läßt man eine Declinationsnadel schwingen und nähert dem einen ihrer Pole einen Magneten von solcher Länge, daß nur der eine seiner Pole auf den Pol der Nadel eine Wirkung auszuüben im Stande ist, so müssen die Schwingungen der Nadel beschleunigt oder verzögert werden, je nachdem der genäherte Pol anziehend oder abstoßend wirkt.

Bezeichnet n die Anzahl der Schwingungen, welche die Nadel unter dem alleinigen Einflusse von μ_1, der horizontalen Componenten des Erdmagnetismus, in einer bestimmten Zeit macht; bezeichnet ferner $\varkappa_1$ die Wirkung des Stabes in der Entfernung e_1; so ist die Gesammtwirkung des Erdmagnetismus und des Stabes auf die Nadel in dieser Entfernung $\mu_1 + \varkappa_1$. Macht nun die Nadel in derselben Zeit wie vorher n_1 Schwingungen, so ist

$$\mu_1 + \varkappa_1 : \mu_1 = n_1^2 : n^2$$

woraus

$$\varkappa_1 = \frac{n_1^2 - n^2}{n^2} \cdot \mu_1$$

Bezeichnet t die Schwingungsdauer der Nadel unter dem Einflusse von μ_1 und t_1 die Schwingungsdauer der Nadel unter dem Einflusse von $\mu_1 + \varkappa_1$, so ergibt sich aus der vorstehenden Gleichung sofort

$$\varkappa_1 = \frac{t^2 - t_1^2}{t_1^2} \cdot \mu_1$$

Bringt man hierauf den Stab in die Entfernung e_2 und es ist hier seine Wirkung $\varkappa_2$, so ist $\mu_1 + \varkappa_2$ die Gesammtwirkung des Erdmagnetismus und des Stabes in dieser Entfernung. Macht nun die Nadel in derselben Zeit wie vorher n_2 Schwingungen, so ist auch

$$\mu_1 + \varkappa_2 : \mu_1 = n_2^2 : n^2$$

woraus

$$\varkappa_2 = \frac{n_2^2 - n^2}{n^2} \cdot \mu_1$$

Bezeichnet t_2 die Schwingungsdauer der Nadel unter dem Einflusse von $\mu_1 + \varkappa_2$, so ist auch

$$\varkappa_2 = \frac{t^2 - t_2^2}{t_2^2} \cdot \mu_1$$

Aus den hier entwickelten Gleichungen folgt aber

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = n_1^2 - n^2 : n_2^2 - n^2$$

so wie

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = \frac{t^2 - t_1^2}{t_1^2} : \frac{t^2 - t_2^2}{t_2^2}$$

Hierdurch ist das Verhältniß der Wirkungen des Stabes in verschiedenen Entfernungen bestimmt.

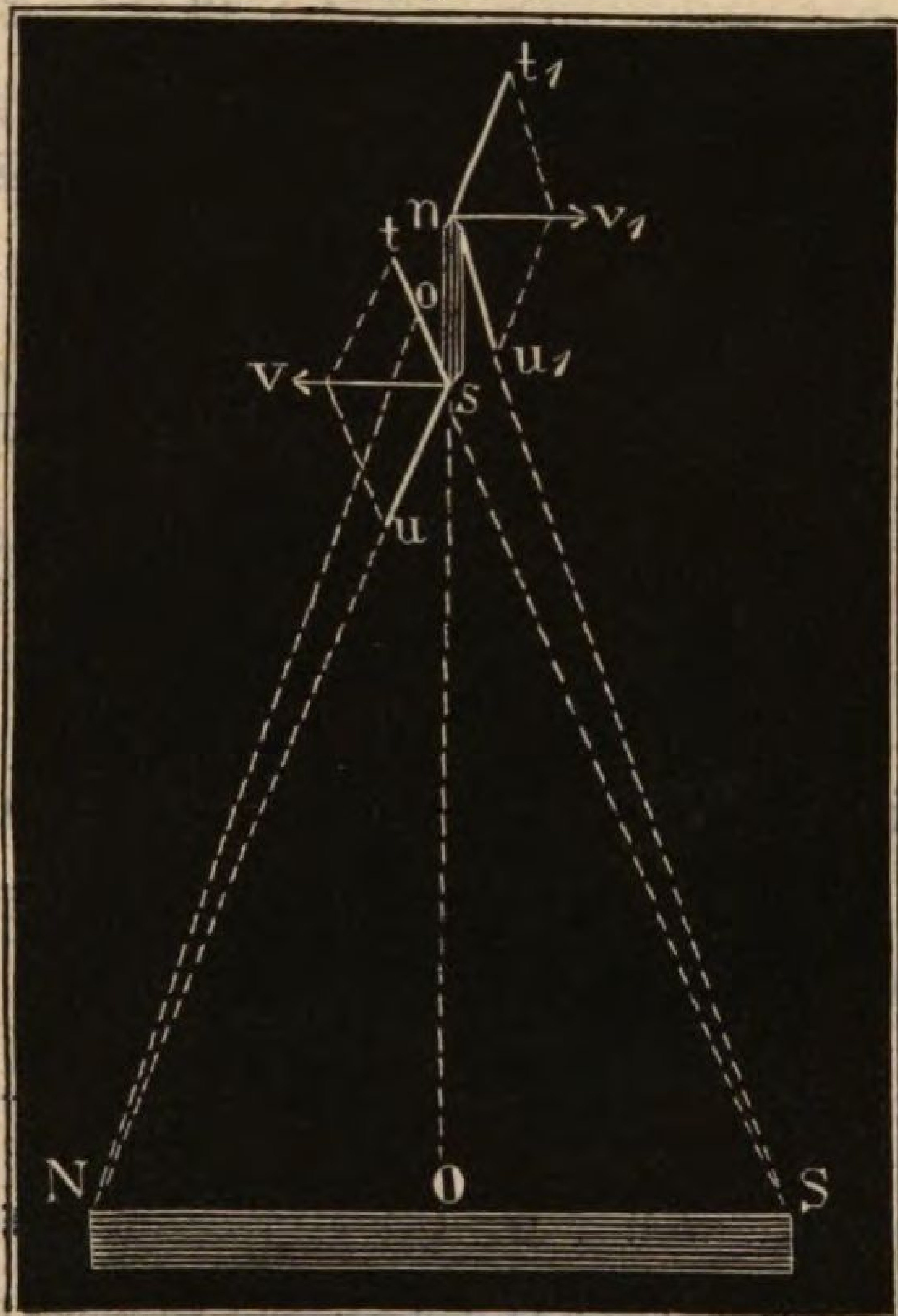
Auf diese Weise findet man durch Versuche, **daß die Wirkung, welche ein Pol eines Magneten auf einen Pol eines andern Magneten ausübt, dem Quadrate der Entfernung beider Pole umgekehrt proportional ist.**

Es ist mithin

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = e_2^2 : e_1^2$$

Die Gesetze, nach welchen ein Magnetstab auf einen andern wirkt, hat Gauß gegeben. Die Betrachtungen sind am einfachsten wenn beide Stäbe in einer Ebene liegen und die magnetische Axe des einen auf der magnetischen Axe des andern senkrecht steht.

Fig. 258.



Es sei, Fig. 258, NS der größere Stab, welcher fest liegt und ns der kleinere Stab, welcher um o drehbar ist. Die Verlängerung von ns gehe durch den Mittelpunkt O des Stabes NS.

Der Pol s wird von S abgestoßen und von N angezogen und da Ss = Ns, so sind Abstoßung und Anziehung gleich. Bezeichnet st die Abstoßung und su die Anziehung, so ist sv die aus beiden Kräften resultirende Kraft. Ebenso wird der Pol n von N abgestoßen und von S angezogen und da Nn = Sn, so sind Anziehung und Abstoßung gleich. Bezeichnet nt_1 die Abstoßung und nu_1 die Anziehung, so ist nv_1 die aus beiden Kräften resultirende Kraft.

Es ist nun Dreieck NsS $\sim$ vts und Dreieck NnS $\sim$ $v_1 t_1 n$, daher

$$Ss : SN = st : sv$$
$$Nn : SN = nt_1 : nv_1$$

Bezeichnet man die Wirkung von S oder N auf s oder n in der Einheit der Entfernung mit q und Ss = Ns = r, so wie Nn = Sn = r_1, so ist nach dem Früheren

$$su = st = \frac{q}{r^2}$$

$$nu_1 = nt_1 = \frac{q}{r_1^{\,2}}$$

Setzt man nun NS = 2a, sv = w und $nv_1 = w_1$, so gehen die obigen Proportionen in folgende über:

$$r : 2a = \frac{q}{r^2} : w$$

$$r_1 : 2a = \frac{q}{r_1^{\,2}} : w_1$$

mithin

$$w = \frac{2aq}{r^3}$$

$$w_1 = \frac{2aq}{r_1^{\,3}}$$

Ist nun Ss von Os und Sn von On wenig verschieden, ist sn hinlänglich klein und bezeichnet man Oo mit e, so kann man setzen

$$r = r_1 = e$$

und daher

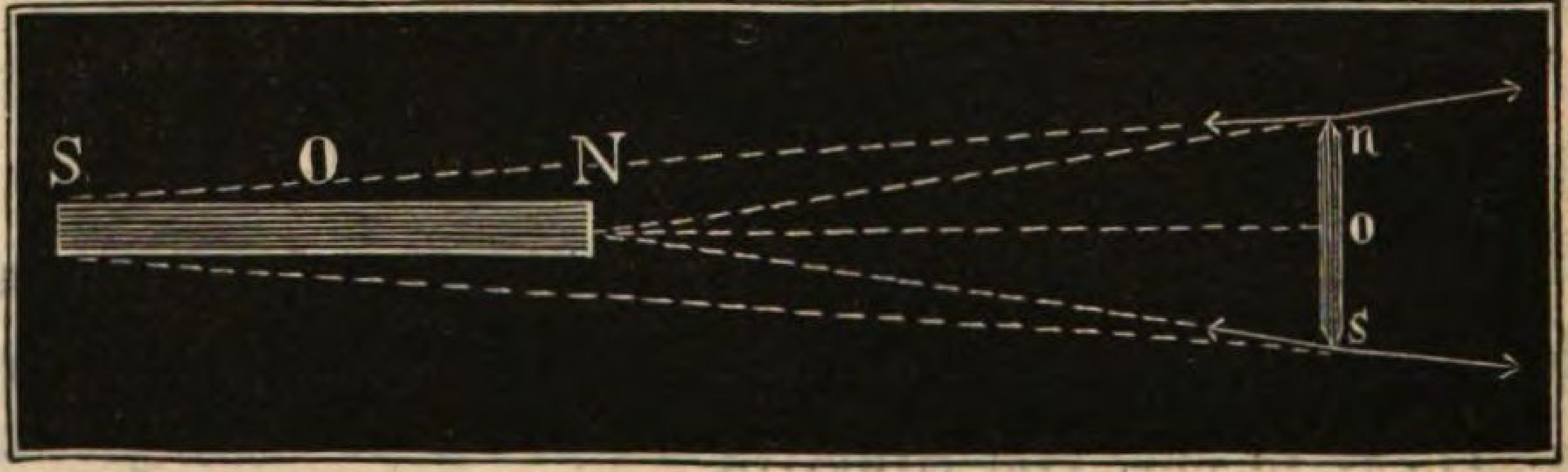
$$w = w_1 = \frac{2aq}{e^3}$$

wo nun w und w_1 ein Kräftepaar darstellen.

Es ist also die Gesammtwirkung des Stabes NS auf die Nadel ns dem Kubus der Entfernung beider umgekehrt proportional.

In Fig. 259 haben beide Stäbe eine solche Lage, daß die Verlängerung von NS durch den Mittelpunkt o des Stabes ns geht.

Fig. 259.



Bei einer hinlänglich großen Entfernung kann man $Ns = Nn = e - a$ und $Ss = Sn = e + a$ setzen.

Es ist dann die Wirkung von N auf s oder n

$$= \frac{q}{(e-a)^2}$$

und die Wirkung von S auf n oder s

$$= \frac{q}{(e+a)^2}$$

Da nun stets ein Pol des einen Stabes auf einen Pol des andern Stabes anziehend, auf den andern abstoßend wirkt, so hat man für die Gesammtwirkung

$$w = \frac{q}{(e-a)^2} - \frac{q}{(e+a)^2}$$

$$w = q\,[(e-a)^{-2} - (e+a)^{-2}]$$

Entwickelt man nach dem binomischen Lehrsatze, so ist

$$w = q\,(e^{-2} + 2e^{-3}a - \ldots - e^{-2} + 2e^{-3}a - \ldots)$$

und wenn man die höheren Potenzen von e vernachlässigt, so erhält man

$$w = \frac{4aq}{e^3}$$

Es ist daher bei dieser Lage der Stäbe die Wirkung doppelt so groß als bei der vorigen Lage derselben. Mithin wird durch die gegenseitige Lage zweier Magnetstäbe die Wirkung beider wesentlich verändert. Doch in allen Fällen ist die Wirkung dem Kubus der Entfernung umgekehrt proportional.

Die Größe q ist von den magnetischen Zuständen beider Stäbe abhängig. Bezeichnet man die Intensität des Stabes ns mit $\varkappa$ und die Intensität des Stabes NS mit k, so ist $q = \varkappa k$ und daher

$$w = \frac{2a\varkappa k}{e^3}$$

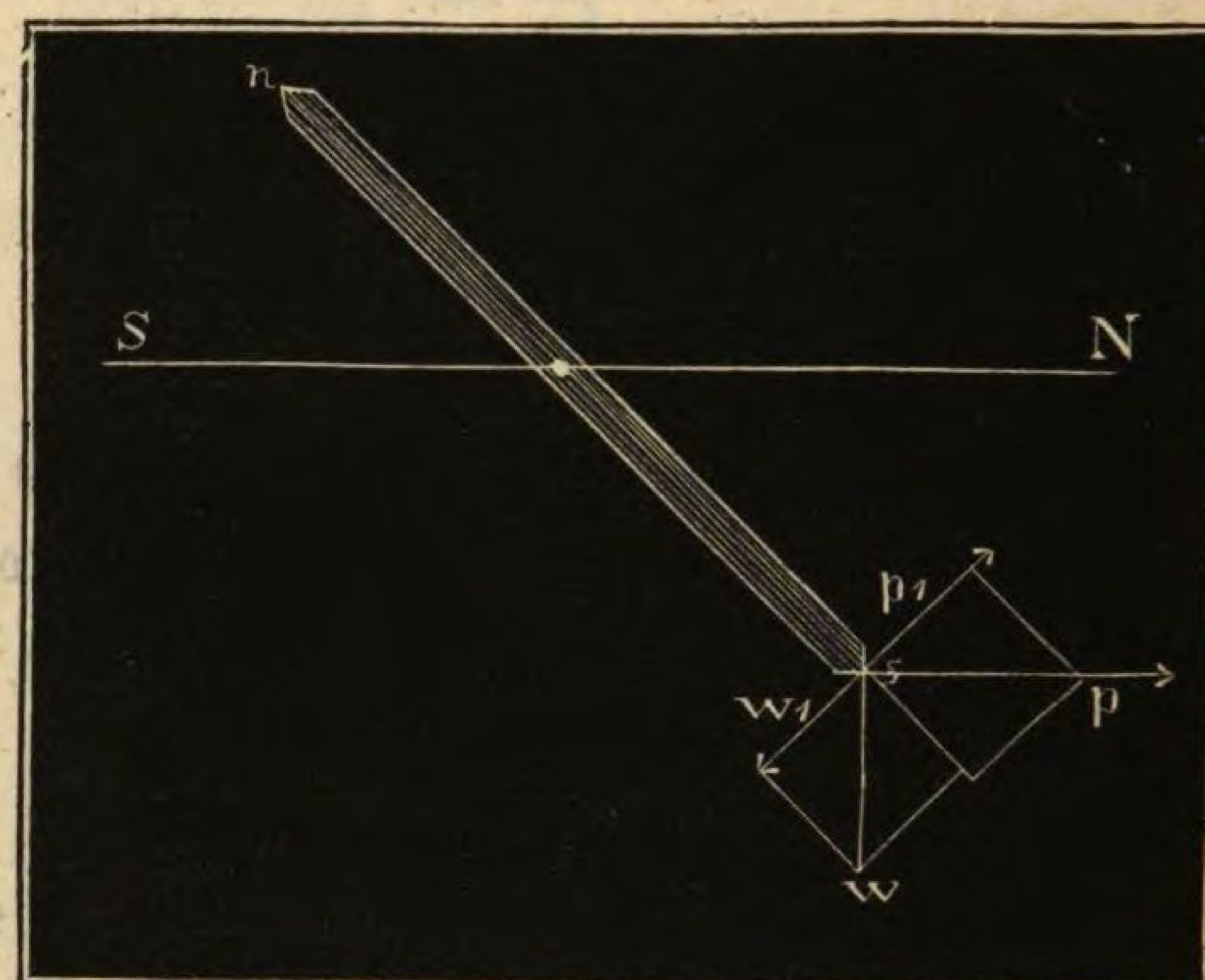
für die erste Lage und

$$w = \frac{4a\varkappa k}{e^3}$$

für die zweite Lage.

Wird nun eine im magnetischen Meridiane befindliche Nadel ns, Fig. 260, durch einen Stab NS, dessen Wirkungslinie auf dem magnetischen Meridiane senkrecht steht, abgelenkt, so nimmt sie eine mittlere Lage an. Ist der Ablenkungswinkel $= \varphi$, so ist $p \sin\varphi$ die Kraft, welche die Nadel nach dem magnetischen Meridiane zurücktreibt, und $w \cos\varphi$ die Kraft, welche ihr das Gleichgewicht hält, indem sie die Nadel vom magnetischen Meridiane abzulenken strebt. Es ist daher

Fig. 260.



$$p \sin\varphi = w \cos\varphi$$

und mithin

$$\frac{w}{p} = \tan\varphi$$

Es ist aber

$$w = \frac{2a\varkappa k}{e^3}$$

oder

$$w = \frac{4a\varkappa k}{e^3}$$

$$p = \varkappa\mu_1$$

daher

$$\tan\varphi = \frac{2ak}{\mu_1 e^3}$$

oder

$$\tan\varphi = \frac{4ak}{\mu_1 e^3}$$

woraus sich das Verhältniß des magnetischen Momentes des Stabes NS zur Intensität der horizontalen Componenten des Erdmagnetismus ergibt; das ist

$$\frac{ak}{\mu_1} = \frac{e^3}{2}\tan\varphi$$

oder

$$\frac{ak}{\mu_1} = \frac{e^3}{4}\tan\varphi$$

Aus der beobachteten Schwingungsdauer des Magnetstabes NS folgt aber

$$ak\mu_1 = \frac{\pi^2}{gt^2} \cdot T$$

Aus dieser und einer der beiden letzten Gleichungen findet man das magnetische Moment des Stabes NS, nämlich

$$ak = \frac{\pi}{t\sqrt{g}}\sqrt{\frac{T \cdot e^3 \tan\varphi}{2}}$$

oder

$$ak = \frac{\pi}{t\sqrt{g}}\sqrt{\frac{T \cdot e^3 \tan\varphi}{4}}$$

Ebenso findet man aus denselben Gleichungen die horizontale Componente der Intensität des Erdmagnetismus, nämlich

$$\mu_1 = \frac{\pi}{t\sqrt{g}}\sqrt{\frac{2\,T \operatorname{cotan}\varphi}{e^3}}$$

oder

$$\mu_1 = \frac{\pi}{t\sqrt{g}}\sqrt{\frac{4\,T \operatorname{cotan}\varphi}{e^3}}$$

Da endlich

$$\mu_1 = \mu \cos i$$

so ergibt sich die Intensität des Erdmagnetismus für den betreffenden Ort

$$\mu = \frac{\mu_1}{\cos i}$$

Das Maß μ der Intensität des Erdmagnetismus ist dasjenige Moment, mit welchem durch den Erdmagnetismus eine Magnetnadel umgedreht wird, deren magnetisches Moment der Einheit gleich ist. Das magnetische Drehungsmoment eines Stabes ist aber der Einheit gleich, wenn er einem andern gleichen und gleich magnetischen Stabe in der Stellung Fig. 258 und der Einheit der Entfernung ein Moment = 1, das ist 1 Millimetermilligramm, ertheilt.

Nach Weber ist, wenn die Beschleunigung der Schwere = 1 Millimeter gesetzt wird

in Göttingen $\mu = 1{,}774$ Millimetermilligramm.
in München $\mu = 1{,}905$ " " "
in Mailand $\mu = 2{,}018$ " " "

5. Intensität magnetischer und diamagnetischer Kräfte mit Rücksicht auf die chemische Zusammensetzung der Körper.

Plücker, von welchem diese Intensitätsbestimmungen gemacht worden sind, versteht unter der Intensität des Magnetismus einer Substanz die Intensität derjenigen Kraft, mit welcher diese Substanz in der Nähe eines Poles in Folge der magnetischen Induction von demselben angezogen wird.

Werden bei derselben Form und demselben Volumen zwei Körper von einem Magneten unter gleichen Umständen gleich stark angezogen, so sind sie gleich stark magnetisch. Sind aber die Anziehungen ungleich, so sind die Intensitäten ihrer Magnetkräfte diesen Anziehungen proportional.

Die Größe der Anziehung wird durch ein Gewicht gemessen, welches erforderlich ist, um den Körper vom Magneten abzureißen.

Sind in zwei gleichen Volumen gleich viel Atome enthalten, und haben diese Atome in beiden Fällen gegen den Magnetpol genau dieselbe Lage, so ist das Verhältniß der Anziehung der ganzen

Massen auch das Verhältniß der Anziehung der einzelnen Atome, wenn die Anziehung jedes einzelnen Atomes nicht durch die magnetische Erregung der übrigen Atome gestört wird und die angezogene Masse nicht rückwirkend den Magnetismus des Magnetpols verstärkt.

Befinden sich an demselben Orte, wo vorher ein Atom war, zwei, drei Atome desselben Körpers, so ist auch die vom Magnetpole ausgehende Anziehung zwei, dreimal so groß als vorher.

Bestimmt man den Magnetismus zweier verschiedener Körper einmal bei gleicher Atomzahl, das anderemal bei gleichem Gewichte, so ist das Verhältniß der Anziehung im ersten Falle, das Verhältniß des Magnetismus ihrer Atome und im zweiten Falle das Verhältniß des Magnetismus dieser Körper bei gleichem Gewichte.

Dasselbe gilt vom Diamagnetismus.

Um die Richtigkeit dieser Voraussetzungen und Schlüsse durch den Versuch zu bestätigen, wurden vier Lösungen von Eisenchlorür in Wasser dem Versuche unterworfen. In diesen Lösungen verhielten sich bei gleichem Volumen die Mengen der gleichmäßig vertheilten magnetischen Substanz wie

$$8 : 4 : 2 : 1$$

Die der Stärke der Anziehung entsprechenden Gewichte verhielten sich wie

$$3,^{gr}54 : 1,^{gr}80 : 0,^{gr}920 : 0,^{gr}425$$

also ebenfalls nahe wie

$$8 : 4 : 2 : 1$$

Hieraus geht hervor, daß die Anziehung der Eisenchlorürlösung der Menge der darin enthaltenen magnetischen Substanz proportional ist, wenn dieselbe gleichmäßig durch denselben Raum sich verbreitet.

Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von Resultaten, welche aus den angestellten Versuchen hervorgingen.

Namen der Substanzen.	Gewicht der Substanz in Grammen.	Menge des darin enthalt. Metalls. in Grammen.	Totalanziehung. in Grammen.	Relatives Maß des Magnetismus der Substanz bei gleichem Gewicht.	Relatives Maß des Magnetismus des Eisens oder Nickels in den verschiedenen Verbindungen.
Salpeters. Eisenoxyd-Lösung	14,55	1,212	2,502	0,172	2,064
Salzsaure " "	16,475	2,213	8,240	0,500	3,723
Schwefels. " "	18,25	2,243	5,335	0,292	2,379
Salzsaure Eisenoxydul "	16,535	2,825	7,095	0,429	2,501
Schwefels. " "	—	0,445	1,350	—	3,034
Schmalzmischung 50 : 1	8,225	0,161	82,37	—	510,74
Eisenoxyd I. Gepulvert	12,188	8,532	31,210	2,561	3,658
Eisenoxyd II. "	14,825	10,377	21,690	1,463	2,090
Rotheisenstein "	28,55	19,985	19,596	0,686	0,981
Eisenglanz "	33,72	23,604	91,755	2,721	3,887
Eisenoxydhydrat "	16,50	8,750	13,238	0,800	1,513
Brauneisenstein "	22,70	—	8,240	0,363	—
Künstl. Blutstein "	12,45	7,708	9,618	0,773	1,235
Schwefeleisen "	25,22	11,770	19,417	0,770	1,650
Nickeloxydul "	14,65	11,531	2,630	0,180	0,228
Nickeloxydulhydrat "	11,125	6,574	6,055	0,544	0,921

Die Zahlen der vierten Columne das ist das relative Maß des Magnetismus der Substanz bei gleichem Gewichte, erhält man, wenn man die Totalanziehung durch das Gewicht der Substanz dividirt.

Die Zahlen der fünften Columne erhält man, wenn man die Totalanziehung durch das Gewicht des in der Substanz enthaltenen Metalls dividirt. Bei den Lösungen wurde wegen des Diamagnetismus des Wassers die Totalanziehung jedesmal um 0,gr1 vermehrt.

Aus solchen Resultaten der Beobachtung wurde für die Vergleichung der Intensität des Magnetismus verschiedener Substanzen, sowohl für sich als auch in chemischer Verbindung mit andern nachfolgende übersichtliche Zusammenstellung berechnet, und hierbei die Intensität des Magnetismus des Eisens = 100000 gesetzt.

Eisen	100000
Magneteisenstein	40227
Eisenoxyd I.	500
„ „ II.	286
Rotheisenstein	134
Eisenglanz	533
Eisenoxydhydrat	156
Brauneisenstein	71
Künstlicher Blutstein	151
Trocknes schwefels. Eisenoxyd	111
Eisenvitriol	78
Salpeters. Eisenoxyd gesätt. Lösung	34
Salzs. Eisenoxyd „ „	98
Schwefels. Eisenoxyd „ „	58
Salzs. Eisenoxydul „ „	84
Eisenvitriol in seiner Lösung	126
Schwefels. Eisenoxydul im Eisenvitriol	142
Salpeters. Eisenoxyd in seiner Lösung	95
Salzs. Eisenoxyd	224
Schwefels. Eisenoxyd	133
Salzs. Eisenoxydul	190
Schwefels. Eisenoxydul	219
Eisenchloryd in der Lösung	254
Eisenchlorür	216
Eisenkies	150

Eisenoxydul in der salzsauren Lösung	381
„ „ „ „ schwefels. Lösung	462
Eisenoxyd im Hydrate	206
„ „ Blutstein	168
„ in der salpetersauren Lösung	287
„ „ „ salzsauren Lösung	516
„ „ „ schwefelsauren Lösung	332
Eisen im Magneteisenstein	55552
„ „ Oxyd I.	714
„ „ Oxyd II.	409
„ „ Rotheisenstein	191
„ „ Eisenglanz	761
„ „ Eisenoxydhydrat	296
„ „ Blutstein	240
„ „ Schwefelkies	321
„ „ schwefels. Eisenoxyd	349
„ „ Eisenvitriol	385
„ in der Lösung von salpeters. Eisenoxyd	410
„ „ „ „ „ salzsaur. „	737
„ „ „ „ „ schwefels. „	474
„ „ „ „ „ salzsaur. Eisenoxydul	490
„ „ „ „ „ schwefels. „	594
Nickeloxydul	35
Nickeloxydulhydrat	106
Salpeters. Nickeloxydul in seiner Lösung	65
Salzsaures „ „ „ „	100
Nickelchlorür in derselben Lösung	111
Nickeloxydul im Hydrat	142
Nickeloxydul in der salpeters. Lösung	164
„ „ „ „ salzsaur. „	171
Nickel im Oxydul	45
„ „ Oxydulhydrat	180
„ in der salpetersauren Lösung	208
„ „ „ salzsauren „	217
Manganoxydhydrat	70

Manganoxydoxydul	167
Manganoxyd im Hydrat	78
Mangan im Oxydhydrat	112
„ „ Oxydoxydul	232

Aus dieser Zusammenstellung läßt sich der relative Magnetismus der Atome dieser Substanzen ableiten. Wird der relative Magnetismus des Eisens in verschiedenen Verbindungen aber bei gleichem Gewichte desselben bestimmt, so ist dieses auch der relative Magnetismus der Atome dieser Substanzen, wenn diese nur ein einziges Atom Eisen enthalten. Wenn die zusammengesetzten Atome der Verbindungen aber mehrere Atome Eisen enthalten, so muß man die in vorstehender Uebersicht enthaltenen Zahlen mit der Anzahl der Eisenatome multipliciren, um den Magnetismus der zusammengesetzten Atome zu finden. Um die Nickel- und Manganverbindungen mit dem Eisen vergleichen zu können, muß man mit dem Atomgewichte des Eisens in das Atomgewicht des Nickels oder Mangans dividiren und mit dem erhaltenen Quotienten die Zahlen der vorstehenden Uebersicht beziehungsweise multipliciren.

Hiernach wurde die folgende Tabelle berechnet.

Name der Verbindung.	Magnetismus des Atoms.
Eisen	100000
Magneteisenstein	166656
Eisenoxyd I.	1428
Eisenoxyd II.	818
Rotheisenstein	392
Eisenglanz	1522
Eisenoxydhydrat	592
Blutstein	480
Schwefelkies	321

Name der Verbindung.	Magnetismus des Atoms.
Schwefelsaures Eisenoxyd	698
Eisenvitriol	385
Nickeloxydul	47
Nickeloxydulhydrat	190
Manganoxydhydrat	224
Manganoxydoxydul in Lösungen . .	696
Schwefels. Eisenoxydul	594
Schwefels. Eisenoxyd	938
Salpeters. Eisenoxyd	820
Salpeters. Nickeloxydul	219
Eisenchlorür	490
Eisenchlorid	1474
Nickelchlorür	229

Die nachstehende Tabelle wurde aus denjenigen Versuchen zusammengestellt, welchen die darin aufgeführten diamagnetischen Substanzen unterworfen wurden.

Name der Substanz.	Diamagnetische Abstoßung in Grammen.	Diamagnetismus bei gleichem Volumen.	Diamagnetismus bei gleichem Gewicht.
Wasser	0,14	100	100
Alkohol I. (0,813)	0,13	93	114
Alkohol II. (0,851)	0,17	122,5	143
Schwefeläther	0,13	93	127
Schwefelkohlenstoff	0,18	129	102
Schwefelsäure	0,09	64	34
Salzsäure	0,16	114	102

Name der Substanz.	Diamagnetische Abstoßung in Grammen.	Diamagnetismus bei gleichem Volumen.	Diamagnetismus bei gleichem Gewicht.
Salpetersäure	0,10	71	48
Geschlagenes Ochsenblut . .	0,17	122,5	—
Gesättigte Lösung von gelbem Blutlaugensalz	0,12	86	70
Gereinigtes Kochsalz, gepulvert	0,13	—	79
Wismuthoxyd, gepulvert . .	0,06	—	35
Schwefelblüthe	0,10	—	71
Terpentinöl	0,15	107	123
Quecksilber	0,44	314	23
Phosphor	0,245	1,72	100

Die Zahlen der zweiten und dritten Columne wurden durch Rechnung erhalten, indem die diamagnetische Abstoßung des Wassers = 100 gesetzt wurde.

---

6. Beziehungen zwischen Magnetismus und Licht.

Faraday beobachtete, daß wenn ein polarisirter Lichtstrahl und Magnetkraftlinien gleichzeitig und parallel durch ein durchsichtiges, nicht doppelbrechendes Mittel hindurchgehen, die Polarisationsebene des Strahles gedreht wird, und daß diese Drehung lediglich von der Richtung der Magnetkraftlinien abhängt.

Ist der durchsichtige Körper ein Diamagnetikum, so wird der Strahl, wenn er innere Reflexionen erleidet, fortwährend in derselben Richtung gedreht, so daß seine Gesammtdrehung gleich der Summe der Drehungen ist, welche er bei einem einmaligen Durchgange erleidet.

Diese Erscheinung zeigte ein Stück schweres Glas sehr gut, welches die Form eines Parallelepipedums hatte und an der einen Seite ganz so wie an den Grundflächen zum Theil versilbert war.

Matthiessen untersuchte eine große Anzahl von Gläsern in Beziehung auf ihr relatives Drehvermögen. Er fand, daß ein fast

reines Bleisilicat $SiO_3 \cdot 6PbO$ bei einer Dicke von 15 Millimeter die größte Drehung bewirkte. Diese Drehung betrug 20°. Das Faraday'sche Glas $SiO_3 \cdot 2B_0O_3 \cdot 3PbO$ bewirkte bei einer Dicke von 26 Millimeter eine größte Drehung von 9°. Ein Steinsalzwürfel 26 Millimeter dick brachte eine Drehung von 6° hervor.

Die Drehung ist nach Bertin größer, wenn der Strahl mit der magnetischen Axe zusammenfällt, als wenn er blos dicht neben derselben hingeht. Derselbe fand ferner, daß bei gleicher Form des Magneten der Effekt von der Masse abhängt. Ein Apparat, der fünfmal kleiner als ein anderer war, gab unter denselben Umständen eine zweimal schwächere Drehung.

Rücksichtlich der Dicke der Substanz und ihres Abstandes von den Polen fand Bertin, daß wenn der Abstand von einem Pole in einer arithmetischen Progression wächst, die Drehung in einer geometrischen Progression abnimmt.

Bezeichnet y die Größe der Drehung, x den Abstand der Substanz vom Pole, und r eine Constante, welche $= 0{,}97$ ist, wenn man des Millimeter zur Längeneinheit annimmt, so ist in der Gleichung

$$y = ar^x$$

das obige Gesetz enthalten. Für $x = o$ ist $y = a$. Es bezeichnet daher a die Größe der Drehung, welche stattfindet, wenn die Substanz den Magnetpol berührt.

Bezeichnet man mit c die Größe der Drehung, welche eine Schicht von einem Millimeter Dicke erzeugt, so ist die Drehung, welche eine Dicke von e Millimetern hervorbringt, gleich der Summe einer geometrischen Progression, deren erstes Glied c, deren Exponent r und deren Gliederzahl e ist. Demnach ist

$$a = c \cdot \frac{1 - r^e}{1 - r}$$

so wie

$$y = c \cdot \frac{1 - r^e}{1 - r} \cdot r^x$$

Wirken beide Pole, und ist der Abstand derselben $= d$, so steht die Substanz von dem einen, um die Größe x von dem an-

dern um die Größe d — e — x ab. Für die Gesammtwirkung ist daher

$$z = c\left(\frac{1 - r^e}{1 - r}\right)(r^x + r^{d-e-x})$$

Resultate, welche durch Versuche gewonnen wurden, stimmten mit den aus beiden Gleichungen berechneten überein.

Da der Werth von c lediglich von der Substanz abhing, so gab Bertin der Größe c den Namen Coefficient der magnetischen Polarisation.

Folgendes sind die Coefficienten für mehrere Substanzen, wo der des Faraday'schen Flintglases = 1 gesetzt ist.

Faraday's Flintglas . . .	1,00
Guinand's Flintglas . . .	0,87
Matthiessen's Flintglas . .	0,83
Sehr dichtes Flintglas . . .	0,55
Gemeines Flintglas	0,53
Zinnchlorid	0,77
Schwefelkohlenstoff	0,74
Phosphorchlorür	0,51
Gelöstes Chlorzink	0,55
Gelöstes Clorcalium	0,45
Wasser	0,25
Alkohol 36° B	0,18
Aether	0,15

Nach Untersuchungen von Plücker wird, wenn man einen beliebigen Krystall mit einer einzigen optischen Axe zwischen die beiden Pole eines Magneten bringt, diese Axe von jedem der beiden Pole abgestoßen. Wenn der Krystall zwei optische Axen hat, so wird jede dieser beiden Axen von jedem der beiden Pole mit derselben Kraft abgestoßen.

Die Kraft, welche diese Abstoßung hervorbringt, ist unabhängig von der magnetischen oder diamagnetischen Beschaffenheit der Masse des Krystalls; sie nimmt mit der Entfernung von den

Magnetpolen langsamer ab, als die, von diesen Polen aus auf den Krystall wirkenden magnetischen oder diamagnetischen Kräfte.

Ebenso untersuchte derselbe rasch abgekühltes Glas und fand, daß ein rasch abgekühlter Glascylinder sich wie ein einaxiger Krystall verhält, wobei die Axe des Cylinders die Stelle der optischen Axe einnimmt, und daß er diese Eigenschaft in Folge der raschen Abkühlung erhalten hat.

Nach Morichini wird eine Stahlnadel magnetisch, wenn sie mit der einen Hälfte der Wirkung den violetten Strahlen des Spectrums einige Zeit ausgesetzt wird. Die blauen und grünen Strahlen des Spectrums bringen zwar dieselbe Wirkung hervor, aber ihre Wirkung ist weniger intensiv, die gelben und rothen Strahlen dagegen sind wirkungslos.

---

7. Beziehungen zwischen Magnetismus und Wärme.

Wenn ein Stahlmagnet bis zum Weißglühen erhitzt wird, so verliert er seinen Magnetismus gänzlich; allein er verliert nicht die Fähigkeit, den Magnetismus wieder anzunehmen.

Kupffer beobachtete, daß der Magnetismus eines Magneten mit steigender Temperatur an Intensität abnimmt, so wie, daß ein Magnet längere Zeit einer bestimmten Temperatur ausgesetzt bleiben muß, bevor sein Magnetismus diejenige Intensitätsabnahme erleidet, welche überhaupt bei der fraglichen Temperatur statt hat.

Eisen verhält sich im glühenden Zustande gegen den Magneten gänzlich indifferent. Es gibt daher eine gewisse Grenze, über welche hinaus das Eisen sich nicht mehr wie ein magnetischer Körper verhält.

Nach Pouillet's Beobachtungen bleibt Kobalt auch bei den höchsten Temperaturen magnetisch. Für Chrom fand er die Grenze der magnetischen Wirkung etwas unter der Rothglühhitze, für Nickel bei 350°, und für Mangan zwischen 20 und 25°.

In neuerer Zeit hat Plücker darüber, wie Magnetismus und Diamagnetismus von der Temperatur abhängen, mehrere Versuchsreihen gemacht. Das Princip seiner Beobachtungsmethode besteht darin, daß er den zu prüfenden Körper auf eine Wagschale brachte, ihn erwärmte, hierauf die Schale auf die Pole eines kräftigen Magneten so aufsetzte, daß die Berührung nur in wenigen Punkten stattfand und diejenigen Gewichte bestimmte, welche erforderlich waren, die Schale, bei den verschiedenen Temperaturen, welche der Körper bis zu seiner vollständigen Abkühlung durchlief, von dem Magneten zu trennen.

Einige Resultate aus seinen Versuchsreihen sind folgende.

Eisen.

Temperatur.	Magnetische Anziehung.
330° C.	96,095 Gramm.
243,75	99,360 "
133,75	102,630 "
39	104,125 "

Nickel.

Temperatur.	Magnetische Anziehung.
331°,25 C.	2,5 Gramm.
233,75	46 "
127,5	64 "
32,5	71 "

Eisenoxyd.

Temperatur.	Magnetische Anziehung.
264° C.	59,420 Gramm.
162	67,875 "
46,75	74,985 "

Mangan-Oxyd-Oxydul.

Temperatur.	Magnetische Anziehung.
175°,5 C.	7,610 Gramm.
77,5	8,975 "
27	9,590 "

Um die diamagnetische Abstoßung des Wismuths zu beobachten, wurde am Arme der Wage mit Wachs ein Eisenstab befestigt,

so daß die Anziehung der leeren Schale 2,675 Gramm betrug. Diese Anziehung änderte sich durch die Erwärmung der Schale nicht.

Eine der Versuchsreihen ist folgende.

Temperatur.	Anziehung der Schale.	Diamagn. Abstoßung.
311°,56 C. . . .	2,620 Gramm. . .	0,055 Gramm.
255	2,620 „ . .	0,055 „
251,25 . . .	2,300 „ . .	0,375 „
250	2,000 „ . .	0,675 „
247,5	1,875 „ . .	0,800 „
242,5	1,820 „ . .	0,855 „
221,25 . . .	1,735 „ . .	0,940 „
176,25 . . .	1,700 „ . .	0,975 „
148,75 . . .	1,680 „ . .	0,995 „

Aus allen diesen Versuchen geht hervor, daß die magnetische Anziehung sowohl als die diamagnetische Abstoßung mit abnehmender Temperatur wächst, daß also in höheren Temperaturen die Intensitäten dieser Naturkräfte kleiner sind, als in niederen Temperaturen.

---

8. Darstellung künstlicher Magnete.

Es gibt verschiedene Methoden, nach welchen man den Magnetismus in Stahlstäben erregt und fixirt. Im allgemeinen unterscheidet man den einfachen oder getrennten Strich, den Doppelstrich und den Kreisstrich.

Der einfache oder getrennte Strich besteht darin, daß man auf die Mitte des zu magnetisirenden Stahlstabes den einen Pol eines Magneten aufsetzt und bis an das eine Ende streicht, welches man 40 bis 50 mal wiederholt. Hierauf streicht man in gleicher Weise die andere Hälfte des Stabes mit dem andern Pole des Magneten. Man kann aber auch die entgegengesetzten Pole zweier Magnete gleichzeitig in der Mitte des Stabes aufsetzen, mit jedem die eine Hälfte des Stabes bestreichen, indem man gleichzeitig

beide Magnetstäbe von der Mitte nach den Enden zu bewegt, und dieses mehrmals wiederholt.

Der Doppelstrich besteht darin, daß man auf die Mitte des Stahlstabes die entgegengesetzten Pole zweier Magnete auffetzt, so daß sie mit dem Horizonte einen Winkel von 15 bis 20° machen und sie dann beide nach dem einen und zurück nach dem andern Ende bewegt, dieses mehrmals wiederholt, und sie endlich gleichzeitig von der Mitte des Stabes abhebt. Die beiden Enden der Streichmagneten dürfen sich dabei nicht berühren, was man dadurch bewirkt, daß man einen unmagnetischen Körper, ein Stückchen Holz u. dergl. dazwischen legt.

Vortheilhaft ist es in beiden Fällen, wenn man den Stahlstab mit seinen Enden auf die entgegengesetzten Pole zweier starker Magnete legt.

Beim Kreisstrich werden vier Stahlstäbe zur Form eines Rechteckes zusammengelegt, die Streichmagnete wie beim Doppelstriche aufgesetzt und mehrmals in derselben Richtung herumgeführt.

Der erregte Magnetismus ist im Allgemeinen um so stärker, je stärker die Streichmagnete sind; allein es gibt für jeden Stab eine Grenze, über welche hinaus sein Magnetismus nicht bleibend verstärkt werden kann; man nennt dieses den Sättigungspunkt. Wird der Magnetismus über diese Grenze hinaus verstärkt, so nimmt er allmählig bis zum Sättigungspunkte wieder ab.

Um den erregten Magnetismus zu fixiren, werden die Magnetstäbe armirt, d. h. man legt zwei gleich lange Magnetstäbe in geringer Entfernung parallel nebeneinander, so daß die gleichnamigen Pole nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind, und legt an je zwei Pole einen Stab weiches Eisen, einen sogenannten Anker, so daß das Ganze ein Rechteck bildet. Der in den Ankern erregte Magnetismus hält den der Stäbe gleichsam fest.

Auch die natürlichen Magnete werden armirt, indem man die Polenden mit dünnen Eisenplatten belegt, welche starke Füße haben, an die man einen Anker legt, den man mit Gewichten belasten kann.

Werden mehrere Magnetstäbe so nebeneinander gelegt, daß die gleichnamigen Pole nach derselben Seite gerichtet sind, und durch Schrauben oder Messingbänder fest mit einander verbunden, so nennt man dieses ein magnetisches Magazin. Der mittlere Magnetstab ist hierbei der längste, die zu beiden Seiten folgenden sind immer etwas kürzer.

Oft gibt man solchen Magazinen die Form von Hufeisen, an welche man Anker legt, die man mit Gewichten belastet.

Elfter Abschnitt.

Von der Electricität.

---

1. Von der Electricität im Allgemeinen.

Es gibt in der Natur eine große Menge von Erscheinungen, welche man electrische Erscheinungen nennt. Sie finden ihre Erklärung in der Annahme, daß in allen Körpern zwei gleichartige, aber in ihren Eigenschaften entgegengesetzte Fluida, die positive und die negative Electricität sich vorfinden. Diese Fluida sind von der Art, daß die Schwere nicht auf sie wirkt. Alle Erscheinungen, welche diese Fluida hervorbringen, gehen vielmehr aus der allgemeinen Eigenschaft derselben hervor, daß gleichnamige Electricitäten sich abstoßen, entgegengesetzte Electricitäten sich anziehen.

Es sind daher die Electricitäten nur im freien Zustande, d. h. nur wenn sie von einander geschieden sind, wirksam. Sind die Electricitäten vereinigt, so zeigen sie keine Wirkung; es ist dann eben so, als ob sie nicht vorhanden wären. Alle Wirkungen, welche die geschiedenen Electricitäten hervorbringen, haben ihren Grund in dem Bestreben derselben, sich wieder zu vereinigen. Wo freie Electricität sich vorfindet, sucht sie mit einer gleichen Quantität entgegengesetzter Electricität sich zu verbinden, und wenn diese nicht vorhanden ist, so stört sie das electrische Gleichgewicht anderer Körper.

Allen electrischen Erscheinungen muß nach dieser Ansicht eine Scheidung der Electricität vorausgehen.

Es gibt sehr viele Ursachen, durch welche die Electricitäten geschieden werden. Die am meisten gekannten Ursachen sind folgende.

a) Reibung. Wenn zwei Körper an einander gerieben werden, so zeigt der eine Körper freie positive, der andere freie negative Electricität.

b) Vertheilung. Wenn ein Körper, welcher freie Electricität enthält, einem andern Körper, in welchem die Electricitäten vereinigt sind, genähert wird, so stört die freie Electricität des ersten Körpers das electrische Gleichgewicht im zweiten Körper, indem sie die entgegengesetzte Electricität anzieht, die gleichnamige abstößt.

c) Berührung. Wenn zwei Körper, welche die Electricität leiten, sich berühren, so werden in den Berührungspunkten die Electricitäten geschieden. Der eine Körper enthält freie positive, der andere Körper enthält freie negative Electricität. Diese Electricitäten werden aber, da sie sich gegenseitig anziehen, an den Berührungsstellen zurückgehalten.

d) Bewegung eines Magneten. Wenn ein Magnet einem die Electricität leitenden Körper genähert oder in der Nähe desselben bewegt wird, so inducirt derselbe in dem Leiter einen electrischen Strom, d. h. der Leiter wird von beiden Electricitäten in entgegengesetzter Richtung durchflossen.

e) Bewegung eines von einem electrischen Strome durchflossenen Leiters. Ein solcher Leiter inducirt in einem genäherten Leiter ebenfalls einen electrischen Strom.

f) Temperaturdifferenzen. Wenn zwei Stäbe verschiedener Metalle so zusammengelöthet werden, daß sie ein geschlossenes Ganze bilden, so entsteht darin ein electrischer Strom, wenn die Temperaturen der Löthstellen ungleich sind.

g) Organische Thätigkeit. Entweder durch Muskelbewegung oder durch eigenthümliche, die Electricitäten scheidende Organe.

h) Chemische Actionen, Krystallisation, Druck, Spalten fester Körper und dergleichen mehr.

Man kann allgemein annehmen, daß bei jeder mechanischen und chemischen Action der Körper die Electricitäten geschieden werden, daß also jede Naturthätigkeit von electrischen Erscheinungen begleitet ist.

---

2. Scheidung der Electricitäten durch Reibung und Vertheilung.

Die Electricitätsentwicklung durch Reibung mag wohl am längsten bekannt und zuerst am Bernstein (ηλεκτρον) beobachtet worden sein.

Die Körper zerfallen in Beziehung auf ihr Verhalten gegen die durch Reibung frei gewordenen Electricitäten in zwei Gruppen. Bei den Körpern der einen Art bleibt die frei gewordene Electricität an der geriebenen Stelle oder verbreitet sich nur langsam weiter; bei den Körpern der andern Art verbreitet sie sich aber über den ganzen Körper mit einer sehr großen Geschwindigkeit. Die Körper der ersten Art nennt man Nichtleiter oder schlechte Leiter der Electricität; die Körper der letzten Art nennt man Leiter oder gute Leiter der Electricität.

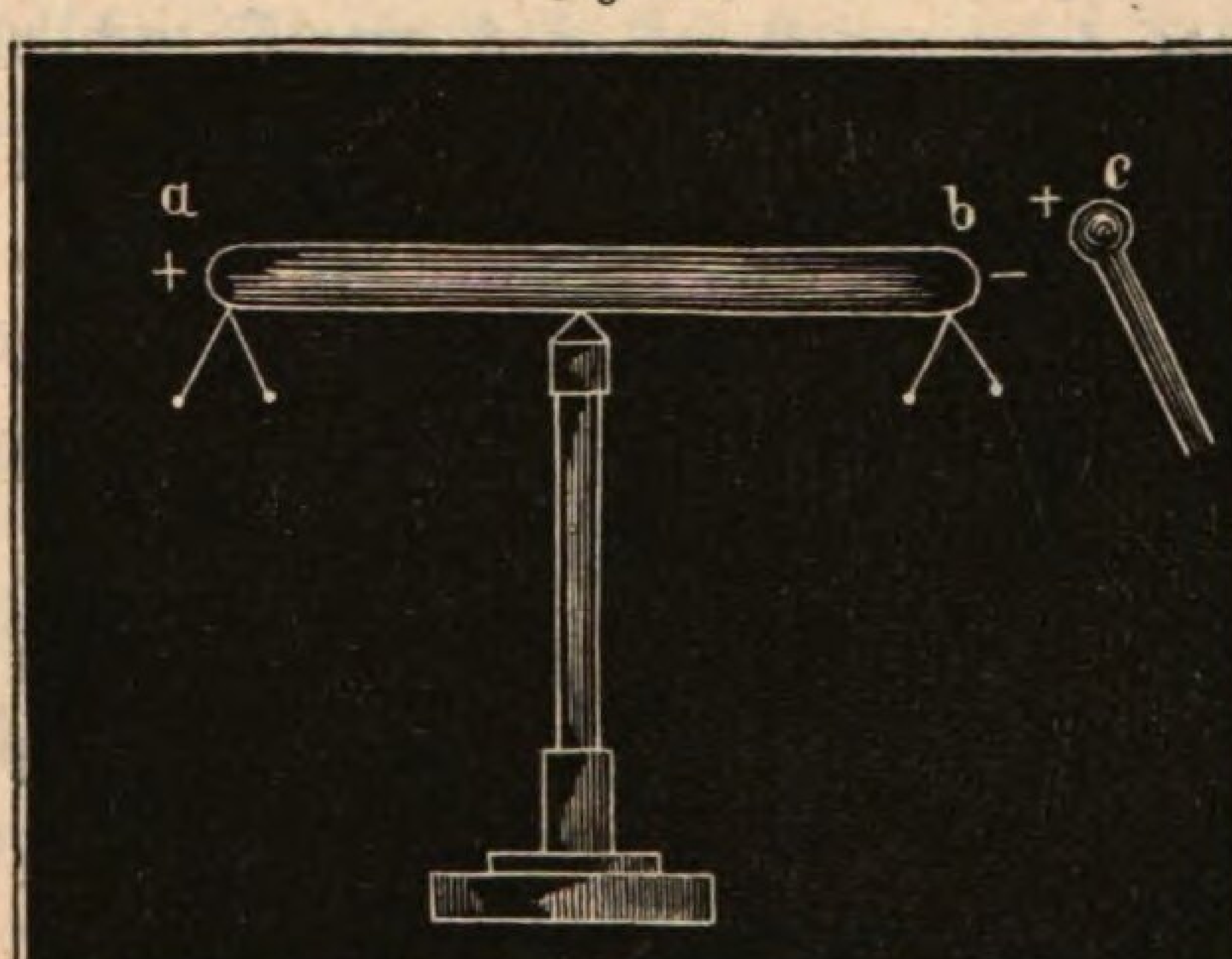
Man kann daher nur bei schlechten Leitern, wenn sie gerieben werden, electrische Erscheinungen beobachten; bei guten Leitern beobachtet man, wenn man sie reibt, keine electrische Erscheinung, weil die geschiedenen Electricitäten sich sofort wieder vereinigen; es ist eben so, als ob keine Electricität frei würde. Verbindet man aber einen guten Leiter mit einem schlechten Leiter, so beobachtet man auch am guten Leiter die electrischen Erscheinungen. Man sagt dann, der gute Leiter sei isolirt und nennt den schlechten Leiter den Isolator. Ein vorzüglicher Isolator ist die Gutta Percha.

Zu den schlechten Leitern der Electricität gehören vorzugsweise alle Harze, Firnisse, fette Oele, Wachs, Seide, Haare, Federn, Glas, Edelsteine, die Metalloxyde und trockene Gase. Zu den guten Leitern der Electricität gehören die Metalle, die Kohle, Salze, nicht

fette Flüssigkeiten, glühende, geschmolzene Substanzen, Dämpfe, lebende Organismen.

Derselbe Körper zeigt, wenn er gerieben wird, nicht immer dieselbe freie Electricität, sondern er kann, je nach der Natur desjenigen Körpers, mit welchem er gerieben wird, bald freie positive, bald freie negative Electricität zeigen. Wird Glas mit Wolle oder Seide gerieben, so ist auf dem Glase freie positive Electricität, auf der Wolle und Seide aber freie negative Electricität. Wird Glas mit einem Katzenpelze gerieben, so hat das Glas freie negative Electricität, der Katzenpelz freie positive Electricität. Wird Harz mit Katzenpelz, Wolle oder Seide gerieben, so hat das Harz freie negative Electricität, die andern Substanzen haben freie positive Electricität. Die Temperatur, die Beschaffenheit der Oberfläche, die Farbe haben hierauf Einfluß. Reibt man ein schwarzes seidenes Band mit einem weißen seidenen Bande, so hat das erstere freie negative, das letztere freie positive Electricität. Werden zwei Stücke desselben Bandes übers Kreuz gerieben, so hat das festgehaltene freie positive das bewegte freie negative Electricität. Reibt man eine polirte Glasplatte an einer mattgeschliffenen, so zeigen beide entgegengesetzte freie Electricität.

Fig. 261.



Nähert man einem isolirten Leiter ab, Fig. 261, welcher im natürlichen Zustande sich befindet, einen Körper c, welcher freie Electricität enthält, so stört die freie Electricität dieses Körpers das electrische Gleichgewicht im isolirten Leiter. Hat der genäherte Körper z. B. freie positive Electricität, so zieht diese die negative Electricität des Leiters an und stößt die positive Electricität desselben ab, so daß die negative Electricität sich bei b, die positive sich bei a ansammelt, und zwar sammeln sich die freien Electri-

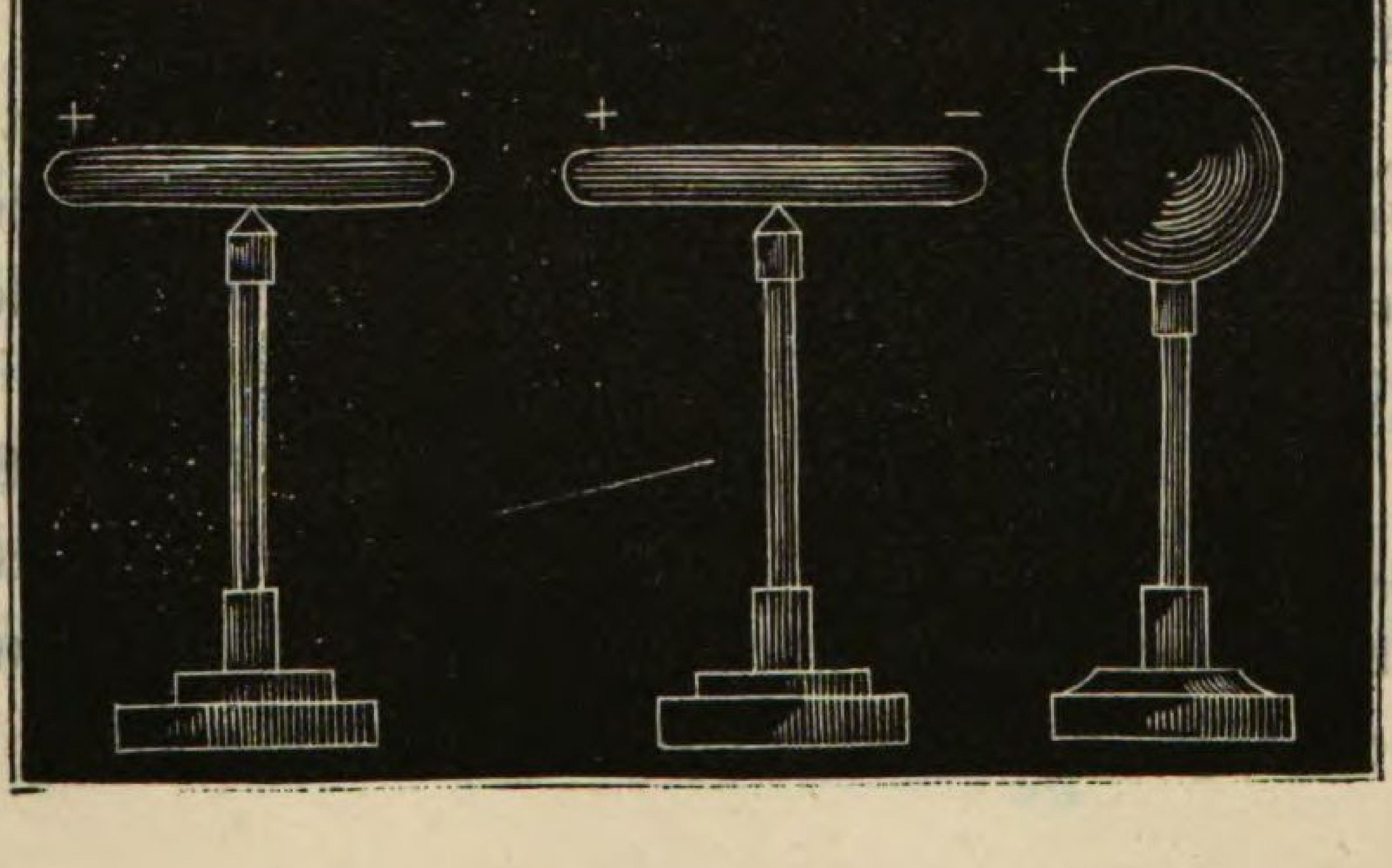
citäten an den genannten Stellen um so mehr an, je näher der Körper c gebracht wird. Hat der isolirte Leiter an jedem Ende ein Pendelpaar, so divergiren diese Pendel, indem jedes das andere abstößt. Es geht hieraus hervor, daß jedes Pendel desselben Paares gleichnamige freie Electricität hat.

Entfernt man den Körper c, so kehrt in dem isolirten Leiter der natürliche Zustand zurück, indem die geschiedenen Electricitäten sich wieder vereinigen. Die Pendel fallen wieder zusammen.

Berührt man, wenn im isolirten Leiter die Electricitäten noch geschieden sind, denselben mit der Hand oder setzt ihn auf irgend eine Art mit der Erde in leitende Verbindung, so wird die abgestoßene Electricität abgeleitet, d. h. sie verbindet sich mit einer gleichen Quantität entgegengesetzter Electricität, die angezogene Electricität wird aber nicht abgeleitet. Man sagt daher, die letztere sei gebunden. Entfernt man nun den Körper c, nachdem man vorher die leitende Verbindung mit der Erde wieder aufgehoben hat, so ist der Leiter seiner ganzen Ausdehnung nach mit der angezogenen Electricität geladen. Bringt man ihn hierauf nochmals mit der Erde in leitende Verbindung, so kehrt in ihm der natürliche Zustand zurück.

Wenn man mehrere isolirte Leiter hinter einander stellt, Fig. 262, und dem ersten derselben einen Körper nähert, welcher freie Electricität hat, so werden in allen Leitern die Electricitäten geschieden, so daß die entgegengesetzten einander zugekehrt sind. Es wirkt hier die abgestoßene freie Electricität eines jeden Leiters vertheilend auf die Electricitäten des folgenden Leiters. Entfernt man den Kör-

Fig. 262.



per, welcher die freie Electricität enthält, so kehren alle Leiter in den natürlichen Zustand zurück.

Nähert man einem isolirten Leiter einen Körper, welcher viel freie Electricität enthält, so wirkt diese zunächst vertheilend auf die Electricitäten des Leiters. Bei fortgesetzter Annäherung wächst aber die Spannung, das ist die Kraft, mit welcher die entgegengesetzten Electricitäten sich zu vereinigen streben, und in einer gewissen Entfernung findet die Vereinigung statt, indem die Electricitäten die zwischen ihnen befindliche Luftschicht durchbrechen.

Die Vereinigung, welche man wegen der großen Geschwindigkeit den electrischen Schlag nennt, ist von einer Lichterscheinung, dem electrischen Funken, welcher von einem Körper zum andern überspringt, und von einem knisternden Geräusche begleitet. Es haben dann zwei gleiche Quantitäten der entgegengesetzten Electricität sich vereinigt und der Leiter hat mit dem ihm genäherten Körper gleichnamige Electricität. Die Entfernung, bei welcher der Schlag erfolgt, nennt man die Schlagweite.

Ist die Spannung nicht groß genug, um die zwischen beiden Körpern befindliche Luftschicht zu durchbrechen, so erfolgt die Vereinigung beider Electricitäten erst bei der Berührung der Körper. Hierbei zeigt sich kein electrischer Funke und kein Geräusch. Nach der Berührung haben beide Körper gleichnamige Electricität.

Ist die Masse des einen Körpers so klein, daß die Wirkung der Schwere geringer ist als die electrische Spannung, so wird dieser Körper von jenem angezogen, bleibt einen Augenblick mit ihm in Berührung und wird hierauf, weil nun beide Körper dieselbe freie Electricität haben, wieder abgestoßen.

Diese Erscheinung beobachtet man, wenn man eine Stange von Siegellack oder Glas reibt und diese in die Nähe kleiner leichter Körper wie Papierschnitzel, Hollundermarkkügelchen und dergleichen bringt.

Ist der Leiter, welchem ein Körper mit freier Electricität genähert wird, nicht isolirt, so werden die Electricität des Leiters zwar ebenfalls geschieden; allein nur die angezogene sammelt sich an der dem angenäherten Körper zunächst gelegenen Stelle des Leiters;

die abgestoßene verbreitet sich über den ganzen Leiter und alle mit ihm in leitender Verbindung befindliche Körper. Bei hinlänglicher Spannung und Annäherung springt eine Funke über; aber nach erfolgter Vereinigung der Electricitäten haben nicht etwa beide Körper freie gleichnamige Electricität, sondern sie sind beide in den natürlichen Zustand zurückgekehrt, weil vom vertheilend wirkenden Körper gerade so viel Electricität angezogen wird, als er freie Electricität enthält, mithin nach der Vereinigung beider Electricitäten auf keiner Seite ein Ueberschuß bleibt.

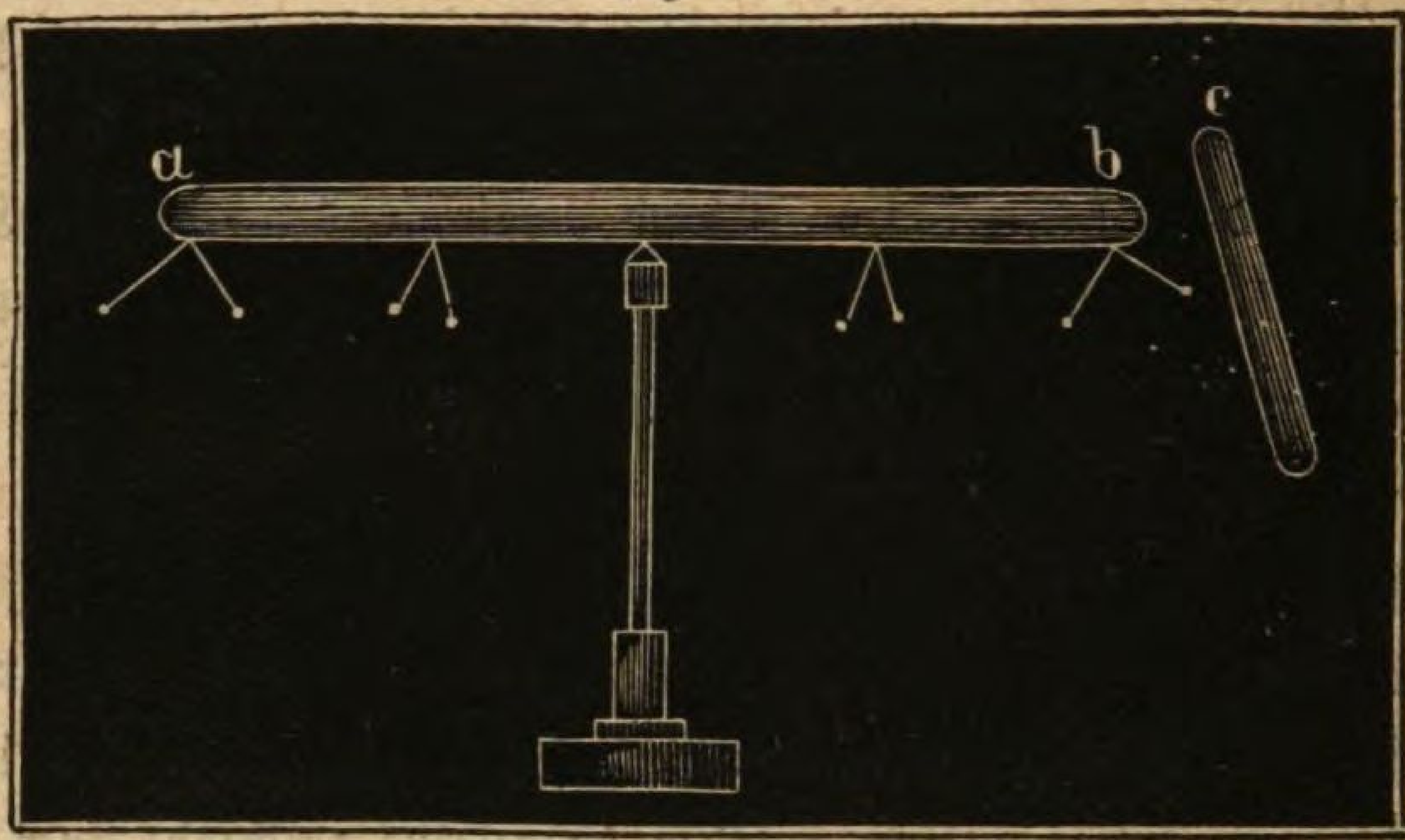
Entfernt man den genäherten Körper wieder, ohne daß vorher eine Vereinigung seiner freien Electricität mit der im Leiter angezogenen Electricität stattgefunden hat, so vereinigen sich die im Leiter geschiedenen Electricitäten wieder. Dasselbe geschieht auch, wenn die freie Electricität des vertheilend wirkenden Körpers durch einen andern Körper neutralisirt wird. Da aber in diesem Falle die Vereinigung der geschiedenen Electricitäten mit Heftigkeit erfolgt, und von Erscheinungen begleitet ist, welche denen des electrischen Schlages ähnlich sind, so nennt man diese Vereinigung den electrischen Rückschlag.

Die freie Electricität verbreitet sich bei einem Körper nur über die Oberfläche desselben. Wird einer isolirten Metallkugel freie Electricität mitgetheilt und wird sie hierauf von zwei metallenen Hohlkugeln, deren innere Flächen die Kugel gerade berühren und die mit isolirenden Handgriffen versehen sind, umhüllt; so findet man, wenn man die Hohlkugeln rasch hinwegnimmt, daß alle freie Electricität auf dieselbe übergegangen ist, daß die Metallkugel keine freie Electricität mehr enthält.

Die freie Electricität ist nur bei einer Kugel über die Oberfläche derselben gleichmäßig vertheilt, und hat auch nur auf einer Kugeloberfläche in allen Punkten dieselbe Dichtigkeit und Spannung. Bei jedem nicht kugelförmigen Körper ist die Vertheilung der freien Electricität auf seiner Oberfläche und mithin auch die Dichtigkeit und Spannung derselben in verschiedenen Punkten der Oberfläche ungleich.

Hat ein isolirter Leiter ab, Fig. 263, mehrere Pendelpaare und man nähert ihm einen Körper c, welcher freie Electricität hat,

Fig. 263.



so werden die Electricitäten im isolirten Leiter geschieden und die Pendel divergiren. Die Divergenz derselben ist an den beiden Enden des Leiters am größten und nimmt gegen die Mitte hin ab. Da nun die eine Electricität angezogen, die andere abgestoßen wird, so ist die electrische Spannung und mithin die Dichte der geschiedenen Electricitäten an beiden Enden des Leiters am größten; während nach der Mitte zu Spannung und Dichtigkeit abnehmen.

Es ist mithin die Divergenz dieser Pendel ein Maß für die Spannung und Dichtigkeit der Electricität, indem die Divergenz der Pendel um so größer ist, je größer Spannung und Dichtigkeit sind.

Leitet man hierauf die abgestoßene Electricität ab und entfernt den Körper c, so daß der Leiter nur die eine Electricität enthält, so findet in Beziehung auf die Divergenz der Pendel dasselbe statt. Sie divergiren an den Enden des Leiters am meisten, in der Mitte desselben am wenigsten. Hieraus folgt aber, daß die über den Leiter verbreitete freie Electricität an den Enden desselben die größte Spannung und Dichtigkeit hat, und daß Spannung und Dichtigkeit nach der Mitte zu abnehmen.

Wird ein Körper, welcher freie Electricität enthält, mit einer Spitze versehen, so verliert er seine Electricität sehr bald, indem diese von der Spitze aus in die Luft entweicht, was um so mehr

geschehen muß, da in der Nähe der Spitze die electrische Spannung am größten ist. In gleicher Weise wirken Flammen, wegen des in derselben aufsteigenden Stromes leitender Dämpfe. Führt man einen mit Electricität geladenen Körper über Spitzen oder Flammen, so wird er sehr rasch entladen.

Hat man zwei gleiche isolirte kugelförmige Leiter und sind beide mit derselben Electricität geladen, so wird die gleichmäßige Vertheilung gestört, wenn man die Kugeln einander so nahe bringt, daß die Electricitäten auf einander wirken können. Die Dichtigkeit nimmt in den genäherten Punkten ab, in den diametral gegenüberliegenden zu, sie wird in den ersten Punkten gleich null, in den letzteren ein Maximum, wenn man die Kugeln sich berühren läßt. Sind beide Kugeln mit entgegengesetzten Electricitäten geladen, so findet das Entgegengesetzte statt, indem dann die Dichtigkeit in den zugekehrten Punkten am größten, in den abgewendeten am kleinsten ist.

Jeder isolirte Leiter verliert, wenn er freie Electricität enthält, dieselbe nach und nach gänzlich. Dieser Verlust rührt theils daher, daß die Isolatoren nicht vollständig isoliren und etwas Electricität ableiten, theils und vorzugsweise daher, daß die atmosphärische Luft, wegen des beständig darin enthaltenen Wasserdampfes, kein vollständiger Isolator ist.

Ein mit Schellackfirnis überzogener Glasstab isolirt schwache Ladungen vollständig, wenn er 15 bis 20 Zoll lang und vollkommen trocken ist. Eine möglichst vollkommene Trockenheit wird vorzugsweise durch Erwärmung erreicht. Ist die Ladung stark und folglich die Spannung groß, so verbreitet sich die Electricität nach und nach über den Isolator und weiter.

Ein Leiter ist vollständig isolirt, wenn er mit mehreren Isolatoren in Verbindung gebracht, von seiner Electricität nicht mehr verliert, als wenn er mit einem einzigen Isolator verbunden ist. Der Verlust, welchen er überhaupt dann noch erleidet, rührt von der Berührung mit der Luft her.

Die Luft leitet die Electricität um so besser, je mehr Feuchtigkeit sie enthält. An Tagen, wo die Luft trocken ist, beträgt dieser

Verlust $^1/_{70}$ bis $^1/_{60}$ an feuchten Tagen aber $^1/_{20}$ der gesammten Electricität. Aber nicht blos in feuchter Luft, sondern auch in solcher, welche mit Chlorcalcium vollständig getrocknet ist, findet eine allmälige Abnahme der Electricität statt, was wohl in der leichten Beweglichkeit der Lufttheilchen seinen Grund haben mag.

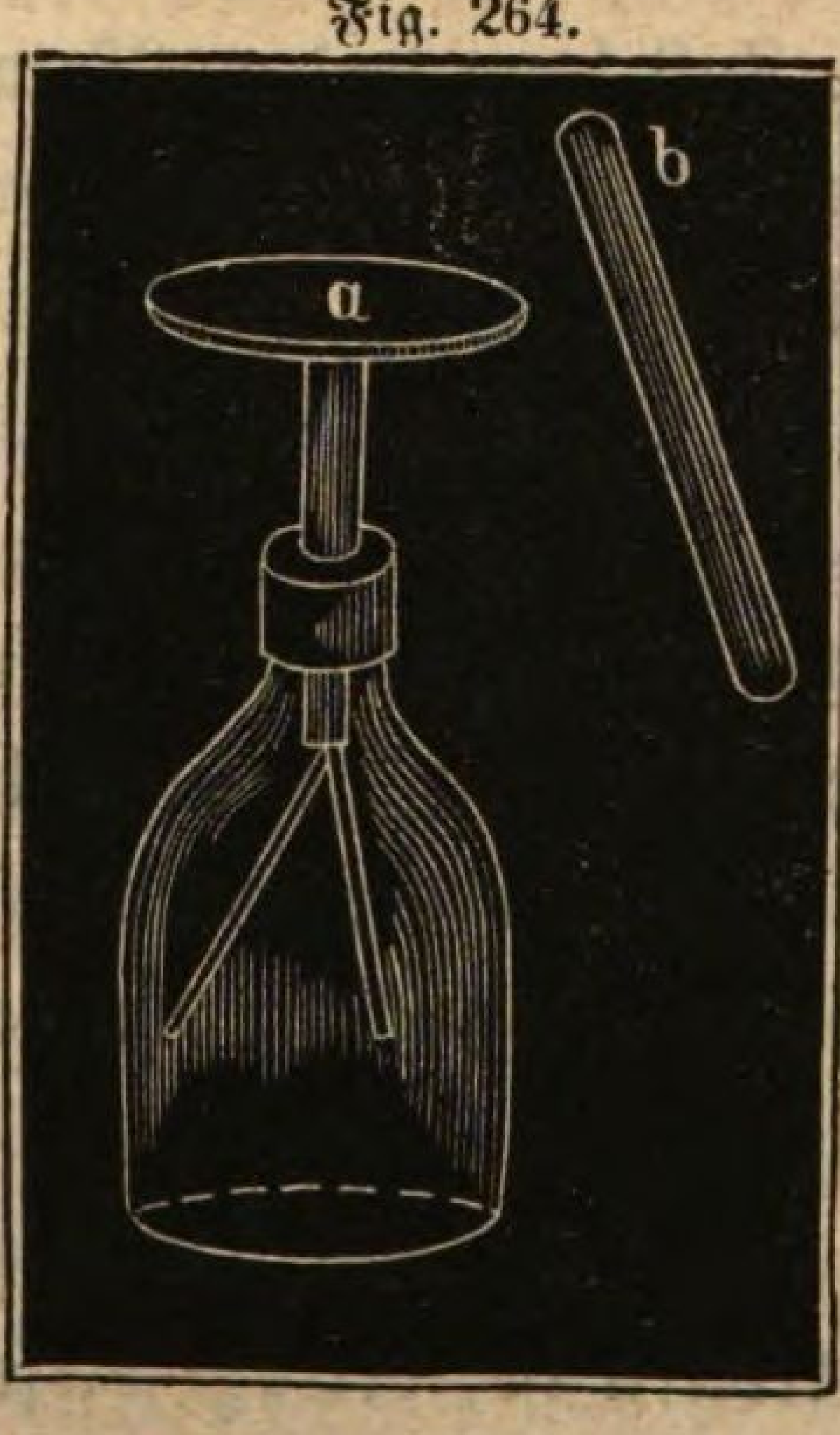
Die Größe der Anziehung oder Abstoßung, mit welcher zwei Körper, welche freie Electricität enthalten, auf einander wirken, ist der Dichtigkeit der Electricitäten direct und dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional.

Dieses Gesetz ist von Coulomb nachgewiesen worden. Er bediente sich einer kleinen Nadel von Schellack, welche an einem Coconfaden horizontal aufgehangen und an dem einen Ende mit einem Scheibchen von Blattgold versehen war. Diesem Scheibchen wurde freie Electricität mitgetheilt. Hierauf ließ er die Nadel unter der Wirkung eines isolirten und ebenfalls mit freier Electricität versehenen Leiters schwingen. Ferner bediente er sich der nach ihm benannten Drehwage, wo die abstoßende Kraft durch die Torsion eines feinen Fadens gemessen wird.

---

3. Apparate, welche sich auf die Scheidung der Electricitäten durch Reibung und Vertheilung gründen.

Fig. 264.



Das Electroskop, Fig. 264, besteht im Wesentlichen aus zwei Pendeln; entweder Hollundermarkkügelchen oder Strohhalme oder Goldblättchen; welche in einem Glase eingeschlossen und mit einem Metallstifte verbunden sind. Dieser ragt aus dem Glase hervor und ist mit einer Kugel oder einer Platte versehen.

Dieser Apparat dient dazu, anzuzeigen, ob ein Körper freie Electricität hat, und ob diese freie Electricität positiv oder negativ ist. Nähert man der Platte

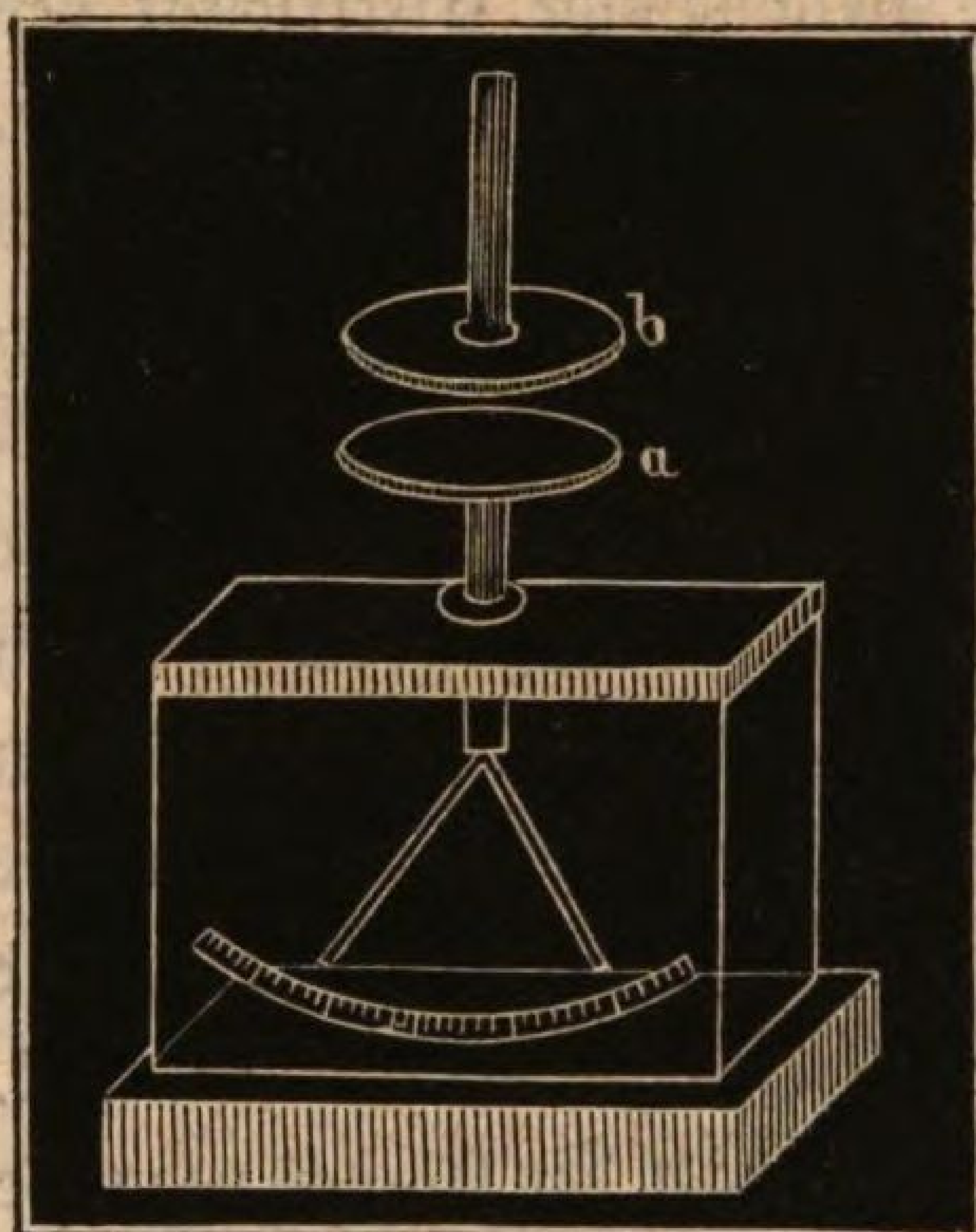
a einen Körper b, welcher freie Electricität hat, so werden in der Platte die Electricitäten geschieden, so daß auf der Platte die entgegengesetzte, auf den Pendeln die gleichnamige Electricität des Körpers b sich ansammelt. Es stoßen daher die Pendel sich ab. Ist die Electricität des Körpers b bekannt, ist sie z. B. positiv, so ist die Electricität der Platte negativ, die der Pendel positiv. Berührt man die Platte mit dem Finger, so wird die positive Electricität der Pendel abgeleitet; sie fallen zusammen; und nur die negative Electricität der Platte ist noch vorhanden, indem sie durch die positiv Elektricität des Körpers b gebunden ist. Entfernt man hierauf den Körper b, so divergiren die Pendel wieder, indem sie nun freie negative Electricität enthalten. Bringt man nun in die Nähe der Platte einen Körper, dessen Electricität man prüfen will, und die Divergenz der Pendel wächst, so enthält der Körper negative Electricität; gehen aber die Pendel zusammen und bei größerer Annäherung erst wieder auseinander, so enthält der Körper positive Electricität. Im ersten Falle stößt die negative Electricität des genäherten Körpers die freie negative Electricität des Electroskops ab und bewirkt außerdem noch eine Scheidung der vereinigten Electricitäten des Electroskops. Es müssen daher die Pendel fortwährend divergiren und ihre Divergenz muß wachsen, je näher man den Körper bringt. Im zweiten Falle zieht die positive Electricität des genäherten Körpers die freie negative Electricität des Electroscops an. Die Pendel fallen daher zusammen. Bei größerer Annäherung bewirkt aber der Körper eine Scheidung der vereinigten Electricitäten des Electroskops; daher divergiren die Pendel wieder durch die abgestoßene positive Electricität.

Kennt man daher die freie Electricität des Instruments, so kann man jedesmal die freie Electricität eines ihm genäherten Körpers bestimmen.

Der Condensator, Fig. 265 (a. f. S.), besteht aus einem Electroskope, dessen Pendel an einem getheilten Kreisbogen sich bewegen, so daß man nach der Größe des Ausschlags auf die Stärke der electrischen Spannung schließen kann. Die Pendel befinden sich in einem Gehäuse aus Platten von Spiegelglas, welche gut und luft-

dicht verkittet sind. Im Boden des Gehäuses ist ein Kästchen mit Stücken von Chlorcalcium, wodurch die Luft im Apparate trocken erhalten wird. Die Platte a ist auf der obern Seite mit einer dünnen Firnißschicht überzogen. Auf die Platte a wird eine Platte b gesetzt, welche einen isolirenden Handgriff hat und auf der untern Seite mit einer Firnißschicht überzogen ist, so daß beide Firnißschichten sich berühren. Beide Platten müssen genau auf einander passen, so daß die Berührung in möglichst vielen Punkten stattfindet.

Fig. 265.



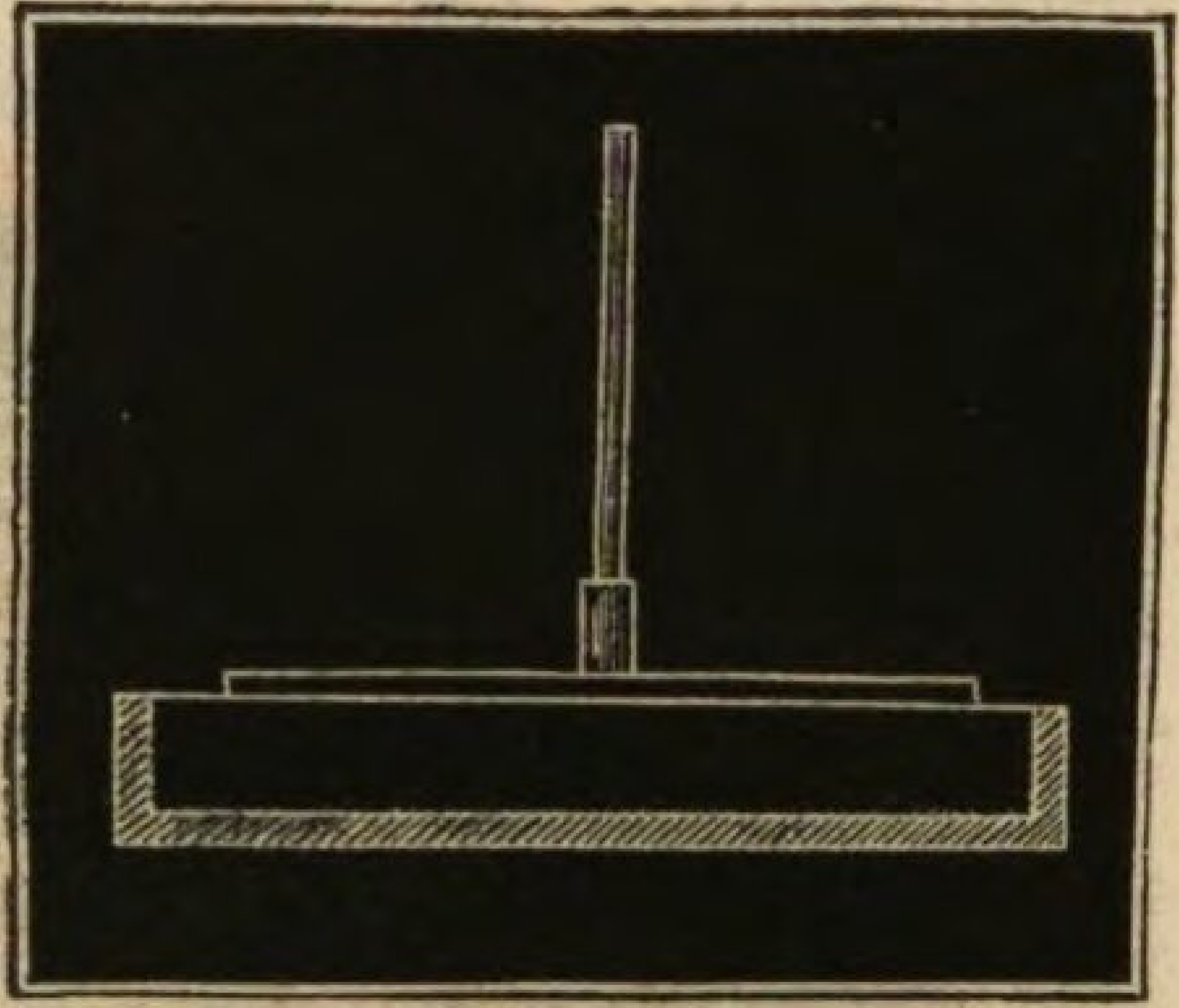
Der Condensator hat vorzugsweise den Zweck, das Vorhandensein sehr geringer Mengen freier Electricität anzuzeigen.

Berührt man die untere Seite der Platte a mit einem Körper, welcher freie Electricität, z. B. freie positive Electricität hat, so neutralisirt diese einen Theil der negativen Electricität der Platte, so daß diese nun ebenfalls freie positive Electricität enthält. Diese freie positive Electricität der Platte a bewirkt aber eine Scheidung der Electricitäten in der Platte b, indem sie die negative Electricität derselben bindet. Leitet man die freie positive Electricität der Platte b durch Berührung mit dem Finger ab, so bewirkt die negative Electricität derselben eine stärkere Bindung der positiven Electricität der Platte a. Wird nun die Platte b abgehoben, so divergiren die Pendel um so mehr, je größer das Quantum der gebundenen Electricität war. Die Platte b muß so abgehoben werden, daß sie in allen Punkten gleichzeitig von der Platte a entfernt wird.

Der Electrophor, Fig. 266 (a. f. S.), besteht im Wesentlichen aus einem Harzkuchen, eine Mischung von Schellack und venetianischem Terpentin, welcher in eine metallische Form, gleichsam einen Teller, eingegossen ist, und aus einer mit einem isolirenden Handgriffe versehenen metallischen Scheibe.

Wenn man den Harzkuchen mit einem Katzenpelze reibt oder mit einem Fuchsschwanze schlägt, so sammelt sich auf seiner Oberfläche freie negative Electricität. Diese bewirkt eine Scheidung der Electricitäten des Tellers, indem sie die positive anzieht, die negative abstößt. Durch die positive Electricität des Tellers wird aber die negative Electricität des Harzkuchens vollständig gebunden.

Fig. 266.



Setzt man nun auf den Harzkuchen die metallische Scheibe, so werden in dieser die Electricitäten geschieden; die positive wird angezogen und gebunden, die negative wird abgestoßen. Leitet man diese letztere durch Berührung mit dem Finger ab und hebt die metallische Scheibe am isolirenden Griffe in die Höhe, so enthält sie freie positive Electricität. Die Scheibe muß so in die Höhe gehoben werden, daß sie sich in allen Punkten gleichzeitig vom Harzkuchen entfernt.

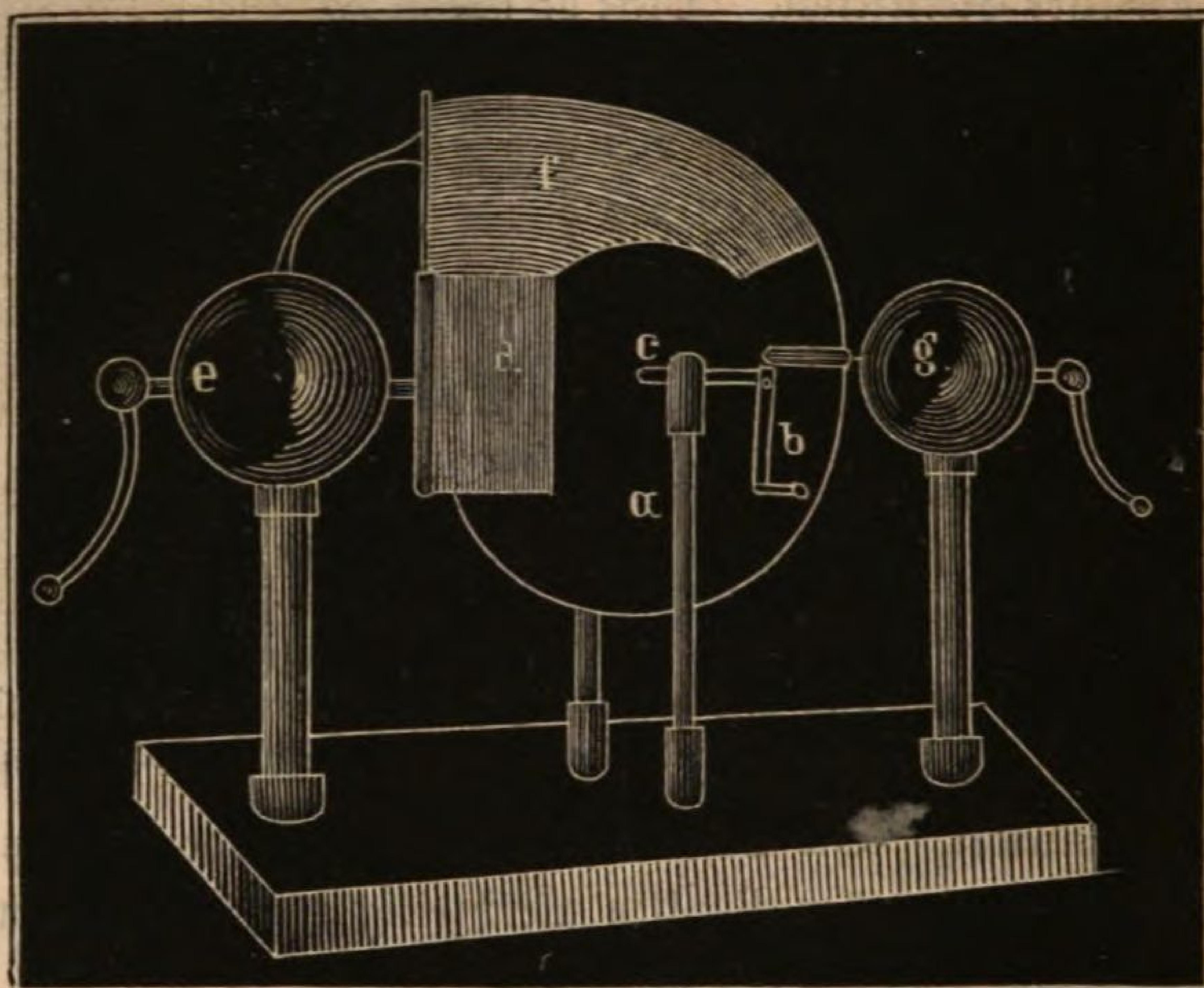
Die Electrisirmaschine ist ein Apparat, welcher den Zweck hat, die Electricitäten in größerer Menge zu scheiden. Sie besteht aus einem reibenden Körper, dem Reiber, aus einem Reibzeuge und einem isolirten Leiter, dem Conductor.

Der Reiber ist eine um eine Axe drehbare Scheibe oder ein Cylinder von Glas. Das Reibzeug besteht aus einem Pferdehaarkissen, welches mit feinem Leder überzogen ist, dem man an der Stelle, wo es das Glas berührt, einen Ueberzug von Zinnamalgam gibt. Das Reibzeug wird mittelst einer Feder an den Reiber angedrückt. Der Conductor besteht gewöhnlich aus mehreren an beiden Enden abgerundeten hohlen Cylindern von Messingblech, welche auf gläsernen Säulen stehen, die mit einer Firnißschicht überzogen sind.

Die Fig. 267 (s. f. S.) stellt eine Electrisirmaschine dar. a ist eine Glasscheibe, welche mittelst einer Kurbel b um die Axe c gedreht werden kann. d ist das Reibzeug, welches aus zwei Kissen besteht, zwischen denen die Scheibe bewegt wird. e ist ein mit dem Reib-

zeuge verbundener Conductor. f ist Wachstaffet zu beiden Seiten der Scheibe, und g ist ein Conductor.

Fig. 267.



Der Gang der Maschine ist sehr leicht einzusehen. Wenn die Scheibe gedreht wird, so werden zufolge der zwischen der Scheibe und dem Reibzeuge stattfindenden Reibung die Electricitäten geschieden. Die positive geht auf das Glas, die negative geht auf das Reibzeug und den Conductor e über und kann hier durch eine leitende Verbindung mit der Erde beständig neutralisirt werden. Die positive Electricität wird durch den Wachstaffet auf der Scheibe gehalten und bewirkt im Conductor g eine Scheidung der Electricitäten, indem sie die negative anzieht und sich mit derselben neutralisirt, die positive aber abstößt, so daß der Conductor g mit freier positiver Electricität geladen wird. Da die am Reibzeuge geschiedenen Electricitäten durch die Conductoren e und g fortwährend neutralisirt werden, so kann die Scheidung immer wieder stattfinden, woraus folgt, daß die positive Electricität des Conductors g fortwährend vermehrt wird. Diese Vermehrung kann indessen nicht bis ins Unendliche fortgehen, sondern muß dann eine Grenze erreichen, wenn die negative Electricität des Conductors die positive

Electricität des Glases nicht mehr neutralisiren kann. Um zu wissen, wenn diese Grenze erreicht ist, setzt man ein Quadrantenelectrometer, Fig. 268, mit dem Conductor in Verbindung. Bei fortgesetzter Vermehrung der freien Electricität steigt das Pendel; anfänglich rasch, später langsam; und die Grenze der Ladung ist erreicht, wenn das Pendel zu steigen aufhört.

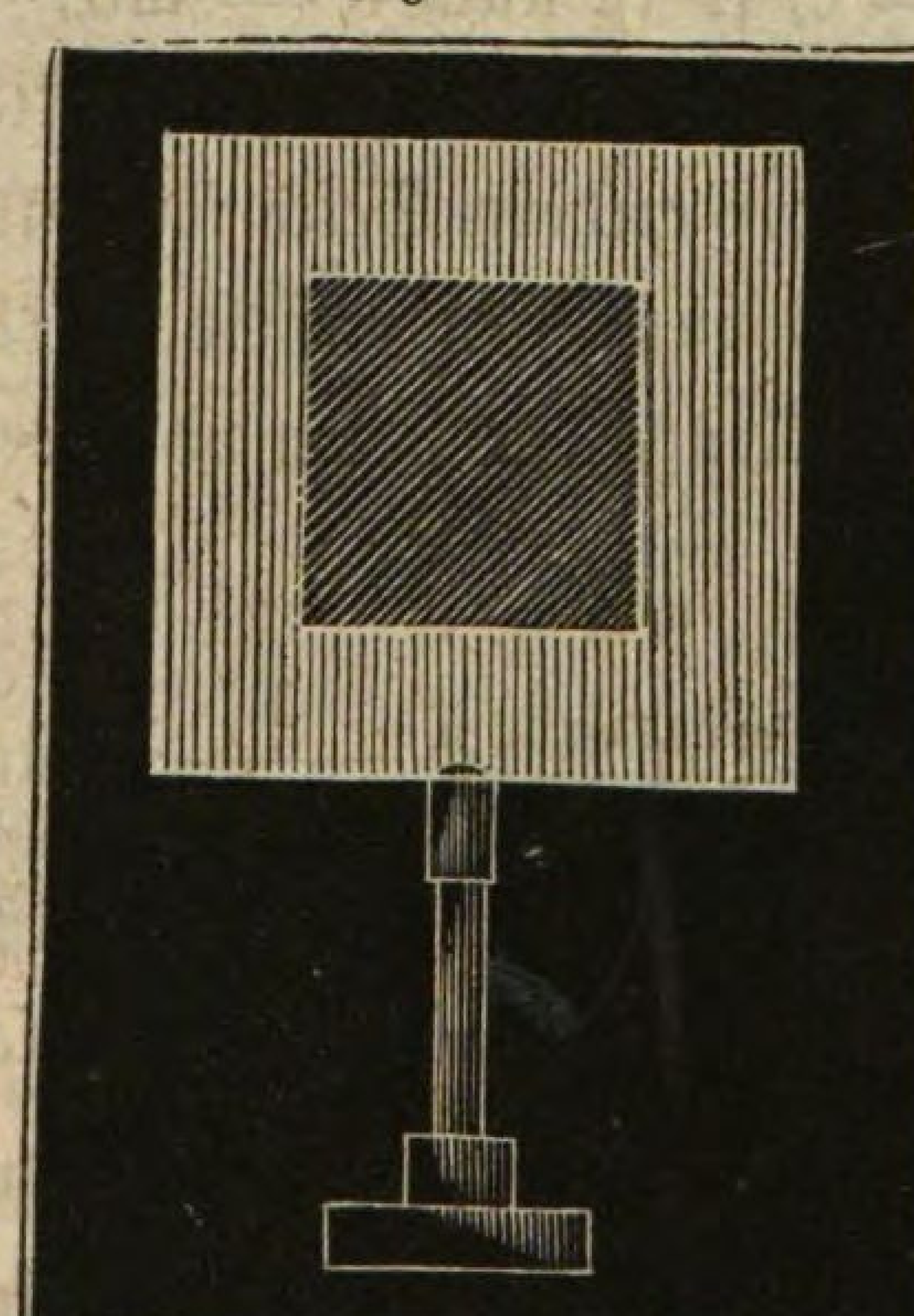
Fig. 268.



Auf die hier angegebene Weise wird der Conductor g mit freier positiver Electricität geladen. Will man dagegen freie negative Electricität haben, so muß man den Conductor g mit der Erde in leitende Verbindung setzen; den Conductor e aber nicht. Dann wird der letztere ganz in derselben Weise mit freier negativer Electricität geladen, wie vorher der Conductor g mit freier positiver Electricität geladen wurde.

Die **Franklin'sche Tafel**, Fig. 269, ist eine Glasscheibe, ungefähr einen Fuß lang und einen Fuß breit. Auf jeder Seite ist sie mit Staniol belegt, so daß das Glas überall vom Rande aus eine Hand breit frei bleibt, welches man mit einer dünnen Firnißschicht überzieht. Wird die eine Seite mit dem Conductor einer Maschine, welcher freie positive Electricität enthält, die andere Seite mit der Erde in leitende Verbindung gebracht, so sammelt sich auf der ersten Seite positive, auf der letzten Seite negative Electricität, welche sich durch die dünne Glastafel hindurch gegenseitig anziehen und binden. Hebt man die leitenden Verbindungen mit dem Conductor der Maschine und der Erde auf, so dauert die Anziehung und Bindung beider Electricitäten durch die Glastafel fort. Soll aber die

Fig. 269.



Bindung auf der einen Seite, z. B. die Bindung der positiven Electricität vollständig sein, so muß auf der andern Seite freie negative Electricität sich befinden. Leitet man diese freie negative Electricität ab, so ist die andere negative Electricität vollständig gebunden, indem nun auf der andern Seite freie positive Electricität sich befindet. Fährt man so fort, die freie Electricität abwechselnd auf der einen und der andern Seite abzuleiten, so wird die Tafel nach und nach entladen. Bringt man aber beide Seiten mit einander in leitende Verbindung, so vereinigen sich beide Electricitäten und die Tafel kehrt in den natürlichen Zustand zurück.

Für das Verhältniß der gesammten Electricität zur gebundenen auf einer Seite der Tafel läßt sich ein einfacher Ausdruck ableiten. Ist die gesammte positive Electricität auf der einen Seite der Tafel $= a$ und die Menge der vollständig gebundenen negativen Electricität auf der andern Seite derselben $= b$, so ist offenbar $a > b$. Es sei $b = ma$, wo m ein echter Bruch ist, dessen Werth von der Beschaffenheit der Tafel abhängt. Nun bindet aber die negative Electricität eine bestimmte Menge der positiven Electricität, wo die erstere ebenfalls größer als die letztere ist. Sei die letztere $= c$, so ist auch $c = mb$, da die gebundene Electricität auf der einen Seite stets derselbe aliquote Theil der gesammten Electricität auf der andern Seite sein muß. Hiernach ist $c = m^2a$ die Menge der gebundenen positiven Electricität und folglich $a - m^2a = d$ die Menge der freien positiven Electricität. Es ist aber

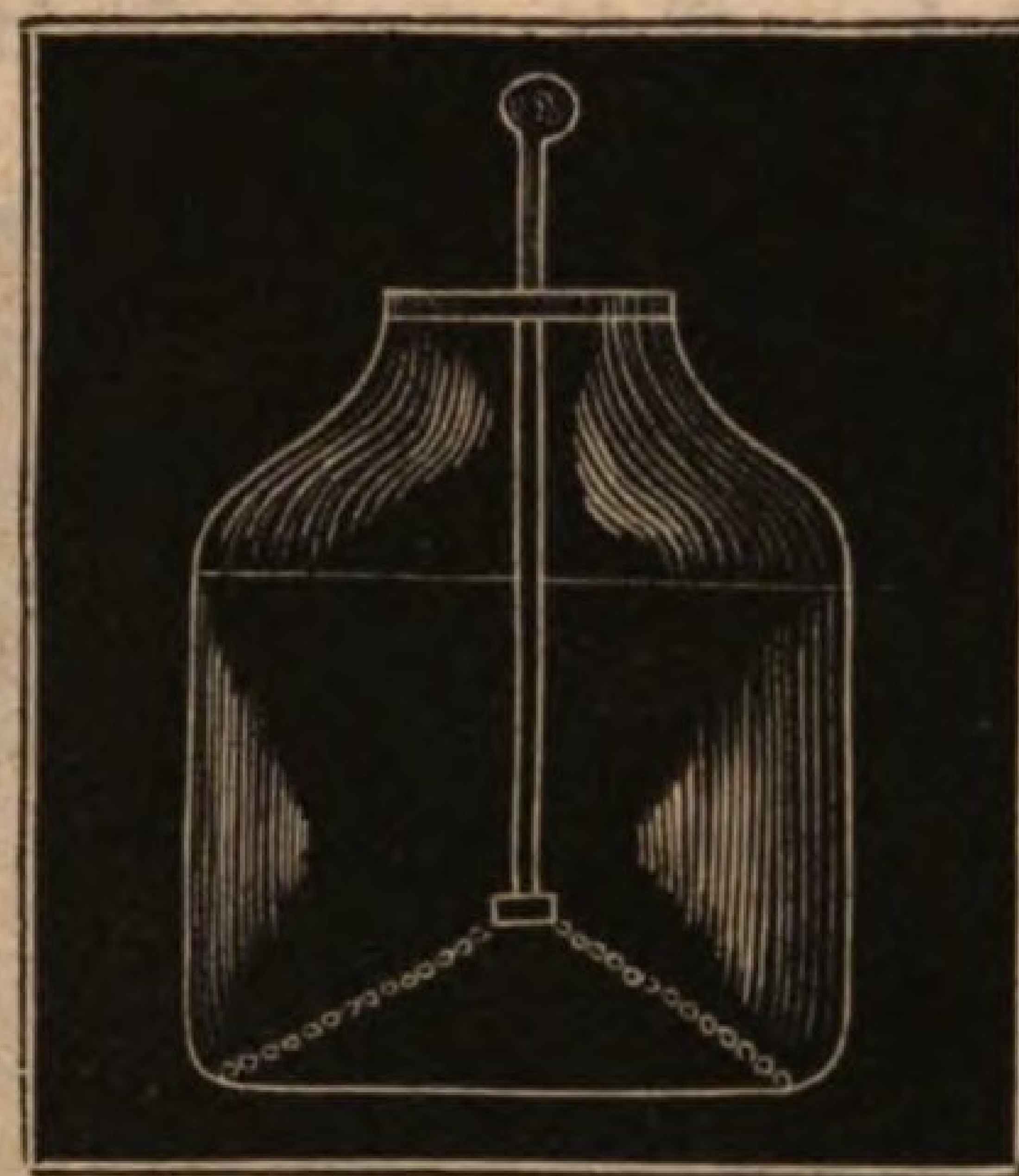
$$a : d = 1 : 1 - m^2$$

Der Bruch $\frac{1}{1-m^2}$ drückt daher die bindende Kraft der Tafel aus, welche um so größer ist, je mehr m der Einheit sich nähert; denn für $m = 1$ ist die gesammte Electricität ist gebunden.

Die Leidner Flasche, Fig. 270 (s. f. S.), ist nur eine veränderte Form der Franklin'schen Tafel. Sie ist auf der inneren und äußeren Fläche bis auf mehrere Zolle von der äußern Oeffnung mit Staniol belegt; der nicht belegte Theil aber ist mit einer Firnißschicht überzogen. Durch die Oeffnung der Flasche geht ein Metall-

stab, welcher oben eine Kugel trägt und unten mit der innern Belegung der Flasche in leitender Verbindung steht. Anstatt der innern Belegung kann man auch die Flasche mit Eisenfeile oder Schrotkörnern füllen.

Fig. 270.

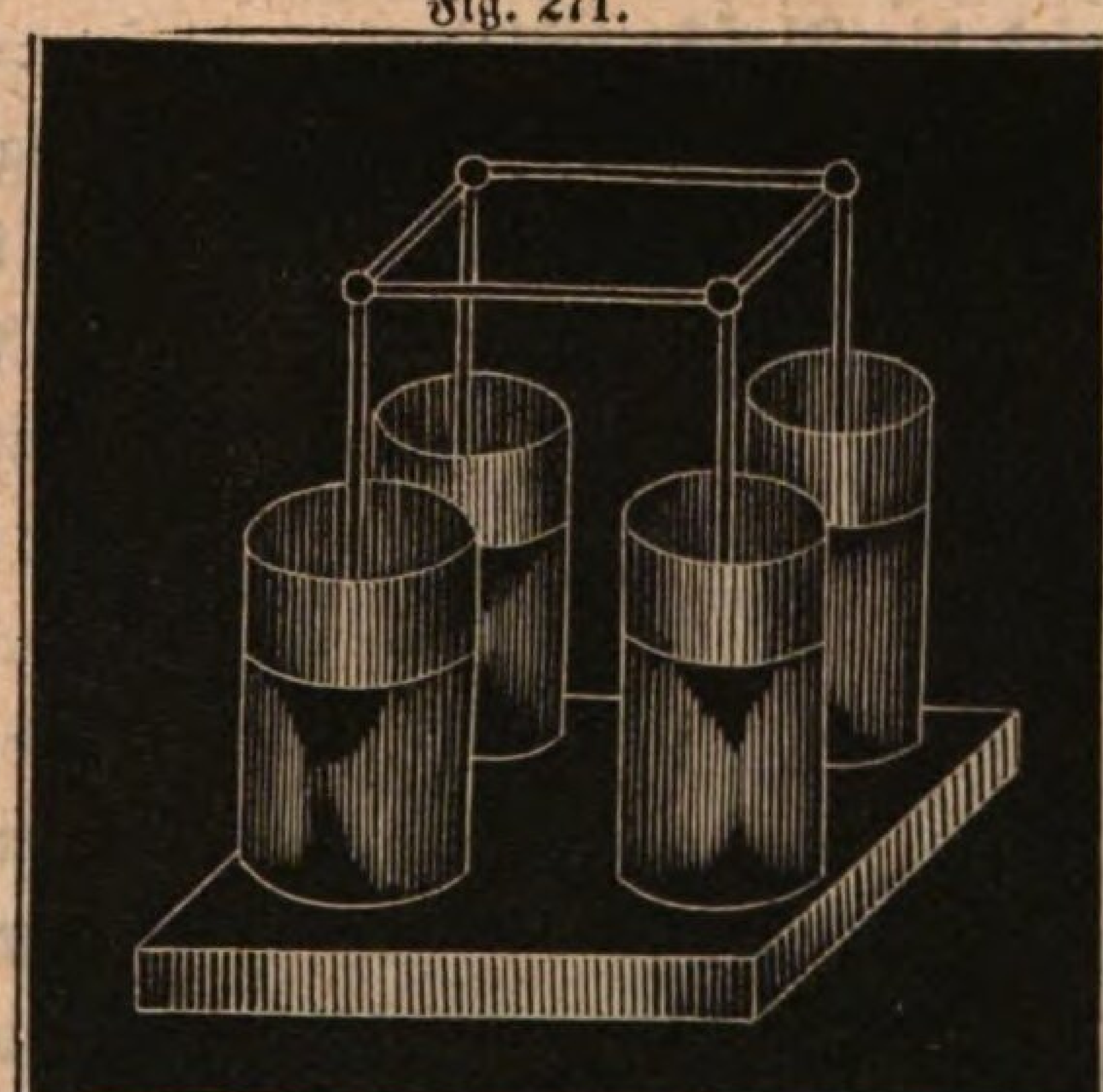


Bringt man den Knopf der Flasche mit dem Conductor einer Electrisirmaschine und die äußere Belegung mit der Erde in leitende Verbindung, so wird die Flasche geladen, d. h. es sammeln sich, wie bei der Franklin'schen Tafel die entgegengesetzten Electricitäten auf dem Staniol an.

Entladen wird die Flasche, wenn man den Knopf und die äußere Belegung in leitende Verbindung bringt.

Die electrische Batterie, Fig. 271, besteht aus mehreren Leidner Flaschen, welche in einem Kasten oder auf einem Gestelle sich befinden. Sowohl die inneren als auch die äußeren Belegungen stehen mit einander in leitender Verbindung. Es werden daher durch eine solche Batterie die Flächen, auf denen die Electricitäten sich ansammeln, vergrößert; außerdem ist es eben so, als ob nur eine einzige Flasche vorhanden wäre.

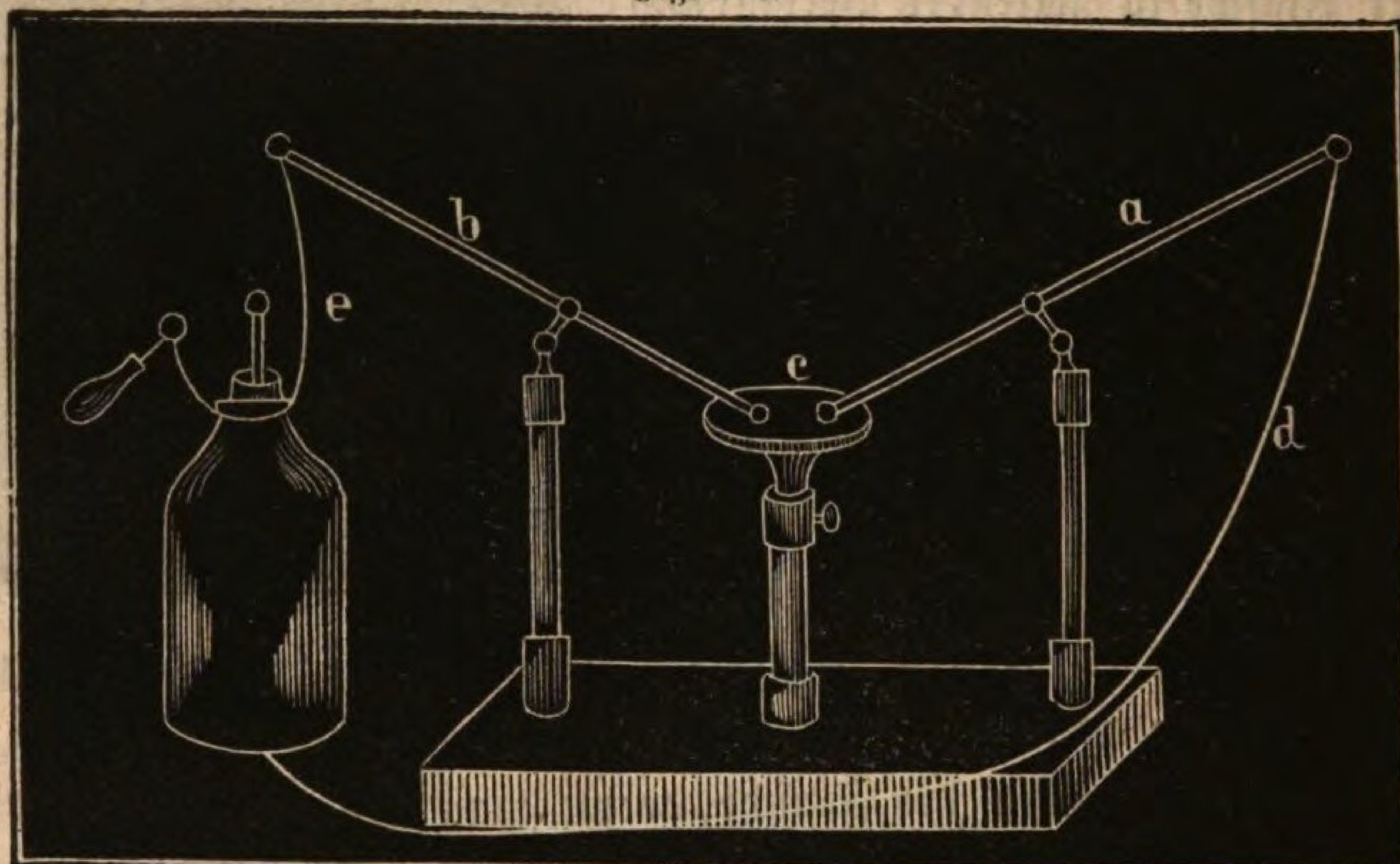
Fig. 271.



Der Henly'sche allgemeine Auslader, Fig. 272 (s. f. S.), ist ein Apparat, mit dem sich sehr viele Versuche anstellen lassen, welche auf die Entladung der Leidner Flasche sich gründen. Er besteht aus zwei isolirten Leitern a und b und einem Tischchen c, welches aus einer isolirenden Substanz gefertigt ist. Auf dieses Tischchen bringt man diejenigen Körper, durch welche man den electrischen

Schlag leiten will. Der eine Leiter a ist durch die Kette d mit der äußeren Belegung der Flasche in Verbindung und an dem andern

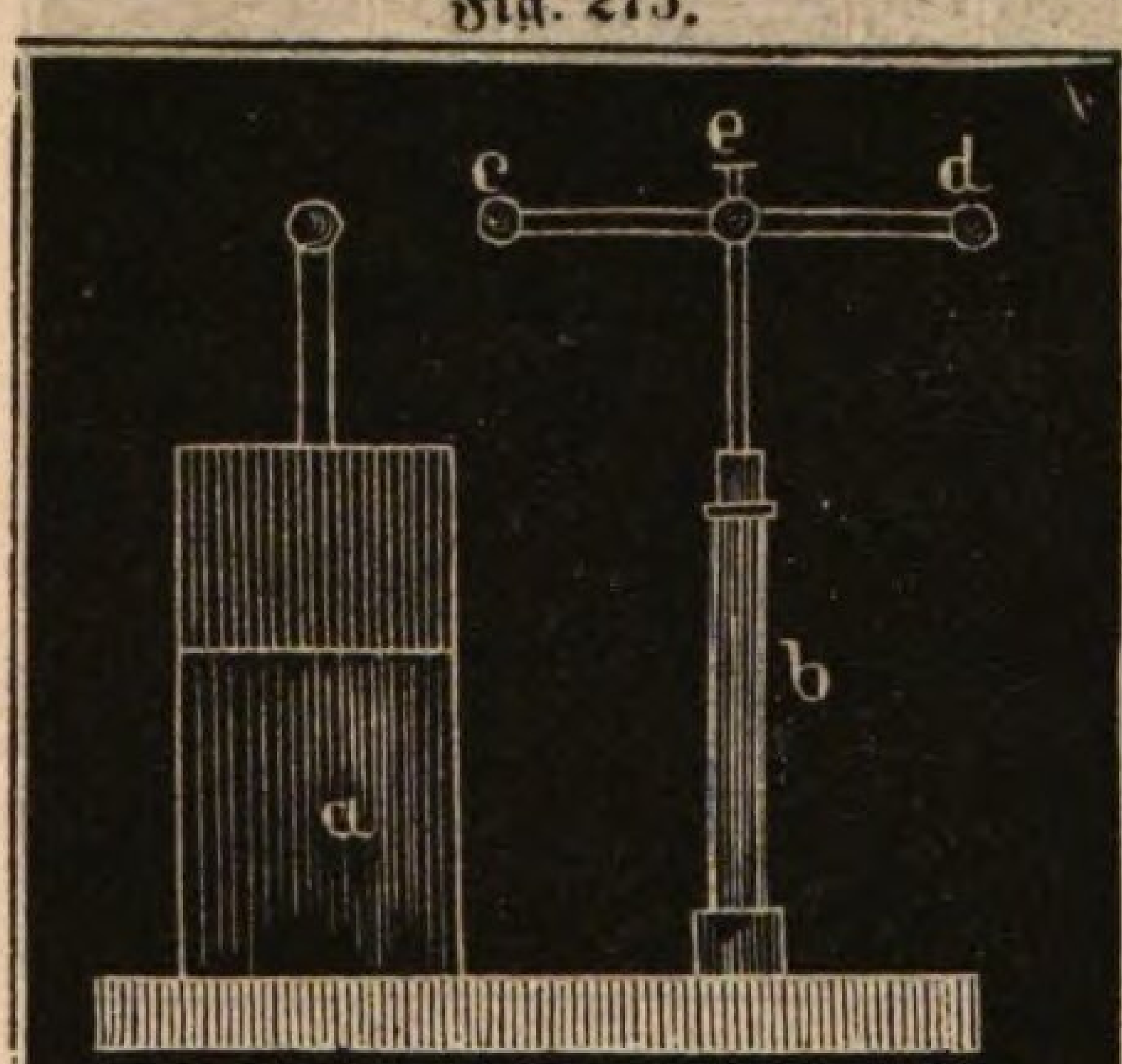
Fig. 272.



Leiter b ist eine Kette e, welche eine Kugel mit einem isolirenden Griffe f hat. Nähert man diese Kugel der Kugel der Flasche, so wird die Flasche entladen.

Die Lane'sche Flasche. Fig. 273. Auf einem Gestelle steht eine Leidner Flasche a und ein verticaler Stab b, auf dessen

Fig. 273.



Spitze ein horizontaler eingetheilter und an beiden Enden mit Kugeln versehener Messingstab cd sich befindet, welcher mit der äußern Belegung der Flasche in leitender Verbindung steht. Mittelst der Schraube e kann man der einen Kugel des Stabes jede beliebige Stellung geben, und da der Stab getheilt ist, die Entfernung messen.

Bei einer gewissen Stellung beider Kugeln wird eine Selbstentladung der Flasche erfolgen, wenn die electrische Spannung so groß ist, daß die Electricitäten die zwischen den Kugeln befindliche Luftschicht zu durchbrechen im Stande sind. So oft nun bei einer und derselben Stellung beider Kugeln eine Selbstentladung der Flasche erfolgt, kann man voraussetzen, daß jede dieser Ladungen

der andern völlig gleich war. In der einfachen Entfernung beider Kugeln ist die Anzahl der Entladungen in derselben Zeit und bei gleichmäßiger Electricitätsentwicklung doppelt so groß als in der doppelten Entfernung. Hieraus folgt aber, daß zu einer doppelten Schlagweite die doppelte Quantität Electricität gehört. Da diese aber dieselbe Fläche einnimmt, so ist auch ihre Dichte doppelt so groß und mithin ist die Dichte der Electricitäten der Schlagweite direct proportional.

Man bedient sich auch der Lane'schen Flasche, um die Größe der Ladung einer Batterie zu messen. Bringt man nämlich die äußere Belegung der Batterie, welche auf einem isolirenden Gestelle stehen muß, mit der inneren Belegung der Flasche und die äußere Belegung der Flasche mit der Erde in leitende Verbindung und läßt die Schlagweite unverändert, so erfolgt von Zeit zu Zeit eine Selbstentladung der Flasche und für jede solche Entladung ist der Batterie eine gleiche Electricitätsmenge zugeführt worden. Es ist daher die Ladung der Batterie der Anzahl der Entladungen der Maaßflasche direct proportional.

---

4. Erscheinungen, welche die durch Reibung und Vertheilung geschiedenen Electricitäten hervorbringen.

Der menschliche Körper verhält sich gegen die Electricitäten wie jeder andere Leiter. Wird ihm ein mit Electricität geladener Körper genähert, so bewirkt dieser in ihm eine electrische Vertheilung. Bei hinlänglicher Annäherung und Spannung springt ein Funke über. Diese Erscheinung ist von einer stechenden schmerzhaften Empfindung an der betreffenden Stelle begleitet. Nähert man sich mit dem Gesichte einem Körper, welcher freie Electricität enthält, so hat man die Empfindung, als ob man in Spinnengewebe gerathen wäre. Leitet man einen electrischen Schlag durch den Körper hindurch, so bewirkt dieser, je nach seiner Stärke, eine mehr oder weniger schmerzhafte Empfindung, indem die Electricität einen eigenthümlichen Reiz auf die Nerven äußert. Starke Schläge können für die Gesundheit nachtheilig werden.

Um kleine Thiere zu tödten, sind noch nicht sehr starke Schläge nöthig. Wenn mehrere Personen sich mit den Händen anfassen, so daß sie einen einzigen Leiter bilden, und der Schlag geht hindurch, so haben alle die Empfindung gleichzeitig. Auch der electrische Rückschlag wirkt auf die Nerven und bringt Zuckungen in den Muskeln hervor.

Läßt man von einem Körper, welcher freie positive Electricität hat, den Funken auf eine Harzscheibe schlagen und bestreut hierauf die Stelle mit einem fein gepulverten Körper, welcher leicht negativ electrisch wird, z. B. Kolophonium oder Bärlappsamen, so erhält man eine sternförmige Figur, deren Strahlen dendritenartig verzweigt sind. Fig. 274.

Fig. 274.

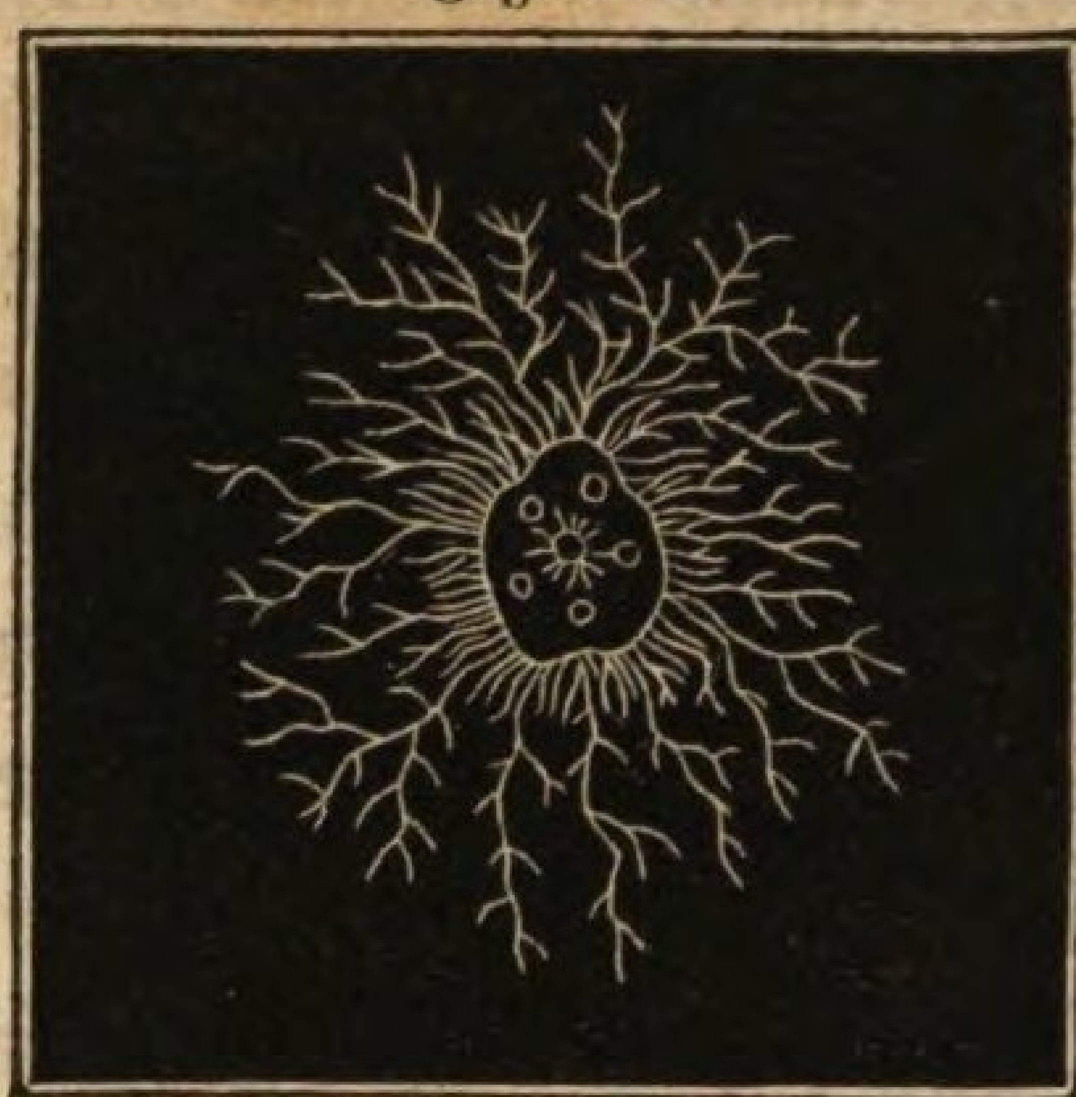
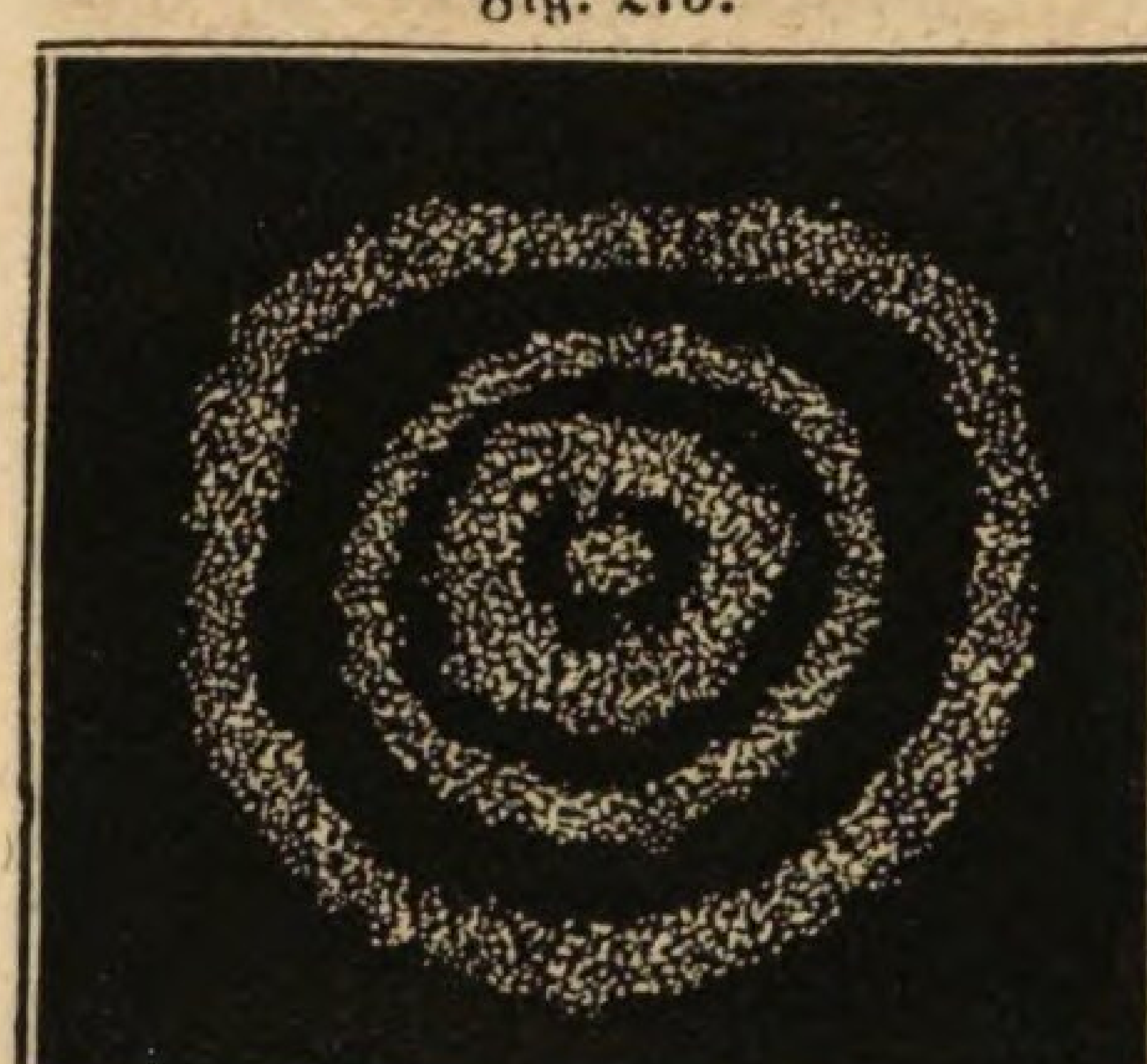


Fig. 275.



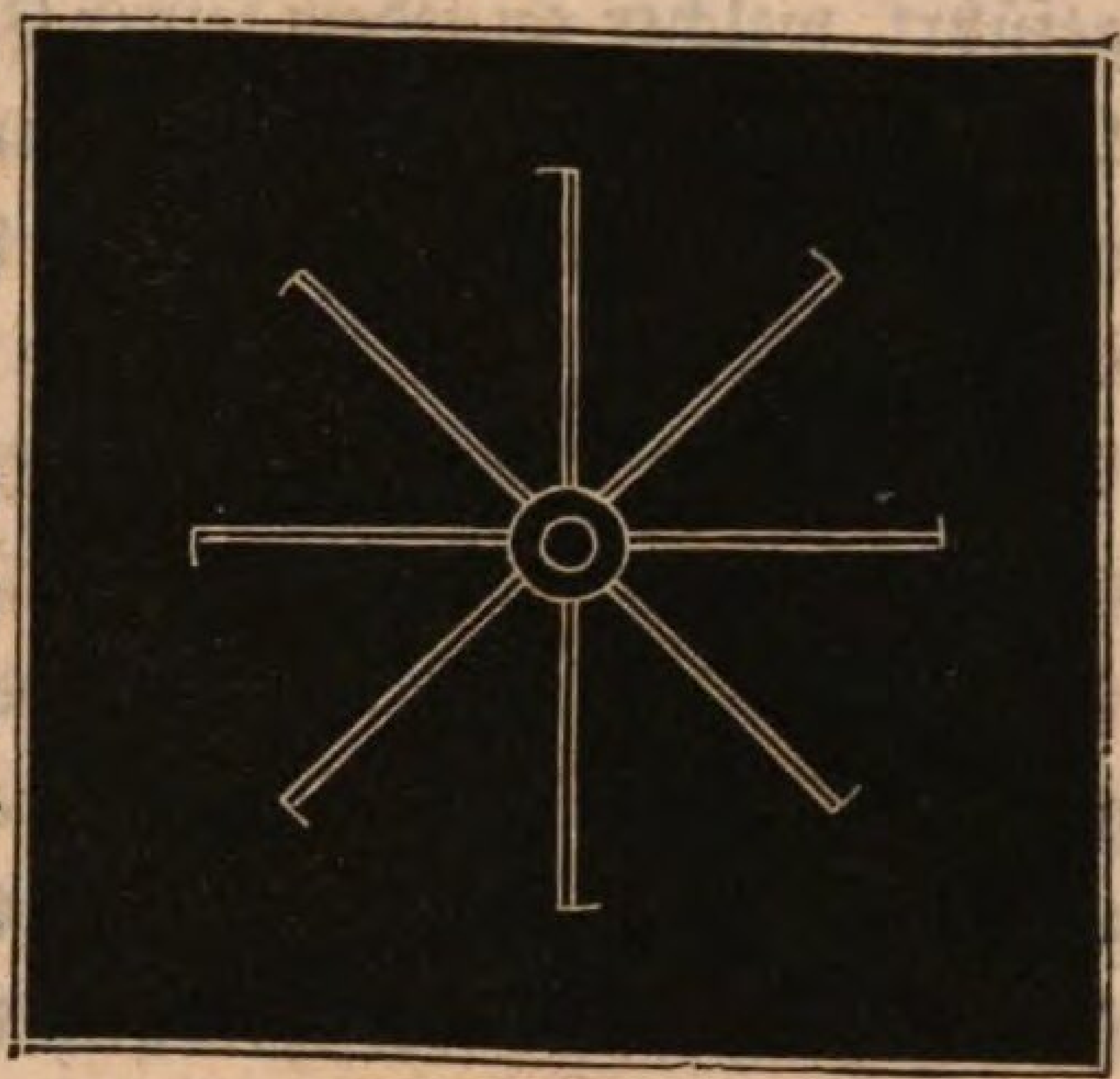
Läßt man von einem Körper, welcher freie negative Electricität hat, den Funken auf eine Harzscheibe schlagen und bestreut hierauf die Stelle mit einem fein gepulverten Körper, welcher leicht positiv electrisch wird, z. B. Mennige, so bildet die Figur ein System von Ringen. Fig. 275.

Diese Figuren, welche zuerst von Lichtenberg beobachtet wurden und deshalb den Namen Lichtenbergsche Figuren führen, stellen eine ganz bestimmte Verschiedenheit beider Electricitäten dar.

Es ist bereits bemerkt worden, daß die freie Electricität von einem Leiter entweicht, wenn derselbe mit Spitzen versehen ist. Auf diese Erscheinung gründet sich das electrische Flugrad, Fig. 276 (s. f. S.). Dasselbe besteht aus Metallstäben, welche von einer gemeinschaftlichen Axe ausgehen und deren Spitzen sämmtlich nach derselben Richtung umgebogen sind. Wird die Axe dieses Rades mit einem geladenen Leiter in Verbindung gebracht, so bewirkt die ausströmende Electricität eine Drehung desselben. Diese Drehung

wird ganz auf dieselbe Weise hervorgebracht, wie die des Segner-schen Wasserrades.

Fig. 276.



Wenn die Electricität im Dunkeln von einer solchen Spitze entweicht, so beobachtet man ein strahliges Lichtbündel.

Läßt man den electrischen Funken durch einen luftverdünnten Raum schlagen, so bildet er einen Lichtstreifen, welcher um so breiter ist, je weniger Luft in dem Raume sich befindet.

Das electrische Licht ist verschieden, je nach dem Medium, durch welches es hindurchgeht. In Kohlensäuregas ist es weiß, in Wasserstoffgas roth, im Wasserdampf gelb, in Alkoholdampf oder Aetherdampf apfelgrün.

Bringt man zwischen zwei Leiter, welche mit entgegengesetzten Electricitäten geladen sind, Kartenblätter, Pappendeckel, dünne Holzscheiben und ähnliche Körper, so geht der electrische Schlag durch diese Substanzen hindurch, indem er eine Oeffnung zurückläßt, welche z. B. bei Kartenblättern auf beiden Seiten gefranzt ist. Auch durch eine dünne Glastafel kann man den Schlag leiten. Sie erscheint dann ebenfalls durchbohrt.

Geht der Schlag durch entzündliche brennbare Körper, so werden diese entzündet, z. B. Schießpulver.

Leitet man den Schlag durch dünne Metalldrähte, so werden diese erwärmt. Sie glühen, schmelzen oder verflüchtigen sich. Bei starken Ladungen werden sie vor dem Glühen oder Schmelzen gebogen, zersplittert, zerrissen u. dergl. m.

Geht der Schlag durch Flüssigkeiten, so werden diese auseinander geschleudert und sind sie in Gefäßen, z. B. Glasröhren, eingeschlossen, so werden diese zertümmert.

Gase werden durch den hindurchgeleiteten Schlag sehr ausgedehnt und sind sie explosiv, so erfolgt die Explosion mit großer Heftigkeit. Hierauf gründet sich die electrische Pistole. Dieses ist

ein mit einem Korke verschlossenes Metallgefäß, in welchem Knallgas sich befindet. Durch eine isolirende Röhre ist ein kleiner Draht eingeführt, welcher an jedem seiner Enden eine kleine Metallkugel trägt. Läßt man den Schlag durch diesen Draht hindurchgehen, so springt von der im Innern des Gefäßes befindlichen Kugel nach der gegenüberstehenden Wand ein Funke über, der das Gas entzündet. Dieses explodirt und der Kork wird mit einem Knalle fortgeschleudert.

Wenn durch einen Draht der electrische Schlag einer Flasche geht und parallel zu diesem Drahte, aber durch einen Isolator, z. B. eine dünne Glasscheibe getrennt, ein zweiter Draht sich befindet, so wird in diesem durch den electrischen Schlag ein electrischer Strom inducirt, welcher Nebenstrom genannt wird. Der Nebenstrom zeigt alle Wirkungen des Hauptstromes, nur schwächer als dieser; er hat mit dem Hauptstrome gleiche Richtung und verzögert die Bewegung des Hauptstromes.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Electricität wurde früher von Wheatstone zu 62000 deutschen Meilen bestimmt. Hiervon weichen aber die neueren Resultate von Fizeau und Gounelle bedeutend ab. Dieselben fanden, daß beide Electricitäten sich mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, daß aber die Geschwindigkeit in verschiedenen Leitern verschieden ist, ohne jedoch dem Leitungsvermögen derselben proportional zu sei. In einem Eisendrahte von 4 Millimeter Durchmesser betrug die Geschwindigkeit 12000 deutsche Meilen, in einem Kupferdrahte von 2,5 Millimeter Durchmesser betrug die Geschwindigkeit 16000 deutsche Meilen. Die Art der Scheidung der Electricität war auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben ohne Einfluß.

---

5. Scheidung der Electricitäten durch Berührung.

Wenn man zwei ungleichartige Leiter der Electricität, namentlich zwei Metalle mit einander in Berührung bringt, so werden an den Berührungsstellen derselben die Electricitäten geschieden, so daß das eine Metall mit positiver, das andere mit negativer Electricität

sich ladet. Die geschiedenen Electricitäten bleiben aber an den Berührungsstellen gebunden, wie bei einem Condensator. Nur ein sehr kleiner Theil wird frei.

Hat man einen Condensator, dessen Platten von Messing sind, berührt man die obere Condensatorplatte mit dem Finger, die untere mit einem Stücke Zink und zieht, nachdem die Berührung einen Augenblick dauerte, das Zink und den Finger hinweg, so divergiren die Pendel, wenn man die obere Condensatorplatte abhebt. Macht man denselben Versuch mit einem Stücke Messing, also mit demselben Metalle, aus welchem die Condensatorplatten bestehen, oder mit einem Stücke Kupfer, welches mit dem Messing gleiches Verhalten zeigt, so findet diese Erscheinung nicht statt. Es müssen daher ungleichartige Metalle sich berühren, wenn an den Berührungsstellen die Electricitäten geschieden werden sollen.

Um aber zu beweisen, daß nur durch die Berührung zweier verschiedener Metalle und nicht etwa durch andere Ursachen die Electricitäten geschieden werden, löthete Volta, von dem diese Fundamentalversuche herrühren, ein Stück Zink und ein Stück Kupfer zusammen, nahm das Zink in die Hand und berührte mit dem Kupfer die untere, mit dem Finger die obere Condensatorplatte. Nachdem diese Berührung einen Augenblick gedauert hatte, entfernte er das Kupferstück und den Finger von den Condensatorplatten. Wurde hierauf die obere Condensatorplatte abgehoben, so divergirten die Pendel. Diese freie Electricität konnte daher nur von den Berührungsstellen zwischen Kupfer und Zink ausgegangen sein.

Der einfachste und bestimmteste Versuch ist folgender. Man schraube auf ein empfindliches Electroskop eine Kupferplatte und lege darauf eine gleich große Zinkplatte. Die Platten müssen auf einander abgeschliffen sein, damit sie sich in möglichst vielen Punkten berühren. Wenn man die Zinkplatte nach stattgefundener Berührung parallel mit sich selber abhebt, so divergiren die Pendel, und wenn man die Electricität untersucht, so findet man, daß es negative Electricität ist. Die Kupferplatte wird also in Berührung mit einer Zinkplatte negativ electrisch. Schraubt man auf das Electroskop die Zinkplatte und legt die Kupferplatte darauf, so divergiren die

Pendel ebenfalls, wenn man die Kupferplatte abhebt, und wenn man die Electricität untersucht, so findet man, daß es positive Electricität ist. Es wird daher die Zinkplatte in Berührung mit einer Kupferplatte positiv electrisch.

Durch diesen Versuch wird also dargethan, daß durch die Berührung von Zink und Kupfer die Electricitäten geschieden werden, daß die positive auf das Zink, die negative auf das Kupfer übergeht, so wie daß die geschiedenen Electricitäten größtentheils an den Berührungsflächen gebunden sind, wie bei einem Condensator.

Als Ursache der Scheidung der Electricitäten durch Berührung nimmt man eine eigenthümliche Kraft, die electromotorische Kraft an.

Die electromotorische Kraft wirkt zwar ununterbrochen fort, allein die Scheidung der Electricitäten kann nur so lange erfolgen, bis die Spannung der geschiedenen Electricitäten der electromotorischen Kraft das Gleichgewicht hält. Denn wenn auch durch die electromotorische Kraft noch mehr Electricitäten geschieden würden, so müßten diese sich sofort wieder vereinigen, da keine Kraft vorhanden wäre, welche diese Vereinigung hinderte.

Wenn eine Zinkplatte mit einer gleich großen Kupferplatte in Berührung ist und beide Platten sind isolirt, so sind auch die Dichtigkeiten und Spannungen der freien Electricitäten auf beiden Platten gleich. Wird aber die eine Platte leitend berührt, so verliert sie ihre freie Electricität, indem diese abgeleitet wird. Hierdurch wird aber auf der andern Platte eine gleiche Quantität von der vorher gebundenen Electricität frei, so daß nun die freie Electricität dieser Platte noch einmal so groß als vorher ist.

Wenn daher zwei heterogene gleich große Metallplatten sich berühren, von denen die eine isolirt ist, die andere aber in einer leitenden Verbindung sich befindet, so ist die Dichtigkeit der freien Electricität auf der leitend verbundenen Platte gleich null; die Dichtigkeit der freien Electricität auf der isolirten Platte aber ist doppelt so groß als sie sein würde, wenn beide Platten isolirt wären.

Da die electromotorische Kraft von verschiedener Stärke ist, je nachdem man verschiedene Metalle mit einander in Berührung

bringt, und dasselbe Metall in Berührung mit andern Metallen bald positiv, bald negativ electrisch wird, so hat man von diesen Körpern folgende Reihe gebildet:

+ Zink, Blei, Zinn, Eisen, Wismuth, Kupfer, Antimon,
Silber, Quecksilber, Gold, Platin, Kohle —

Jedes vorhergehende Metall dieser Reihe wird in Berührung mit jedem nachfolgenden positiv electrisch und jedes nachfolgende wird in Berührung mit jeden vorhergehenden negativ electrisch. Die electrische Spannung, welche zwischen zwei Gliedern dieser Reihe besteht, ist gleich der Summe der electrischen Spannungen, welche zwischen den dazwischenliegenden Gliedern besteht. So ist z. B. die electrische Spannung, welche zwischen Zink und Kupfer besteht, gleich der Summe der electrischen Spannungen, welche zwischen Zink und Eisen und Eisen und Kupfer bestehen. Man nennt daher diese Reihe die Spannungsreihe.

Die Kohle ist zwar kein Metall, allein sie verhält sich in der Spannungsreihe wie ein solches.

Wenn man drei oder mehr Platten verschiedener Metalle mit einander in Berührung bringt, so ist die Spannung ebenso groß, als ob die Endmetalle sich unmittelbar berührten. Bringt man daher mehrere Metalle mit einander in Berührung und sind die Endmetalle gleich, so ist die electrische Spannung gleich null, d. h. es findet keine electrische Spannung statt.

Auch zwischen festen und flüssigen Leitern findet bei der Berührung eine Scheidung der Electricitäten statt; allein die flüssigen Leiter nehmen keine bestimmte Stellung in der Spannungsreihe ein. Zink und Platin werden z. B. in Berührung mit Wasser negativ electrisch; allein das Zink stärker als das Platin. Zink und Kupfer werden in Berührung mit verdünnter Schwefelsäure negativ electrisch; allein das Zink mehr als das Kupfer. Platin und Gold werden in Berührung mit verdünnter Schwefelsäure positiv electrisch.

Bei Berührung fester und gasförmiger Leiter werden die Electricitäten ebenfalls geschieden. In Berührung mit Wasserstoffgas werden die Metalle stark negativ electrisch; in Berührung mit Sauer-

stoffgas, Kohlensäuregas, Chlorgas und Bromgas, werden die Metalle positiv electrisch.

Endlich muß auch bei der Berührung flüssiger Leiter unter sich eine Scheidung der Electricitäten stattfinden; allein sie entziehen sich wegen der leichten Beweglichkeit der Theilchen der Beobachtung.

Diejenigen Electromotoren, welche eine Stelle in der Spannungsreihe einnehmen, nennt man Leiter erster Ordnung, während man diejenigen Electromotoren, welche keine Stelle in der Spannungsreihe einnehmen, Leiter zweiter Ordnung nennt.

6. Die electrische Säule und Kette.

Legt man eine Kupferplatte und eine Zinkplatte zusammen, so wird das Zink positiv electrisch, das Kupfer wird negativ electrisch. Legt man auf die Zinkplatte eine Kupferplatte, so ist die electrische Spannung = o und wenn man noch eine Zinkplatte auflegt, so ist die electrische Spannung wieder gleich der eines Plattenpaares. So kann man beliebig viele Plattenpaare über einander legen und die electrische Spannung wird immer nur gleich der eines Plattenpaares sein. Man kann also auf diese Weise die Spannung nicht vergrößern.

Bringt man aber eine Platte, z. B. die Kupferplatte mit der Erde in leitende Verbindung und legt eine Zinkplatte darauf, so wird die freie negative Electricität abgeleitet und auf der Zinkplatte ist freie positive Electricität, deren Dichtigkeit noch einmal so groß ist, als sie sein würde, wenn beide Platten isolirt wären. Legt man nun auf diese Zinkplatte eine Scheibe von Tuch oder Pappe, welche mit verdünnter Säure oder mit einer Auflösung von Kochsalz befeuchtet ist, so wird sich die freie positive Electricität auch über diesen feuchten Leiter verbreiten und die Scheidung der Electricitäten an der Berührungsfläche der Metalle wird so lange fortdauern, bis auch auf der feuchten Scheibe die freie positive Electricität die ursprüngliche Dichtigkeit hat. Die Flüssigkeit des Leiters wird je nach ihrer Beschaffenheit die Spannung vergrößern oder verkleinern. Der

Einfachheit der Betrachtung wegen aber soll angenommen werden, daß die Flüssigkeit gänzlich indifferent sei. Legt man auf die feuchte Scheibe eine Kupferplatte, so verbreitet sich die freie positive Electricität auch über diese, und die electromotorische Kraft an der Berührungsfläche des ersten Plattenpaares wird wieder so lange thätig sein, bis die freie positive Electricität ihre ursprüngliche Spannung hat. Dasselbe geschieht, wenn man auf die Kupferplatte eine Zinkplatte legt, so daß man ein zweites Plattenpaar bekommt. Denn auch über die Zinkplatte muß sich die freie positive Electricität ausbreiten, und die electromotorische Kraft des ersten Plattenpaares muß wieder so lange thätig sein, bis die positive Electricität auch hier die ursprüngliche Spannung hat. An der Berührungsfläche des zweiten Plattenpaares wirkt aber dieselbe electromotorische Kraft, welche an der Berührungsfläche des ersten Plattenpaares thätig ist. Die freie negative Electricität der Kupferplatte durchströmt den feuchten Leiter und das erste Plattenpaar und wird auf die Erde abgeleitet. Die freie positive Electricität bleibt auf der Zinkplatte. Da diese dieselbe Dichtigkeit hat als die vom ersten Plattenpaare erregte, so ist hier auf der zweiten Zinkplatte die Dichtigkeit der freien positiven Electricität doppelt so groß, als auf der Zinkplatte des ersten Plattenpaares. Bezeichnet man die Dichtigkeit der freien positiven Electricität auf der Zinkplatte des ersten Plattenpaares mit 1, so ist die Dichtigkeit der freien positiven Electricität auf der Zinkplatte des zweiten Plattenpaares = 2. Fährt man auf diese Weise fort, der Reihe nach eine Kupferplatte, eine Zinkplatte, einen feuchten Leiter aufzulegen, so ist die Dichtigkeit der freien positiven Electricität auf der Zinkplatte eines jeden folgenden Plattenpaares immer um eine Einheit größer, als auf der Zinkplatte des vorhergehenden Plattenpaares, so daß, wenn man n Plattenpaare anwendet, die freie positive Electricität auf der nten Zinkplatte die nfache Dichtigkeit der freien positiven Electricität auf der ersten Zinkplatte hat.

In dieser Weise baute Alexander Volta die erste Säule auf und bestätigte die Richtigkeit seiner Schlüsse durch den Versuch.

Hätte man die Säule in umgekehrter Ordnung aufgebaut,

d. h. hätte man die erste Zinkplatte mit der Erde leitend verbunden, so würde man auf der letzten Kupferplatte freie negative Electricität von derselben Dichtigkeit erhalten haben.

Sind beide Pole der Säule isolirt, so muß die Dichtigkeit der freien positiven Electricität nach dem einen Pole und die Dichtigkeit der freien negativen Electricität nach dem andern Pole zu beständig wachsen. Da aber bei einem isolirten Plattenpaare die Dichtigkeit der freien Electricität auf jeder Platte nur halb so groß ist, als die Dichtigkeit der freien Electricität auf der einen Platte eines Plattenpaares, dessen andere Platte mit der Erde leitend verbunden ist, so ist auch die Dichtigkeitszunahme von einem Plattenpaare zum andern nur halb so groß. Für eine gerade Anzahl von Plattenpaaren hat man daher folgendes Schema, wo z die Zinkplattte, k die Kupferplatte und f den feuchten Leiter bezeichnet:

z	k	f	z	k	f	z	k	f	z	k
0	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$	-1		-1	$-\frac{3}{2}$		$-\frac{3}{2}$	-2
$+2$	$+\frac{3}{2}$		$+\frac{3}{2}$	$+1$		$+1$	$+\frac{1}{2}$		$+\frac{1}{2}$	0
$+2$	$+1$		$+1$	0		0	-1		-1	-2

und für eine ungerade Anzahl von Plattenpaaren folgendes Schema:

z	k	f	z	k	f	z	k	f	z	k	f	z	k
0	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$	-1		-1	$-\frac{3}{2}$		$-\frac{3}{2}$	-2		-2	$-\frac{5}{2}$
$+\frac{5}{2}$	$+2$		$+2$	$+\frac{3}{2}$		$+\frac{3}{2}$	$+1$		$+1$	$+\frac{1}{2}$		$+\frac{1}{2}$	0
$+\frac{5}{2}$	$+\frac{3}{2}$		$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$		$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$		$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$

rücksichtlich der Vertheilung der freien Electricitäten im Zustande der Ruhe und des Gleichgewichts.

Es ergibt sich hieraus Folgendes:

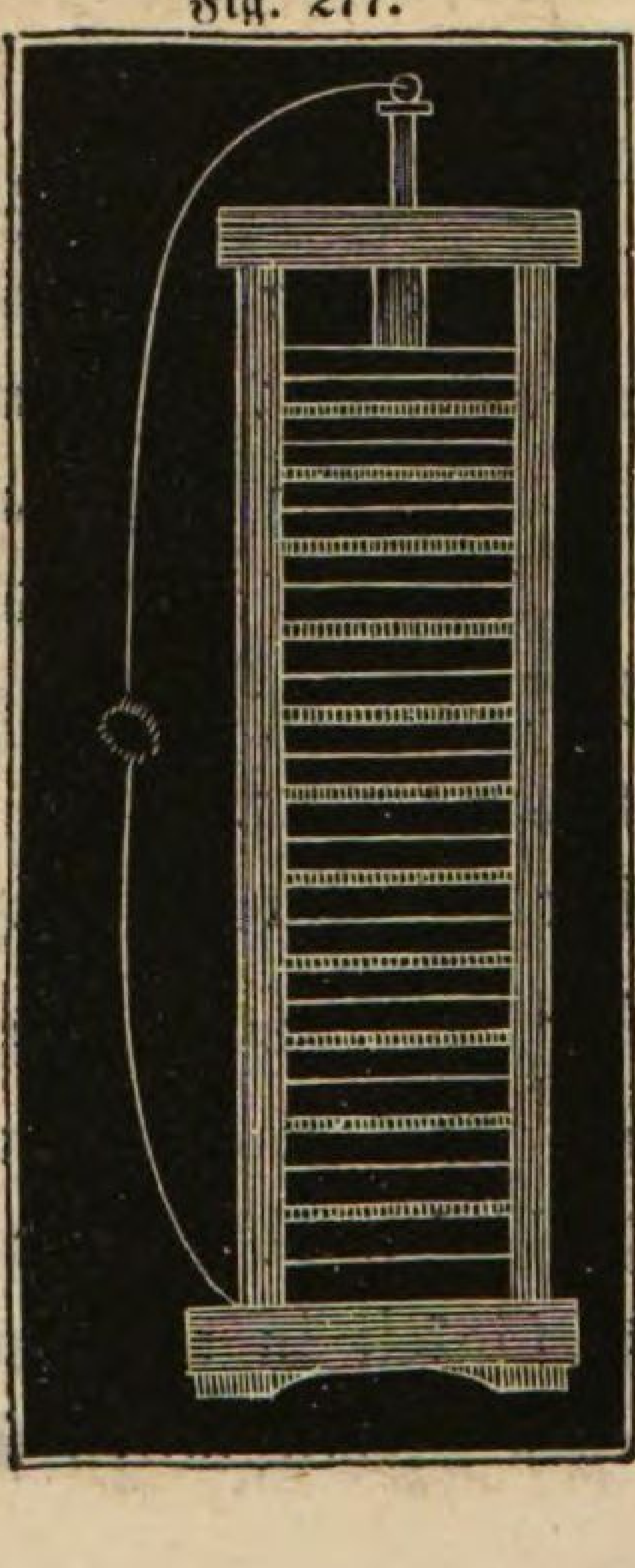
Eine nicht isolirte Säule hat nur eine freie Electricität, deren Dichtigkeit vom nicht isolirten zum isolirten Pole hin in einer arithmetischen Reihe wächst.

Eine isolirte Säule hat beide freie Electricitäten, deren Dichtigkeiten von der Mitte nach den Polen hin wachsen und in gleichen Abständen von der Mitte gleich sind.

Die Dichtigkeit der freien Electricität an dem isolirten Pole einer nicht isolirten Säule ist noch einmal so groß, als die Dichtigkeit der freien Electricität an den beiden Polen einer isolirten Säule von gleich vielen Plattenpaaren.

Verbindet man jeden Pol einer isolirten Säule mit einem Drahte, so verbreiten sich die freien Electricitäten auch über diese Drähte, so daß an den Enden derselben die Spannung gleich der an den Polen ist. Bringt man die beiden Drahtenden einander nahe genug, so findet ein fortwährender Uebergang von Funken statt. Es werden also an den Drahtenden die Electricitäten fortwährend vereinigt, daher müssen sie in der Säule fortwährend geschieden werden. Es findet also hier eine fortwährende Scheidung und Wiedervereinigung der Electricitäten statt. Die Electricitäten sind hier in beständiger Bewegung. Die positive strömt nach der letzten Zinkplatte, die negative nach der letzten Kupferplatte. Man hat also einen electrischen Doppelstrom. Bringt man die Drahtenden in unmittelbare Berührung, so hört zwar die Lichterscheinung auf, allein die Strömung der Electricitäten dauert fort. Man nennt dann ein solches System eine electrische Kette oder eine geschlossene Säule, und den Leiter, welcher die beiden Pole der Säule miteinander verbindet, und in welchem die Vereinigung der geschiedenen Electricitäten stattfindet, den Schließungsbogen der Kette. Fig. 277.

Fig. 277.

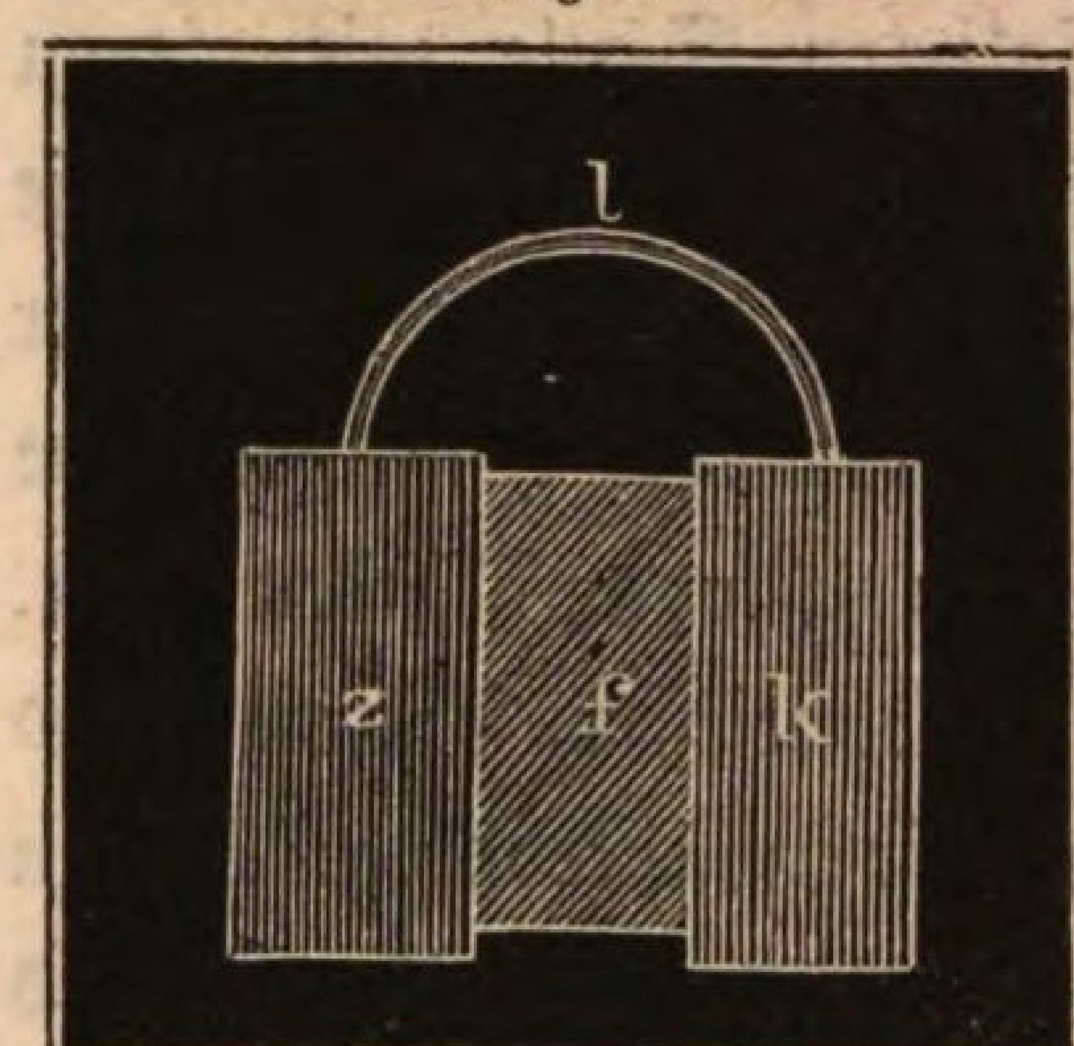


7. Verschiedene Formen der Kette.

Zu einer Kette gehören ganz allgemein zwei Leiter der ersten Ordnung und ein Leiter der zweiten Ordnung. Sind diese drei Elemente leitend mit einander verbunden, so ist die Kette geschlossen.

Legt man zwischen eine Zinkplatte z und eine Kupferplatte k einen feuchten Leiter f und verbindet die beiden Metallplatten durch einen Metalldraht l, Fig. 278, so hat man eine geschlossene Elementarkette oder ein sogenanntes electrisches Element. Der Draht l kann Kupfer oder Zink oder ein anderes Metall der Spannungsreihe sein, immer ist die Spannung der freien Electricität auf der Kupfer- und Zinkplatte ebenso groß, als ob beide Platten sich unmittelbar berührten. Da nun durch den feuchten Leiter f die Electricitäten sich fortwährend vereinigen, so findet eine beständige Scheidung und Wiedervereinigung der Electricitäten, das ist ein electrischer Doppelstrom, statt.

Fig. 278.

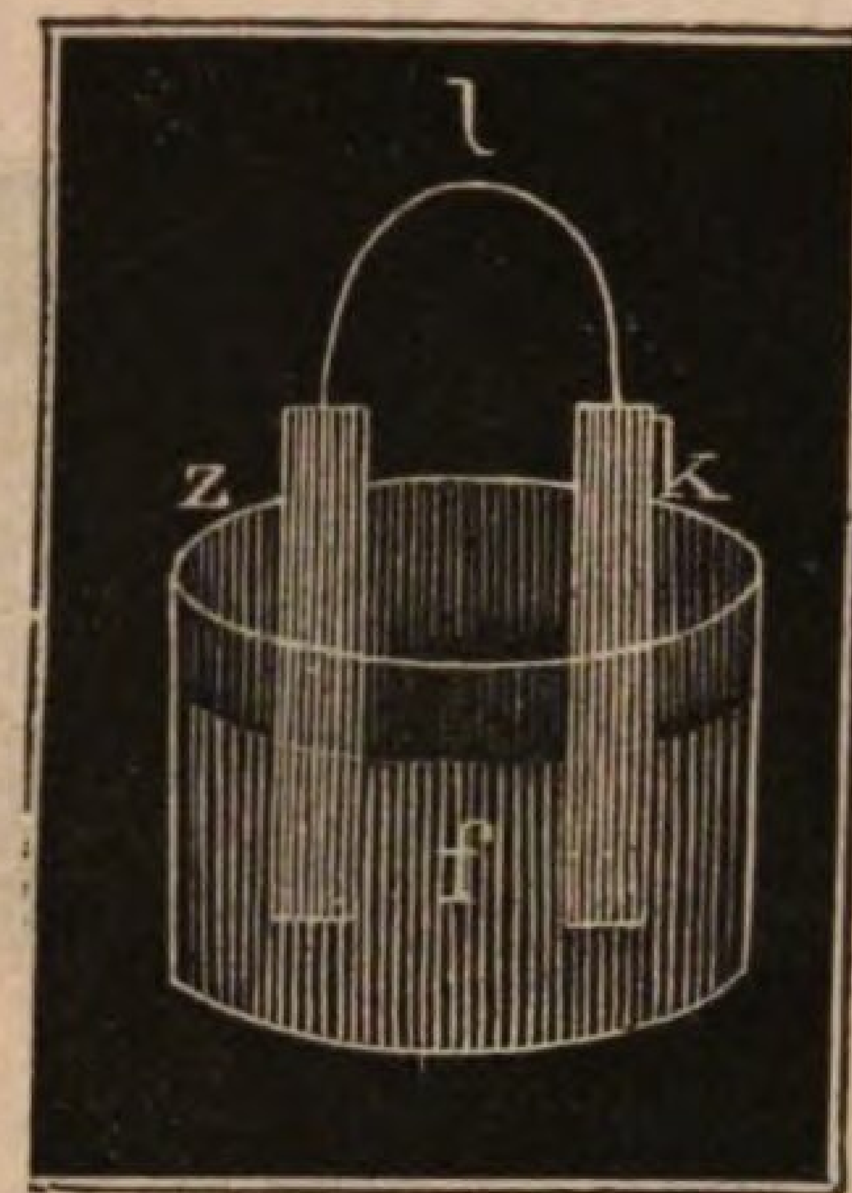


Bei der Construction der Volta'schen Säule wurde der Einfachheit der Betrachtung wegen die Flüssigkeit als indifferent angesehen. Da dieses aber nicht der Fall ist, so werden auch zwischen der Flüssigkeit und dem Zink und der Flüssigkeit und dem Kupfer Ströme erregt, so daß in jeder geschlossenen Kette drei Doppelströme kreisen. Die durch zwei Elemente der Kette geschiedenen Electricitäten vereinigen sich allemal im dritten Elemente derselben.

Anstatt zwischen die Kupfer- und Zinkplatte eine mit der Flüssigkeit befeuchtete Pappscheibe zu legen, kann man auch die Flüssigkeit in ein Gefäß gießen, und in dieses die leitend verbundenen Metallplatten stellen. Fig. 279 (a. f. S.). Es ändert sich

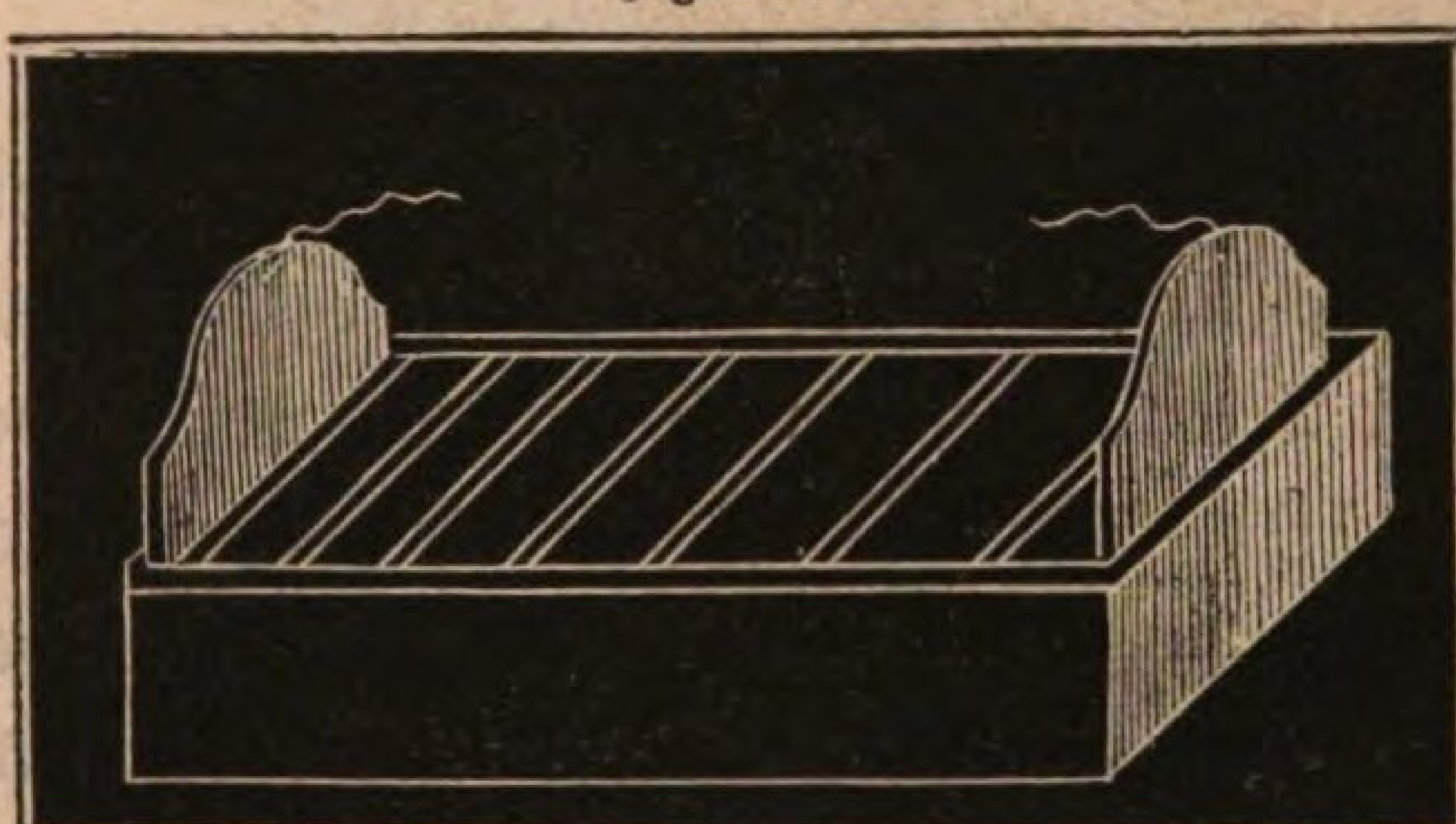
hierbei durchaus nichts weiter, als die Form des feuchten Leiters. Derartige Apparate nennt man je nach der Form des Gefäßes Trogapparate oder Becherapparate.

Fig. 279.



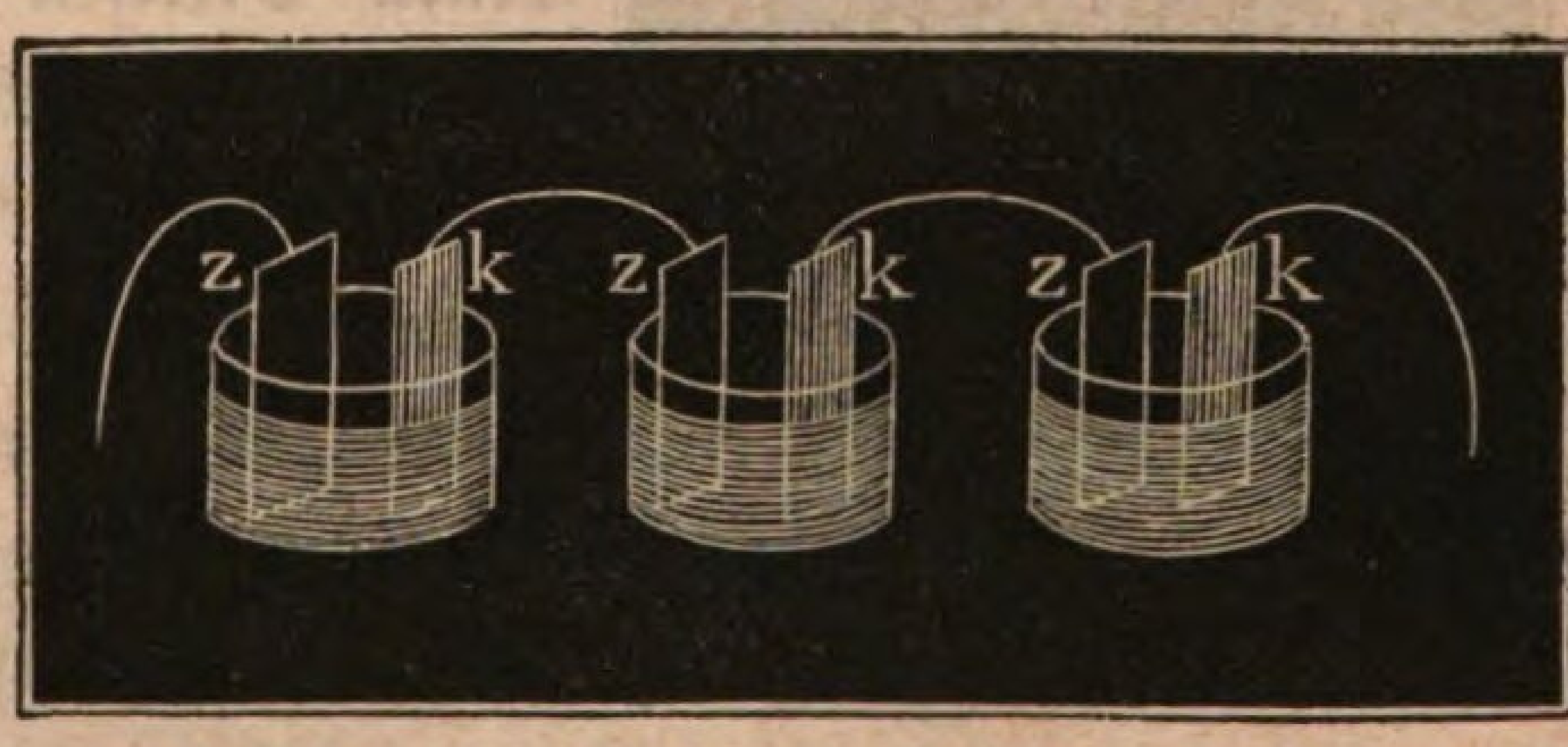
Bei den Trogapparaten, Fig. 280, sind die Metallplatten, Kupfer und Zink zusammengelöthet und in kleinen Abständen in einen Kasten von Holz, welcher inwendig mit einer Harzschicht überzogen ist, eingesetzt, so daß immer die Zinkplatte des einen der Kupferplatte des nächsten Plattenpaares gegenübersteht. Zwischen die Platten gießt man Wasser oder besser eine Auflösung von Kochsalz oder eine verdünnte Säure.

Fig. 280.



Bei den Becherapparaten bedient man sich einer beliebigen Anzahl von Gläsern, Fig. 281, in welche man die leitende Flüssigkeit gießt, bringt dann in jeden Becher eine Kupfer- und eine Zinkplatte und setzt die Kupferplatte des ersten mit der Zinkplatte des zweiten, die Kupferplatte des zweiten mit der Zinkplatte des dritten Bechers in leitende Verbindung &c.

Fig. 281.

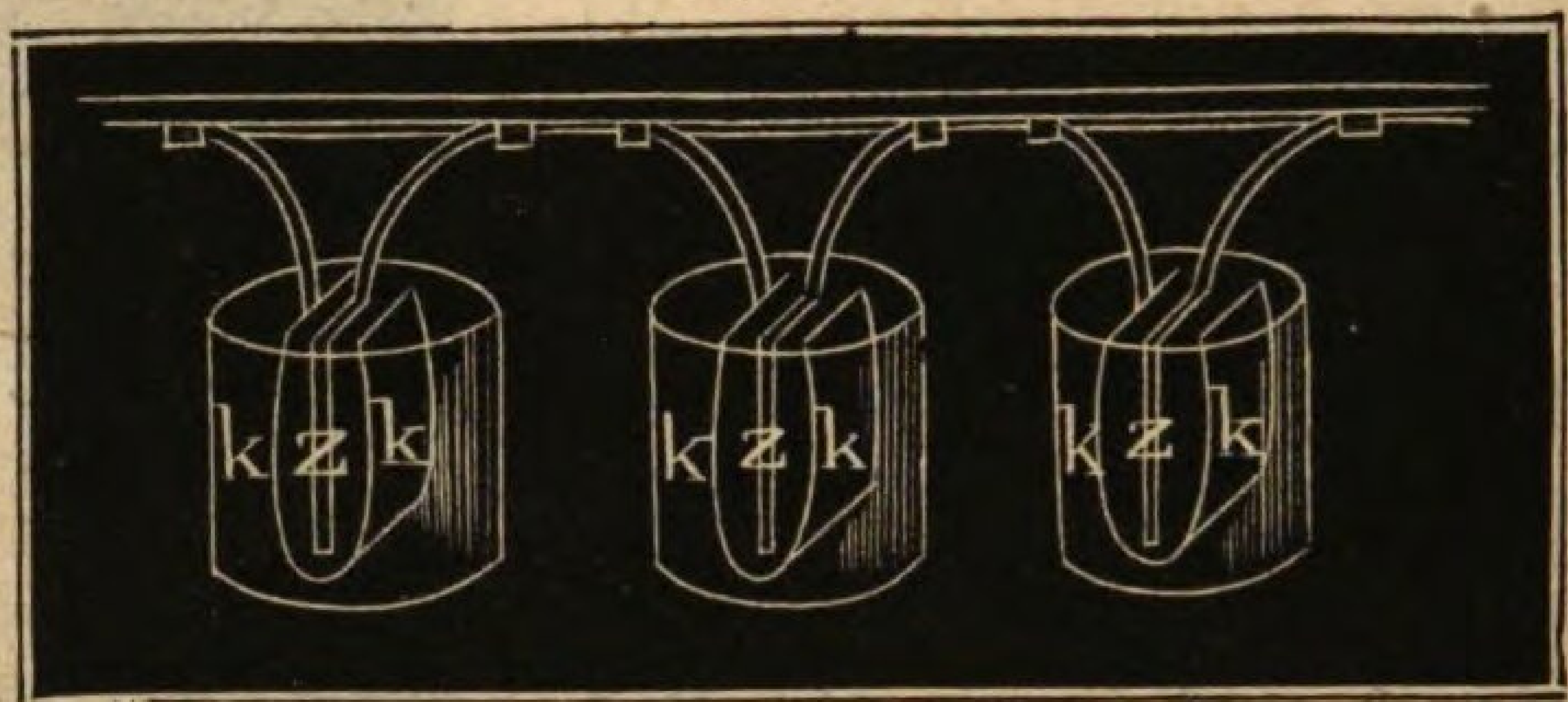


Eine Verbindung mehrerer einfacher Ketten nennt man eine Batterie.

Bei der Wollaston'schen Batterie sind die Kupferplatten um die Zinkplatten herumgebogen, so daß jeder Seite der Zinkplatte eine Kupferfläche gegenübersteht. Um alle Platten gleichzeitig in die

Becher eintauchen und wieder herausnehmen zu können, sind sie an einer Holzleiste befestigt. Fig. 282.

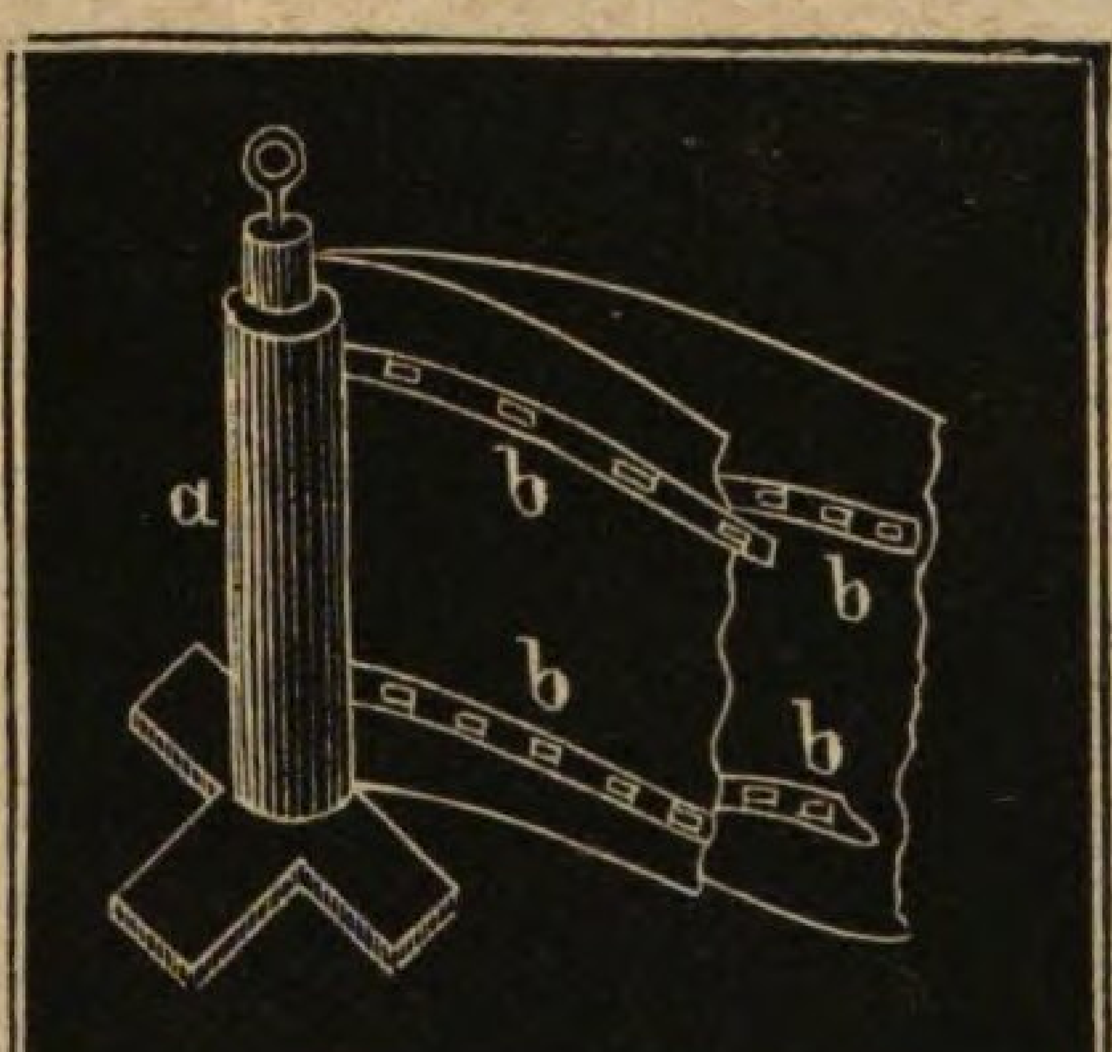
Fig. 282.



Auch hat man den Platten die Form von Cylindern gegeben, und einen derselben in den andern gesteckt, jedoch so, daß keine Berührung stattfindet, sondern zwischen beiden Cylindern die leitende Flüssigkeit enthalten ist.

Ein Apparat, bei welchem die Platten mit einer sehr großen Oberfläche einander gegenüberstehen, ist Hare's Calorimotor oder Deflagrator; so genannt, weil er besonders zu Glüh- und Schmelzversuchen sich eignet. Fig. 283. Auf dem Holzcylinder a, welcher 1 bis 1,5 Fuß hoch ist, ist eine Kupfer- und eine Zinkplatte, zwischen denen Streifen von Tuch b liegen, aufgewickelt. Man erhält auf diese Weise ein Plattenpaar von 50 bis 60 Quadratfuß Oberfläche.

Fig. 283.



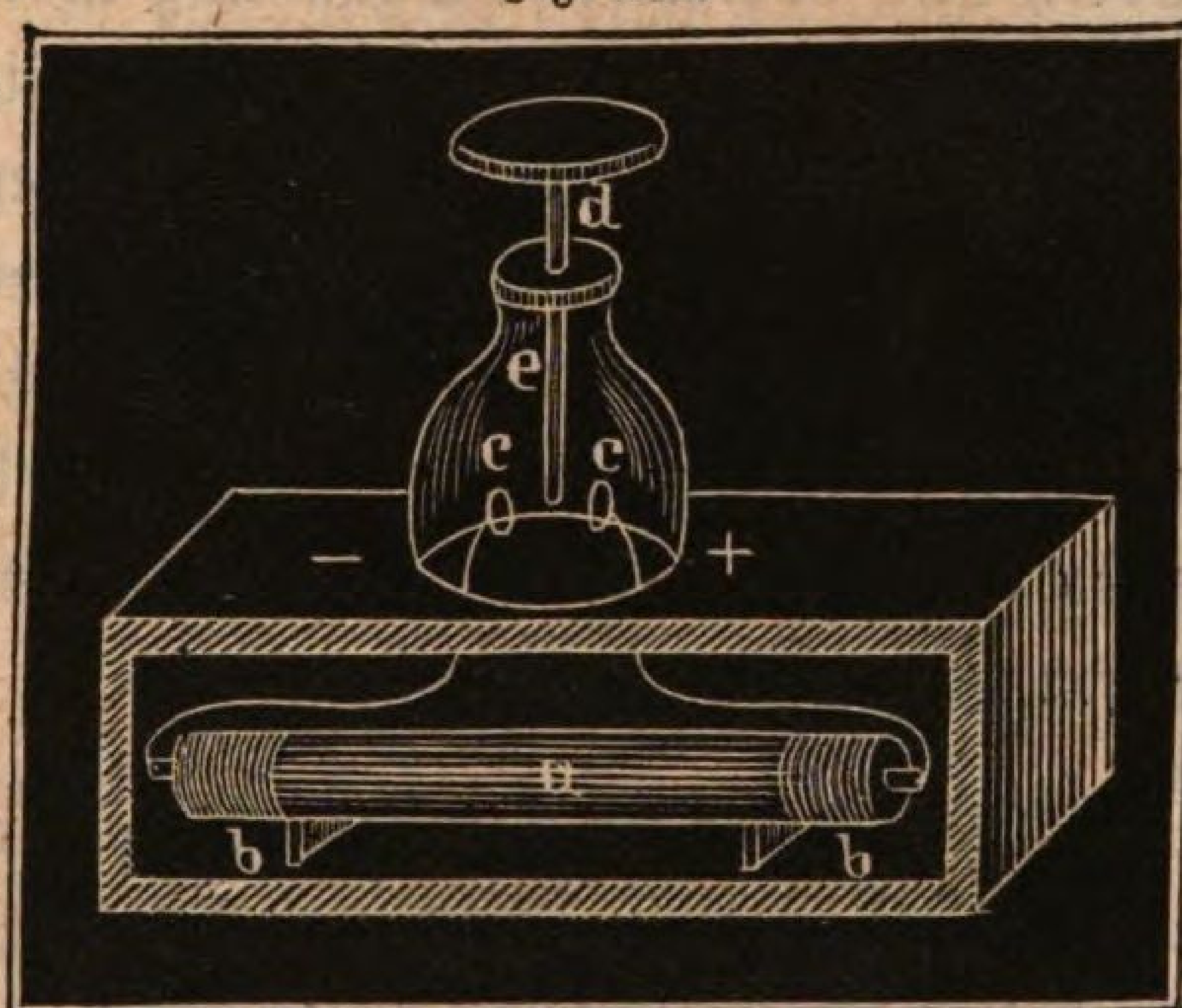
Die Zambonische oder trockene Säule besteht aus Scheiben von unächtem Silberpapier (Zinn) und unächtem Goldpapier (Kupfer). Man klebt einen Gold- und einen Silberbogen mit den Papierseiten zusammen und schlägt dann mit einem Schlageisen die Scheiben aus, welche 1,5 bis 2 Zoll Durchmesser haben, sodann legt man die Scheiben so zusammen, daß immer eine Gold- und eine Silberseite auf einander zu liegen kommen, und daß Gold und Silber in der gehörigen Ordnung auf einander folgen. Das Papier ist hier der feuchte Leiter. Die Säule, welche aus 1000 bis 2000

solcher Plattenpaare besteht, wird mit Seidenfäden zusammengeschnürt und an der krummen Oberfläche mit geschmolzenem Schwefel oder Schellack überzogen.

Die Wirkungen dieser Säule sind, wegen der unvollkommenen Leitungsfähigkeit des Papiers, schwach; wenn indessen die Säule isolirt ist, so zeigen die Pole bald eine merkliche Spannung, welche ein constantes Maximum erreicht.

Die wichtigste Anwendung der trockenen Säule ist das Bohnenberger'sche Electroskop. Fig. 284. Die Säule befindet sich in einer Glasröhre a, welche an beiden Enden mit metallenen Kappen b versehen ist. Von diesen Kappen gehen Drähte aus, die mit den runden Scheibchen c von Metall endigen. Diese Vorrichtung ist in einem Kasten von Holz eingeschlossen, so daß die Metallscheibchen c aus einer Oeffnung hervorragen. Ueber dieser Oeffnung steht ein Glasgefäß, welches eine metallene Scheibe d trägt, worin ein Metallstift mit einem Goldplättchen e sich befindet. Dieses Goldplättchen hängt in der Mitte zwischen den Metallscheibchen c. Zu beiden Seiten sind durch die entsprechenden Zeichen die Pole angegeben.

Fig. 284.



Bringt man in die Nähe der Scheibe d einen Körper, welcher freie Electricität, z. B. freie positive Electricität hat, so bewirkt diese eine Scheidung der Electricitäten der Scheibe, indem sie die entgegengesetzte anzieht, die gleichnamige abstößt. Das Goldplättchen e erhält daher auch freie positive Electricität und wird mithin vom negativen Pole der Säule angezogen. Hat der Körper, welcher in die Nähe der Scheibe d gebracht wird, freie negative Electricität, so erhält auch das Goldplättchen freie negative Electricität, wird also vom positiven Pole der Säule angezogen. Der der Scheibe d

genäherte Körper hat daher stets dieselbe Electricität, welche das Goldplättchen äußert.

---

8. Das Ohmsche Gesetz.

Die Quantität der freien positiven oder negativen Electricität, welche in einer gegebenen Zeit durch den Schließungsbogen einer Kette geht, muß um so größer sein, je größer die Spannung an den Polen ist. Denn diese Spannung ist es, welche die Electricitäten durch den Schließungsbogen treibt. Sie muß ferner um so größer sein, je geringer der Widerstand ist, den das Material des Schließungsbogens der Bewegung der Electricitäten entgegensetzt. Es ist daher die Quantität der freien Electricität, welche in einer gegebenen Zeit durch den Schließungsbogen einer Kette geht, der Spannung am Pole direct und dem Leitungswiderstande im Schließungsbogen umgekehrt proportional.

Bezeichnet man die Spannung der Electricität am Pole mit e, den Leitungswiderstand im Schließungsbogen mit w und das Quantum der freien Electricität, welches in einer gegebenen Zeit den Schließungsbogen einer Kette durchströmt oder die Stromstärke mit s, so ist

$$s = \frac{e}{w}$$

Der Leitungswiderstand im Schließungsbogen muß aber von der Länge und dem Querschnitte des Schließungsbogens so wie von der Leitungsfähigkeit des Materiales desselben abhängen; und zwar muß er der Länge direct, dem Querschnitte und der Leitungsfähigkeit des Materiales aber umgekehrt proportional sein.

Bezeichnet man die Länge mit l, den Querschnitt mit q und die Leitungsfähigkeit des Materiales mit k, so ist

$$w = \frac{l}{qk}$$

Bezeichnet man mit r die Länge eines Schließungsbogens, dessen Querschnitt = 1 und dessen Leitungsfähigkeit ebenfalls = 1 ist, so hat man

$$r = \frac{l}{qk}$$

wo man r die reducirte Länge des Schließungsbogens nennt, indem durch sie der Widerstand gemessen wird. Demnach ist auch

$$s = \frac{e}{r}$$

In der leitenden Flüssigkeit findet nun ebenfalls ein Widerstand statt, den man auch auf eine gewisse Länge reduciren kann. Ist diese reducirte Länge = ϱ, so hat man

$$s = \frac{e}{r + \varrho}$$

für das Electricitätsquantum einer einfachen Kette, welches in einer gegebenen Zeit, z. B. der Zeiteinheit, durch den Schließungsbogen geht.

Besteht eine Säule aus n einfachen Ketten, welche alle als gleich angesehen werden können, so ist auch die Spannung an den Polen nmal so groß, als die Spannung an den Polen einer einfachen Kette. Es wird aber auch die reducirte Länge, welche den Widerstand der leitenden Flüssigkeit darstellt, nmal so groß, als bei einer einfachen Kette, so daß man, für das Electricitätsquantum einer Säule aus n Elementen, welches den Schließungsbogen in einer gegebenen Zeit durchströmt, hat

$$s_1 = \frac{ne}{r + n\varrho}$$

Wird nun r gegen $n\varrho$ verschwindend klein, so ist näherungsweise

$$s_1 = \frac{e}{\varrho}$$

d. h. für einen kurzen Schließungsbogen wird durch Vermehrung der Elemente die Stromstärke nicht vergrößert.

Da nun r um so kleiner wird je größer k ist, so sieht man, daß die Stromstärke um so weniger vergrößert wird, je besser das Material des Schließungsbogens die Electricität leitet.

Will man daher durch Vermehrung der Elemente die Stromstärke vergrößern, so muß der Schließungsbogen ein schlechter Leiter sein.

Wird die Oberfläche eines Elementes m mal vergrößert, so wird auch der Querschnitt der leitenden Flüssigkeit m mal vergrößert, d. h. für q ist mq zu setzen.

Da nun

$$\varrho = \frac{l}{qk}$$

so ist

$$\frac{\varrho}{m} = \frac{l}{mqk}$$

Man hat daher für die Stromstärke eines solchen Elementes

$$s_2 = \frac{e}{r + \frac{\varrho}{m}} = \frac{me}{mr + \varrho}$$

Ist nun mr, gegen ϱ verschwindend, klein, so wird

$$s_2 = \frac{me}{\varrho}$$

d. h. für einen sehr kurzen Schließungsbogen wird durch Vergrößerung der Oberfläche die Stromstärke vergrößert, oder es ist in diesem Falle die Stromstärke der Oberfläche des electromotorischen Elementes direct proportional.

Da nun r um so kleiner wird, je größer k ist, so sieht man, daß die Stromstärke hier um so mehr vergrößert wird, je besser das Material des Schließungsbogens die Electricität leitet.

Will man also durch Vergrößerung der Oberfläche die Stromstärke vergrößern, so muß der Schließungsbogen ein guter Leiter sein.

Folgende Tabelle gibt die Leitungsfähigkeit mehrerer Metalle an.

Name des Metalls.	Beobachter.	
	Rieß.	Lenz.
Kupfer	100	100
Silber	148,7	136,25
Gold	88,9	79,79
Cadmium	38,4	—
Messing	27,7	29,33
Zinn	14,7	30,84
Eisen	17,7	17,74
Platin	15,5	14,16
Blei	10,3	14,62
Palladium	18,2	—
Nickel	13,2	—
Neusilber	8,9	—
Antimon	—	8,87
Wismuth	—	2,58
Quecksilber	—	4,66

Folgende Tabelle gibt den Leitungswiderstand mehrerer Salzlösungen nach Horsford an, wobei der Leitungswiderstand des Neusilbers = 1 gesetzt ist.

Name der Flüssigkeit.	Leitungswiderstand.
Schwefelsäure sp. G. 1,10	75673
„ „ „ „ 1,20	56180
„ „ „ „ 1,30	56180
„ „ „ „ 1,40	82520
Zinkvitriollösung 7,287 Gr. in 100 cc. Wasser	1896000
„ „ 4,175 „ „ „ „ „	2663400
Kupfervitriollösung 15,093 Gr. in 100 cc. Wasser	972320
„ „ 7,547 „ „ „ „ „	1410200
Kochsalzlösung 27,6 Gr. in 500 cc. Wasser . .	577100
„ „ 21,3 „ „ „ „ „ . .	769460
Zweifache Verdünnung	1488200
Vierfache „	2750560

9. Wirkungen des electrischen Stromes.

a. Physiologische Wirkungen.

Wenn man die Hände mit einer schwachen Kochsalzauflösung befeuchtet und mit jeder Hand einen der Poldrähte einer Säule faßt, so empfindet man in dem Augenblicke, wo man die Kette schließt, einen Schlag, dessen Stärke der Dichtigkeit der freien Electricität proportional ist. Der Strom geht nun fortwährend durch den Körper, wovon man aber nichts empfindet, wenn die Säule nur aus wenigen Elementen besteht.

Bei einer stärkeren Batterie aber hat man an denjenigen Stellen, wo der Strom aus dem Drahte in den Körper übergeht, eine eigenthümliche Empfindung. Wenn man die Kette öffnet, so fühlt man einen zweiten Schlag, welcher aber weniger heftig als der erste ist. Wenn man die Kette fortwährend öffnet und schließt, so folgen die Schläge ebenso hintereinander, wodurch die Wirkung auf die Nerven sehr gesteigert werden kann.

Hierzu dient das von Neeff construirte Blitzrad. Dasselbe besteht aus einer kupfernen Scheibe, welche am Rande rechteckige Einschnitte hat, die mit Ebenholz ausgelegt sind. Diese Scheibe dreht sich um eine metallene Axe. Bringt man nun den einen Poldraht einer Batterie mit dieser Axe, den andern mit dem Rande der Scheibe in Berührung, so wird beim Umdrehen der Scheibe der Strom abwechselnd geschlossen und geöffnet. Wird daher an irgend einer Stelle des Schließungsbogens der menschliche Körper eingeschaltet, so folgen die Erschütterungen um so rascher auf einander, je schneller die Scheibe gedreht wird.

Man hat von dieser Wirkung in der Heilkunde Anwendung gemacht; namentlich bei Gicht, Rheumatismus, Lähmungen und dergleichen.

Legt man ein Zinkstück auf und ein Silberstück unter die Zunge, und läßt beide Metalle an der Zungenspitze sich berühren, so empfindet man einen säuerlichen Geschmack.

Wenn man den Strom durch die Augen leitet, so empfindet man einen blitzähnlichen Lichtschein. Dieselbe Erscheinung hat man,

obwohl schwächer, wenn man einen Zinkstreifen an der einen und einen Silberstreifen an der andern Seite des Mundes auf das Zahnfleisch der oberen Backenzähne legt, und außerhalb des Mundes die Streifen in Berührung bringt.

Der negative Pol veranlaßt, wenn er in die Nase gebracht wird, einen Reiz zum Nießen. Der positive Pol thut dieses nicht. Er erzeugt einen sauren Geruch.

Werden die Pole in die Ohren hinein geführt, so vernimmt man ein eigenthümliches Sausen.

Scheintodte und Ohnmächtige werden durch den Strom in das Leben zurückgerufen. An soeben Hingerichteten hat man Verzerrungen des Gesichts, Oeffnen und Schließen der Augen und momentane Respiration beobachtet. Ueberhaupt werden die Muskeln frisch getödteter Thiere, namentlich kaltblütiger, durch den Strom in heftige Zuckungen versetzt.

Diese Erscheinung war es auch, welche zur Entdeckung der Electricitätsentwickelung durch Berührung führte.

Im Jahre 1789 hatte Aloysius Galvani, Professor der Medicin zu Bologna mehrere Froschschenkel präparirt und mit kupfernen Häkchen an einem eisernen Balkongeländer aufgehangen. Das Häkchen war mit dem Schenkelnerv in Berührung. Er beobachtete, daß die Muskeln in Zuckungen geriethen, wenn die Schenkel das Eisen berührten. Er erklärte diese Erscheinung aus der Annahme einer eigenthümlichen Lebensflüssigkeit, welche aus den Nerven durch das Kupfer und Eisen in die Muskeln überströme. Man nannte diese Lebensflüssigkeit Galvanismus. Alexander Volta bewies aber durch seine Versuche, daß diese vermeintliche Lebensflüssigkeit Electricität war, welche an der Berührungsstelle der Metalle, Eisen und Kupfer, frei wurde.

b. Optische und thermische Wirkungen.

Jedes Schließen und Oeffnen der Kette ist von einer Lichterscheinung begleitet, deren Intensität nicht von der Spannung, sondern von der Quantität der sich vereinigenden Electricitäten abhängt.

Werden in den Schließungsbogen starker Batterien Drähte von Platin, Eisen, Kupfer oder sonst einem Metalle eingeschaltet, so werden diese Drähte glühend, sie schmelzen, zerreißen, und die Enden derselben werden in Form kleiner Kügelchen fortgeschleudert.

Dünne Goldplättchen werden verflüchtigt und erzeugen dabei kleine glänzende Funken von grünlichem Lichte. Dasselbe geschieht mit dünnen Silberplättchen. Das Glühen der Drähte hängt, nach Untersuchungen von Grove, von dem umgebenden Mittel ab. Im Wasserstoffgas ist das Glühen z. B. schwächer als im Sauerstoffgas und Stickstoffgas.

Nach Untersuchungen von Poggendorff werden durch glühende Drähte Alkohol, Aether, Terpentinöl und Mandelöl unter Gasentwickelung zersetzt. Er hat diese Zersetzungen Electrothermische Zersetzungen genannt, da er sie für bloße Wirkungen der Wärme ansieht.

Desprez schmolz mit einer Batterie von 600 Bunsenschen Elementen Silicium, Bor und Kohle. Letztere ließ sich sogar verflüchtigen. Der Diamant verwandelte sich in Graphit.

Befestigt man an jedem Polende einen Kohlenstift und nähert die Stifte einander mit den Spitzen, so entsteht bei der Berührung ein sehr hell leuchtender Stern. Hat man hierzu eine starke Batterie, so erreicht das Licht eine außerordentliche Intensität, so daß die Flamme einer Kerze, gleich einem dunkeln Körper einen Schatten wirft. Befinden sich die Kohlenstifte in einem luftverdünnten Raume, so kann man die Spitzen etwas von einander entfernen. Die von einer Spitze zur andern übergehenden glühenden Kohlentheilchen bilden dann einen glänzenden Lichtbogen.

Es sind bereits, namentlich in Petersburg, Versuche gemacht worden, dieses Licht zur Straßenbeleuchtung zu benutzen.

Wenn man nach Tyrtow den positiven Pol einer Daniellschen Batterie in Quecksilber führt, den negativen mit einem metallischen Leiter verbindet und die Kette dadurch schließt, daß man das Ende des metallischen Leiters mit dem Quecksilberspiegel in Berührung bringt, so wird dieses Ende glühend und schmilzt zu einer Kugel zusammen. Dies dauert so lange, bis das Ende ganz in das

Quecksilber versenkt ist. Führt man aber den negativen Pol in das Quecksilber und verbindet den positiven mit dem metallischen Leiter, so erscheint, wenn das Ende des letzteren das Quecksilber berührt, an diesem Ende nur ein bläulicher Funke, wie er gewöhnlich beim Oeffnen und Schließen der Kette sich zeigt. Im letzteren Falle verdunstet aber das Quecksilber mehr als im ersten Falle.

Nach Versuchen von van Breda werden im leeren Raume die materiellen Theilchen der Polenden durch den Strom fortgerissen. Auch findet diese Erscheinung dann noch statt wenn man zwischen die Polenden eine Metallplatte bringt. Ist der Abstand der Pole nicht groß, so werden die Theilchen in Form von Funken fortgeschleudert. Der Uebergang des Stroms von einem Polende zum andern wurde durch den Entladungsschlag einer Leidner Flasche eingeleitet. Die Polenden wurden vor und nach dem Versuche gewogen. Einige Resultate sind folgende.

An jedem Pole befand sich eine Eisenkugel. Die am positiven Pole hatte 309, die am negativen 55 Milligramm verloren. Beide waren kraterförmig ausgetieft.

An jedem Pole befand sich eine Kupferkugel, zwischen beiden eine isolirte Eisenplatte. Das Gewicht der Kugel am positiven Pole hatte um 63 Milligr., das Gewicht der Kugel am negativen Pole um 360 Milligr. zugenommen. Beide waren mit Eisen überzogen. Das Gewicht der Eisenplatte dagegen hatte um 327 Milligramme abgenommen. Es zeigten sich darauf Spuren von Kupfer.

Am positiven Pole befand sich eine Eisenkugel, am negativen ein Kegel von Coaks. Der Abstand beider betrug 3 Millimeter. Nach 33 Secunden hatte das Eisen 32, der Coaks 5 Milligramm verloren.

Der positive Pol hatte eine Kupferplatte, der negative eine Kupferspitze. Der Abstand beider betrug 2 Millimeter. Nachdem der Strom durch den Entladungsschlag der Flasche eingeleitet worden war, wurde gegen die Platte eine schöne bläuliche Flamme reflectirt. Die Spitze schmolz ab und der Strom hörte auf, als durch das Abschmelzen der Spitze der Abstand auf 2 Centimeter

gestiegen war. Das Gewicht der Platte hatte um 22 Milligramme zugenommen.

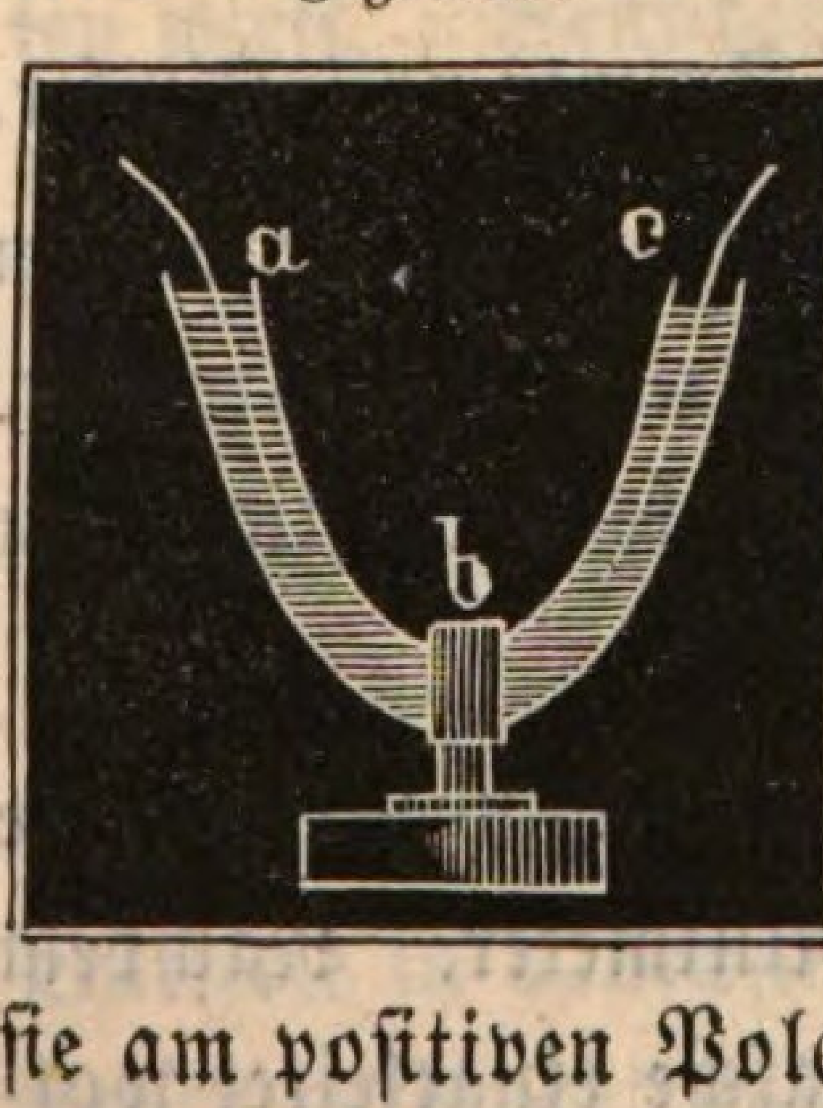
c. Chemische Wirkungen.

Werden in den Schließungsbogen einer Kette gewisse chemische Verbindungen gebracht, welche sich entweder durch Auflösung oder Schmelzung im flüssigen Zustande befinden, so werden diese Verbindungen durch den Strom zersetzt, indem sie in zwei Bestandtheile zerlegt werden, welche sich an denjenigen Stellen ausscheiden, an welchen der Strom in und aus den seiner Einwirkung unterworfenen Körper tritt.

Ist dieser Körper ein Oxyd oder eine Sauerstoffsäure, so scheidet sich der Sauerstoff stets am positiven, das Radical stets am negativen Pole ab. Ist der Körper eine Wasserstoffsäure, so scheidet sich der Wasserstoff stets am negativen, das andere Element stets am positiven Pole aus. Z. B. die Chlorwasserstoffsäure wird so zerlegt, daß das Chlor am positiven, der Wasserstoff am negativen Pole sich abscheidet.

Ist der Körper ein Salz, so scheidet sich die Säure am positiven, die Basis am negativen Pole ab. Diese Erscheinung läßt sich sehr schön mit dem Apparate Fig. 285 beobachten. Bringt man in die Glasröhre abc die Auflösung eines Salzes, welche man vorher mit Lackmustinctur violett gefärbt hat, und führt von der einen Seite den positiven, von der andern Seite den negativen Pol einer Säule hinein, so färbt sich die Auflösung am positiven Pole roth, am negativen blau. Färbt man die Salzlösung mit Veilchensyrup blau, so wird sie am positiven Pole roth, am negativen Pole grün.

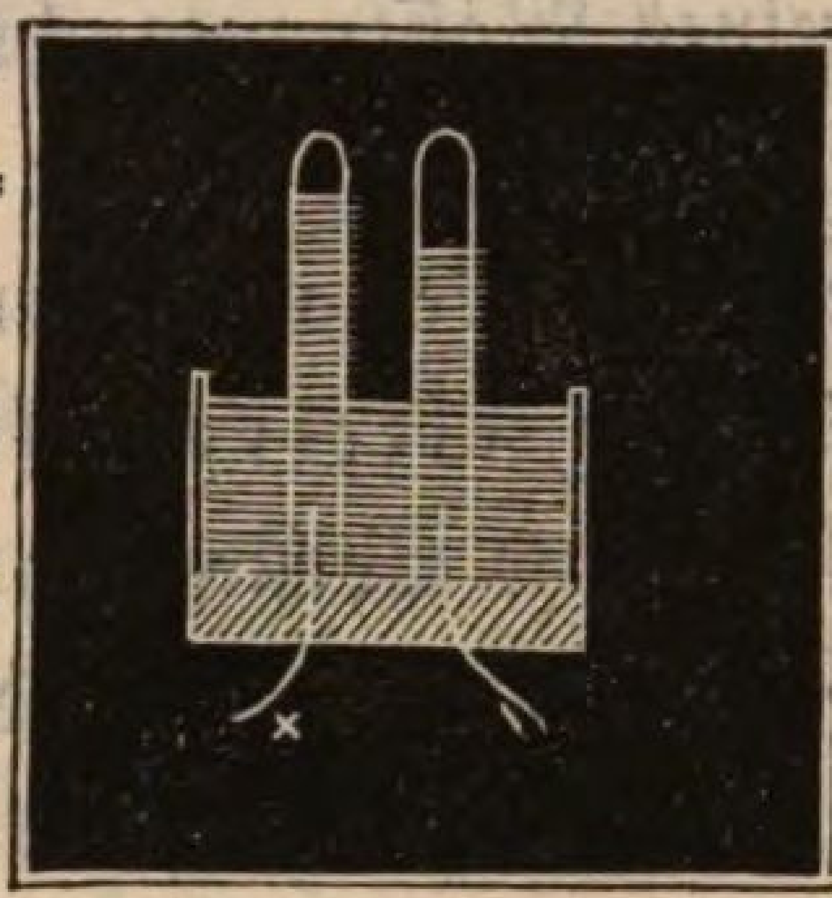
Fig. 285.



Die Zersetzung chemischer Verbindungen durch den Strom wurde zuerst am Wasser beobachtet, welches eben durch den Strom zuerst direct in seine Bestandtheile, Wasserstoff und Sauerstoff, zer-

legt wurde. Einen hierzu geeigneten Apparat zeigt die Fig. 286. Zwei Glasröhren sind mit Wasser gefüllt und umgekehrt in ein Gefäß eingetaucht, in welchem sich Wasser befindet. Führt man in das letztere die Pole einer Säule, so daß jedes Polende unter der Oeffnung einer Glasröhre sich befindet, so steigen die gebildeten Gase in den Glasröhren in die Höhe. Das Volumen des Wasserstoffgases ist hierbei genau doppelt so groß als das Volumen des Sauerstoffgases.

Fig. 286.



Durch den Strom wurden ferner die Alkalien und Erden von Davy zuerst in ihre Bestandtheile, den Sauerstoff und das Metall, zerlegt.

Sind diejenigen Substanzen, welche der Zersetzung durch den Strom unterworfen werden, in Wasser aufgelöst, so treten häufig Wechselwirkungen zwischen den Bestandtheilen dieser Substanzen und denen des Wassers ein. Bei einer Auflösung von Jodkalium scheidet sich am positiven Pole Jod, am negativen aber Wasserstoffgas und Kali aus. Hier hat sich das Kalium mit dem Sauerstoffe des zersetzten Wassers verbunden. Bei einer Auflösung von schwefelsaurem Kupferoxyd scheidet sich am positiven Pole Schwefelsäure und Sauerstoff, am negativen Pole metallisches Kupfer ab. Hier wurde durch den Wasserstoff des zersetzten Wassers das Kupferoxyd reducirt. Bei einer Auflösung von essigsaurem Bleioxyd, scheidet sich am positiven Pole Bleisuperoxyd, am negativen Pole metallisches Blei ab. Bei Behandlung von verdünnter Salpetersäure reducirt der freigewordene Wasserstoff die Salpetersäure zu salpetriger Säure. Am positiven Pole entweicht Sauerstoff, am negativen salpetrige Säure.

Hierher gehören auch die Nobilischen Farbenringe, welche entstehen, wenn man auf eine Silberplatte einige Tropfen einer Auflösung von essigsaurem Bleioxyd oder essigsaurem Kupferoxyd bringt und mit einem zugespitzten Zinkstäbchen in der Mitte der Flüssigkeit das Silber berührt.

Alle Metalle, mit Ausnahme des Goldes und des Platins, werden oxydirt, wenn sie am positiven Pole sich befinden und in reines Wasser getaucht sind, durch welches der Strom geht.

Körper, welche am positiven Pole sich ausscheiden, werden electronegativ, und solche, welche am negativen Pole sich abscheiden, electropositiv genannt.

Die Vorstellung, welche man davon hat, wie die Zersetzung eines Körpers durch den Strom bewirkt wird, ist folgende. Wenn z. B. Wasser zwischen den Polen einer Säule sich befindet, so werden vom positiven Pole die Sauerstoffatome angezogen, die Wasserstoffatome abgestoßen. Vom negativen Pole werden die Wasserstoffatome angezogen, die Sauerstoffatome abgestoßen. Es müssen daher alle Wasseratome eine solche Lage annehmen, daß die Sauerstoffatome dem positiven, die Wasserstoffatome dem negativen Pole der Säule zugekehrt sind. Wird nun am positiven Pole das erste Wasseratom zersetzt, indem das Sauerstoffatom entweicht, so verbindet sich das freigewordene Wasserstoffatom mit dem Sauerstoffatome des zweiten Wasseratoms und so fort. Dasselbe findet am negativen Pole statt. Es gehen daher durch den gegenseitigen Austausch die Wasserstoffatome fortwährend nach dem negativen, die Sauerstoffatome nach dem positiven Pole hin.

Hiernach wird grade soviel von dem Körper zersetzt, als zur Leitung des electrischen Stromes erforderlich ist. Es müssen daher auch die zersetzten Quantitäten des der Zersetzung unterworfenen Körpers den Quantitäten der strömenden Electricitäten oder der Stromstärke direct proportional sein.

Faraday fand, daß derjenige elektrische Strom, welcher ein Aequivalent Wasser zersetzt, von jedem andern aus zwei Elementen bestehenden Körper ebenfalls ein Aequivalent zersetzt. Er gründete hierauf das Gesetz, daß die durch einen electrischen Strom zerlegten Gewichtsmengen sich wie die Aequivalente verhalten. Man nennt es das electrolytische Gesetz.

Faraday nennt diejenigen Körper, welche durch den Strom zersetzt werden, Electrolyte, den Vorgang der Zersetzung, die Electrolyse, die Orte, an denen der Strom zu den Electrolyten

tritt, Electroden, die positive Electrode Anode, die negative Kathode, die Bestandtheile der Electrolyten Jonen, den an der Anode austretenden Anion, den an der Kathode austretenden Kathion.

Nach Versuchen von Faraday verhalten sich Sauerstoff, Chlor, Brom, Fluor, Schwefel Selen wie Anionen gegen Wasserstoff, Kalium, Natrium, Calcium, Zink, Eisen, Kupfer und die meisten andern Metalle, welche letzteren sich daher gegen die ersteren wie Kathionen verhalten. Von Kohle, Stickstoff, Bor, Silicium und Aluminium weiß man noch nicht, ob es Jonen sind.

Wenn man ein Metall, welches außerdem in einer Säure oxydirt wird, am negativen Pole einer Kette in diese Säure bringt, so findet keine Oxydation statt. Es werden also durch den electrischen Strom die zwischen der Säure und dem Metalle bestehenden chemischen Actionen aufgehoben. Das Kupfer z. B. wird vom Meerwasser angegriffen; bringt man aber Zink damit in Berührung, so hört die zwischen Kupfer und Meerwasser bestehende chemische Action auf. Davy schlug deshalb vor, den kupfernen Beschlag der Schiffe dadurch vor der Zerstörung zu schützen, daß man Zink damit in Berührung bringt. Nach seinen Beobachtungen ist ein Stückchen Zink von der Größe eines Nagelkopfs ausreichend, um 40 bis 50 Quadratzoll Kupfer zu schützen. Ebenso wie das Zink wirkt auch das Eisen. Hierher gehört auch die Erscheinung, welche man die Passivität der Metalle nennt und welche darin besteht, daß unter den geeigneten Umständen, die zwischen einer Säure und einem Metalle bestehenden chemischen Actionen entweder vorübergehend oder dauernd aufgehoben werden.

d. Magnetische und dynamische Wirkungen.

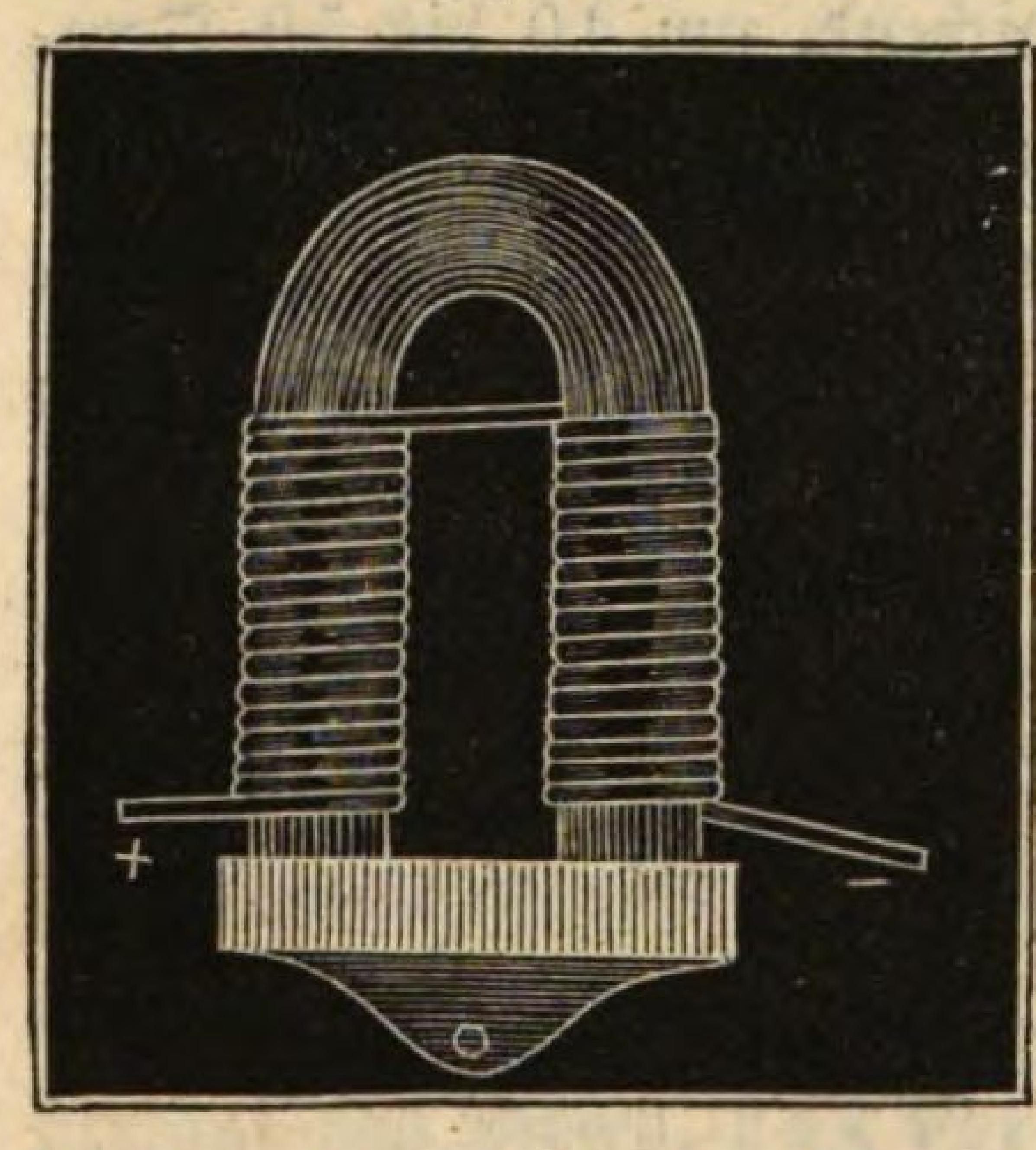
Wenn man einer freischwebenden, also im magnetischen Meridiane befindlichen Magnetnadel den Schließungsdraht einer Kette nähert, so wird die Nadel von ihrer Richtung so lange abgelenkt, als die Kette geschlossen ist. Die Ablenkung geschieht in folgender Weise.

Bewegt sich der positive Strom von Süden nach Norden genau in der Richtung des magnetischen Meridianes über der Nadel hin, so wird die nach Norden gerichtete Spitze der Nadel westlich abgelenkt; bewegt sich der Strom in derselben Richtung unter der Nadel hin, so wird die nach Norden gerichtete Spitze der Nadel östlich abgelenkt. Diese Ablenkungen finden in entgegengesetzter Richtung statt, wenn der positive Strom die entgegengesetzte Richtung hat.

Um die Ablenkung der Nadel für einen gegebenen Strom mit Leichtigkeit bestimmen zu können, hat Ampère folgende einfache Regel gegeben. Denkt man sich den positiven Strom durch eine menschliche Figur gehend, so daß er bei den Füßen ein- und beim Kopfe austritt, und das Gesicht der Figur der Nadel zugewendet, so findet die Ablenkung der nach Norden gerichteten Spitze der Nadel stets nach der linken Seite der Figur statt.

Ein electrischer Doppelstrom wirkt aber nicht allein richtend auf die Magnetnadel, sondern er erregt auch im Eisen oder Stahl den Magnetismus. Am besten geschieht dieses, wenn man einen mit Seide übersponnenen Draht um einen Eisen- oder Stahlstab herumwindet, und durch diesen Draht einen Strom gehen läßt. Ist ein solcher Stab hufeisenförmig gebogen und versieht man ihn mit einem Anker, Fig. 287. so zeigt er ein bedeutendes Tragvermögen, welches indessen von der Form des Ankers abhängt. Man nennt solche Magnete Electromagnete.

Fig. 287.



Der auf diese Weise im weichen Eisen erregte Magnetismus verschwindet wieder, wenn der Strom aufhört. Stahlstäbe aber werden zu bleibenden Magneten. Bei hufeisenförmig gebogenen Eisenstäben bleibt der Magnetismus, auch wenn der Strom aufgehört hat, noch einige Zeit, wenn sie mit einem Anker versehen sind.

Wenn man Stahlstäbe magnetisiren will, wendet man eine Rolle an, über welche ein mit Seide übersponnener Draht in vielen Windungen läuft. Während der Strom in der Rolle circulirt, steckt man den Stahlstab hindurch und bewegt ihn hin und her. Der Strom wird unterbrochen, wenn sich die Rolle in der Mitte des Stabes befindet. Vortheilhaft ist es, den Stab an beiden Enden mit Stücken von weichem Eisen, oder wenn er hufeisenförmig gebogen ist, mit einem Anker zu versehen. Die Wirkung des Stromes ist so kräftig, daß die Pole eines Magneten sofort umgekehrt werden.

Rücksichtlich der Aufwindung der Drähte unterscheidet man rechts- und linksgewundene, indem man diese Bezeichnung von der Schraube entlehnt hat. Bei rechtsgewundenen Drähten entsteht der Nordpol, das ist das nach Süden gerichtete Ende des Magneten an der Stelle, wo der positive Strom eintritt; bei links gewundenen Drähten ist es umgekehrt.

Nach Jacobi und Lenz ist die Intensität des durch den Strom erregten Magnetismus der Stromstärke direct proportional. Die Dicke des Drahtes ist ohne Einfluß, wenn die Stromstärke dieselbe bleibt. Die Wirkung einer Drahtrolle ist der Summe ihrer Windungen proportional.

In Beziehung auf die Form der Stäbe ist der erregte Magnetismus bei gleicher Länge dem Querschnitte proportional.

Nach Müller nimmt bei wachsender Stromstärke der Magnetismus in einem geringeren Verhältnisse zu, und nähert sich nach und nach einem Maximum.

Wenn man mittelst eines starken Stromes einen Eisenstab magnetisirt, so vernimmt man nach Keßler-Gondard ein Tönen, wenn man die Kette schließt oder öffnet. Dieses Tönen geht vom Eisen aus und ist um so stärker, je stärker der Strom ist.

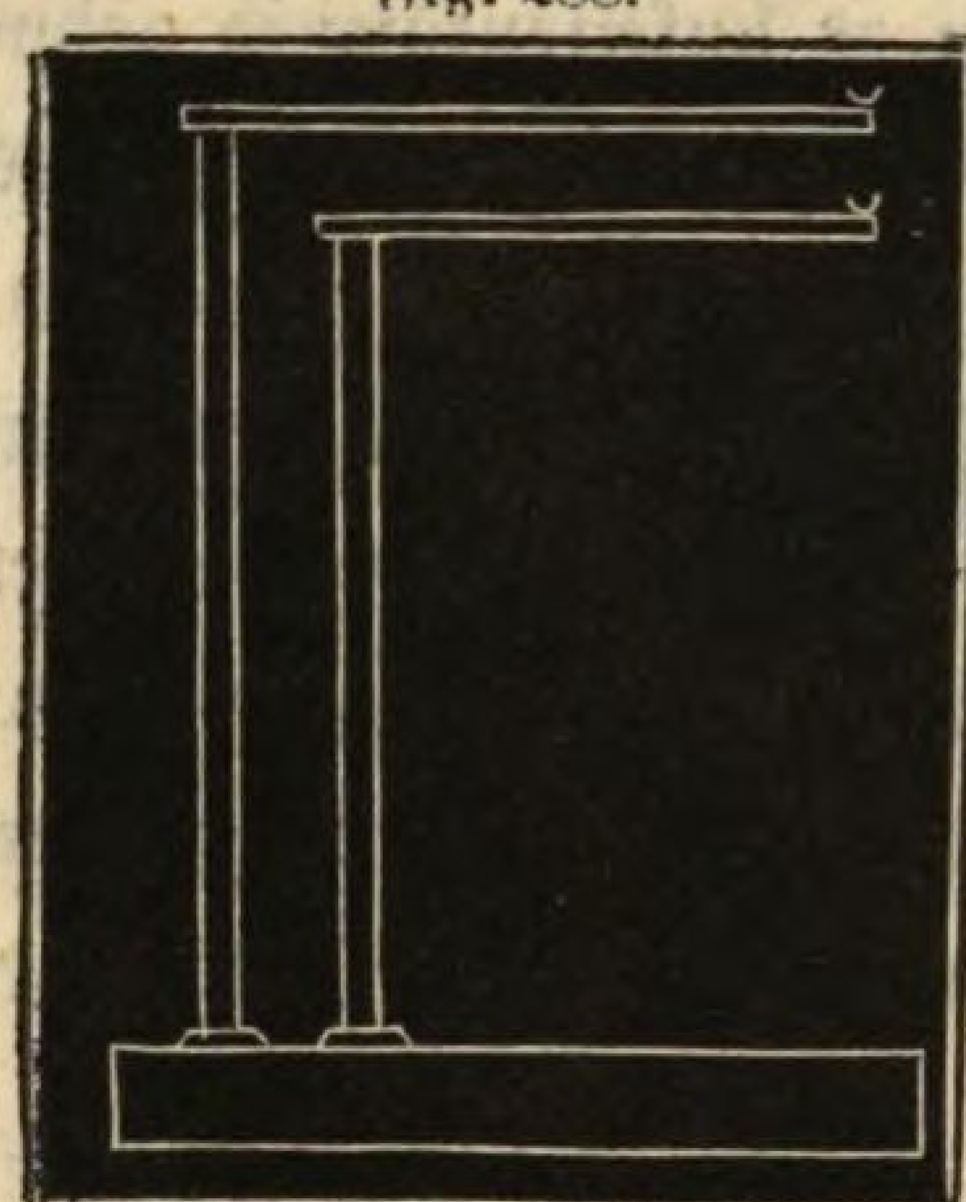
Wenn ein Draht in Form eines Kreises oder eines Rechtecks frei aufgefangen wird, und es geht ein Strom hindurch, so stellt er sich stets so, daß die Stromebene auf der Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht steht.

Gibt man dem Strome die entgegengesetzte Richtung, so macht der aufgehangene Draht eine Drehung von 180°, wo er dann wie-

der in Ruhe kommt. Bei dieser Ruhelage geht stets in der untern Hälfte des Kreises oder Rechtsecks der positive Strom von Osten nach Westen.

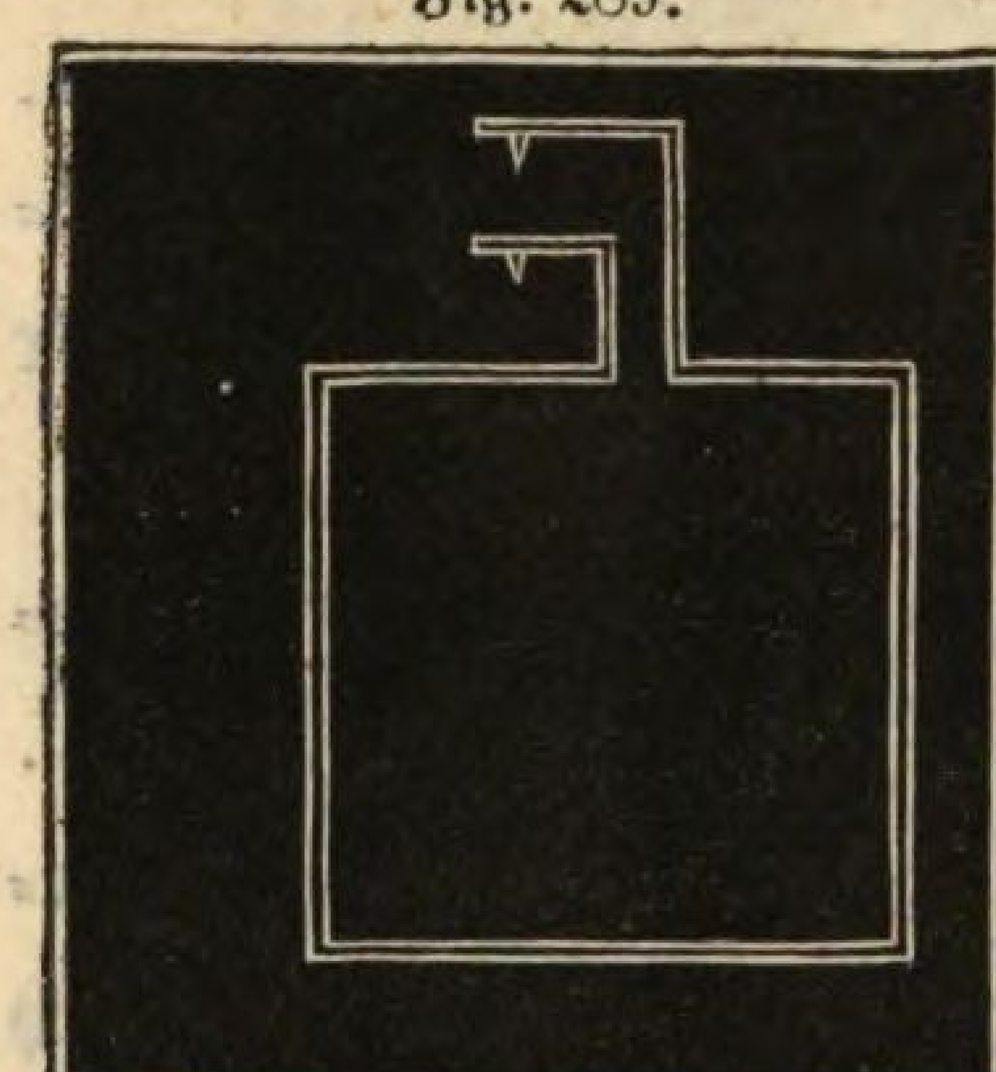
Nähert man dem aufgehangenen Drahte einen Magneten, so bewegt er sich so, als ob auf der Stromebene ein Magnetstab senkrecht stünde.

Fig. 288.



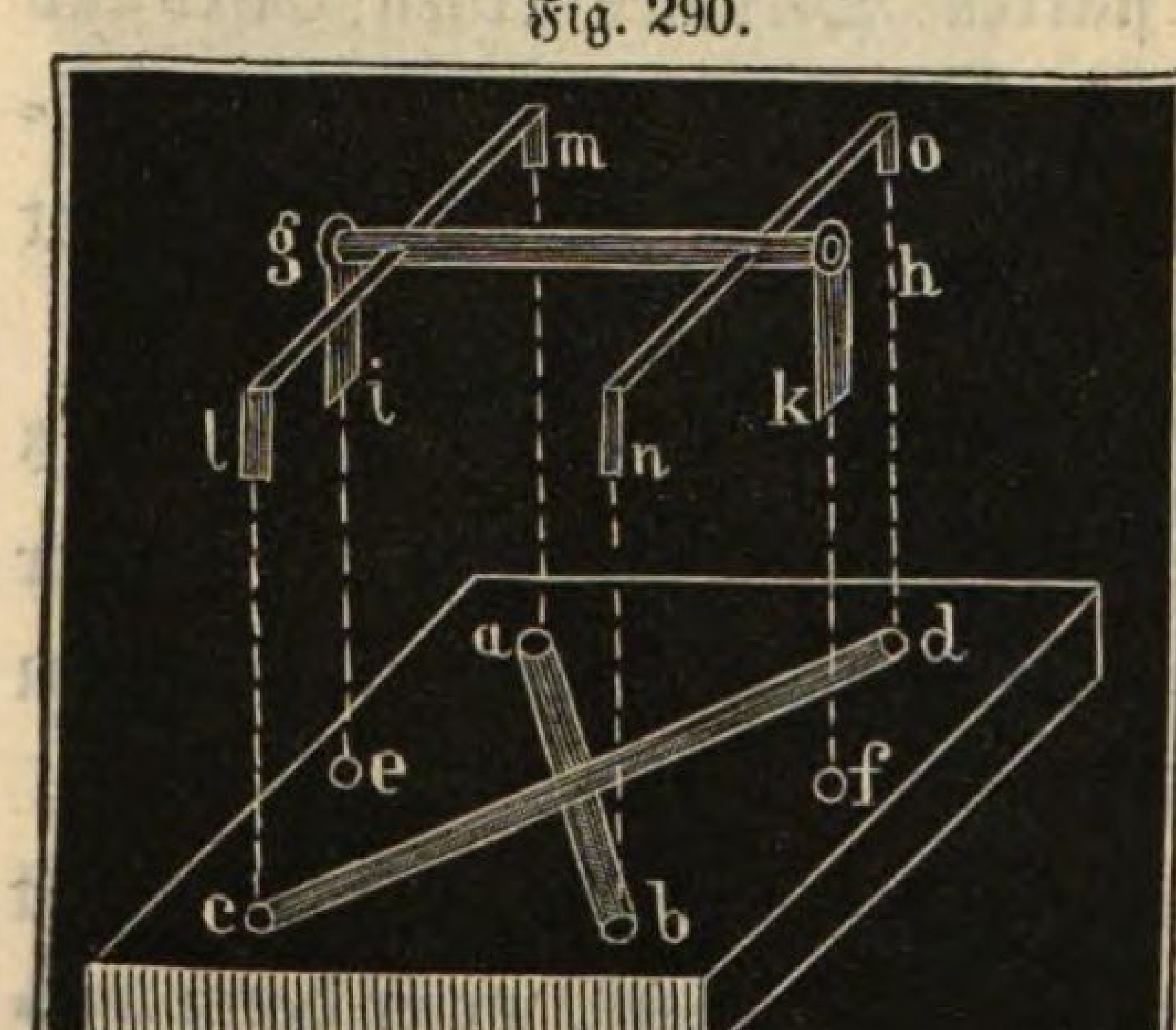
Um diese Erscheinungen beobachten zu können, bedient man sich eines von Ampère construirten Apparates Fig. 288. Auf einem Brettchen stehen zwei Messingsäulen, von denen jede einen horizontalen Arm trägt, der mit einem Quecksilbernäpfchen endet. In diese Quecksilbernäpfchen werden die Spitzen des Drahts Fig. 289. eingesetzt. Die eine Spitze geht bis auf den Boden des Näpfchens, die andere taucht nur eben in das Quecksilber ein. Beide Spitzen liegen genau in derselben Vertikalen. Der Strom geht in der einen Messingsäule in die Höhe, sodann durch den Draht und in der andern Messingsäule wieder herab.

Fig. 289.



Um bei derartigen Beobachtungen den Strom bequem wechseln zu können, dient der Gyrotrop oder Commutator. Fig. 290.

Fig. 290.

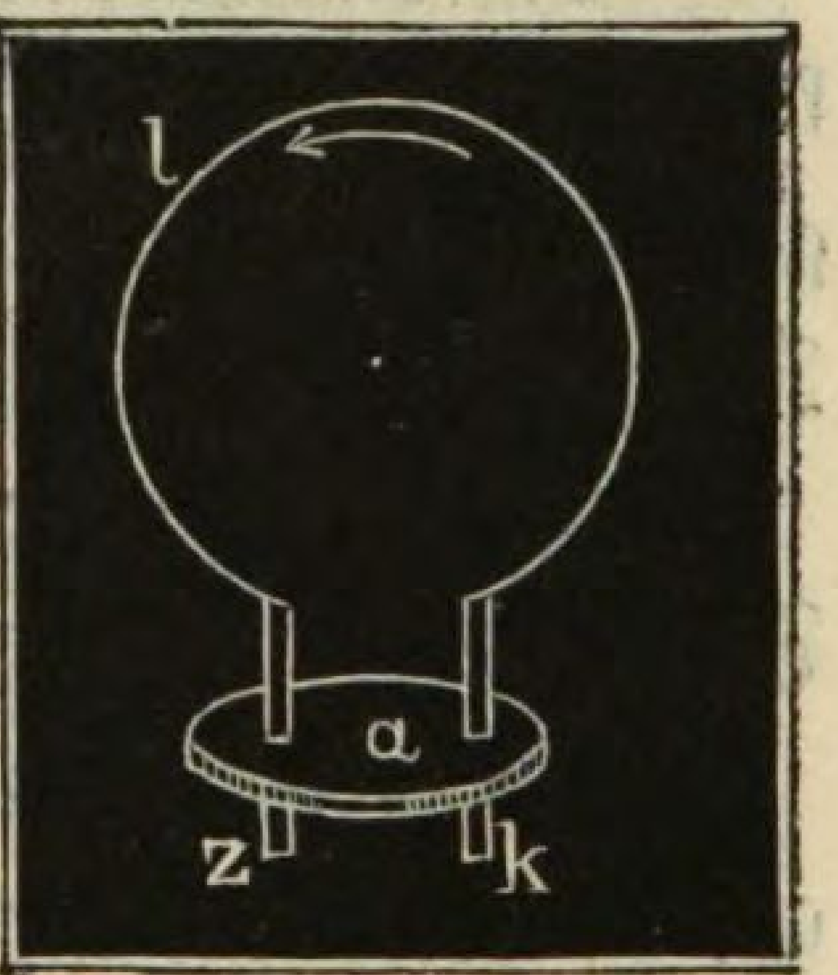


In einem Brette sind sechs näpfchenartige Vertiefungen, a, b, c, d, e und f. Diese sind mit einer isolirenden Substanz z. B. Firniß ausgekleidet und mit Quecksilber gefüllt. a ist mit b, und c ist mit d durch einen Kupferstreifen verbunden, welche sich nicht gegenseitig be-

rühren dürfen. Sind e und f mit den Polen der Kette verbunden, befinden sich die Enden des Schließungsdrahtes in a und d, und tritt bei e der positive Strom ein, so geht er von a nach d, wenn e mit a leitend verbunden ist, er geht aber von d nach a, wenn e mit c leitend verbunden ist. Diese Verbindungen werden durch die Wippe hergestellt, welche um die Axe gh drehbar ist, mit i in e und mit k in f eintaucht. Ist m in a, und o in d eingetaucht, so geht der Strom von a nach d; ist l in c und n in b eingetaucht, so geht der Strom von d nach a. Es versteht sich von selber, daß die Welle gh aus einer isolirenden Substanz gefertigt sein muß.

Nach de la Rive kann man die Bewegungen durchströmter Leiter zeigen, wenn man sie auf einer Flüssigkeit schwimmen läßt. Fig. 291 zeigt einen solchen Apparat. In einer Scheibe von Kork a, befindet sich ein Zinkstück z und ein Kupferstück k, welche durch einen Draht l mit einander verbunden sind. Setzt man die Scheibe auf angesäuertes Wasser, so ist die Kette geschlossen und der Apparat stellt sich so, daß die Stromebene auf der Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht steht.

Fig. 291.

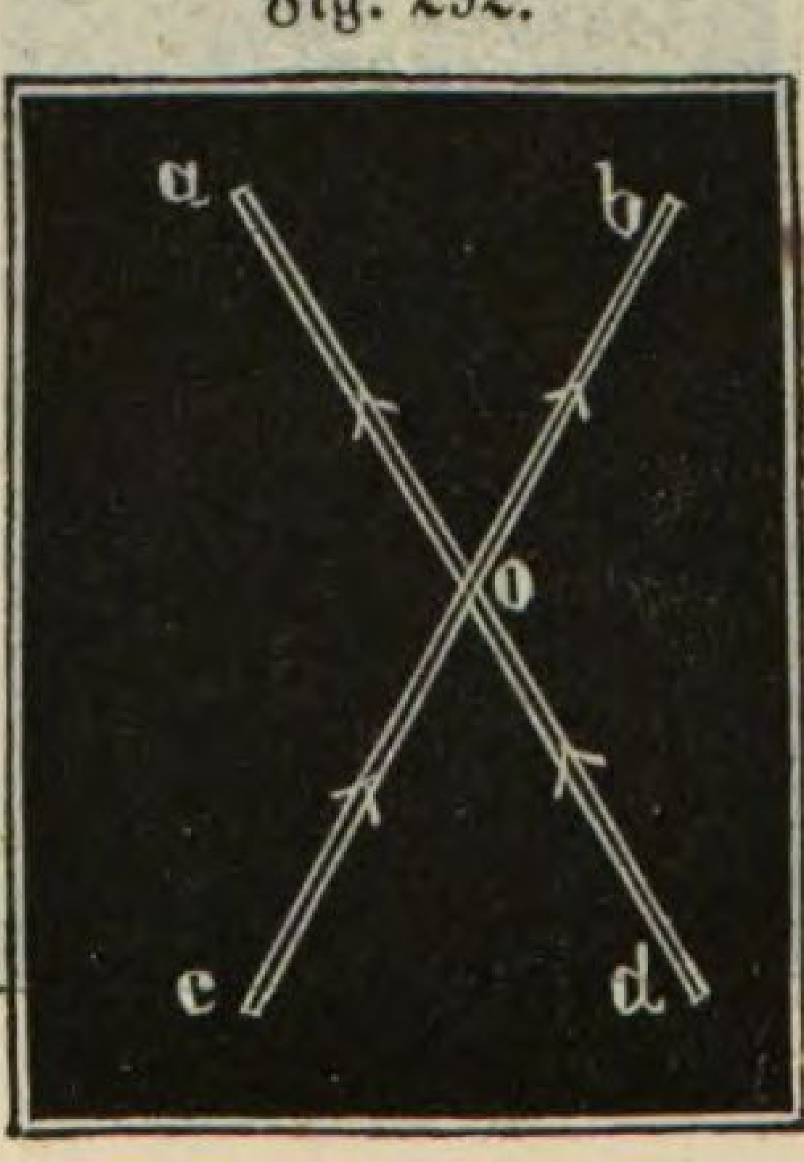


Die Gesetze, nach welchen zwei electrische Ströme aufeinander wirken, sind folgende:

Zwei parallele Ströme ziehen sich an, wenn sie sich in derselben Richtung bewegen, sie stoßen sich ab, wenn ihre Richtungen entgegengesetzt sind.

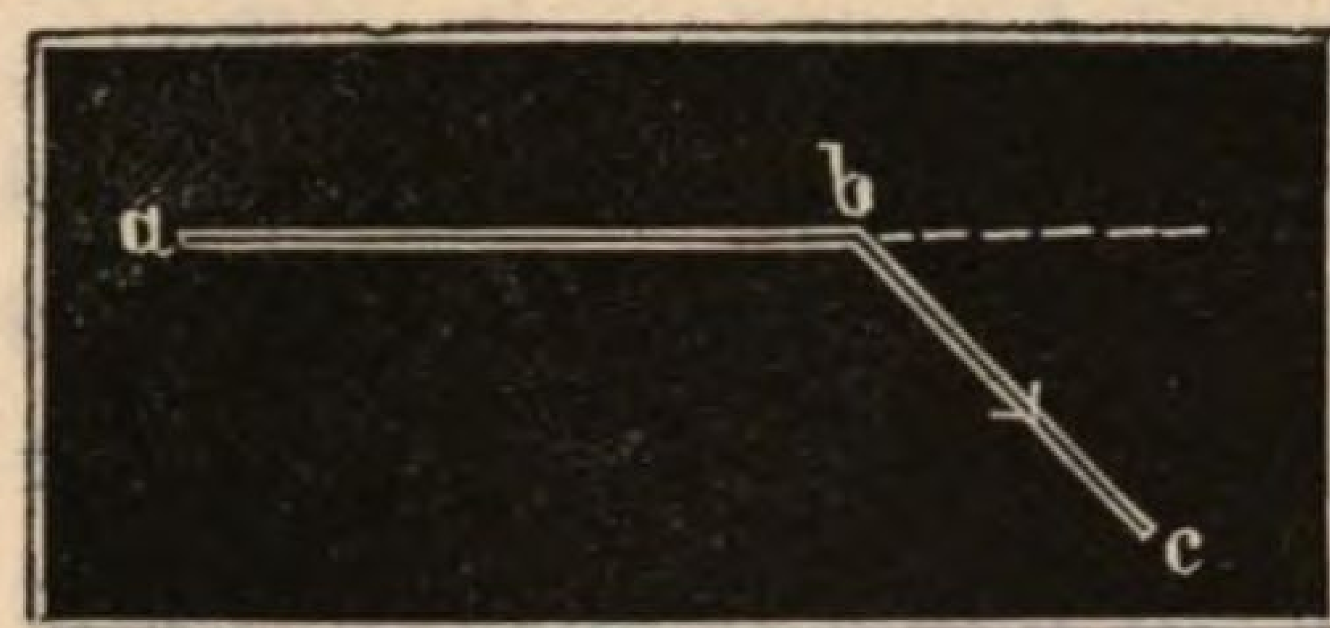
Zwei Ströme, welche sich kreuzen, haben das Bestreben, sich parallel zu stellen. Die Stromtheile, welche nach dem Kreuzungspunkte hingehen, sowohl als die Stromtheile, welche von dem Kreuzungspunkte hinweggehen, ziehen sich gegenseitig an, während je zwei Stromtheile, von denen einer nach dem Kreuzungspunkte hin, der andere von dem Kreuzungspunkte hinweg geht, sich gegenseitig abstoßen. oa und ob, sowie oc und od Fig. 292 ziehen sich gegenseitig an; oa und oc, so wie ob und od stoßen sich gegenseitig ab.

Fig. 292.



Macht der Strom den Winkel abc, Fig. 293, so stoßen sich ab und bc ab. Es sucht daher der Strom den Theil bc in die Verlängerung von ab zu bringen.

Fig. 293.



Da aber diese Wirkung auch dann noch fortdauert, wenn bc in der Verlängerung von ab liegt, so folgt hieraus, daß die verschiedenen zusammenhängenden Theile eines geradlinigen Stromes sich gegenseitig abstoßen.

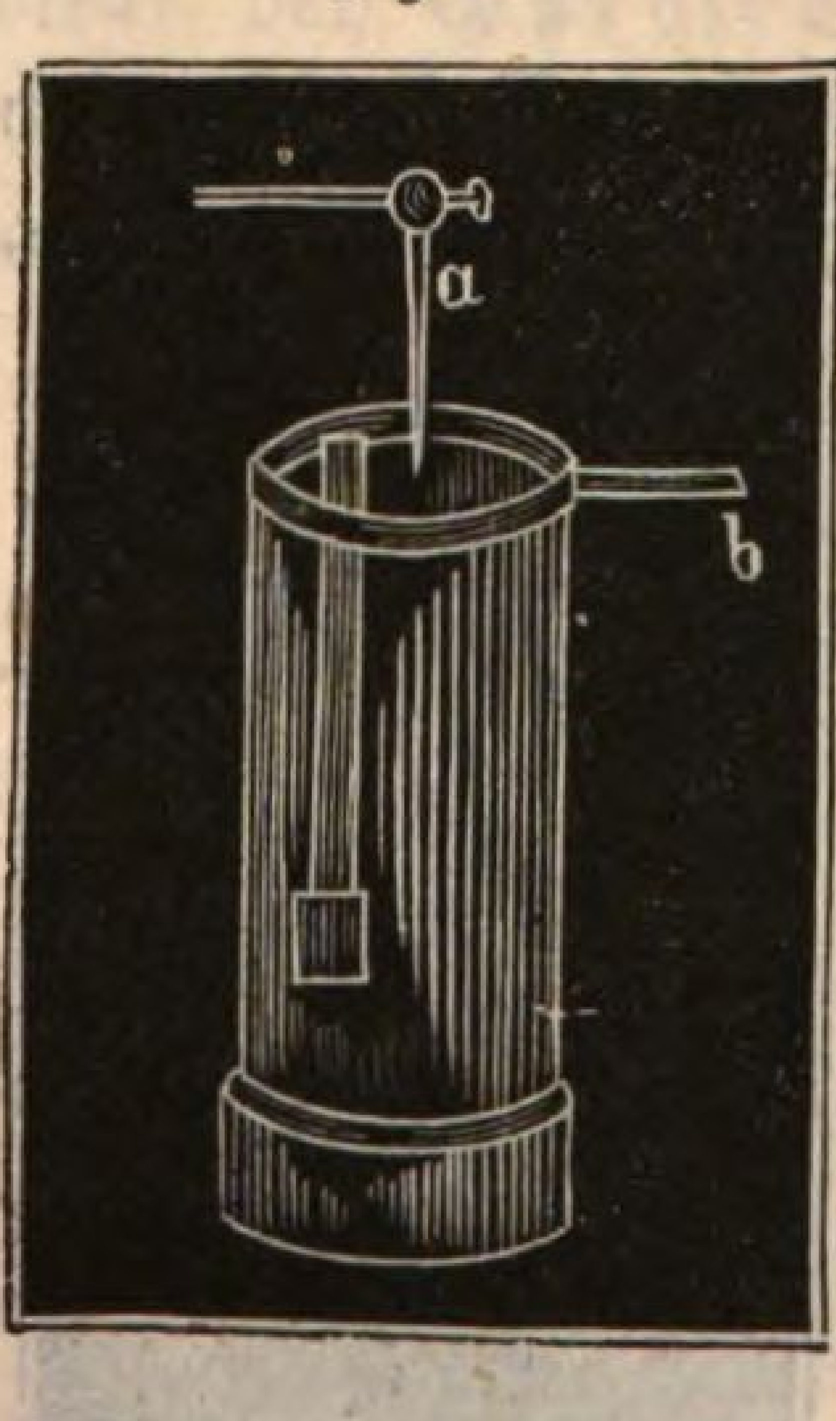
Das Grundprincip der Electrodynamik ist in folgenden zwei Sätzen enthalten.

1) Die electrodynamische Kraft der Wechselwirkung zweier Leitungsdrähte, durch welche Ströme von gleicher Intensität gehen, ist dem Quadrate dieser Intensität proportional.

2) Für die electrodynamischen Wirkungen in die Ferne gelten gleiche Gesetze wie für die magnetischen.

Wenn ein Magnetpol um einen Draht, durch den ein Strom geht, sich frei bewegen kann, so wird der Magnet in eine um den Draht rotirende Bewegung versetzt. Um dies zu zeigen, fülle man ein Glasgefäß, Fig. 294, welches oben mit einem kupfernen Ringe eingefaßt ist, bis an diesen Ring mit Quecksilber, und tauche in dieses einen Magnetstab, welcher an seinem untern Ende ein Stück Platin trägt, damit er in aufrechter Stellung so schwimmen kann, daß er mit seinem Ende eben über den Quecksilberspiegel herausragt.

Fig. 294.



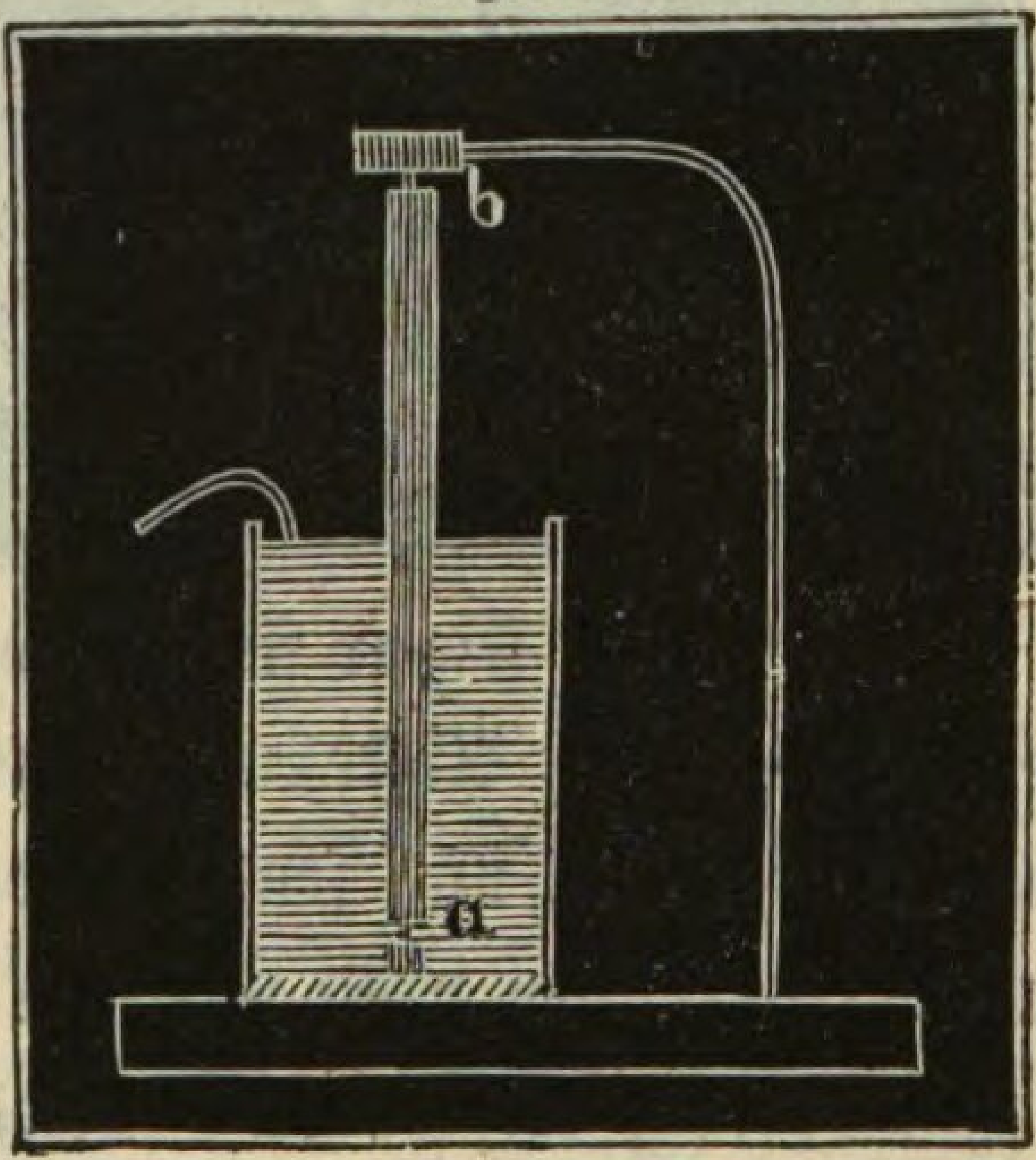
Berührt nun der eine Poldraht a den Quecksilberspiegel in der Mitte, während der andere Poldraht b mit dem kupfernen Ringe in Verbindung steht, so beginnt die Bewegung des Magneten, sobald man die Kette schließt. Diese Erscheinung folgt einfach daraus, daß jeder Strom die Magnetnadel senkrecht auf die Stromebene zu richten strebt. Tritt z. B. der positive Strom bei a ein, so wird der

auf dem Quecksilberspiegel schwimmende Magnetpol überall nach derselben Richtung hin abgelenkt, woraus die rotirende Bewegung hervorgehen muß. Hat der Strom die entgegengesetzte Richtung, so ist auch die drehende Bewegung des Magneten entgegengesetzt.

Ist der Magnetstab fest und der durchströmte Leiter beweglich, so rotirt der letztere um den ersteren.

Ist ab, Fig. 295, ein Magnetstab, der sich zwischen zwei bei a und b befindlichen Stahlspitzen um eine verticale Axe leicht drehen kann, befindet sich derselbe zur Hälfte in einem Glasgefäße in Quecksilber eingetaucht und wird mit der Stahlspitze b der eine, mit dem Quecksilberspiegel im Glase der andere Pol einer Kette verbunden, so daß der Strom durch die aus dem Quecksilber hervorragende Hälfte des Magneten geht, so fängt der Magnet an, sich um seine Axe zu drehen, wenn die Kette geschlossen wird.

Fig. 295.



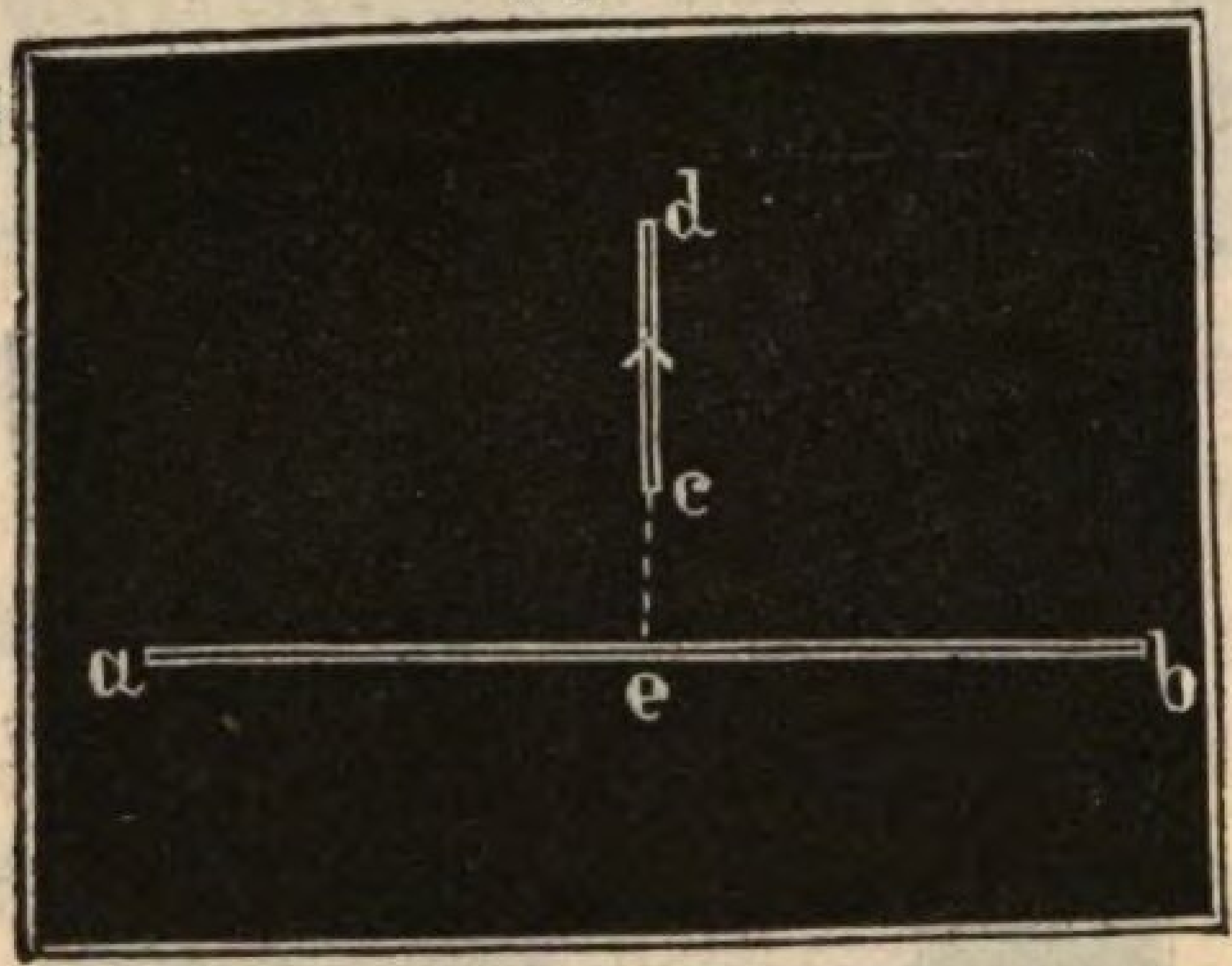
Hierher gehört auch das Barlow'sche Rädchen. Es ist dieses ein kleines, an der Peripherie zackiges, kupfernes Rädchen, welches sich an einem gabelförmigen Poldrahte befindet und mit den an seinem Umfange befindlichen Zacken in ein Gefäß mit Quecksilber taucht. Bringt man das Rädchen in die Ebene des magnetischen Meridians, zwischen die Pole eines Hufeisenmagneten und leitet einen Strom durch das Rädchen nach dem Quecksilber, so dreht sich das Rädchen mit einer großen Geschwindigkeit um seine Axe. Hat der Strom die entgegengesetzte Richtung, so ist auch die Drehung des Rädchens entgegengesetzt.

Auch flüssige Leiter werden unter dem Einflusse eines Magneten in Bewegung gebracht, wenn der Strom durch sie hindurchgeht. Setzt man nach Schweigger auf einen Magnetpol ein flaches Uhrglas, in welchem sich Salpetersäure befindet, und taucht einen Kupferdraht und einen Zinkdraht hinein, welche außerhalb der Flüssig-

keit in Berührung sind, so rotirt die Flüssigkeit um die Drahtenden und zwar um das eine rechts herum, um das andere links herum. Setzt man das Uhrglas auf den andern Pol des Magneten, so sind die Drehungen den ersteren entgegengesetzt.

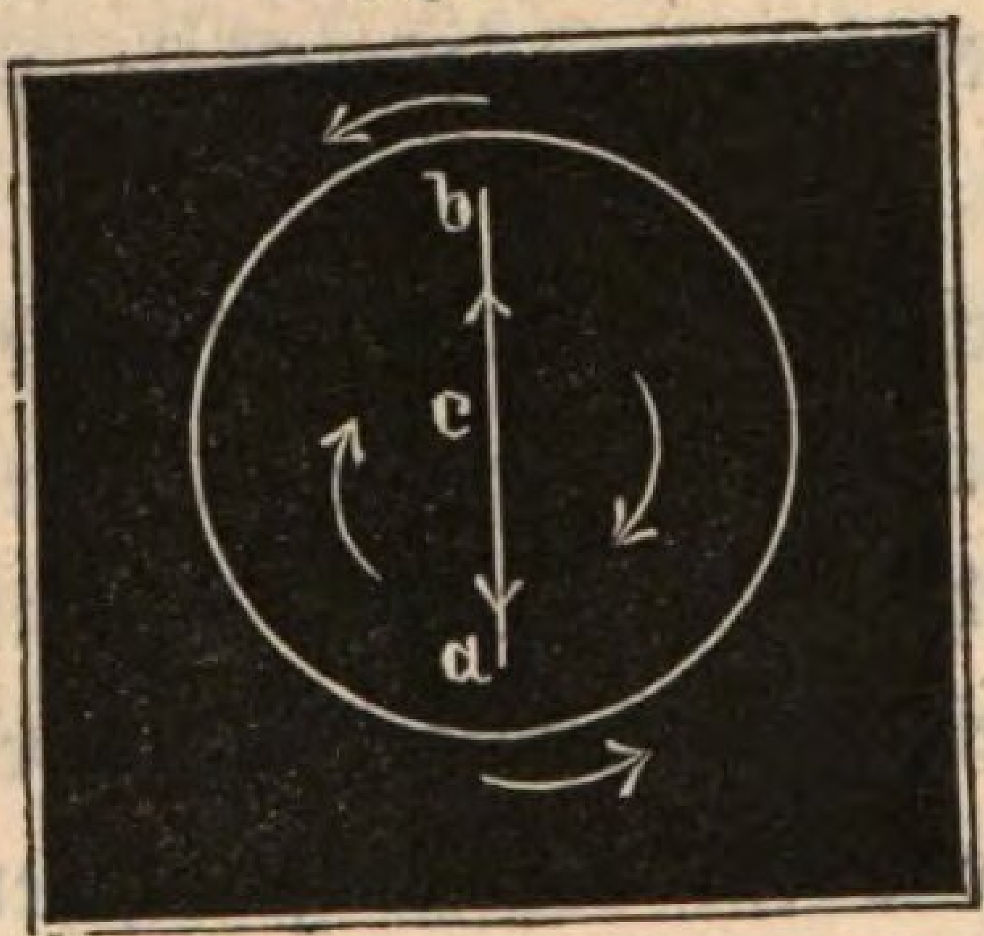
Wenn ein Strom ab, Fig. 296, fest und ein anderer cd mit sich selbst parallel beweglich ist und beide Ströme stehen senkrecht auf einander, so bewegt sich der Strom cd in der Richtung des festen, also von a nach b oder entgegengesetzt von b nach a, je nachdem der bewegliche von dem festen hinweg oder nach ihm hinströmt.

Fig. 296.



Nach der Figur findet zwischen eb und cd Anziehung, zwischen ea und cd aber Abstoßung statt. Beide Kräfte lassen sich zerlegen, mit ab parallel und senkrecht darauf. Die auf ab senkrechten Componenten können nicht wirksam sein, da cd nur mit sich selbst parallel beweglich ist. Es muß also cd in der Richtung ab sich bewegen.

Fig. 297.



Ist der feste Strom ein Kreis, welcher die Richtung der äußeren Pfeile hat, Fig. 297, und ist ab ein um c drehbarer Leiter, den ein Strom von c nach a und von c nach b durchläuft, so dreht sich ab um c in der Richtung der Pfeile.

e. Inducirende Wirkungen.

Wenn ein Leiter, in welchem ein Strom circulirt, in der Nähe eines anderen geschlossenen Leiters sich befindet, so wird in diesem letzteren ebenfalls ein Strom, aber nur momentan erregt.

Windet man auf einen Cylinder von Holz oder Pappe zwei mit Seide übersponnene Drähte so auf, daß die Windungen des einen immer neben den Windungen des andern hinlaufen, bringt den einen mit dem Multiplicator und den andern mit den Polen

einer Säule in Verbindung, so erfolgt eine Ablenkung der Nadel, sobald die Kette geschlossen wird. Allein diese Ablenkung ist nicht dauernd. Die Nadel kehrt nach einigen Schwingungen in ihre Gleichgewichtslage zurück. Wird die Kette wieder geöffnet, so erfolgt abermals eine Ablenkung der Nadel, welche ebenfalls nicht dauernd ist. Die zweite Ablenkung ist der ersten entgegengesetzt. Es wird mithin sowohl beim Schließen als auch beim Oeffnen der Kette in einem benachbarten Leiter ein Strom erregt.

Diese Ströme nennt man inducirte, temporäre oder secundäre Ströme. Sie wurden im Jahre 1838 von Faraday entdeckt und zeigen alle Eigenschaften der Hauptströme. Der beim Schließen der Kette inducirte Strom hat mit dem Hauptstrome entgegengesetzte Richtung; der beim Oeffnen der Kette inducirte Strom hat mit dem Hauptstrome gleiche Richtung.

Bei einem inducirten Strome wirken nun die nebeneinander liegenden Drahtwindungen wieder inducirend auf einander, so daß noch ein anderer Strom entsteht, welchen Faraday den Extrastrom genannt hat. Dieser Extrastrom hat mit dem Hauptstrome gleiche Richtung, woher es kommt, daß er den beim Schließen der Kette entstehenden Inductionsstrom schwächt, den durch Oeffnen der Kette aber entstehenden bedeutend verstärkt.

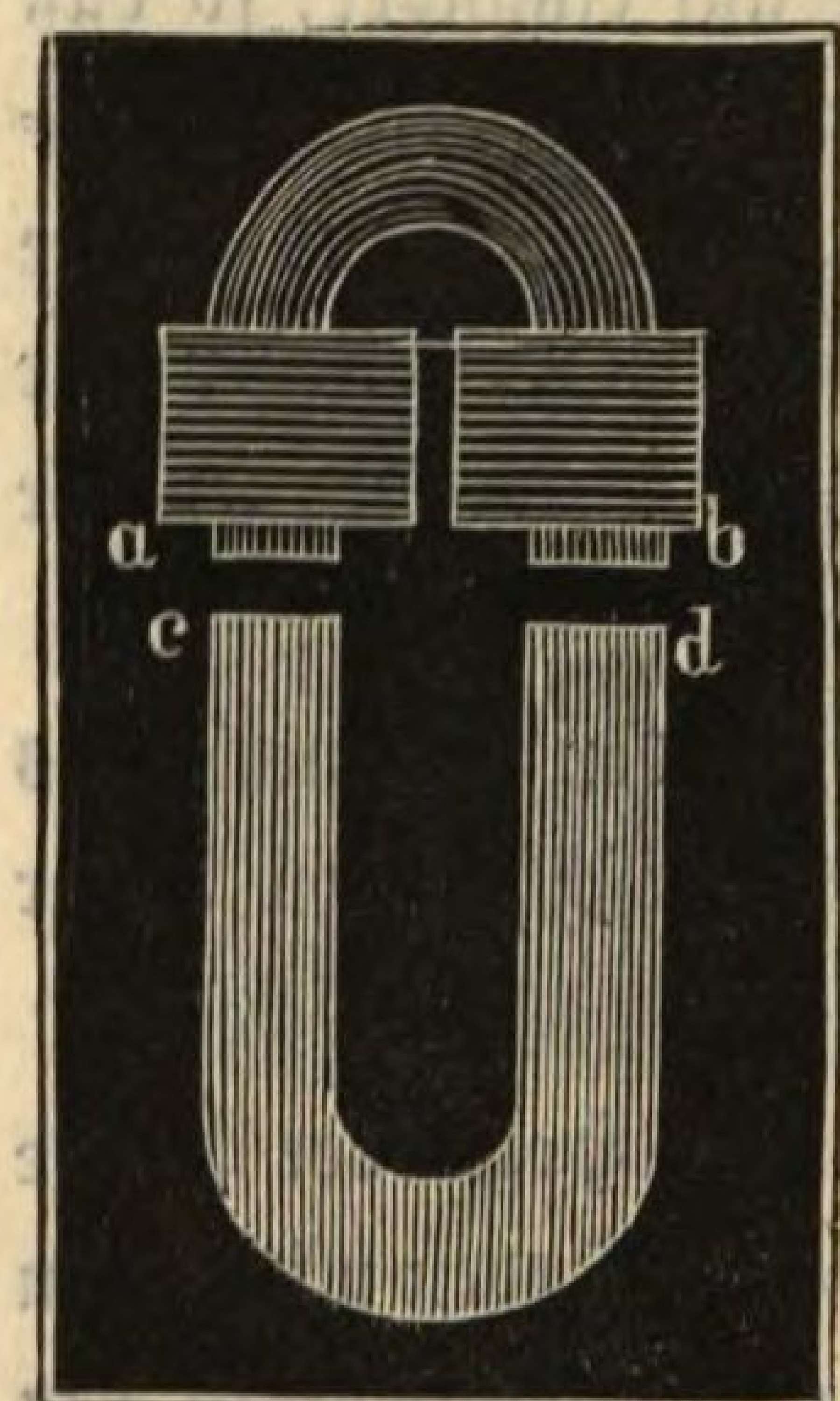
Eben so wie ein Strom im weichen Eisen den Magnetismus inducirt, wird durch einen Magneten in einem geschlossenen Leiter ein Strom inducirt.

Windet man auf einen hohlen Cylinder von Holz oder Pappe einen mit Seide übersponnenen Draht auf, dessen Enden mit einem Multiplicator in Verbindung gebracht werden, und schiebt in den Cylinder den einen Pol eines starken Magneten rasch hinein, so wird in dem Drahte ein Strom inducirt. Es erfolgt eine Ablenkung der Nadel. Doch da der Strom nur ein momentaner ist, so kehrt die Nadel bald wieder in ihre Gleichgewichtslage zurück. Zieht man hierauf den Magnetstab aus dem Cylinder wieder heraus, so wird abermals in dem Drahte ein Strom inducirt, die Nadel wird wieder abgelenkt. Diese Ablenkung ist der vorigen

entgegengesetzt. Es hat also der zweite Inductionsstrom mit dem ersten Inductionsstrome entgegengesetzte Richtung.

Befindet sich in einer Drahtrolle ein Stück weiches Eisen, so wird dieses ein Magnet, wenn in der Drahtrolle ein Strom inducirt wird. Hört der Strom auf, so verliert das Eisen seinen Magnetismus wieder. Es ist also eben so, als ob der Magnet aus der Drahtrolle herausgezogen würde. Folglich wird dadurch, daß das Eisen seinen Magnetismus verliert, im Drahte ebenfalls ein Strom inducirt, und da dieser mit dem Hauptstrome gleiche Richtung hat, so verstärkt er den Hauptstrom. Man kann mithin dadurch, daß man in eine Inductionsrolle einen Stab von weichem Eisen bringt, den in der Rolle inducirten Strom verstärken. Wirksamer als ein Eisenstab ist nach Magnus ein Bündel dünner Eisendrähte, welche, um sie von einander zu isoliren, mit Seide übersponnen oder auch überfirnißt sind.

Fig. 298.



Wird auf einem hufeisenförmig gebogenen Eisenstabe ab, Fig. 298, ein langer mit Seide übersponnener Draht aufgewunden, so wird in diesem durch rasche Annäherung eines starken Hufeisenmagneten cd an die Enden des Eisenstabes in dem Drahte ein Strom inducirt. Ein zweiter dem vorigen entgegengesetzter Strom wird inducirt, wenn man den Magneten rasch entfernt. Man kann daher durch abwechselnde Annäherung und Entfernung des Magneten eine Reihe rasch aufeinander folgender Ströme induciren.

Wenn man die Drähte zweier Multiplicatoren mit einander verbindet und die eine Multiplicatornadel mit der Hand bewegt, so erleidet auch die Nadel des andern Multiplicators eine Ablenkung. Es folgt hieraus, daß die Nadel durch Drehung in dem sie umgebenden Drahte einen Strom inducirt.

Wird ein Eisenstab mit einem mit Seide übersponnenen Drahte umwunden, in der Richtung der Inclination gehalten und dann

rasch umgedreht, so daß das unten befindliche Ende nach oben kommt, so wird im Drahte ein Strom inducirt.

Wenn ein Magnetstab um seine Axe rotirt, und man bringt den Draht einer Inductionsrolle mit dem einen Ende mit einem Pole und mit dem andern Ende mit der Mitte des Magnetstabes in Berührung, so wird im Drahte ein Strom inducirt. Bringt man das Drahtende mit dem andern Pole in Berührung, so wird ein dem ersteren entgegengesetzter Strom inducirt. Weber nennt diese Art der Induction eine unipolare.

Wenn über einer Kupferscheibe, welche um eine verticale Axe gedreht werden kann, eine leicht bewegliche Magnetnadel horizontal aufgehangen ist und man setzt die Kupferscheibe in Bewegung, so wird die Magnetnadel in der Richtung der Drehung abgelenkt und zwar um so mehr, je größer die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe ist. Wenn der Ablenkungswinkel der Nadel größer als 90° geworden ist, so fängt die Nadel selber an, sich um ihre Axe zu drehen. Die Wirkung ist um so größer, je näher die Nadel der Scheibe sich befindet, je größer die Masse der Scheibe und je stärker der Magnetismus der Nadel ist. Stärker als eine Kupferscheibe wirkt eine Scheibe von Eisen.

Diese Erscheinung hat ihren Grund darin, daß der Magnetstab in der rotirenden Scheibe Ströme inducirt, welche selber wieder auf den Magnetstab zurückwirken. Hierher gehört auch die Erscheinung, daß eine über einer Kupferscheibe oscillirende Magnetnadel früher in Ruhe kommt als sonst.

---

10. Folgerungen aus den Wirkungen electrischer Ströme.

a. Die electrochemische Theorie.

Die Gründer dieser Theorie sind Davy und Berzelius. Nach derselben zeigen je zwei Körper, welche sich miteinander chemisch

zu verbinden streben, freie entgegengesetzte Electricitäten. Ist die Vereinigung erfolgt, so zeigt die Verbindung keine freie Electricität mehr.

Derselbe Körper zeigt aber nicht unter allen Umständen dieselbe freie Electricität, sondern er kann bald freie positive, bald freie negative Electricität haben. Kommt er mit einem andern Körper in Berührung, welcher einen stärkeren electropositiven Zustand anzunehmen vermag als er, so zeigt er sich electronegativ, kommt er mit einem andern Körper in Berührung, welcher einen stärkeren electronegativen Zustand anzunehmen vermag als er, so zeigt er sich electropositiv. Es wird daher der elctrochemische Zustand eines Körpers durch den stärkeren oder schwächeren entgegengesetzten electrochemischen Zustand eines andern Körpers bedingt. So verhalten sich z. B. Schwefel, Chlor, Brom, Jod, gegen den Sauerstoff electropositiv, gegen die Metalle aber electronegativ. Der Sauerstoff ist stets electronegativ; die Metalle der Alkalien und Erden sind stets electropositiv.

Man hat rücksichtlich der electrochemischen Natur der Elemente folgende Spannungsreihe aufgestellt.

— Sauerstoff, Schwefel, Selen, Stickstoff, Chlor, Brom, Jod, Fluor, Phosphor, Arsenik, Kohlenstoff, Chrom, Bor, Antimon, Silicium, Gold, Platin, Quecksilber, Silber, Kupfer, Wismuth, Blei, Kobalt, Nickel, Eisen, Zink, Wasserstoff, Mangan, Aluminium, Magnesium, Calcium, Strontium, Barium, Lithium, Natrium, Kalium +

Der Sinn dieser Reihe ist der, daß jedes Glied sich gegen jedes vorhergehende electropositiv und gegen jedes nachfolgende electronegativ verhält.

Nur für die wenigsten Glieder ist die Stellung in der Spannungsreihe direct durch den Versuch ermittelt, die meisten hat man nach ihrem sonstigen analogen Verhalten geordnet. Auch kann nicht daraus gefolgert werden, daß die in der Reihe am weitesten von einander abstehenden Körper die größte Verwandtschaft zu einander haben, da außer dem electrischen Zustande noch viele andere Umstände auf die Verwandtschaftsäußerung zweier Körper einwirken.

Was von den Elementen gilt, gilt auch von den Oxyden. Sie können je nach der Natur des andern Oxyds bald als Säuren bald als Basen auftreten. Im Allgemeinen hängt der electrochemische Character eines Oxydes von dem vorherrschenden electrochemischen Character des Radicals oder von der überwiegenden Quantität des Sauerstoffes ab. Das Antimon z. B. ist vorherrschend electronegativ, daher sind seine Oxyde Säuren; das Eisen ist vorherrschend electropositiv, daher sind seine Oxyde Basen. Ein Oxyd nimmt den Character der Säure um so mehr an, je größer die Anzahl seiner Sauerstoffäquivalente ist.

Der Grund der electrochemischen Zustände liegt in den Atomen. Jedes Atom enthält beide Electricitäten, welche wie bei einem isolirten Leiter durch Vertheilung geschieden werden können, so daß das Atom auf der einen Seite freie positive, auf der andern Seite freie negative Electricität zeigt. In diesem Sinne nennt man die Atome polarelectrisch. Die Atome ziehen sich mit ihren entgegengesetzten Polen an, indem der intensivere Pol des einen die electrische Scheidung im andern Atome bewirkt. Ein zusammengesetztes Atom zeigt die Polarität desjenigen einfachen Atoms, welche bei diesem die größte Intensität hat, oder wenn das zusammengesetzte Atom aus mehr als zwei Atomen besteht, die Intensität der in der Mehrzahl vorhandenen einfachen Atome.

Wenn eine Verbindung a + b durch einen dritten Körper c zersetzt wird, so daß a + c entsteht, so muß der electrochemische Gegensatz von a zu c größer sein als der von a zu b. Die entgegengesetzten Electricitäten sind in der Verbindung a + c vollständiger neutralisirt als in der Verbindung a + b.

Wenn zwei Verbindungen a + b und c + d sich gegenseitig zersetzen, so daß die Verbindungen a + d und b + c entstehen, so wird entweder die Polarität von a durch die von d vollständiger neutralisirt, als durch die Polarität von b oder die Polarität von b wird durch die von c vollständiger neutralisirt als durch die von a.

Der chemische Proceß ist nach dieser Theorie eine Folge electrischer Thätigkeit und jede chemische Verbindung besteht aus zwei

entgegengesetzten electrochemischen Gliedern, weßhalb auch ein electrischer Doppelstrom allein und ohne Mitwirkung eines Körpers die Verbindungen zu zersetzen vermag. Die Zersetzung denkt man sich fortschreitend von Atom zu Atom, so daß die geschiedenen Atome die Träger der strömenden Electricitäten sind.

b. Ampère's Theorie des Magnetismus.

Diese Theorie ist eine Folgerung aus den gegenseitigen Wirkungen, welche Magnete und electrische Ströme auf einander äußern.

Nach dieser Theorie wird jedes Molecül eines Magneten von einem Strome, Molecularstrome, umkreist, der in sich selber zurückkehrt und der wegen seiner geringen Ausdehnung als kreisförmig angesehen werden kann. Denkt man sich eine Reihe solcher Molecüle in der Richtung der magnetischen Axe oder was dasselbe ist, eine unendlich dünne Magnetnadel, so hat man ein System paralleler und unter sich geschlossener Molecularströme. Jeder Magnetstab ist aber eine Summe unendlich dünner Magnetnadeln und jeder Querschnitt senkrecht auf die Axe des Magneten ist eine Summe von Molecularströmen, welche sämmtlich in derselben Ebene liegen. Statt derselben kann man einen einzigen Strom denken, welcher gleichsam die Resultante der Molecularströme ist und welcher den Magnetstab umkreist. Es ist daher auch jeder Magnetstab ein System unter sich paralleler geschlossener Ströme. Aus dem Verhalten zweier Ströme, sich gegenseitig anzuziehen oder abzustoßen, je nachdem sie dieselbe oder entgegengesetzte Richtung haben, lassen sich Anziehung und Abstoßung welche zwischen den Polen der Magnete stattfinden, erklären.

Nach dieser Theorie geht auch der Erdmagnetismus aus electrischen Strömen hervor, welche in der Richtung von Westen nach Osten die Erde umkreisen.

In einem Körper den Magnetismus hervorrufen, heißt nach dieser Theorie parallele Molecularströme erregen oder bereits vorhandene Molecularströme parallel ordnen.

Aber nicht nur die magnetischen, sondern auch die diamagnetischen Erscheinungen finden nach dieser Theorie eine Erklärung.

Faraday, welcher zuerst annahm, daß die magnetische Induction in diamagnetischen Körpern einen entgegengesetzten Zustand von demjenigen hervorrufe, wie er in magnetischen Körpern erzeugt werde, sagt: „Nach Ampère's Theorie würde diese Annahme damit übereinkommen, daß, während im Eisen und dergleichen magnetischen Körpern Ströme parallel mit den im inducirenden Magneten oder galvanischen Apparat vorhandenen inducirt werden, im Wismuth, schweren Glase und den übrigen diamagnetischen Körpern Ströme von entgegengesetzter Richtung aufträten."

Wilhelm Weber hat nun durch den Versuch dargethan, daß diamagnetisirtes Wismuth electrische Ströme inducirt, deren Richtung stets den vom Eisen unter denselben Verhältnissen inducirten Strömen entgegengesetzt ist.

Den Grund des beharrlichen diamagnetischen Zustandes schreibt Weber inducirten beharrlichen Molecularströmen zu.

---

11. Messung electrischer Ströme.

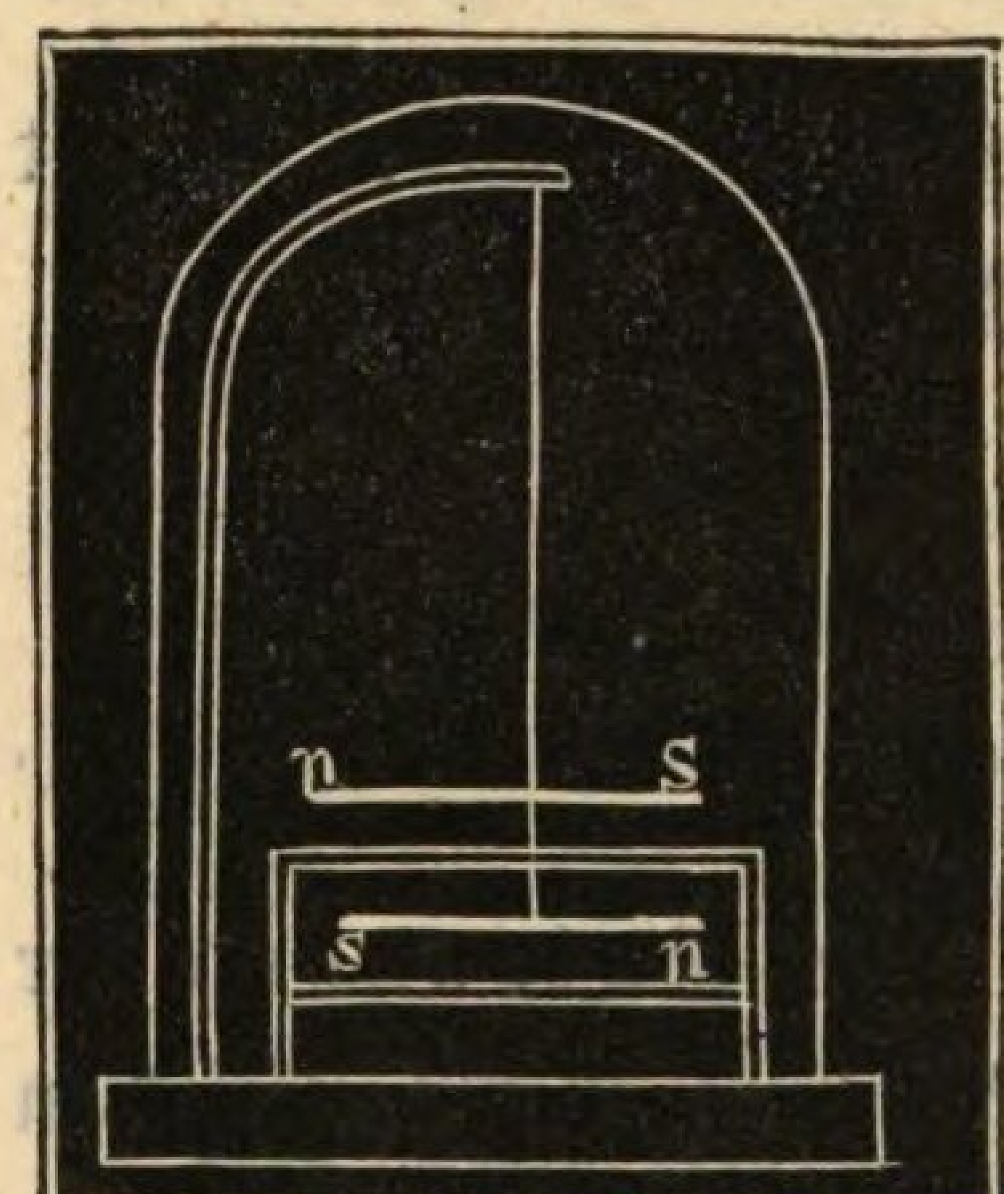
Schweigger's Multiplicator, auch Galvanometer genannt, gründet sich auf die Erscheinung, daß eine im magnetischen Meridiane befindliche Magnetnadel durch den Strom abgelenkt wird, indem der Strom der Nadel eine Richtung senkrecht gegen die seine zu geben strebt.

Gibt man dem Drahte, in welchem der Strom um die Nadel circulirt, die Form eines Rechtecks, so wirkt er in allen Richtungen in demselben Sinne auf die Nadel; seine Wirkung ist daher stärker, als wenn er nur über oder unter der Nadel hingeführt würde. Gibt man ferner dem Drahte mehrere Windungen, so bringt jede einzelne Windung eine Wirkung hervor. Die Gesammtwirkung, welche ein Strom dann auf die Nadel äußert, ist daher der Anzahl der Windungen direct proportional. Man kann mithin auf diese Weise die Wirkung eines Stromes multipliciren und somit außerordentlich schwache

Ströme zur Wahrnehmung bringen. Auch kann man aus der Größe des Ablenkungswinkels auf die Stärke des Stromes schließen, obwohl diese nicht dem Winkel geradezu proportional ist.

Das Instrument besteht aus zwei fest mit einander verbundenen, in einer Verticalebene befindlichen Magnetnadeln, deren Pole entgegengesetzt gerichtet sind, so daß die richtende Kraft des Erdmagnetismus nur der Differenz derjenigen Kräfte gleich ist, mit welchen sie auf jede Nadel einzeln wirkt. Eine solche Doppelnadel, welche man astatisch nennt, hat die größte Empfindlichkeit, da sie nur mit einer sehr kleinen Kraft im magnetischen Meridiane zurückgehalten wird. Die eine der Nadeln befindet sich in einem viereckigen Rahmen von Holz oder Metall, um welchen ein mit Seide übersponnener Draht gewunden ist, dessen Enden mit den Polen einer Kette in Verbindung gebracht werden können; die andere spielt über einem getheilten Kreise. Sie sind an einem Coconfaden aufgehangen und der ganze Apparat ist mit einer Glasglocke überdeckt, um Luftströmungen abzuhalten. Fig. 299.

Fig. 299.



Aus dem Ohm'schen Gesetze folgt, daß man bei einer Kette von starker Spannung, also bei einer solchen von vielen Plattenpaaren, dem Drahte viele Windungen geben muß, so wie, daß man bei einer Kette von geringer Spannung einen starken Draht von wenigen Windungen anzuwenden hat.

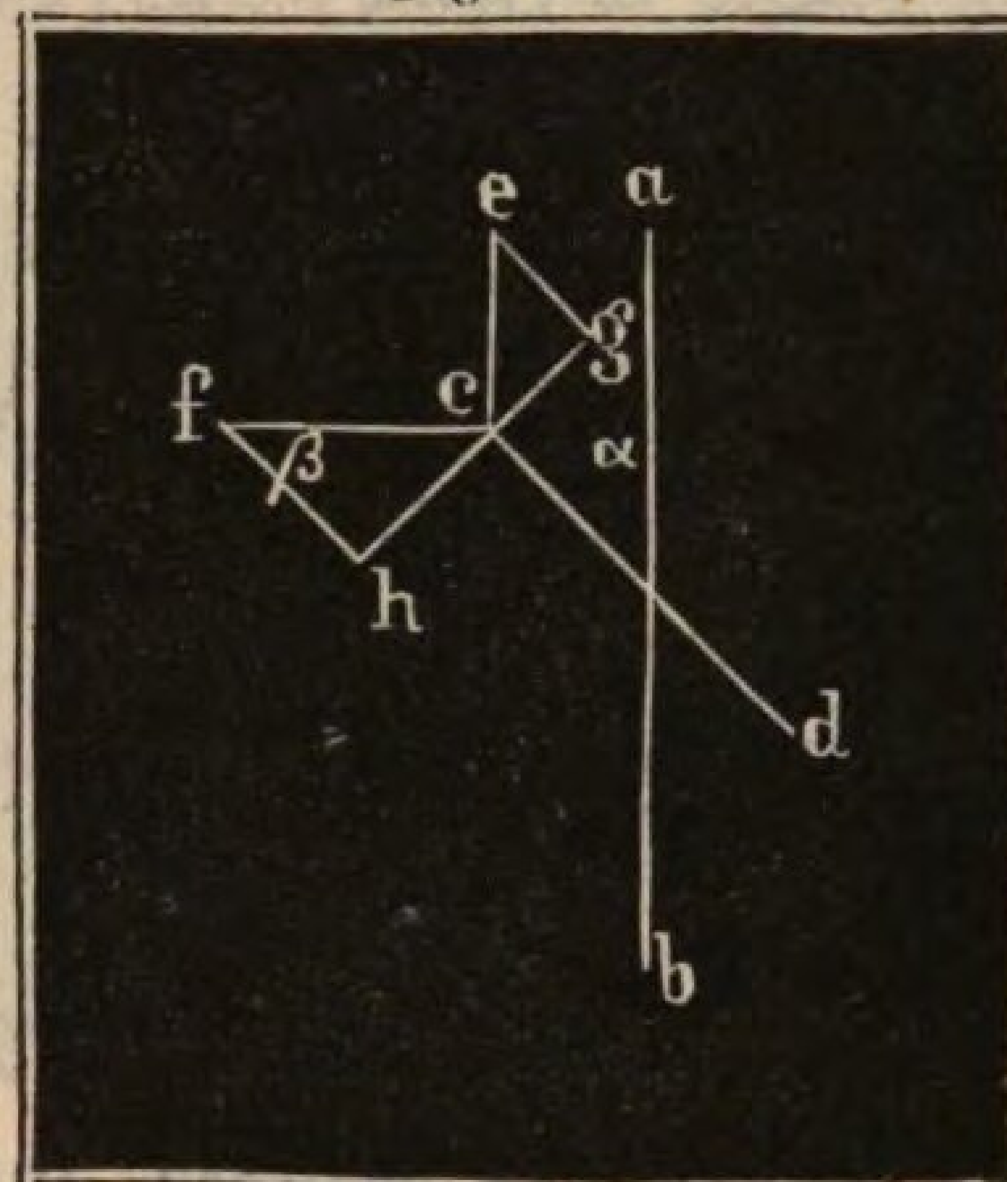
Die Tangentenboussole besteht aus einem kreisförmigen breiten Kupferstreifen, welcher so aufgestellt ist, daß er in einer Verticalebene sich befindet. Im Mittelpunkte des Kreises ist in horizontaler Lage eine kleine Magnetnadel in einem getheilten Kreise drehbar, deren Länge $1/5$ bis $1/4$ der Streifenbreite des Ringes beträgt. Bei diesem Verhältnisse wirkt ein durch den Ring gehender Strom bei jeder Stellung der Nadel gleichmäßig auf dieselbe.

Beim Versuche wird das Instrument so aufgestellt, daß die

Ebene des Ringes mit der Ebene des magnetischen Meridians zusammenfällt.

Ist nun ab, Fig. 300, die Horizontalprojection des magnetischen Meridians, in welchem der Ring sich befindet, ist cd die Nadel, welche mit dem magnetischen Meridiane den Winkel α macht, ist ce die horizontale Componente des Erdmagnetismus und cf die Stromkraft, so zerlege man ce in cg und eg, so daß eg der Nadel parallel ist, cg auf der Nadel senkrecht steht. Ebenso zerlege man cf in ch und fh, so daß fh mit der Nadel parallel ist, ch aber auf der Nadel senkrecht steht.

Fig. 300.



Die Bedingung der Ruhe und des Gleichgewichtes ist daher

$$cg = ch$$

Es ist nun $cg = ce \,.\, \sin\alpha$ und $ch = cf \,.\, \sin\beta$. Da aber $\beta = 90^0 - \alpha$, so ist $\sin\beta = \cos\alpha$; folglich ist auch $ch = cf \,.\, \cos\alpha$.

Setzt man diese Werthe in obige Bedingungsgleichung ein, so erhält man

$$ce \,.\, \sin\alpha = cf \,.\, \cos\alpha$$

woraus

$$cf = ce \,.\, \tan\alpha$$

Bezeichnet man cf, das ist die Stromkraft, mit s, und ce, das ist die Magnetkraft, mit m, so ist auch

$$s = m \,.\, \tan\alpha$$

Bezeichnet man mit s_1, m_1, α_1 die entsprechenden Größen für einen andern Strom, so ist auch

$$s_1 = m_1 \,.\, \tan\alpha_1$$

Ist $m = m_1$, findet also die Beobachtung an demselben Orte statt, so hat man für die Vergleichung zweier Ströme

$$s : s_1 = \tan\alpha : \tan\alpha_1$$

d. h. die Stromkräfte verhalten sich wie die Tangenten der Ablenkungswinkel.

Die Sinusboussole ist ein dem vorigen ähnliches Instrument. Der Verticalkreis, um welchen hier ein Multiplicatordraht gewunden ist, ist um eine verticale Axe drehbar, und die Größe dieser Drehung kann auf einem horizontalen Kreise mittelst eines Index abgelesen werden.

Beim Versuche wird dieser Kreis ebenfalls in die Ebene des magnetischen Meridians gebracht, wo dann der Index auf dem Nullpunkte der Theilung steht. Sobald aber die Ablenkung der Nadel erfolgt ist, dreht man den Ring so lange, bis die Axe der Nadel mit der Ebene des Ringes zusammenfällt. Dann liegen cf und cg (vergl. Fig. 300) in einer geraden Linie und es ist für den Zustand der Ruhe

$$cf = ce \,.\, \sin\alpha$$

das ist also

$$s = m \,.\, \sin\alpha$$

wo α der am Horizontalkreise abgelesene Winkel ist.

Für einen andern Strom an demselben Orte hat man

$$s_1 = m \,.\, \sin\alpha_1$$

daher für die Vergleichung beider Ströme

$$s : s_1 = \sin\alpha : \sin\alpha_1$$

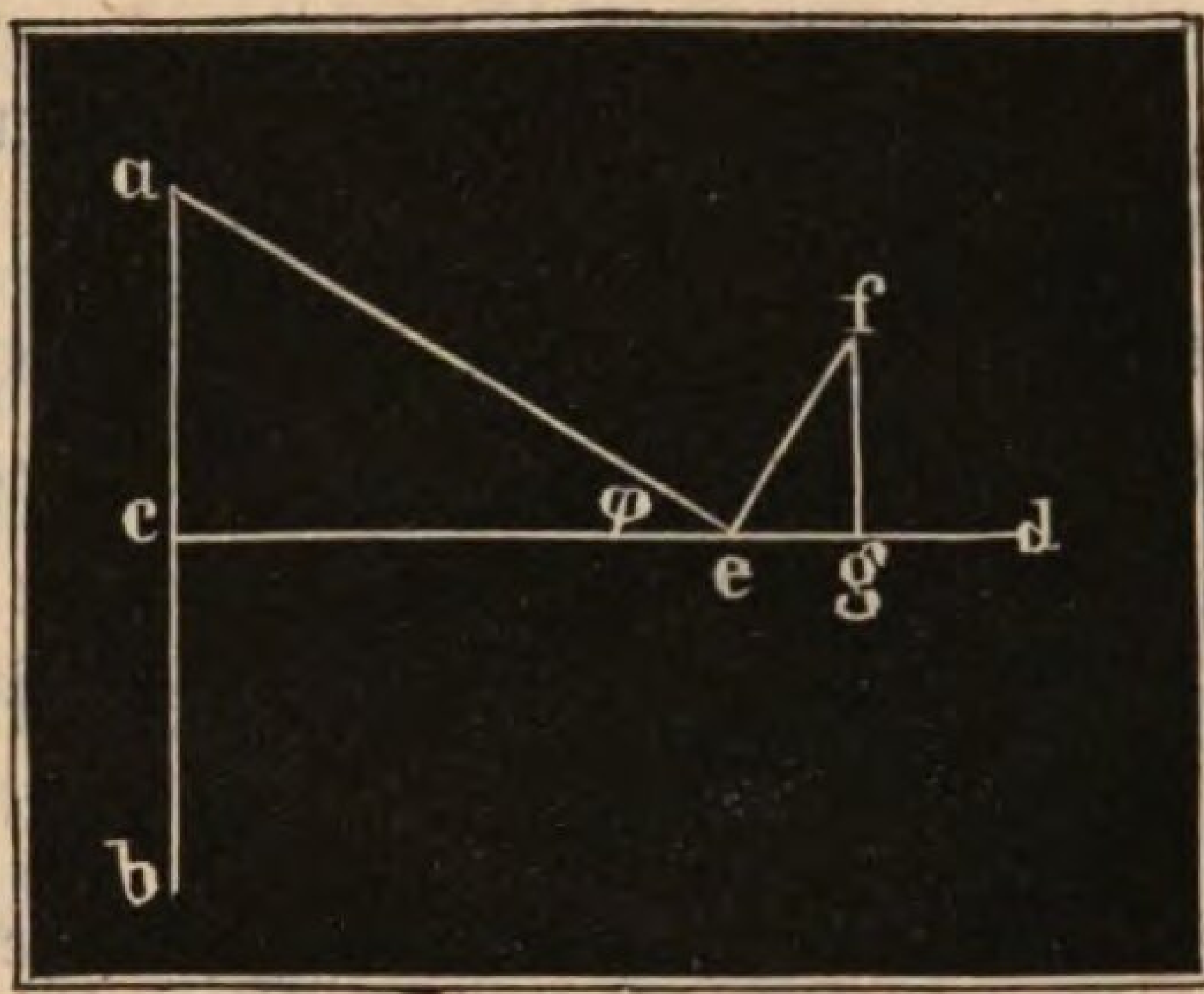
d. h. die Stromkräfte verhalten sich wie die Sinusse der Ablenkungswinkel.

Diese Messungen geben nur vergleichende Resultate. Um ein absolutes Maß für die Stärke eines electrischen Stromes zu bekommen, muß man seine Wirkung auf eine Magnetnadel mit der Wirkung des Erdmagnetismus auf diese Nadel vergleichen.

Ist ab, Fig. 301 (s. f. S.), die Projection eines in der Ebene des magnetischen Meridianes befindlichen Metallringes, durch welchen ein electrischer Strom geht, steht cd im Mittelpunkte des Ringes auf seiner Ebene senkrecht und befindet sich in e ein magnetisches Element, so wirkt auf dieses ein in a befindliches Stromelement so,

daß es sich in der Richtung ef zu bewegen strebt, wo ef auf der Verbindungslinie ae senkrecht steht.

Fig. 301.



Bezeichnet ef die Größe der Kraft, so kann man diese in der Richtung der Ringaxe und senkrecht darauf, also in die Componenten eg und fg zerlegen. Ist φ der Winkel, welchen die Verbindungslinie ae mit der Ringaxe cd einschließt, so ist auch efg $= \varphi$ und daher eg $=$ ef . sin φ.

Die Kraft, mit welcher das Stromelement auf das magnetische Element wirkt, ist aber direct proportional der Stromstärke, direct proportional der Länge des Stromtheilchens, direct proportional dem magnetischen Momente des magnetischen Elementes und umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung.

Bezeichnet man den Halbmesser des Kreises mit ϱ, so ist $\varrho\omega$ die Länge des Stromtheilchens, wo $\varrho\omega$ einen unendlich kleinen Bogen bezeichnet. Bezeichnet man ferner mit s die Stromstärke, mit m des magnetische Moment des magnetischen Elementes und setzt die Entfernung ae $=$ r, so ist

$$ef = \frac{ms\varrho\omega}{r^2}$$

und daher

$$eg = \frac{ms\varrho\omega}{r^2} . \sin\varphi$$

Es ist aber $\sin\varphi = \frac{\varrho}{r}$

mithin

$$eg = \frac{ms\varrho^2\omega}{r^3}$$

Um die Kraft zu bekommen, mit welcher der ganze Kreisstrom das magnetische Element senkrecht auf seine Ebene zu richten strebt, muß man für $\varrho\omega$ den ganzen Kreisumfang, das ist $2\varrho\pi$ setzen.

Bezeichnet man diese Kraft mit k, so ist

$$k = \frac{2\pi m s \varrho^2}{r^3}$$

Da nun sämmtliche Componenten wie fg sich gegenseitig aufheben, da es für jede derselben eine gleiche und entgegengesetzt gerichtete gibt, so drückt die vorstehende Formel die Wirkung eines Kreisstromes auf ein in seiner Axe befindliches magnetisches Element aus. Diese Wirkung ist daher der Kreisfläche direct und dem Kubus der Entfernung des magnetischen Elementes von der Peripherie umgekehrt proportional.

Befindet sich das magnetische Element im Mittelpunkte des Kreises, so ist $r = \varrho$ und daher

$$k = \frac{2\pi m s}{\varrho}$$

Es ist also in diesem Falle die Wirkung dem Halbmesser des Kreises umgekehrt proportional.

Nimmt man anstatt des magnetischen Elementes eine sehr kleine Magnetnadel, welche im Mittelpunkte des Kreisstromes sich befindet, so ist k die Kraft, welche die Nadel senkrecht gegen die Kreisebene zu stellen strebt, wenn der Kreis im magnetischen Meridiane liegt. Die Kraft, welche die Nadel in den magnetischen Meridian zurücktreibt, ist aber der horizontalen Componente des Erdmagnetismus und dem magnetischen Momente der Nadel direct proportional. Bezeichnet μ die horizontale Componente des Erdmagnetismus und α den Ablenkungswinkel, so ist nach der für die Tangentenboussole entwickelten Formel, für den Zustand der Ruhe

$$k \,.\, \cos\alpha = \mu \,.\, m \,.\, \sin\alpha$$

$$k = \mu \,.\, m \,.\, \tan\alpha$$

Setzt man den für k gefundenen Werth in die obige Formel ein, so ist

$$\frac{2\pi m s}{\varrho} = \mu \,.\, m \,.\, \tan\alpha$$

woraus

$$s = \frac{\mu \varrho \tan\alpha}{2\pi}$$

Ist daher μ am Beobachtungsorte bekannt, so ist hierdurch die Stromstärke absolut bestimmt.

Der Wasserzersetzungsapparat dient ebenfalls dazu, die Stromkraft zu messen. Da die durch den Strom zersetzten Quantitäten eines der Electrolyse unterworfenen Körpers dem Quantum der strömenden Electricitäten direct proportional ist, so kann diese Zersetzung ein Maß für die strömenden Electricitäten sein.

Bringt man in den Schließungsbogen einer Kette gleichzeitig mit dem Wasserzersetzungsapparate die Tangentenboussole, so ist die in derselben Zeit zersetzte Quantität Wasser der Tangente des Ablenkungswinkels stets proportional. Da nun die Tangente der Stromkraft proportional ist, so ist auch die in einer gewissen Zeit zersetzte Quantität Wasser der Stromkraft proportional.

Bezeichnet man mit q das Quantum des der Electrolyse unterworfenen Körpers, welches der electrische Strom s in der Zeit t zersetzt, so ist $\frac{q}{t}$ das von diesem Strome in der Zeiteinheit zersetzte Quantum dieses Körpers. Bezeichnet man mit q_1 und t_1 dieselben Größen für einen andern Strom s_1, so ist, da die Stromkräfte den in gleichen Zeiten zersetzten Quantitäten desselben Körpers direct proportional sind,

$$s : s_1 = \frac{q}{t} : \frac{q_1}{t_1}$$

hieraus

$$q_1 = \frac{s_1}{s} \cdot \frac{q}{t} \cdot t_1$$

Setzt man nun $s_1 = 1$ und $t_1 = 1$, d. h. fragt man nach demjenigen Quantum des der Electrolyse unterworfenen Körpers, welches der als Einheit angenommene Strom in der Zeiteinheit zersetzt, so ist

$$q_1 = \frac{q}{st}$$

Man nennt dasjenige Quantum eines der Electrolyse unterworfenen Körpers, welches der zur Einheit angenommene Strom

in der Zeiteinheit zerlegt, das **electrochemische Aequivalent** dieses Körpers.

Bezeichnet man das electrochemische Aequivalent mit γ, so ist

$$\gamma = \frac{q}{st}$$

Weber hat das electrochemische Aequivalent des Wassers bestimmt und zu

0,000009376

gefunden.

Hiernach kann man nun die electrochemischen Aequivalente anderer Körper bestimmen, da sie den chemischen Aequivalenten direct proportional sind.

Kennt man aber das electrochemische Aequivalent, so folgt aus der letzten Gleichung für die Stromstärke

$$s = \frac{q}{\gamma t}$$

---

12. Polarisation der Platten und Gassäulen.

Die Wirkungen einer aus zwei festen und einem flüssigen Leiter construirten Kette sind anfänglich kräftig, nehmen aber bald ab. Die Ursache dieser Abnahme besteht darin, daß die durch die Electrolyse frei gewordenen Elemente auf der Oberfläche der Platten sich ablagern und in Berührung mit den Platten eine electromotorische Kraft erzeugen, welche der ursprünglichen electromotorischen Kraft entgegengesetzt ist. Diese Erscheinung nennt man die Polarisation der Platten.

Bei der Wasserzersetzung scheidet sich der Sauerstoff an der electropositiven Polplatte, der Wasserstoff an der electronegativen Polplatte ab. Ist die positive Polplatte von der Art, daß sie nicht oxydirt wird, so ist sie von einer Sauerstoffschicht umgeben, während die negative Polplatte von einer Wasserstoffschicht umgeben ist. Man hat daher gleichsam am positiven Pole eine Sauerstoffplatte, am negativen Pole eine Wasserstoffplatte.

Da nun Sauerstoff electronegativ, Wasserstoff electropositiv ist, so bilden beide Gase eine Kette, welche der ursprünglichen entgegengesetzt ist und welche daher einen electrischen Strom erzeugt, der dem ursprünglichen electrischen Strome entgegengesetzt ist.

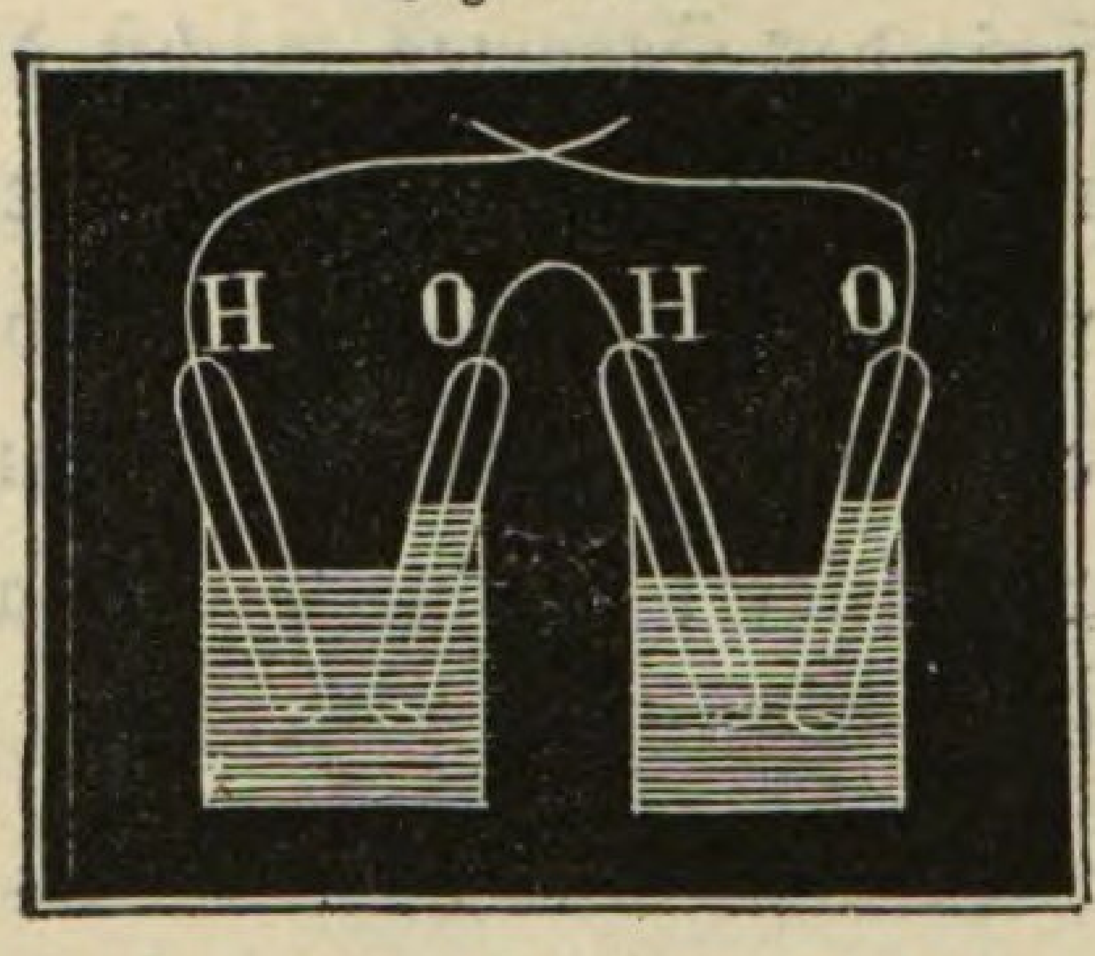
Bringt man einen Wasserzersetzungsapparat, in welchem zwei Platinplatten sich befinden, in den Schließungsbogen einer Kette, so ist nach kurzer Dauer des Stromes die eine Platinplatte mit Sauerstoff, die andere mit Wasserstoff umgeben. Nimmt man nun den Wasserzersetzungsapparat aus der Kette heraus und bringt die nach den Platten führenden Drahtenden mit einem Multiplicator in Verbindung, so zeigt die Nadel einen Strom an, welcher dem ursprünglichen Strome entgegengesetzt ist.

Auf die Erscheinung der Polarisation gründet sich

a) Die Gasbatterie von Grove.

Fig. 302. In Glasgefäße, worin sich angesäuertes Wasser befindet, tauchen unten offene, oben zugeschmolzene Glasröhren ein, von denen die eine Sauerstoffgas, die andere Wasserstoffgas enthält. In jeder dieser Röhren ist ein Platinstreifen, welcher auf seiner Oberfläche einen Ueberzug von fein zertheiltem Platin, Platinmor, hat. Die Enden der Streifen müssen in die Flüssigkeit herabreichen. Die Verbindung ist aus der Figur ersichtlich. Der Strom geht vom Wasserstoff zum Sauerstoff. Die Wirkung der Säule hört auf, wenn die Gase sich verbunden haben.

Fig. 302.



b) Die Ladungssäule von Ritter.

Diese entsteht, wenn man gleichartige Metallplatten, z. B. Kupferplatten abwechselnd mit angefeuchteten Pappscheiben schichtet und die so aufgebaute Säule in den Schließungsbogen einer Kette bringt. Die Metallplatten werden hier in gleicher Weise polarisirt, wie die Platten des Wasserzersetzungsapparates. Nimmt man die

Ladungssäule aus dem Schließungsbogen der Kette wieder heraus, so veranlaßt sie einen electrischen Strom.

c) Die Ladungssäule von Poggendorff.

Man bringt in Zellen, welche verdünnte Schwefelsäure enthalten, je zwei mit Platinmor überzogene Platinplatten und verbindet je eine dieser Platten mit dem positiven, die andere mit dem negativen Pole einer Säule, welche nur aus einem Elemente bestehen kann. Hierdurch werden sämmtliche Platten geladen. Nimmt man nun die ladende Säule hinweg und verbindet die Sauerstoffplatte der ersten Zelle mit der Wasserstoffplatte der zweiten Zelle und so fort, so erhält man einen Strom, der viel kräftiger ist, als derjenige, durch welchen die Platten geladen wurden.

Nach Poggendorff ist die Polarisation von der Intensität des Stromes, von der Natur der Platten und derjenigen Flüssigkeit, in welche sie eingetaucht sind, von der Beschaffenheit der Oberfläche der Platten und von der Temperatur abhängig. Mit der Intensität des Stromes wächst die Polarisation. Die Platten werden um so weniger polarisirt, je mehr sie von der Flüssigkeit angegriffen werden. Platten mit rauher Oberfläche werden weniger polarisirt als solche, deren Oberflächen glatt sind. Mit steigender Temperatur vermindert sich die Polarisation.

13. Die constanten Ketten.

Die constanten Ketten sind so construirt, daß die durch die Polarisation herbeigeführte Schwächung des Stromes beseitigt oder doch vermindert wird. Es gibt vorzugsweise drei constante Ketten.

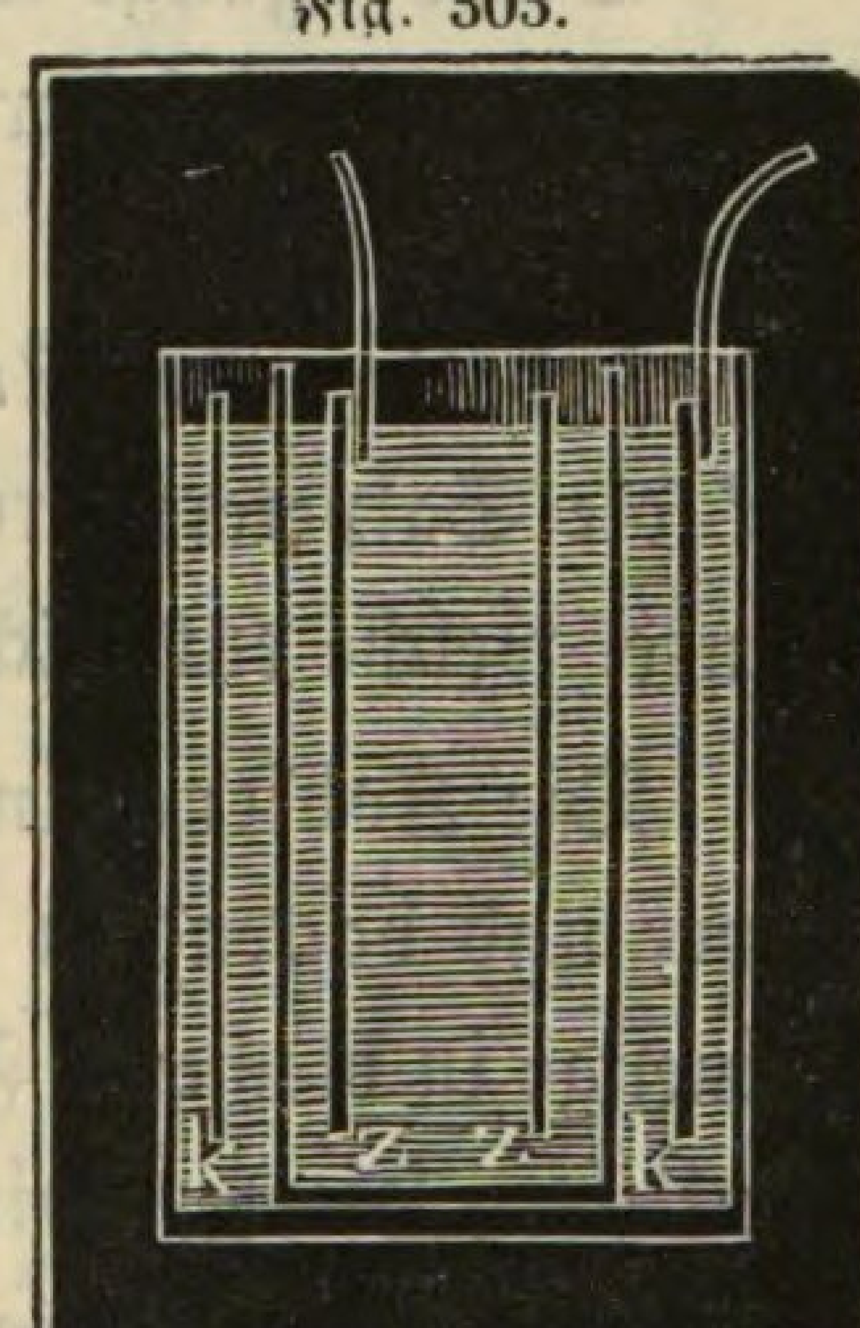
Die constante Kupferkette von Becquerel und Daniell, bestehend aus Kupfer und Zink; die constante Kohlenkette von Bunsen, bestehend aus Kohle und Zink; die constante Platinkette von Grove, bestehend aus Platin und Zink.

Die constante Kupferkette. In ein Glasgefäß, worin sich eine gesättigte Auflösung von Kupfervitriol, schwefelsaures

Kupferoxyd, befindet, bringt man eine cylinderförmig gebogene Kupferplatte mit blanker Oberfläche und einen porösen Thoncylinder, in welchem verdünnte Schwefelsäure sich befindet, so daß der Thoncylinder von dem Kupfercylinder umgeben ist. In den Thoncylinder wird sodann eine ebenfalls cylinderförmig gebogene Zinkplatte eingesetzt. Verbindet man die Zinkplatte mit der Kupferplatte durch einen Metallstreifen oder Draht, so ist die Kette geschlossen. Der Thoncylinder verhindert nur, daß die beiden Flüssigkeiten, die Kupfervitriollösung und die Schwefelsäure, sich mengen; den electrischen Strom und die durch den Strom zersetzten Bestandtheile hindert er nicht an der Bewegung. Bei Anwendung von mehr als einem Elemente ist die Zinkplatte des ersten mit der Kupferplatte des zweiten Elementes u. s. f. verbunden.

Fig. 303 stellt einen senkrechten Durchschnitt eines solchen Elementes dar. z ist der Zinkcylinder, k der Kupfercylinder. Zwischen beiden ist der Thoncylinder.

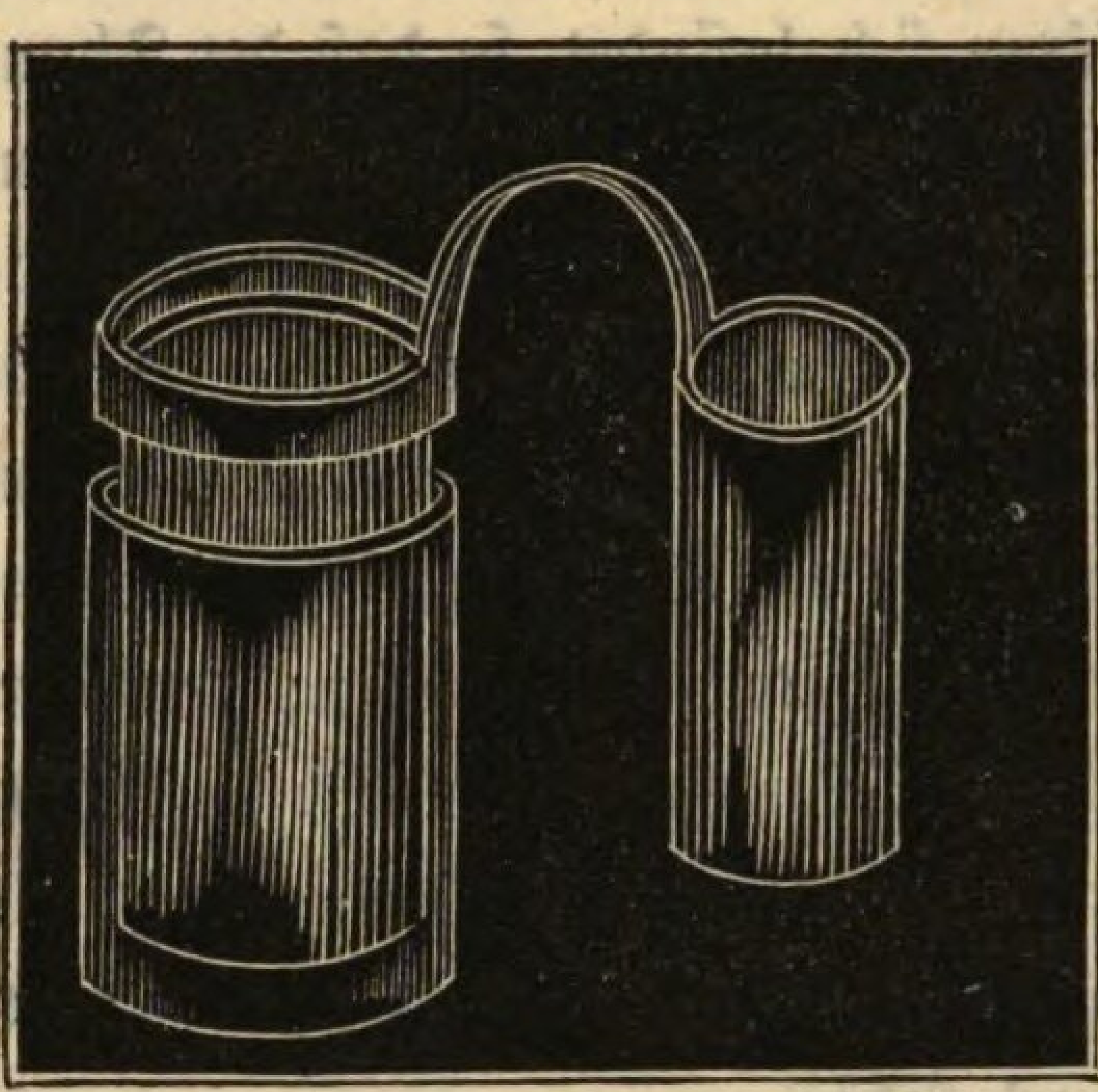
Fig. 303.



Die Vorgänge in der constanten Kupferkette sind folgende. Es wird sowohl das Wasser als auch der Kupfervitriol durch den Strom zersetzt. Der Sauerstoff des Wassers und die Schwefelsäure strömen nach der Zinkplatte. Der Sauerstoff verbindet sich mit dem Zink und das gebildete Zinkoxyd mit der Schwefelsäure. Das schwefelsaure Zinkoxyd aber löst sich auf. Die Zinkplatte behält daher fortwährend eine metallische Oberfläche. Der Wasserstoff und das Kupferoxyd gehen nach der Kupferplatte. Durch den Wasserstoff wird das Kupferoxyd reducirt, es entsteht Wasser und metallisches Kupfer, welches letztere sich auf der Kupferplatte niederschlägt. Es behält daher auch die Kupferplatte eine metallische Oberfläche. Damit die Kupfervitriollösung immer gesättigt bleibt, befindet sich in dem Glase ein Sieb, in welches man einige Krystalle dieses Salzes legt.

Die constante Kohlenkette. Fig. 304. In ein Glasgefäß, in welchem sich concentrirte Salpetersäure befindet, wird ein Kohlencylinder gebracht. In den Kohlencylinder setzt man den mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Thoncylinder und in den letzteren den Zinkcylinder. Der Zinkcylinder hat einen Zinkring, welcher auf dem Kohlencylinder des nächsten Elementes aufgesetzt wird.

Fig. 304.



Die Vorgänge in dieser Kette sind folgende. Am Zinkcylinder bildet sich, wie bei der Kupferkette, schwefelsaures Zinkoxyd, welches sich auflöst, wodurch der Zinkcylinder stets eine metallische Oberfläche behält. Am Kohlencylinder wird durch den freien Wasserstoff die Salpetersäure zersetzt; es entsteht Wasser und salpetrige Säure, welche entweicht.

Die Kohlencylinder werden aus einem Gemenge von Koaks-pulver und backendem Steinkohlenpulver bereitet, indem man dieses Gemenge in blecherne Formen bringt und glüht, wobei es zusammenschmilzt. Hierauf wird die Masse mit einer concentrirten Zuckerlösung getränkt, getrocknet und in einem feuerbeständigen Gefäße einer starken Weißglühhitze ausgesetzt. Ihre Form bekommen diese Cylinder auf der Drehbank.

Bei der **constanten Platinkette** ist die negative Polplatte ein Platinblech, welches in einem porösen Thoncylinder sich befindet und von Salpetersäure umgeben ist. Den Thoncylinder umgibt ein Zinkcylinder und das Ganze steht in einem Glasgefäße, in welchem verdünnte Schwefelsäure sich befindet.

Die Vorgänge in dieser Kette sind dieselben wie in der Kohlenkette.

Außer diesen sind noch mehrere constante Ketten construirt

worden, die aber immer auf eine der hier beschriebenen sich zurückführen lassen.

---

14. Anwendungen electrischer Ströme.

Man hat davon, daß leicht reducirbare Metalle an dem negativen Pole einer Kette aus ihren aufgelösten Verbindungen sich regulinisch abscheiden, mehrere technisch wichtige Anwendungen gemacht, wohin besonders die Galvanoplastik, die Vergoldung, Versilberung, Verplatinirung u. s. w. metallischer Gegenstände gehören.

Die Galvanoplastik besteht darin, daß man in die Auflösung von schwefelsaurem Kupferoxyd eine mit dem negativen Pole verbundene Form bringt, auf welcher das metallische Kupfer als eine zusammenhängende Masse sich niederschlägt, und somit einen genauen Abdruck der Form darstellt.

Diese Formen müssen natürlich Leiter der Electricität sein. Am besten eignet sich dazu das Kupfer selber. Man fertigt aber auch solche Formen aus der leichtflüssigen Legirung von Blei, Zinn und Wismuth, aus Gyps, Wachs, Stearin und dergleichen. Die nichtmetallischen Formen, welche an sich die Electricität nicht leiten, können aber dadurch leitend gemacht werden, daß man die Oberfläche derselben mit einer dünnen Schicht von Kupferbronce oder geschlemmtem Graphit überzieht, indem man diese Substanzen mittelst eines zarten Pinsels aufträgt.

Auf diese Weise können gestochene Kupferplatten, Münzen, Medaillen, Holzschnitte, Gypsgüsse und dergleichen vervielfältigt werden.

Der Niederschlag ist natürlich der Form entgegengesetzt, indem die Vertiefungen der Form auf dem Niederschlage erhaben erscheinen und umgekehrt. Hat man daher von dem nachzubildenden Gegenstande einen Abdruck gemacht und diesen wieder als Form benutzt, so ist der Niederschlag auf dieser Form dem nachzubildenden Gegenstande gleich.

Der Apparat ist gewöhnlich ein hölzerner, inwendig mit einer Harzschicht überzogener Kasten, welcher durch eine Scheidewand von porösem Thon in zwei Abtheilungen getheilt wird. In die eine bringt man das Zink und die verdünnte Schwefelsäure, in die andere die Auflösung des Kupfervitriols und die nachzubildende Platte, so daß die Seite, auf welcher der Niederschlag sich bilden soll, der Thonwand zugekehrt ist. Das Zink ist mit der Platte leitend verbunden. Die Kupfervitriollösung wird dadurch concentrirt erhalten, daß man ein Sieb mit Kupfervitriolkrystallen hineinhängt.

Zum Gelingen ist ein gleichmäßiger, weder zu starker noch zu schwacher Strom erforderlich.

Soll ein Gegenstand vergoldet werden, so leitet man die Poldrähte einer Säule in eine Auflösung von Goldchlorid und Cyankalium, bringt den zu vergoldenden Gegenstand, welcher vorher sorgfältig gereinigt worden ist, an den negativen und ein Platinblech an den positiven Poldraht. Zum Versilbern wendet man eine Auflösung von Chlorsilber und Cyankalium und zum Verplatiniren eine Auflösung von Platinsalmiak an.

Durch Anwendung entsprechender Auflösungen werden Gegenstände mit Bronze, Zink, Zinn, Blei überzogen. Das auf solche Weise verzinkte Eisen nennt man galvanisirt.

Das galvanische Aetzen gründet sich darauf, daß gewisse Metalle, welche als Pole in die Kette gebracht werden, mit den durch die Electrolyse ausgeschiedenen Stoffen sich verbinden und auflösen. Es wird daher eine solche Platte nach und nach zerstört. Wenn man nun diese Platten an gewissen Stellen mit einer Substanz überzieht, welche sie gegen die Zerstörung schützt, so hat man ganz dasselbe, was beim gewöhnlichen Aetzen in Anwendung gebracht wird.

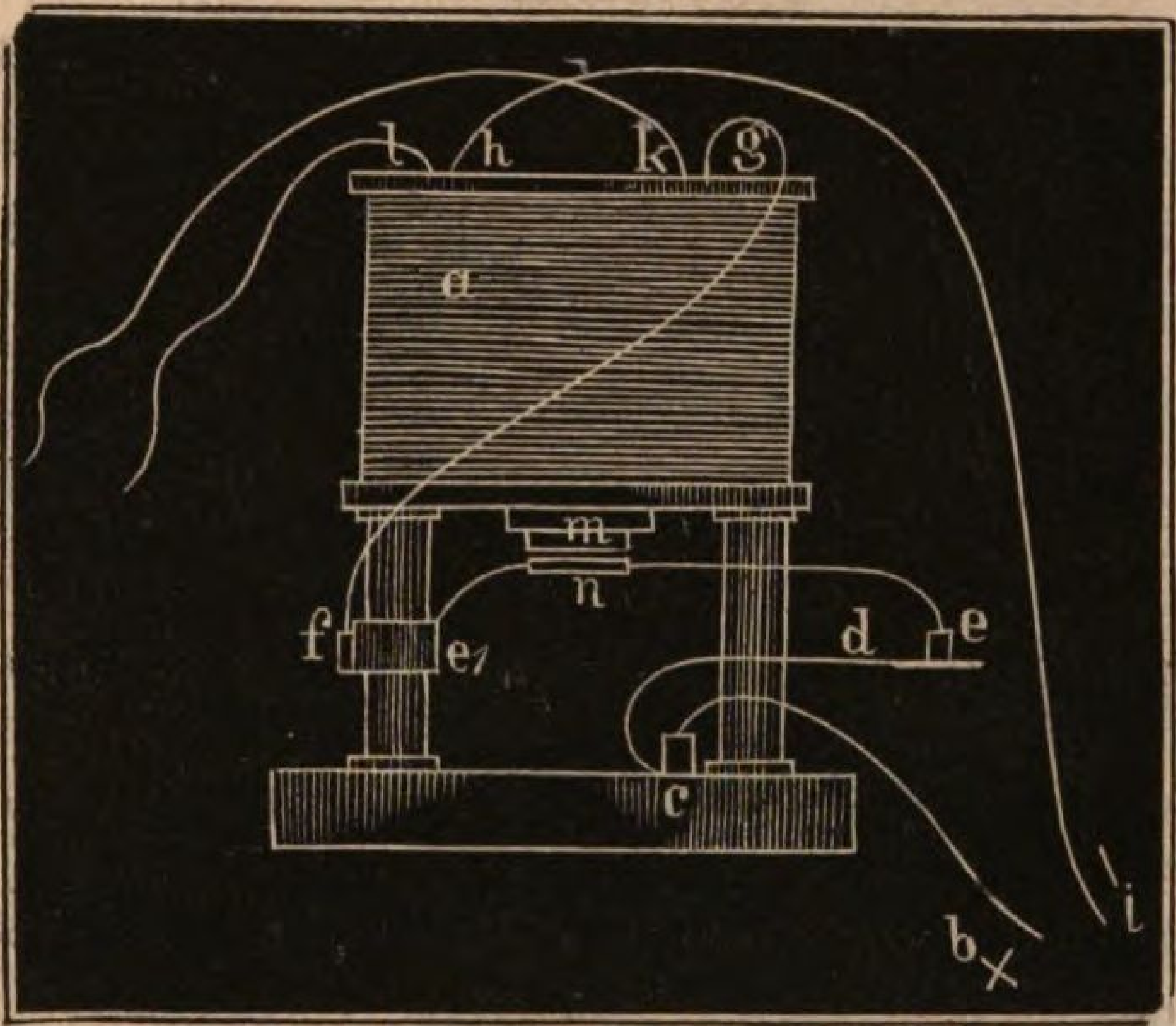
Die Metallochromie, das ist das Ueberziehen metallischer Gegenstände mit farbigen Metallschichten, gründet sich auf die Erscheinung der Nobili'schen Farbenringe.

Der von Neef und Wagner construirte Inductionsapparat, welcher vorzugsweise zu medicinischen Zwecken verwendet

wird, ist so eingerichtet, daß durch schnell aufeinander folgendes Oeffnen und Schließen einer Kette in einer Drahtrolle, einer sogenannten Inductionsspirale, in rascher Folge Ströme inducirt werden, welche einestheils dadurch, daß sie bei Weitem intensiver sind als der inducirende Strom, anderntheils dadurch, daß sie sehr rasch aufeinander folgen, kräftige physiologische Wirkungen ausüben.

Fig. 305 ist eine Verticalprojection des Apparates. Auf einem Gestelle steht die Inductionsspirale a mit zwei mit Seide übersponnenen Drähten, so daß die Windungen des einen immer neben den Windungen des andern hinlaufen. Der positive Strom geht von b nach dem Quecksilbernäpfchen c, von hier nach einer kleinen Platinplatte d und dem mit dieser Platte in Berührung befindlichen Platinhämmerchen e und nach e_1, welches ein um den einen Fuß des Gestelles gelegtes Metallband ist; aus dem Quecksilbernäpfchen f aber nach g in die Rolle, aus welcher er bei h wieder austritt und nach i geht. Der Draht, in welchem die Ströme inducirt werden, tritt bei k in die Rolle und bei l wieder aus derselben heraus.

Fig. 305.



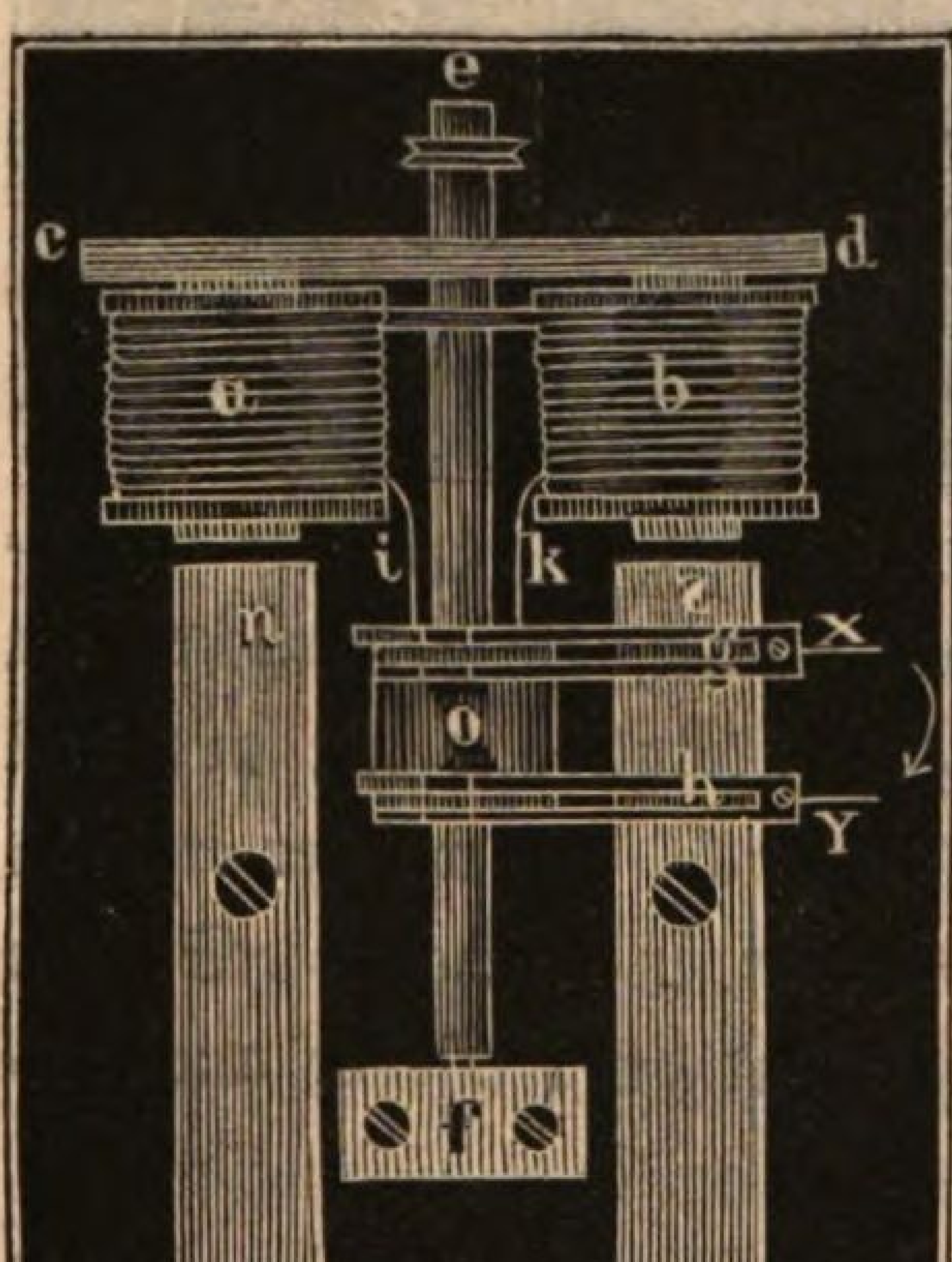
Damit der inducirende Strom in rascher Folge abwechselnd unterbrochen und geschlossen wird, befindet sich in der Axe der Rolle ein Eisenstab m oder besser ein Bündel isolirter Eisendrähte. Sobald der Strom durch die Rolle geht, wird das Eisen m ein Magnet und zieht die kleine Eisenplatte n an, welche an dem Drahte, woran das Hämmerchen sitzt, befestigt ist. Hierdurch wird aber das Hämmerchen von der Platinplatte d entfernt und folglich der Strom

unterbrochen. Mit der Unterbrechung des Stromes hört aber auch der Magnetismus des Eisenstabes m auf; er läßt die Eisenplatte n fallen, wodurch das Hämmerchen wieder mit der Platinplatte d in Berührung kommt und die Kette wieder schließt. Der Eisenstab m wird aber dadurch wieder ein Magnet, er zieht die Platte n an und läßt sie im nächsten Augenblicke wieder fallen und so abwechselnd fort. Die Bewegungen des Hämmerchens sind hierbei so rasch daß sie ein schnurrendes Geräusch veranlassen.

Der magnetoelectrische Rotationsapparat gründet sich darauf, daß in einem mit Seide übersponnenen Drahte, welcher auf einem hufeisenförmig gebogenen Eisenstabe aufgewunden ist, ein Strom inducirt wird, wenn man den Enden des Eisenstabes einen Hufeisenmagneten rasch nähert oder den Magneten vom Eisenstabe rasch entfernt.

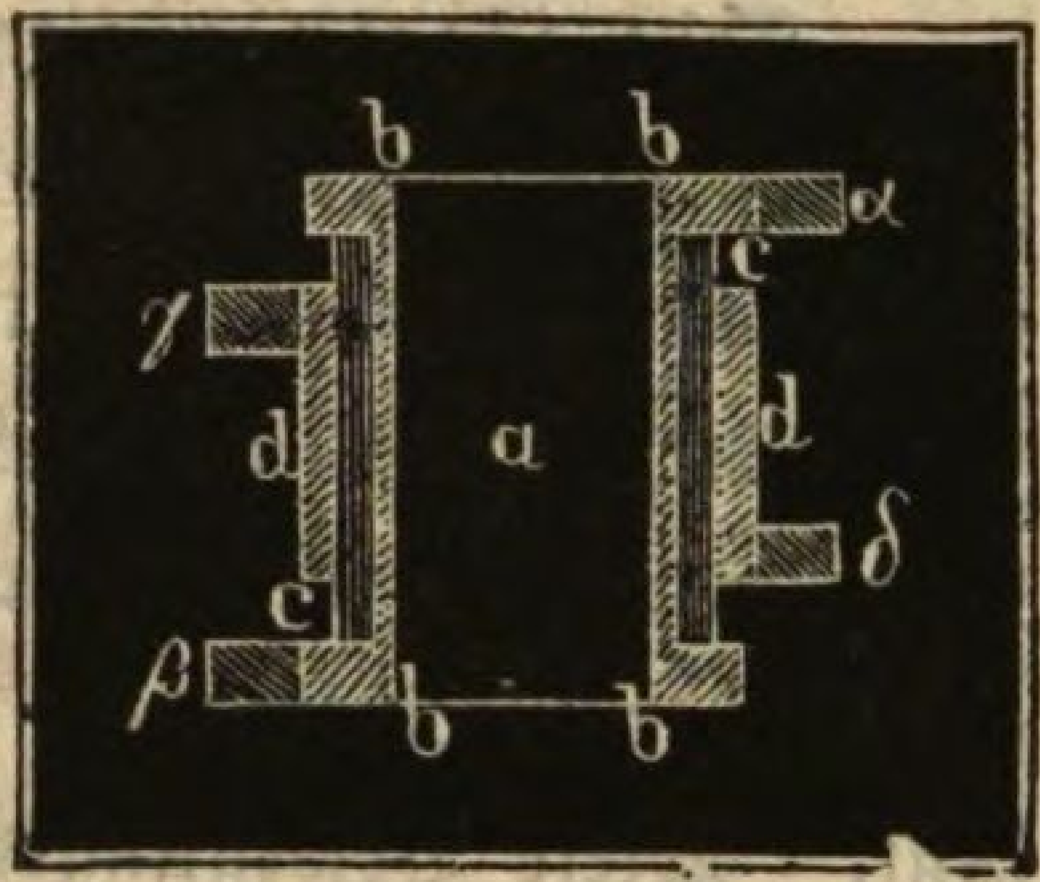
Der von Stöhrer in Leipzig construirte Rotationsapparat hat folgende Einrichtung. Es sind a und b, Fig. 306, die Inductionsrollen. In jeder dieser Rollen steckt ein Cylinder von weichem Eisen. Beide Cylinder sind durch eine Eisenplatte cd mit einander verbunden. Durch diese Eisenplatte geht die Drehungsaxe ef, welche mittelst eines Schnurlaufes in Bewegung gesetzt wird. Bei dieser Bewegung werden aber die durch die Inductionsrollen gehenden Eisencylinder den Polen eines starken Hufeisenmagneten ns abwechselnd genähert und abwechselnd davon entfernt. Es wird daher jedesmal beim Annähern und beim Entfernen in dem Drahte ein Strom inducirt. Beide Ströme sind einander entgegengesetzt. Um nun allen Strömen dieselbe Richtung zu geben, dazu dient der an der Drehungsaxe be-

Fig. 306.



findliche Comutator o. Von diesem Comutator ist Fig. 307 ein Durchschnitt nach der Richtung der Axe.

Fig. 307.



Auf der Drehungsaxe a, Fig. 307, sitzt ein Messingcylinder b, welcher an seinen Enden die halbkreisförmigen Stahlkämme $\alpha\beta$ trägt. Auf diesem Messingcylinder sitzt ein Holzcylinder c, auf welchem wieder ein Messingcylinder d sitzt, der an seinen beiden Enden die halbkreisförmigen Stahlkämme $\gamma\delta$ trägt. Der Holzcylinder, hat den Zweck, die beiden Messingcylinder zu isoliren. Die Stahlkämme des Cylinders b sind denen des Cylinders d entgegengesetzt.

Auf diesen Stahlkämmen schleifen die Federn g und h, Fig. 306, welche am Gestelle des Apparates befestigt sind. Jede dieser Federn ist auf eine gewisse Strecke gespalten, so daß auf jedem Stahlkamme ein Theil einer Feder schleift. Hierdurch wird bewirkt, daß die eine dieser Stahlfedern stets mit dem inneren, die andere stets mit dem äußeren Messingcylinder abwechselnd in leitender Verbindung sich befindet. Das Drahtende i führt zu den Kämmen α und β oder überhaupt zum innern Messingcylinder; das Drahtende k führt zu den Kämmen γ und δ oder überhaupt zum äußern Messingcylinder. In der Figur schleift die Feder g auf dem Kamme γ, die Feder h auf dem Kamme β.

Der positive Strom geht hier von k nach γ und durch die Feder g zum Drahtende x, von hier nach y zur Feder h, von dieser zum Kamme β nach dem Drahtende i.

Nach einer halben Umdrehung schleift die Feder g auf dem Kamme α, die Feder h auf dem Kamme δ. Der positive Strom kommt jetzt von i, geht nach α und durch die Feder g nach dem Drahtende x, von hier nach y und mittelst der Feder h nach dem Kamme δ und zum Drahtende k. Obwohl also der zweite Strom dem ersten entgegengesetzt ist, indem der erste von k nach i, der zweite von i nach k geht, so gehen doch beide Ströme von x nach y. Es

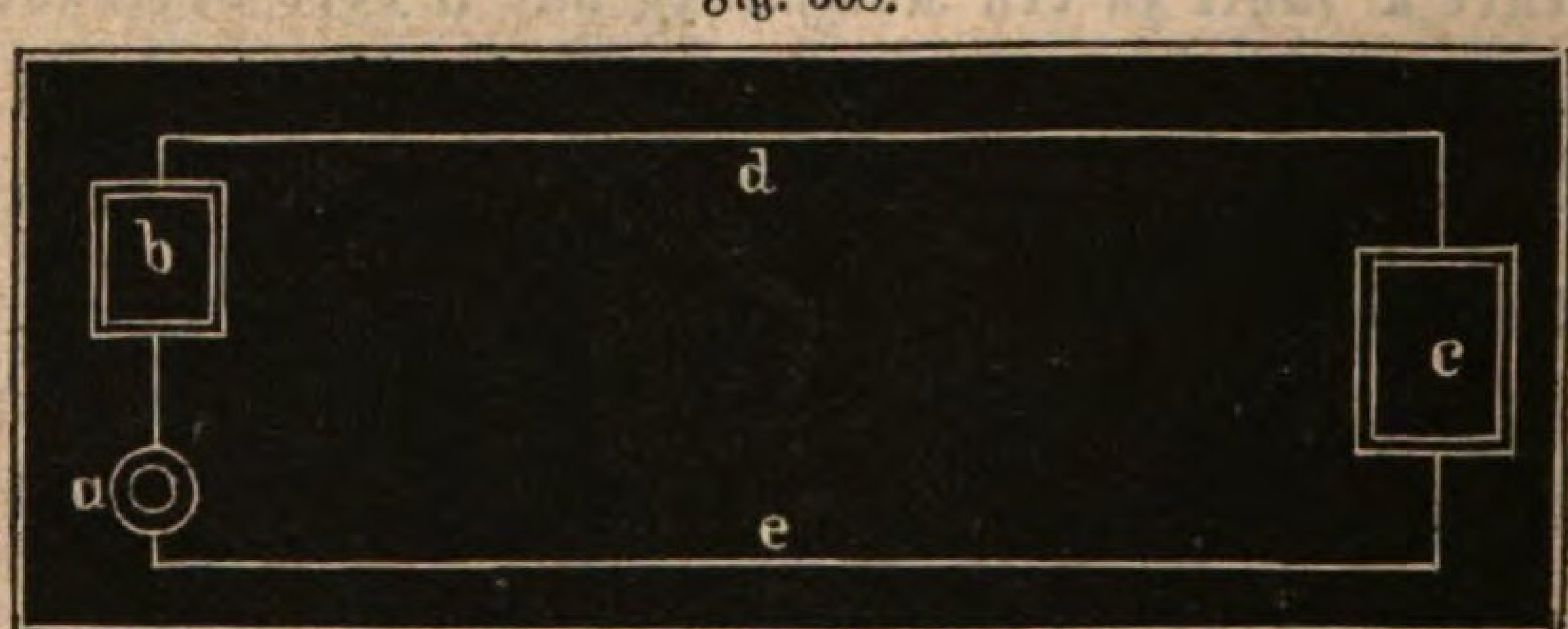
haben daher in jedem beliebigen Leiter, den man zwischen x und y bringt, alle Ströme dieselbe Richtung.

Die electromagnetischen Telegraphen und Uhren gründen sich namentlich darauf, daß durch einen electrischen Strom im weichen Eisen Magnetismus erregt wird, der aber wieder verschwindet, wenn der Strom aufhört. Durch diese temporären Electromagnete können daher Bewegungen erzeugt werden, indem ein solcher Electromagnet abwechselnd einen Anker anzieht und fallen läßt. Diese Bewegungen lassen sich aber endlich so reguliren, daß sie Zeichen geben, welchen gewisse Bedeutungen untergelegt werden.

Vermöge der großen Geschwindigkeit, mit welcher die Electricität sich fortpflanzt, leistet der electromagnetische Telegraph Außerordentliches. Denn fast in demselben Augenblicke, wo an dem einen Orte die Kette geschlossen oder geöffnet wird, findet die Bewegung des Ankers an dem andern Orte statt.

Bei jedem electrischen Telegraphen hat man einen Apparat, welcher den electrischen Strom erregt, ferner die Leitung, welche je zwei Orte einer Telegraphenlinie mit einander verbindet; sodann einen Apparat, welcher die Zeichen veranlaßt und endlich einen Apparat, welcher die Zeichen ausführt. Die Art der Verbindung dieser Apparate zeigt die Fig. 308. a ist der Apparat, welcher den

Fig. 308.



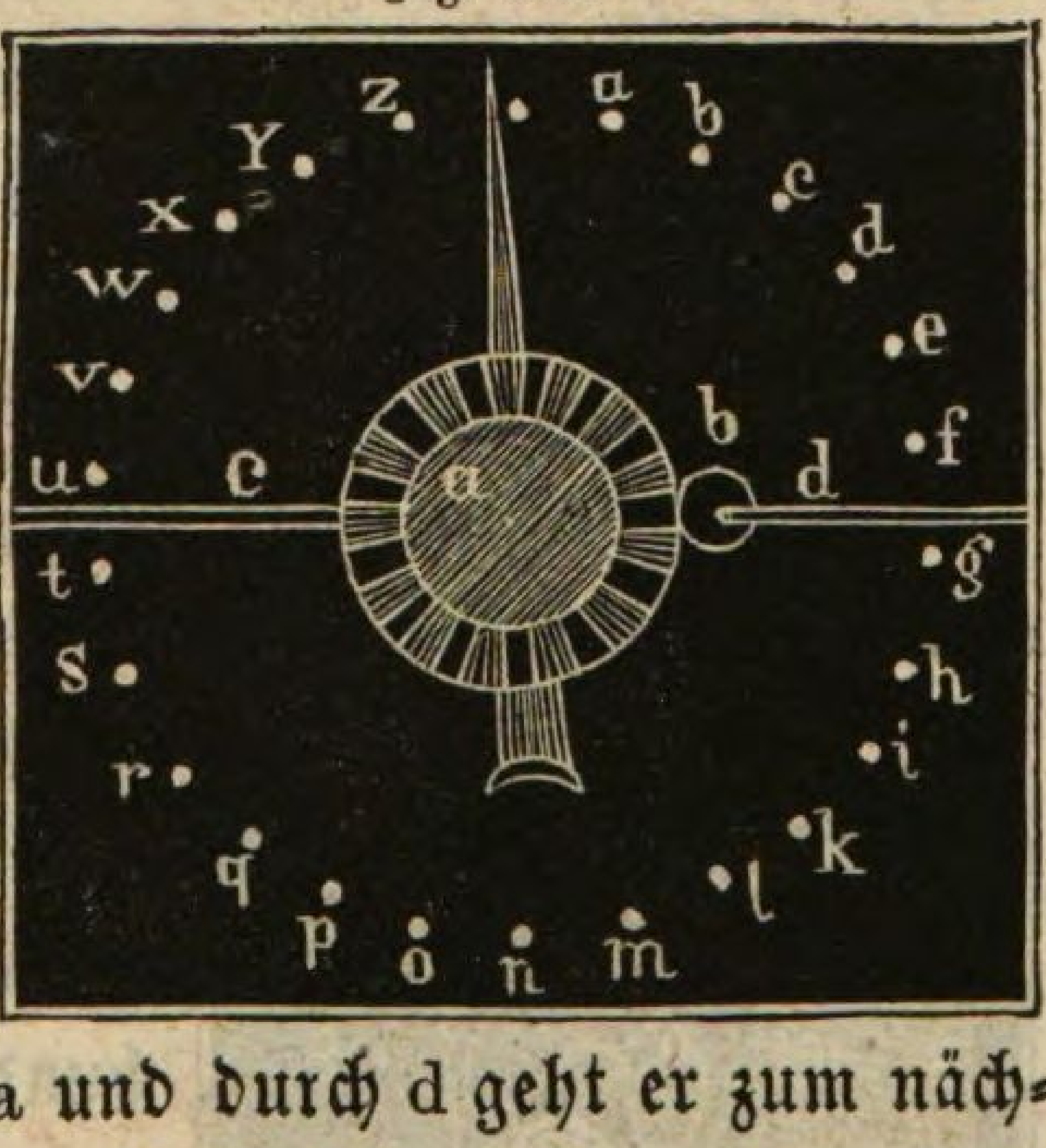
electrischen Strom erregt, b ist der Apparat, welcher die Zeichen veranlaßt, c ist der Apparat, welcher die Zeichen gibt. Die Apparate a und b befinden sich im Stationsorte A, der Apparat c befindet sich im Stationsorte B. Der Strom geht von a nach b, von b durch den Leitungsdraht d nach c und von c durch den Leitungsdraht e nach a.

Der Apparat, welcher den Strom erregt, ist entweder eine electrische Säule oder ein Rotationsapparat.

Der Leitungsdraht, welcher gehörig isolirt sein muß, ist von Kupfer und wird entweder in der Luft über Pfähle hingeführt oder in die Erde gegraben. Im letzteren Falle umgibt man die Drähte mit Gutta-Percha, welche vulkanisirt, das ist mit Schwefel getränkt ist. Nach Steinheil's Angabe braucht man nur den Draht von A nach B, indem man als Leiter von B nach A die feuchte Erde benutzt. Zu diesem Zwecke verbindet man den vom Apparate c ausgehenden Leitungsdraht mit einer etwas großen Metallplatte, welche man im Stationsorte B in die Erde eingräbt. Im Stationsorte A ist eine gleiche Metallplatte eingegraben, von welcher ein Leitungsdraht nach dem Apparate a führt. Die zwischen beiden Metallplatten befindliche Erde stellt die Leitung her.

Der Apparat, welcher die Zeichen veranlaßt, muß so eingerichtet sein, daß die Kette abwechselnd geschlossen und geöffnet wird und daß diese abwechselnden Schließungen und Oeffnungen der Kette so viel Mal als man will, hintereinander stattfinden können. Das Wesentlichste eines solchen Apparates stellt Fig. 309 dar. a ist ein Rädchen von Metall, welches mit demjenigen Apparate leitend verbunden ist, der den electrischen Strom erregt. Auf dem Umfange dieses Rädchens sind 13 Knocheneinsätze in gleichen Abständen von einander. Durch ein Gewicht oder auch durch den Strom selber wird dieses Rädchen um seine Axe gedreht. Durch c

Fig. 309.



geht der Strom nach dem Rädchen a und durch d geht er zum nächsten Stationsorte, wohin eben telegraphirt wird. Gegen den Umfang des Rädchens a drückt eine kleine Metallrolle b, welche mit dem nach dem andern Stationsorte führenden Leitungsdrahte verbunden ist. Wenn sich daher das Rädchen a um seine Axe dreht, so wird die Kette 13 Mal geschlossen und 13 Mal geöffnet, mithin können

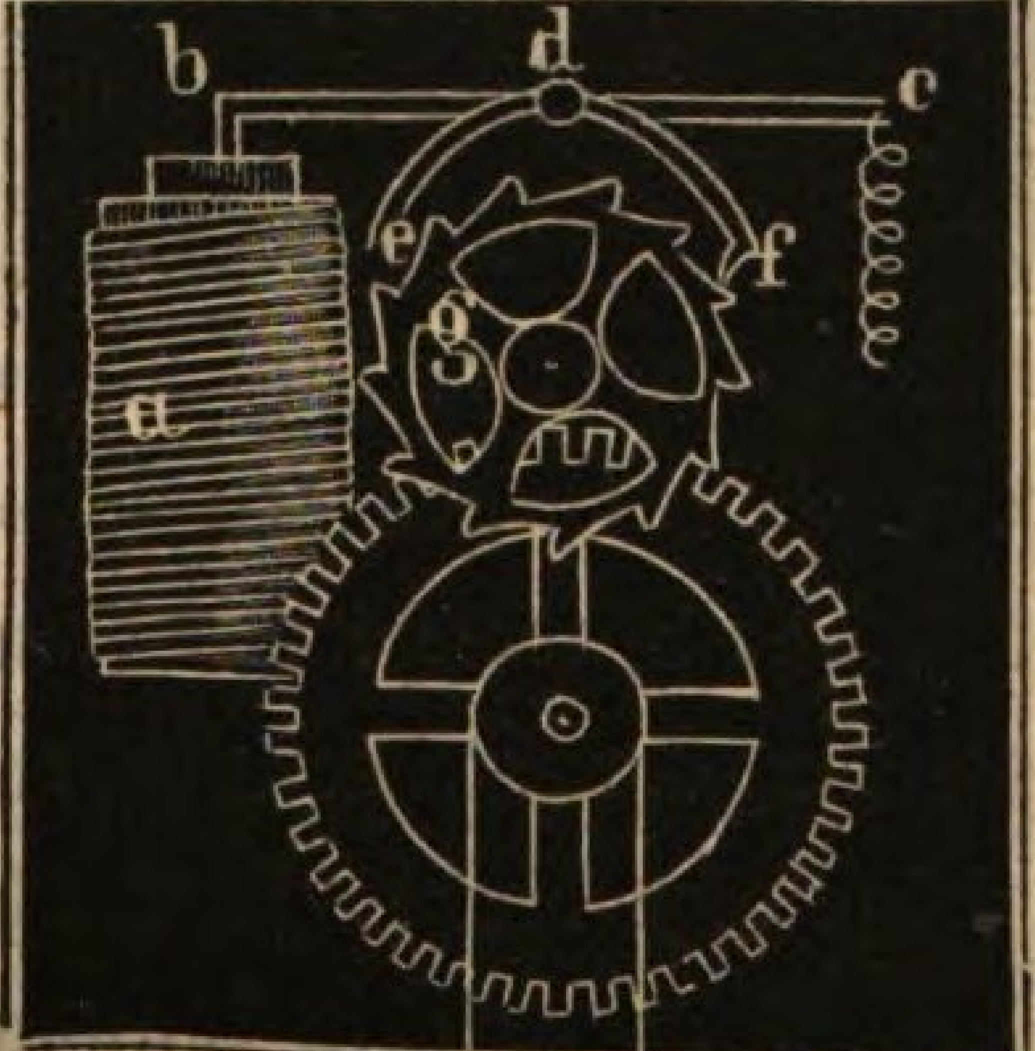
26 Bewegungen erzeugt werden. Denn die Kette ist geschlossen, wenn die Metallrolle b das Metall des Rädchens a berührt, die Kette ist aber geöffnet, wenn die Metallrolle b einen Knocheneinsatz des Rädchens a berührt.

An der Drehungsaxe des Rädchens a befindet sich ein Zeiger und um die Drehungsaxe herum in einer Kreislinie stehen 26 Stifte, welche durch ein Zifferblatt hindurchgehen und vor demselben mit Knöpfen endigen. Auf 25 Knöpfen stehen die Buchstaben des Alphabets, auf einem Knopfe aber befindet sich kein Buchstabe. Die mit Buchstaben versehenen Stifte werden mit Federn nach Außen gedrückt; der Stift, welcher keinen Buchstaben hat, hat auch keine Feder, obwohl auch er sich nach Innen und nach Außen beliebig bewegen läßt. Wenn der Telegraph außer Thätigkeit ist, ist dieser Stift nach Innen gedrückt und hemmt die Bewegung des Zeigers. Soll der Zeiger sich bewegen, so wird der Stift herausgezogen, und soll nun die Bewegung des Zeigers bei irgend einem Buchstaben gehemmt werden, so drückt man den Stift, auf dessen Knopf der fragliche Buchstabe steht, nach Innen. Läßt man den Stift los, so bewegt sich der Zeiger weiter. Man sieht daher, wie jeder Buchstabe dadurch markirt werden kann, daß man bei diesem Buchstaben die Bewegung des Zeigers hemmt.

Der Apparat, welcher die Zeichen gibt, muß jede Bewegung des die Zeichen veranlassenden Apparates nachmachen und denselben Buchstaben markiren, der durch den letzteren Apparat markirt wurde.

Fig. 310 stellt das Wesentlichste eines solchen Apparates dar. a ist der eine Schenkel eines hufeisenförmig gebogenen Electromagneten. bc ist ein um den Punkt d drehbarer Hebel, welcher bei b mit dem Anker, bei c mit einer Spiralfeder verbunden ist. Wird die Kette geschlossen, so wird der Anker vom Electromagneten angezogen, wird die Kette geöffnet, so wird er durch die Spiralfeder abgerissen. Wenn also die Kette mehrmals hintereinander abwechselnd geschlossen und ge-

Fig. 310.



öffnet wird, so macht der Hebel bc eine Reihe oscillirender Bewegungen. Mit dem Hebel und an dem Drehpunkte d desselben befindet sich der Haken ef, welcher in ein Zahnrad g mit 13 Zähnen eingreift. Dieses Zahnrad wird durch ein Gewicht in Drehung versetzt, wenn es der Haken ef nicht hindert. Bei jedem Anziehen und bei jedem Losreißen des Ankers geht dieses Rad um einen halben Zahn fort, so daß, wenn das Rad einmal um seine Axe sich gedreht hat, der Anker 13 Mal angezogen und 13 Mal abgerissen worden ist. An der Welle dieses Rades sitzt aber ein Zeiger, welcher auf einem Zifferblatte mit 26 Feldern spielt. 25 Felder haben die Buchstaben des Alphabetes, 1 Feld hat keinen Buchstaben. Rückt das Zahnrad um einen halben Zahn fort, so rückt die Zeigerspitze um ein Feld weiter, so daß, wenn das Rad eine Umdrehung gemacht hat, die Zeigerspitze sämmtliche Felder durchlaufen hat.

Sind nun die Felder Fig. 310 mit denselben Buchstaben versehen, wie die ihnen entsprechenden Knöpfe Fig. 309, stehen die Zeiger, bevor der Telegraph in Thätigkeit gesetzt wird, bei beiden Apparaten auf denselben Buchstaben, so macht der Zeiger Fig. 310 jede Bewegung des Zeigers Fig. 309 nach, und jeder von letzterem markirte Buchstabe wird auch von ersterem markirt.

Soll von A nach B telegraphirt werden, so gibt man erst ein Zeichen, welches dadurch geschieht, daß der Hebel bc, Fig. 310, ein Hämmerchen löst, welches nach Art der Wecker auf ein Glöckchen schlägt. Nun stellt man in A den Zeiger auf den Knopf ohne Buchstaben, in B stellt man den Zeiger auf das Feld ohne Buchstaben. Beide Zeiger stehen daher an entsprechenden Stellen. Mithin werden die von dem einen markirten Buchstaben auch von dem andern in derselben Reihenfolge markirt.

Der hier beschriebene Telegraph ist ein W h e a t s t h o n e'scher Z e i g e r- oder B u c h s t a b e n t e l e g r a p h. Außer diesen gibt es noch Nadeltelegraphen, Drucktelegraphen und Copirtelegraphen. Diese Verschiedenheiten beziehen sich natürlich nur auf die Apparate, welche die Zeichen veranlassen und geben.

Die Nadeltelegraphen bestehen aus astatischen Magnetnadeln, welche sich um eine Axe drehen und zwar bald nach der einen, bald nach der andern Seite, je nachdem der Strom die eine oder die andere Richtung hat. Auf jeder Seite befindet sich ein Glöckchen, von denen jedes einen andern Ton gibt. Das Alphabet eines solchen Telegraphen wird durch Combinationen der nach rechts und links erfolgenden Ablenkungen gebildet.

Beim Drucktelegraphen ist mit dem Hebel bc, Fig. 310, ein Stift in Verbindung. Dem Stifte gegenüber wird mittelst eines Räderwerkes von einer Welle ein Papierstreifen abgewunden, gegen welchen der Stift drückt, sobald die Kette geschlossen ist. Wird die Kette geöffnet, so entfernt sich der Stift vom Papiere. Es bringt daher der Stift im Papiere längere oder kürzere Eindrücke hervor, je nachdem die Kette längere oder kürzere Zeit geschlossen bleibt.

Aus den verschiedenen Combinationen der langen und kurzen Streifen ist das Alphabet gebildet.

Bei einem solchen Telegraphen muß natürlich der zeichengebende Apparat so eingerichtet sein, daß man die Kette beliebig lange schließen und öffnen kann.

Beim Copirtelegraphen befindet sich an jedem Stationsorte eine Walze. Beide Walzen drehen sich mit gleicher Geschwindigkeit um ihre Axen und beide schreiten in der Richtung der Axe mit gleicher Geschwindigkeit abwechselnd nach der einen und der andern Seite hin fort. Auf die eine Walze ist ein die Electricität leitendes Papier aufgewunden, auf welches man mit einer nichtleitenden Substanz geschrieben hat. Ueber diesem Papiere gleitet beim Drehen der Walze ein Metallstift hin, welcher die Leitung nach dem andern Stationsorte vermittelt. Diese Leitung ist hergestellt, so lange der Stift das Papier berührt, sie ist aber unterbrochen, sobald der Stift über den Schriftzügen hingleitet. Um die Walze am zweiten Stationsorte ist Schreibepapier aufgewunden und mit dem Anker des Electromagneten ist ein Schreibstift verbunden, welcher gegen das auf die Welle aufgewundene Papier drückt, wenn die Kette geöffnet ist, aber vom Papiere entfernt wird

sobald durch Schließen der Kette der Anker vom Electromagneten angezogen wird. Es werden auf diese Weise die im ersten Stationsorte entworfenen Schriftzüge im zweiten Stationsorte genau nachgebildet. Denn wegen der doppelten Bewegung der Walzen beschreibt jeder Stift eine Schraubenlinie und da wegen der gleichmäßigen Bewegungen beider Walzen beide Schraubenlinien gleich sind, so muß die am zweiten Stationsorte vom Stifte gebildete Schrift der Schrift am ersten Stationsorte um so mehr gleichen, je näher die Windungen der Schraubenlinien liegen.

Die electromagnetischen Uhren haben weder ein Pendel oder eine Unruhe, noch Gewichte. Ein kleiner Electromagnet, welcher, wie bei den Telegraphen abwechselnd einen Anker anzieht und losläßt, bewirkt den Gang der Uhr dadurch, daß bei jeder Bewegung des Ankers ein Zahn eines Zahnrades von 60 Zähnen fortgeschoben wird. Wird nun in jeder Secunde ein Zahn fortgeschoben und die Bewegung wie bei einer gewöhnlichen Uhr durch Zahnräder auf einen Minuten- und einen Stundenzeiger übertragen, so hat man eine richtig gehende Uhr. Daß aber jede Secunde ein Zahn fortgeschoben wird, dieses bewirkt eine in den Kreis des electrischen Stromes eingeschaltete Pendeluhr, die sogenannte Normaluhr, indem bei jedem Hin- und Hergange des Pendels derselben der Strom einmal unterbrochen und wieder hergestellt wird. Mit einer solchen Normaluhr können mehrere electrische Uhren in Verbindung gebracht werden, welche dann sämmtlich den Gang der Normaluhr haben.

---

15. Scheidung der Electricitäten durch Wärme.

Wenn zwei Stäbe verschiedener Metalle so zusammengelöthet werden, daß sie eine Kette bilden, so entsteht darin ein electrischer Strom, wenn die Temperaturen der Löthstellen ungleich sind.

Löthet man z. B. einen Wismuthstab und einen Antimonstab so zusammen, daß sie ein Rechteck bilden, Fig. 311 (s. f. S.), bringt in dieses eine horizontal bewegliche Magnetnadel und stellt es so

auf, daß die Nadel und das Rechteck im magnetischen Meridiane sich befinden, so wird die Nadel abgelenkt, wenn man eine Löthstelle erwärmt. Die Ablenkung der Nadel ist entgegengesetzt, wenn man diese Löthstelle abkühlt oder wenn man die andere Löthstelle erwärmt.

Fig. 311.



Ein solcher Strom dauert so lange fort, als die Temperaturdifferenz beider Löthstellen besteht.

Sehr oft sind diese Ströme so schwach, daß sie nur durch den Multiplicator wahrgenommen werden können.

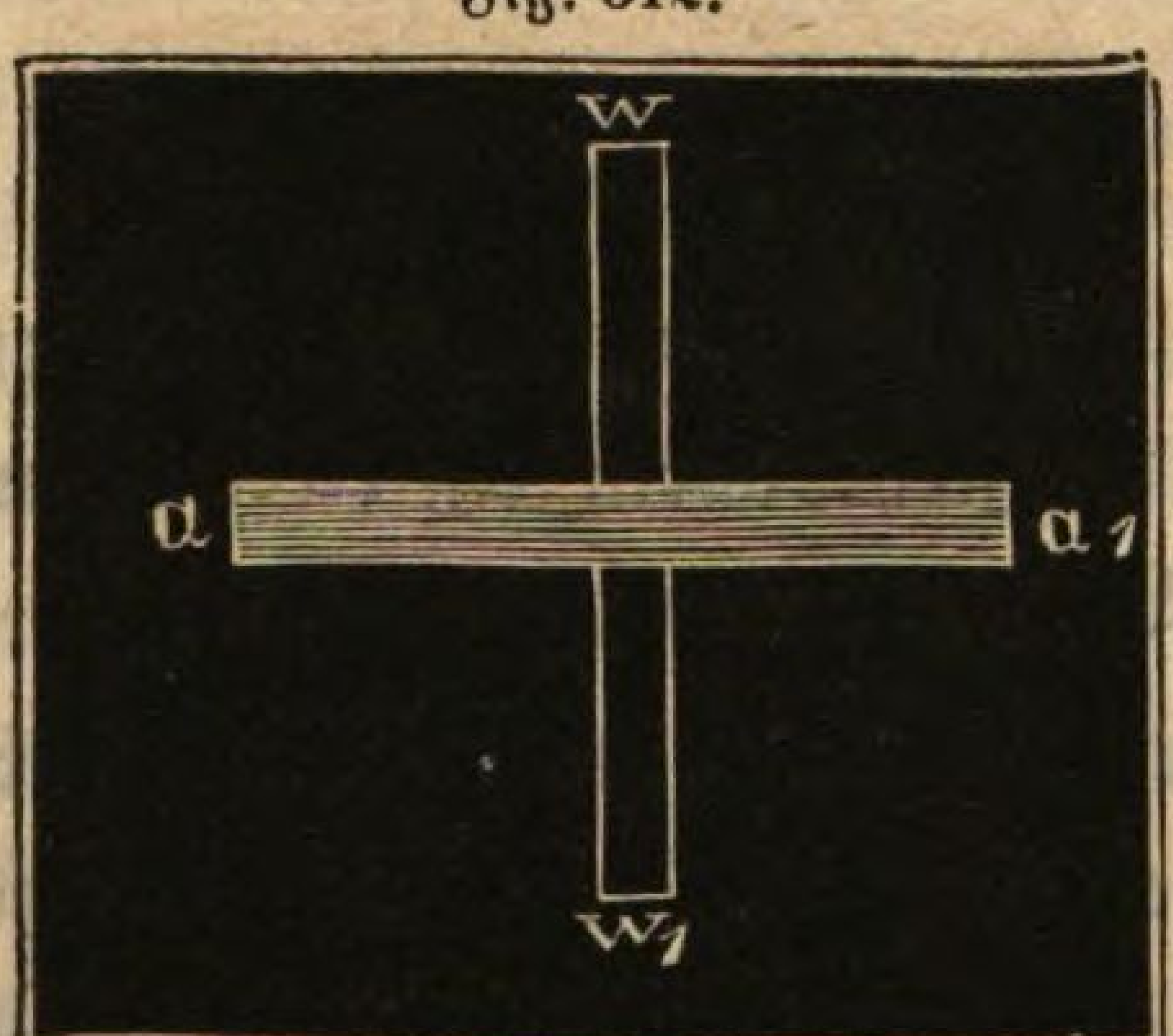
Man hat verschiedene Metalle auf ihr gegenseitiges Verhalten der Stromerregung durch Temperaturdifferenzen untersucht und folgende Reihe zusammengestellt.

Antimon, Arsenik, Eisen, Zink, Gold, Kupfer, Messing, Rhodium, Blei, Zinn, Silber, Mangan, Kobalt, Palladium, Platin, Nickel, Quecksilber, Wismuth.

Der Sinn dieser Reihe ist der, daß jedes vorhergehende gegen jedes folgende Glied sich positiv und mithin jedes folgende gegen jedes vorhergehende sich negativ verhält. Bei Wismuth und Antimon geht an der erwärmten Löthstelle der positive Strom vom Wismuth zum Antimon. Die Wirkung zweier Glieder dieser Reihe ist um so größer, je weiter sie von einander abstehen. Es ist daher die Wirkung zwischen Antimon und Wismuth am größten.

Auch in einem einzigen Metalle, z. B. einem Kupferdrahte entsteht ein Strom, wenn der Draht zusammengewunden ist, oder wenn er einen Knoten hat und man erwärmt ihn an irgend einer Stelle.

Fig. 312.



Peltier löthete einen Wismuthstab u. einen Antimonstab so zusammen, daß sie ein Kreuz bildeten. Fig. 312.

aa_1 bezeichnet den Antimonstab und ww_1 bezeichnet den Wismuthstab.

Wurde zwischen a und w ein Multiplicator eingeschaltet, so zeigte die Nadel jedesmal einen Strom an, wenn die Löthstelle erwärmt oder abgekühlt wurde. Beide Ströme waren einander entgegengesetzt.

Nun wurden die Enden a_1 und w_1 mit den Poldrähten einer electrischen Säule verbunden, so daß der Strom von a_1 durch den Kreuzungspunkt nach w_1 oder umgekehrt ging. Ging der Strom von a_1 nach w_1, so zeigte der Multiplicator eine Erwärmung, ging der Strom von w_1 nach a_1, so zeigte der Multiplicator eine Abkühlung der Kreuzungsstelle an.

Lenz machte an der Stelle, wo ein Wismuthstab mit einem Antimonstab zusammengelöthet war, eine Vertiefung, füllte diese mit Wasser, brachte in dieses Wasser die Kugel eines Thermometers, und umgab die Stange mit schmelzendem Schnee, so daß sie überall die Temperatur 0^0 hatte. Hierauf brachte er den Stab in den Schließungsbogen einer Kette, so daß der positive Strom vom Wismuth zum Antimon ging. Nach fünf Minuten war das Wasser gefroren und das Thermometer zeigte — $3,^05$.

Es kann daher durch einen electrischen Strom auch Kälte erzeugt werden.

Verbindet man eine Anzahl von Wismuth- und Antimonstäbchen mit einander, so erhält man eine thermoelectrische Säule. Die Stäbchen sind so zusammengelöthet, wie es Fig. 313 zeigt.

Fig. 313.



Sie werden zu einem festen Bündel mit einander verbunden, indem man die Zwischenräume mit einer isolirenden Substanz, z. B. mit Gyps ausgießt. Denn eine metallische Berührung darf nur an den Löthstellen stattfinden.

Ist die Differenz der Temperaturen beider Enden einer solchen Säule sehr groß, so kann man kräftige Ströme damit hervorbringen,

welche alle Erscheinungen eines durch die Volta'sche Säule hervorgebrachten Stromes zeigen.

Außer diesen electrischen Strömen bringt auch die Wärme an Krystallen electrische Erscheinungen hervor, welche zuerst am Turmalin beobachtet wurden.

Wenn ein Turmalinkrystall erwärmt wird, so zeigt er an beiden Enden seiner krystallographischen Hauptaxe freie Electricität. An dem einen Ende ist sie positiv, an dem andern Ende negativ. Läßt man ihn hierauf abkühlen, so verliert er einen Augenblick den polaren Zustand, welcher aber bald entgegengesetzt zurückkehrt, so daß das Ende, welches vorher positiv war, negativ, und das, welches vorher negativ war, positiv ist. Es ist daher der electrische Zustand des Turmalin bei abnehmender Temperatur dem electrischen Zustande bei steigender Temperatur entgegengesetzt.

Außer dem Turmalin zeigen noch andere Krystalle, z. B. Topas, Axinit, Boracit, Titanit, Quarz, Schwerspath, Zucker und andere electrische Eigenschaften durch Einwirkung der Wärme.

Nach Untersuchungen von Hankel sind die electrischen Axen der Krystalle von zweierlei Art. Es gibt solche, welche an den Enden stets entgegengesetzte Electricitäten zeigen, und solche, wo die Electricität an beiden Enden gleich ist.

---

16. Scheidung der Electricitäten durch organische Thätigkeit.

Auch in den Organismen der Thiere und Pflanzen kreisen electrische Ströme, welche sich oft durch äußere Erscheinungen kund geben. Die Haare mancher Thiere, namentlich der Katzen, sträuben sich und stoßen sich ab in Folge electrischer Erregung. Wird das eine Drahtende eines Multiplicators mit dem Kopfe, das andere mit den Füßen eines Frosches in Verbindung gebracht, so findet eine Ablenkung der Nadel statt, welche einen Strom anzeigt, der von den Füßen nach dem Kopfe geht.

Nach Beobachtungen von Du Bois-Reymond werden bei jeder Muskelbewegung die Electricitäten geschieden, so daß Ströme durch den Körper entstehen.

Am stärksten findet die Scheidung der Electricitäten durch organische Thätigkeit bei einigen Fischen statt. Dieses ist vorzugsweise der Zitterrochen, Raja Torpedo, im mittelländischen Meere und atlantischen Ocean; der Zitterwels, Silurus electricus, in den afrikanischen Flüssen, dem Nil, Niger; der Zitteraal, Gymnotus electricus, in den Landseen Südamerikas, und noch einige andere.

Diese Thiere haben eigenthümliche Organe, in denen die Electricitäten geschieden werden. Es ist dieses eine sehr große Anzahl rundlicher Säulchen, welche aus feinen Plättchen bestehen, die durch gallertartige Schleimschichten von einander getrennt sind. Dieses Organ hat daher mit der Volta'schen Säule viel Aehnlichkeit. Beim Zitterrochen liegen diese Säulchen zu beiden Seiten der Wirbelsäule, und ihre Längenrichtung geht von dem Rücken nach dem Bauche; beim Zitteraal dagegen liegen sie in dem ungewöhnlich großen Schwanze desselben, und ihre Längenrichtung fällt mit der Richtung der Wirbelsäule zusammen.

Es hängt von dem Willen dieser Thiere ab, ihre electrischen Batterien zu entladen, und die Schläge, welche sie leitenden Körpern ertheilen, sind gleichsam ihre Waffen. Die Schläge des Zitteraals sind so kräftig, daß sie ein Pferd zu tödten im Stande sind.

---

17. Von der atmosphärischen Electricität und dem Blitzableiter.

Angestellten Untersuchungen zufolge ist fast immer und auch ohne Vorhandensein von Wolken einige freie, bald positive, bald negative Electricität in der Atmosphäre enthalten. Die ersten Untersuchungen dieser Art machten Franklin und de Romas mit dem Drachen. Diese Electricität ist es, welche bei reichlichem Vorhandensein die großartige Erscheinung des Gewitters veranlaßt.

Die Wolken, welche bei einem Gewitter in der Atmosphäre sich zeigen, sind theils mit positiver, theils mit negativer Electricität geladen, theils befinden sie sich im natürlichen Zustande. Man kann jede Wolke als einen isolirten Leiter der Electricität ansehen. Die gegenseitige Anziehung oder Abstoßung der Electricitäten ist die Ursache der unregelmäßigen Bewegungen, welche wir an den Gewitterwolken beobachten. Kommen zwei entgegengesetzt geladene Wolken nahe genug, oder wirkt eine geladene Wolke auf eine im natürlichen Zustande befindliche vertheilend und die Spannung ist in beiden Fällen groß genug, so vereinigen sich die Electricitäten, indem sie die dazwischen liegende Luftschicht durchbrechen und die Phänomene des Blitzes und des Donners erzeugen.

Der Blitzstrahl ist ein oft eine Meile langer Feuerstreifen, welcher im Zickzack die Wolken durchbricht. Da man nun nicht wohl annehmen kann, daß die Electricitäten auf solche Entfernungen sich vereinigen, so erklärt man diese Erscheinung aus der unvollkommenen Leitungsfähigkeit der Wolken, indem man annimmt, daß die Vereinigung der Electricitäten nicht plötzlich geschieht, sondern von Theilchen zu Theilchen fortschreitet. Aus einer Wolke können mehrere Blitze hervorgehen, wenn sie durch einen einzigen nicht vollständig entladen wird.

Der Donner ensteht durch die Viberationen der erschütterten Luft; er wird später wahrgenommen als der Blitz, weil die Geschwindigkeit des Lichtes größer als die des Schalles ist; er erscheint nicht als ein momentaner Knall, was der Fall sein müßte, wenn die Electricitäten sich plötzlich vereinigten, sondern als ein länger oder kürzer dauerndes Rollen, welches durch ein Echo in den Wolken noch verstärkt oder verlängert wird.

Geht eine Gewitterwolke über die Erde hinweg, so wirkt sie je nach der Stärke ihrer electrischen Ladung mehr oder weniger vertheilend auf die Electricität der Erde und erzeugt so, namentlich in emporragenden Gegenständen eine electrische Spannung. Diese Spannung wird zwar an leblosen Gegenständen nicht wahrgenommen, allein manche Personen empfinden sie als einen unbehaglichen körperlichen Zustand.

Ist die Spannung zwischen der Electricität der Wolke und der angezogenen im irdischen Gegenstande groß genug, so schlägt der Blitz über. Die Wirkungen des überschlagenden Blitzes sind außerordentlich heftig. Gegenstände werden zertrümmert und fortgeschleudert, lebende Wesen werden getödtet oder der Besinnung beraubt und gelähmt, Bäume werden zersplittert und abgeschält und Splitter und Schale weit fortgeschleudert, Metalle werden erhitzt und geschmolzen, brennbare Gegenstände werden entzündet oder verkohlt, Felsstücke verglast und dergl. mehr. Wo der Blitz den Erdboden trifft, erzeugt er ein Loch, welches sich oft in mehrere Löcher verzweigt; ist der Boden sandig, so wird das Loch inwendig verglast und es entstehen die sogenannten Blitzröhren, welche oft 10 Meter lang sind und 5 Centimeter Durchmesser haben.

Wird die Electricität der Wolke, welche durch Vertheilung in einem irdischen Gegenstande eine starke Spannung erzeugt hat durch die Electricicät einer andern Wolke neutralisirt, indem ein Blitz aus der einen in die andere überschlägt, so erfolgt in dem irdischen Gegenstande ein Rückschlag. Die Wirkungen des Rückschlages sind weniger heftig als die des directen; eine Entzündung bewirkt er nicht, doch kann er lebende Wesen tödten oder verletzen.

Steht eine Gewitterwolke über dem Meere oder einem großen See, so wirkt sie ebenfalls vertheilend auf die Electricitäten des Wassers. Das Wasser wird hierbei gehoben, es bildet sich eine große Woge, ein Wasserberg. Auch hier kann ein directer Schlag oder ein Rückschlag stattfinden, wobei die Wassermasse mächtig erschüttert wird.

Die Ursachen, welche die oft so großen Quantitäten von Electricität in der Atmosphäre erzeugen, mögen außerordentlich mannigfaltig sein. Erkannt sind sie aber noch nicht.

Der Blitzableiter, welcher dazu dient, die Gebäude gegen die zerstörenden Wirkungen des Blitzes zu schützen, wurde von Franklin erfunden. Er besteht aus einer zugespitzten Metallstange, welche in die Luft hineinragt und einem guten Leiter, der sie mit dem Boden verbindet. Die Stange ist von Eisen und an der Spitze vergoldet oder mit einer Platinspitze versehen, um das

Rosten zu verhüten. Unten ist die Stange gut abgerundet und trägt eine Platte, um das Wasser vom Holze, worin sie befestigt ist, abzuhalten. Etwas über der Platte ist um die Stange ein eisernes Band gelegt und gut befestigt und mit diesem ist die Leitstange verbunden, welche über das Dach hin und am Gebäude herabgeführt wird. Dieses ist entweder ein quadratischer Eisenstab, dessen Seite 15 bis 20 Millimeter beträgt oder ein Seil von Kupferdraht. Das untere Ende dieses Leiters wird in einen Brunnen oder überhaupt nach einem Orte geführt, welcher beständig Wasser enthält; es läuft in mehrere Arme aus, die mit Kohlen umgeben sind. Die Kohle ist einestheils ein sehr guter Leiter, anderntheils schützt sie gegen den Rost.

Ein Blitzableiter, welcher seinem Zwecke vollständig entsprechen soll, muß folgende Bedingungen erfüllen. Die Stange muß in eine feine Spitze auslaufen, welche nicht rosten darf; die Verbindung mit dem Boden muß vollkommen leitend sein; die Leitung darf ihrer ganzen Ausdehnung nach nicht die geringste Unterbrechung haben; die Theile des Apparates müssen rücksichtlich der Dimensionen in einem richtigen Verhältnisse stehen.

Die Wirkung des Blitzableiters ist sehr leicht einzusehen. Wenn eine Gewitterwolke über dem Gebäude schwebt und vertheilend auf die Electricitäten des Bodens wirkt, so steigt die angezogene an dem Blitzableiter in die Höhe, strömt durch die Spitze aus und neutralisirt so einen Antheil der Electricität der Wolke. Hat der Blitzableiter keine Stange, so wird die angezogene Electricität sich in ihm anhäufen und es kann ein Ueberschlagen des Blitzes erfolgen. Dieser geht aber an dem Leiter herab, ohne dem Gebäude zu schaden. Ist die Leitung irgendwie unterbrochen oder mit dem Boden mangelhaft verbunden, so verbreitet sich der Blitz auch über die übrigen Theile des Gebäudes, und in diesem Falle kann der Blitzableiter sogar gefährlich werden. Befinden sich in der Nähe des Blitzableiters Metallmassen, so müssen diese mit ihm in eine gut leitende Verbindung gebracht werden.

Druck von Moritz Katz (Gebrüder Katz) in Dessau.

Leipzig, Verlag von Carl B. Lorck.

Moderne Geschichtschreiber.

Eine Bibliothek ausgewählter historischer Werke der neueren Zeit.

Unter Redaction von Prof. Dr. Fr. Bülau.

Prospectus.

Die von uns herausgegebene Historische Hausbibliothek, von welcher bereits 25 Bände erschienen sind, hat, wie wir dankbar anerkennen, eine Aufnahme und Verbreitung gefunden, welche uns den Beweis liefern, daß wir uns bei der inneren und äußeren Einrichtung derselben nicht vergriffen haben, und es uns zugleich zur Pflicht machen, bei der kräftig zu fördernden Durchführung jenes Unternehmens den Plan desselben, im Ganzen wie im Einzelnen, unverbrüchlich festzuhalten. Gleichwohl haben wir bei der Fortführung der Historischen Hausbibliothek öfters zu beklagen gehabt, daß wir an sich ganz trefflich für sie passende Werke unberücksichtigt lassen mußten, weil sie den für die einzelnen Bestandtheile der Hausbibliothek streng begrenzten Umfang überstiegen. Zahlreich sind uns auch Erbietungen zu vielversprechenden Originalwerken zugegangen, die wir ablehnen mußten, weil die Verfasser sich nicht in die engen Grenzen eines Bandes beschränken lassen wollten es um der Sache willen nicht konnten.

Wir haben uns nun entschlossen, neben der Historischen Hausbibliothek, deren rasche und consequente Durchführung

dadurch in keiner Weise beeinträchtigt werden soll, eine zweite Sammlung, unter dem Titel:

Moderne Geschichtschreiber

zu eröffnen, welche zunächst umfangreichere Erscheinungen der geschichtlichen Literatur des Auslandes, die auf allgemeinere Theilnahme Anspruch haben, in sorgfältig bearbeiteten Uebersetzungen bringen soll. Wenn wir auch hierbei zunächst nur die neuesten Werke ins Auge fassen, so wollen wir uns doch, zur Vervollständigung und zur Herstellung einer wahren Bibliothek der Geschichte für das gebildete Publicum, vorbehalten, später auch ältere Werke von wahrhaft classischem Werthe neu bearbeiten zu lassen. Wir werden ferner auch Originalwerke bringen, wenn wir sie dem übrigen Inhalte der Sammlung entsprechend halten dürfen. Wenn die „Historische Hausbibliothek" wesentlich auf das Bedürfniß des größeren Publicums berechnet ist, so wird die neue Sammlung auch die wissenschaftlichen Interessen engerer Kreise berücksichtigen können. Sie wird zu einer Ergänzung der Historischen Hausbibliothek dienen; nicht daß sie Partien der Geschichte behandelte, welche dort gänzlich unberücksichtigt blieben, sondern indem sie ausführlich schildert, was dort nur in kurzen Grundzügen dargestellt werden konnte. So hoffen wir, sollen beide Unternehmungen rüstig nebeneinander fortschreiten, sich gegenseitig unterstützen und der neuen Sammlung dieselbe Theilnahme zur Seite stehen, die der älteren in so reichem Maaße gewährt worden ist.

Der erste Band der „Modernen Geschichtschreiber" enthält:

Georg Bancroft,

Geschichte der Amerikanischen Revolution.

Erster Band.

Der Preis eines Bandes von 20—30 Bogen, in der Ausstattung wie die „Historische Hausbibliothek", ist nur 1 Thlr.

Es findet durchaus kein Abnahmezwang statt und ist jedes Werk einzeln zu haben, auch mit besonderem Titel versehen.

Die Bände sind auch in gleichförmigem, englischem Einband vorräthig zu dem Preise von 10 Ngr. für den Band.

Alle Buchhandlungen Deutschlands und des Auslandes nehmen Bestellungen an.

Band.

9. **Geschichte der französischen Revolution. 1789—1813.** Von F. A. Mignet. Mit d. Portr. Mirabeau's nach Raffet.

10. **Geschichte der nordamerikanischen Freistaaten.** Nach E. Williards. Mit dem Portr. Washington's von Longhi.

11. **Geschichte Dänemarks bis auf die neueste Zeit.** Von F. A. Allen. Mit dem Portrait Christian's IV. Nach Karl von Mandern.

12. **Geschichte der Februar-Revolution.** Nach A. de Lamartine. Mit dem Portrait Lamartine's.

13. **Geschichte Kaiser Maximilian's I.** Von Karl Haltaus. Mit dem Portrait Maximilian's nach Albrecht Dürer.

14. **Geschichte der englischen Revolution bis zum Tode Karl's I.** Mit dem Portrait Karl's I.

15. **Geschichte der Wiener Revolution.** Von F. A. Nordstein. Mit dem Portrait des Erzherzogs Johann.

16. **Das Leben Mohammed's.** Von Washington Irving. Mit dem Portrait Mohammed's.

17. **Geschichte Karl's des Großen.** Nach Joh. Friedr. Schröder. Mit dem Portrait Karl's des Großen nach A. Dürer.

18. **Geschichte Norwegens.** Von Andr. Faye. Mit dem Portrait Peter Tordenskjold's nach Denner.

19. **Der Hansabund.** Von Dr. Gustav Gallois. Mit dem Portrait Jürgen Wullenweber's von Milde.

20. **Geschichte Spaniens.** Nach Ascargorta. Mit dem Portrait Philipp's II. nach van der Werff.

21. **Geschichte der Königin Maria Stuart.** Von F. A. Mignet. Mit dem Portrait Maria's nach Zucchari.

22. **Geschichte Gustav Adolph's.** Nach Andreas Fryxell. Mit dem Portrait Gustav Adolph's nach Ant. van Dyk.

23. **Geschichte Frankreichs** von den ältesten Zeiten bis zum Ausbruche der Revolution. Nach E. de Bonnechose. Mit dem Portrait Richelieu's nach Phil. Champagne.

24. **Geschichte des Herzogs von Marlborough und des spanischen Erbfolgekrieges.** Von Archibald Alison. Mit dem Portrait Marlborough's nach Kneller.

25. **Geschichte Peter's des Grausamen von Castilien.** Von Merimée. Mit dem Portrait Peter's nach A. Carnicero.

In ähnlichem Format, Preis und Ausstattung erschien:

Karl Gützlaff, Leben des Kaisers Taokuang. Memoiren des Hofes zu Peking und Beiträge zu der Geschichte China's während der letzten fünfzig Jahre. Aus dem Englischen von Seybt.

Druck von Fr. Nies in Leipzig.

Wenck, Jul.

Die Physik mit Rücksicht ihrer Anwendung auf die Technik ?? die 2. Aflg v. 1858 ist nur neue Titelausgabe

Lpzg 1852